

응용핵물리기초 (409.213) 기말고사

9 June, 2009

1. (5 points) Einstein이 특수 상대론을 위해 세운 두 가지 전제를 쓰시오.

→ 진공 중에서의 광속은 모든 관성계에 대해 동일,

물리 법칙은 모든 관성계에서 동일한 형태

2. Momentum operator는 $\hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$, $\hat{p}_y = -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}$, $\hat{p}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial z}$ 임을 이용하여 다음을

구하시오.

(1) (5 points) Angular momentum

$$\rightarrow \hat{L}_x = -i\hbar \left[y \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial y} \right], \hat{L}_y = -i\hbar \left[z \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial z} \right], \hat{L}_z = -i\hbar \left[x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right]$$

(2) (5 points) Hamiltonian operator

$$\rightarrow \hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r)$$

3. 아래 문제에 답하시오.

(1) (3 points) Bohr의 원자모형에 사용된 두 가지 가설을 쓰시오.

→ 각운동량의 양자화 $m_e v r = n\hbar/2\pi$, 궤도 상의 전자는 radiation energy를 방출하지 않음. radiation은 높은 에너지 준위에서 낮은 에너지 준위로 천이할 때, 그 에너지 차이만큼 $E = h\nu$ 로 방출됨.

(2) (3 points) deBroglie wave의 정의는 무엇인가?

→ 물질파

(3) (3 points) deBroglie wavelength와 Bohr의 첫 번째 가설과의 관계를 보이시오.

$$\rightarrow m_e v r = n\hbar/2\pi, 2\pi r = n\lambda = n\hbar/m_e v$$

(4) (3 points) Wave function, Ψ 의 의미는 무엇인가?

$$\rightarrow |\Psi|^2 = \Psi^* \Psi \text{ 발견 확률}$$

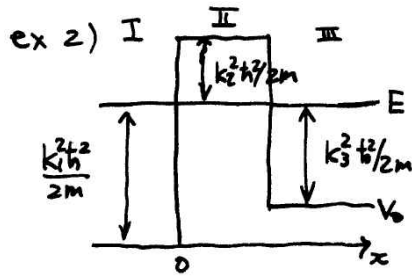
(5) (3 points) Schrödinger's Wave Equation을 쓰시오.

$$\rightarrow \hat{H}\Psi = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi$$

(6) (5 points) Schrödinger's Wave Equation에서 Eigenvalue, Eigenfunction에 대해 논하시오 (5줄 이내).

→ time-independent equation $\hat{H}\Psi = E\Psi$, E : eigenvalue. the physical meaning is energy, 측정으로 나타나는 값, 기대치. orthogonality

(7) (10 points) 아래와 같이 Potential Barrier가 주어졌을 때,



$$\Psi_I(x) = \exp(ik_1x) + R\exp(-ik_1x)$$

$$\Psi_{II}(x) = C\exp(k_2x) + D\exp(-k_2x)$$

$$\Psi_{III}(x) = T\exp(ik_3x)$$

k_1, k_2, k_3, a (Width of Region II Potential)를 사용하여 Transmission Coefficient T 를 구하시오.

$$\rightarrow T = \frac{4ik_1k_2\exp(-k_2a)}{(k_1 + ik_2)(k_3 + ik_2) - (k_1 - ik_2)(k_3 - ik_2)\exp(-2k_2a)}$$

(8) (5 points) Barrier penetration factor $B = |T|^2 k_3/k_1 \neq 0$ 라고 할 때, 이것의 물리적 의미와 실제적인 물리현상의 예를 드시오.

→ tunneling, nuclear α -decay, fusion and fission

4. (각 5 points) 수소 원자 내 전자의 Schrödinger's Wave Equation을 풀기 위해 전자의 파동함수를 $\Psi(r, \theta, \phi) = R(r)Y(\theta, \phi)$ 라 놓고 Schrödinger's Wave Equation에 대입하여 정리하면,

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{2\mu r^2}{\hbar^2} (E - V) = -\frac{1}{Y} \left[\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin\theta \frac{dY}{d\theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2 Y}{\partial \phi^2} \right] = C(\text{const}) \text{이다.}$$

$Y(\theta, \phi) = \Theta(\theta)\Phi(\phi)$ 으로 두면,

$$-\frac{1}{\Theta} \sin\theta \frac{d}{d\theta} \left(\sin\theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) - (\text{가} : C\sin^2\theta) = \frac{1}{\Phi} \frac{d^2\Phi}{d\phi^2} = -m^2$$

좌변을 $\xi = \cos\theta$ 로 치환하고 정리하면,

$$\frac{d}{d\xi} \left[(1 - \xi^2) \frac{d\Theta}{d\xi} \right] + [C - (\text{나} : \frac{m^2}{1 - \xi^2})] \Theta = 0$$

$m = 0, C = l(l+1)$ ($l = 0, 1, 2, 3, \dots$)이라고 하면,

$l = 0$ 일 때 해를 구하면, $\Theta(\xi) = (\text{다} : 1)$ 이다.

5. (각 5 points) 다음 표를 채우고, 아래 문제에 답하시오.

	Orbital	Spin
Quantum number	$l = 0, 1, 2, \dots$	$s = (1):1/2$
Length of vector	$ L = (2) : \sqrt{l(l+1)} \hbar$	$ S = (3) : \sqrt{s(s+1)} \hbar = \sqrt{3/4} \hbar$
z component	$L_z = m_l \hbar$	$S_z = m_s \hbar$
Magnetic quantum number	$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, (4) : \pm l$	$m_s = (5) : \pm 1/2$
Magnetic moment	$\mu_l = -(e/2m)L$	$\mu_s = (6) : -(e/m)S$

(7) Spectroscopic notation에 의하면 $2p_{1/2}$ 에서 quantum number는 무엇인가?

→ $n=2, l=1, j=1/2$

여러분 모두 한 학기 동안 수고 많았습니다!

"When you walk through the fire of oppression, you will not be burned up; the flames will not consume you. For I am the LORD, your GOD, your Savior... You are honored, and I love you."

(Isaiah 43:2-4)