1. **Let us look at the “tennis racket effect” on the tennis ball. To give clockwise spin to the ball how should racket be tilted.**

테니스라켓효과는 구심력의 회전방향성분 힘이, feathering에대해 recovering하는 방향으로 모멘트가 작용하는 것이다. 테니스라켓이 nose up되어 있으면 recovering moment가 nose down 방향으로 작용하여, 공이 반시계방향으로 회전하게 한다. 반면에 테니스 라켓이 nose down되어 있으면 recovering moment가 nose up 방향으로 작용하게 되어 공은 시계방향으로 회전하게 된다.

1. **Generally pitch bearing is located outboard of flap hinge.**



만약 pitch bearing이 flap hinge에비해 안쪽에 있으면, feathering axis 가 허브 플레인에 남아있게 되는데 이 때 블레이드가 플랩운동을 하게되면 section forces가 feathering axis에 대해 다른 모멘트 암이 가지는 결과를 초래한다. 이에 따라 구심력에의한 총 pitching 모멘트는 변하지 않지만, flap과 lag 운동에 수많은 nonlinear effects가 발생하게 된다.

\*참고자료 : Johnson W., Helicopter Theory Ch. 9 page 409

1. I**nplane rotating frequency is generally kept away from the rotational speed, but that is not the case with the flapping mode.**

Rigid의 경우에 각각의 Mode에 대한 Rotating Frequency는 다음과 같다.

(1). Rotating Flap Frequency, $v\_{β}$ : $v\_{β}^{2}=1+\frac{3e\_{β}}{2R}+\frac{ω\_{β0}^{2}}{Ω^{2}}$

(2). Rotating Lag Frequency, $v\_{ζ}$ : $v\_{ζ}^{2}=\frac{3e\_{ζ}}{2R}+\frac{ω\_{ζ0}^{2}}{Ω^{2}}$

(3). Rotating Torsion Frequency, $v\_{θ}$ : $v\_{θ}^{2}=1+\frac{ω\_{θ0}^{2}}{Ω^{2}}$

Lag motion은 Uniform mass distribution and no spring 일 때 lag rotating natural frequency는 $υ\_{ζ}^{2}=\frac{3}{2}\frac{e}{1-e}$ 이 되며, e는 매우 작기 때문에 $υ\_{ζ}\ll 1 $이다. 따라서 rotating frequency가 rotational speed보다 훨씬 작은 값을 가진다. 반면에 flap일 때는 centrifugal force가 flap motion에 spring같은 역할을 하게 되어 flap natural frequency는 최소 1/rev가 된다. 하지만 $e\_{β}$값이 매우 작기 때문에 1/rev 보다 약간 클 뿐이다. 따라서 flap일 때는 flap rotating frequency가 rotational speed와 비슷해 질 수 있다. 한편 torsion에서는 식이 $υ\_{θ}^{2}=1+ω\_{θ0}^{2}/Ω^{2}$인데, 여기서 마지막 항이 매우 크기 때문에 1/rev보다 훨씬 크게 된다.

1. **If the pitch axis lies on the cg axis, there is no structural coupling between flap and pitch motions, but in actuality, these motions are coupled.**

Rigid의 경우, Pitch-Flap이 Coupling 된 식은 다음과 같이 표현된다.(Nondimensional form)

 $\ddot{β}+v\_{β}^{2}β-I\_{\dot{x}}^{}\left(\ddot{θ}+θ\right)=γ\overbar{M}\_{β}+\frac{ω\_{β0}^{2}}{Ω^{2}}β\_{p}$

 $I\_{\dot{f}}\left(\ddot{β}+v\_{β}^{2}θ\right)-I\_{\dot{x}}\left(\ddot{β}+β\right)= γ\overbar{M}\_{θ}+I\_{\dot{x}}\frac{ω\_{θ0}^{2}}{Ω^{2}}θ\_{con}$

만약 C.G Axis가 Pitch Axis와 일치한다면, 위의 식에서 $I\_{\dot{x}}$가 0이 되고, Coupling된 Term은

모두 없어지게 된다.

1. **The coriolis forces depend on velocity like damping forces, but their nature is quite different from damping forces.**

$$\left[\begin{matrix}1&0&-I\_{\dot{x}}\\0&1&0\\-I\_{\dot{x}}&0&I\_{\dot{f}}\end{matrix}\right]\left[\begin{matrix}\ddot{β}\\\ddot{ζ}\\\ddot{θ}\end{matrix}\right]+\left[\begin{matrix}2\frac{ω\_{β0}}{Ω}ζ\_{β}&-2β&0\\2β&2\frac{ω\_{ζ0}}{Ω}ζ\_{L}&-2βI\_{\dot{x}}\\0&2βI\_{\dot{x}}&2\frac{ω\_{θ0}}{Ω}ζ\_{θ}I\_{\dot{f}}\end{matrix}\right]\left[\begin{matrix}\dot{β}\\\dot{ζ}\\\dot{θ}\end{matrix}\right]+\left[\begin{matrix}υ\_{β}^{2}&0&-I\_{\dot{x}}\\0&υ\_{ζ}^{2}&0\\-I\_{\dot{x}}&0&-I\_{\dot{f}}υ\_{θ}^{2}\end{matrix}\right]\left[\begin{matrix}β\\ζ\\θ\end{matrix}\right]=γ\left[\begin{matrix}\overbar{M}\_{β}\\\overbar{M}\_{ζ}\\\overbar{M}\_{θ}\end{matrix}\right]+\left[\begin{matrix}\frac{ω\_{β0}^{2}}{Ω^{2}}β\_{p}\\0\\I\_{\dot{f}}\frac{ω\_{θ0}^{2}}{Ω^{2}}θ\_{con}\end{matrix}\right]$$

위 식을 보면, 속도에 의존하는 Damping Matrix는 두 부분으로 이루어져 있는 것을 알 수 있다. Viscous Damping Term은 Diagonal에 존재하고, Coriolis Force Term은 Antisymmetric하다는 것을 알 수 있다. 또한 Coriolis Term은 자연에서 nonlinear하므로 중요한 Coupling Term이 된다.

감쇠력은 에너지 소산에 의해 운동방향에 반대방향으로 작용하는 힘이지만, 코리올리 힘은 일정하게 회전하고 있는 계 내에서 움직일 때 나타나는 힘으로 운동방향에 수직하는 방향으로 작용하는 힘이다.

1. **In a bearingless main rotor (BMR), the pitch bearing is replaced by an elastic flexure consisting of flexbeam and a torque tube to facilitate pitch changes. From outset, the BMR configuration appears quite similar to the hingeless blade, but in actual, the analysis is quite different for a BMR blade.**

BMR의 경우, Flap과 Lag에 대한 Hinge는 존재하고 Pitch Control은 Torque Tube의 회전에 의해 이루어 진다. 하지만 Hingeless Blade의 경우에는 모든 Motion이 Blade의 Elastic Bending과 Twist에 의해 이루어 지게 된다. 따라서 해석을 할 때, Boundary Condition등이 크게 달라진다.

1. **A large** $δ\_{3}$**(like** $45^{0}$**) is not uncommon for tail rotors.**

Tail rotor에서는 축에 대한 transient and steady state flapping을 줄이기 위해. $δ\_{3}$를 45도로 하여 사용한다.

1. **A zero lag offset is not practical.**



Lag offset, $e\_{ζ}$ 가 0이 되면, $ω\_{ζ0}$ 또한 0이 되고, 그에 따라서 Lag frequency, $v\_{ζ}$ 는

$$v\_{ζ}^{2}=\frac{ω\_{ζ0}^{2}}{Ω^{2}}+\frac{3}{2}\frac{e}{R-e}$$

위의 식에서 역시 0이 된다. Natural Frequency가 0이 된다는 것은 Blade가 Perfect Rigid Body라

는 것을 의미하지만, Physical한 관점에서 보면, Perfect Rigid Body는 실제로는 존재할 수 없다.

1. **Pitch and lag equations are coupled through coriolis terms.**

Lag mode에서는 $-mx\_{I}\dot{θβ(r-e)}$, torsion mode에서는 $2mΩr\dot{ζ}βx\_{I}$ 의 코리올리 term이 상호간의 coupling term이다.

1. **External damping in the lag mode is beneficial, but it is quite difficult to add such damping for a hingeless blade.**

Lag Mode는 본질적으로 Low Damped이기 때문에, 여러 Aero-elastic Instability를 동반 한다. Stiff in-plane rotor는 ($υ\_{ζ}>1/rev)$이기 때문에, 위 식의 오른쪽 side가 negative하고 motion은 언제나 stable하다. 하지만 Soft in-plane rotor의 경우는 ($υ\_{ζ}<1/rev)$이기 때문에 Ground Resonance가 발생할 수 있다. 따라서 대부분의 Rotor에 Mechanical Lag Damper를 달아주면 Lag Motion울 Stabilize할 수 있지만, Hingeless Blade의 경우에는 달아 주기가 힘들기 때문에 Tilt Rotor와 같이 Stiff Lag Rotor를 사용하는 것이다.

1. **Generally it is possible to achieve a matched stiffness condition with soft lag rotors.**

Soft lag rotor는 damping이 매우작아서 mechanical instability를 야기시키는 것을 말한다. 이 때, flap과 lag는 mode shape이 같고, spring constant도 같다고 볼 수 있는, matched stiffness condition이 된다. Matched stiffness condition에서는 nonrotating flap frequency와 nonrotating lag frequency가 같아진다.

1. **A small offset of cg from feather axis may have a negiligible influence on flap mode, but that may not be the case with torsion mode.**

cg와 feather axis가 일치하지 않음에 따라 $I\_{x^{\*}}$와 관련된(coupled)항이 flap과 feathering 방정식에 등장하게 된다. 이 $I\_{x^{\*}}$항은 다른 항에 비해 $ε^{2}$의 order를 가진다. 따라서 flap equation에서는 이에 따른 영향이 무시할 만하다. 하지만 feathering 운동에서는 $I\_{f^{\*}}$역시 $ε^{2}$의 order를 가지기 때문에 cg와 feather axis간의 차이에 의한 영향이 매우 중요하다.

1. **The coriolis forces produce a 2/rev lag motion proportional to the square of the 1/rev flap amplitude.**

$$\left|ζ\right|\_{2/rev}=\sqrt{ζ\_{2c}^{2}+ζ\_{2s}^{2}}= \frac{\left|β\right|\_{1/rev}^{2}}{4-ν\_{ζ}^{2}}$$

Wayne Johnson ‘Helicopter Theory’

이다. 이 식을 통해 2/rev의 lag motion은 1/rev의 flap amplitude의 제곱에 비례한다는 것을 알 수 있다

1. **There will be inherently some pitch-flap and pitch-lag coupling for an elastic blade.**

Elastic blade에서는 본질적으로 힌지없이 한 구조물로 블레이드가 구성되기 때문에, pitch and twist distribution에 의해 structural coupling이 out-of-plane bending과 inplane bending 사이에서 일어난다.

1. **A vertical gust would induce only vertical oscillations in an articulated rotor will no hinge offset, but that may not be the case with hingeless rotors.**

Articulated rotor에서는 각 운동이 hinge에 의해 분리되기 때문에, Coupling 되는 term이 별로 없다(Chopra강의노트 page176, 3.47식에서 diagonal하지 않은 항들). 하지만 hingeless 즉 elastic(flexible)에서는 많은 항들이 coupled된다. 따라서 수직방향의 gust가 작용하면 articulated rotor에서는 수직방향의 oscillation만 발생하지만, hingeless rotor에서는 coupled된 항 때문에 여러 방향의 운동이 응답이 발생하게 된다.