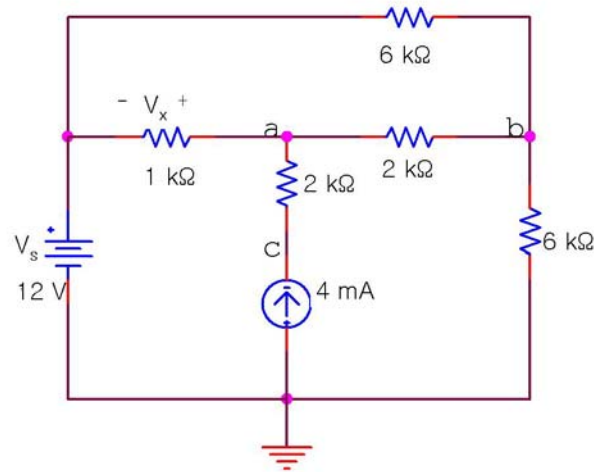


회로이론 1 중간고사 해답

(2007. 4. 25)

[1] 다음 회로도에서 V_a , V_b , V_c 를 구하라. (25점)



(a) Node a, b에서의 KCL식을 구하여라. (각 5점)

$$\text{Node a : } \frac{V_a - 12}{1 \text{ k}\Omega} - 4 \text{ mA} + \frac{V_a - V_b}{2 \text{ k}\Omega} = 0 \quad (1)$$

$$\text{Node b : } \frac{V_b - 12}{6 \text{ k}\Omega} + \frac{V_b - V_a}{2 \text{ k}\Omega} + \frac{V_b - 5V_x}{6 \text{ k}\Omega} = 0 \quad (2)$$

(b) V_a , V_b , V_c 를 구하라. (각 2점)

$$\text{Node c : } 4 \text{ mA} + \frac{V_a - V_b}{2 \text{ k}\Omega} = 0 \quad (3)$$

(1), (2), (3) 식을 정리하면,

$$3V_a - V_b = 32$$

$$8V_a - 5V_b = 48$$

$$V_c = V_a + 8$$

세 식을 연립하여서 풀면 V_a, V_b, V_c 를 구할 수 있다.

$$\therefore V_a = 16 \text{ V}, V_b = 16 \text{ V}, V_c = 24 \text{ V}$$

(c) 세 개 전원에서의 전력을 각각 구하라. (각 3점)

$P = VI$ 이므로, 각각의 전원에서의 전압과 흐르는 전류를 구하면 된다.

Passive convention을 따르면,

1) 12 V 전압원

전압원에 흐르는 전류 : 1 k Ω 에서 흘러 들어오는 전류(4 mA)

$$+ 6 \text{ k}\Omega \text{에서 흘러 들어오는 전류} \left(\frac{2}{3} \text{ mA}\right) = \frac{14}{3} \text{ mA}$$

$$\therefore P = V \cdot I = 12 \text{ V} \cdot \left(\frac{14}{3}\right) \text{ mA} = 56 \text{ mW} \quad (\text{전압원과 흐르는 전류가 반대이므로})$$

2) 4 mA 전류원

전류원에 걸리는 전압 : node c 의 전압이므로 $V_c = 24 \text{ V}$

$$\therefore P = V \cdot I = 24 \text{ V} \cdot -4 \text{ mA} = -96 \text{ mW}$$

3) $5V_x$ 전압원

$$V_x = V_a - 12 = 4 \text{ V},$$

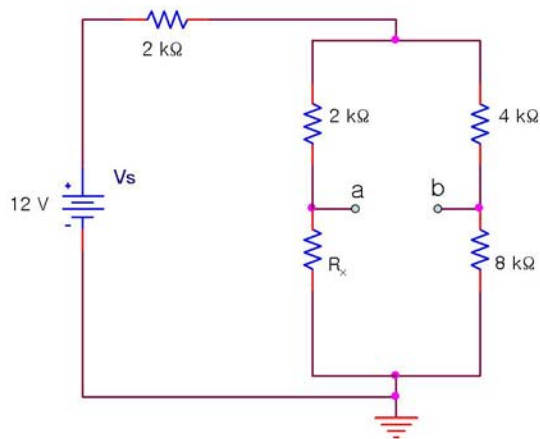
$$5V_x = 20 \text{ V}$$

흐르는 전류를 구하면, 오른쪽의 6 k Ω 의 저항에 흐르는 전류를 이용.

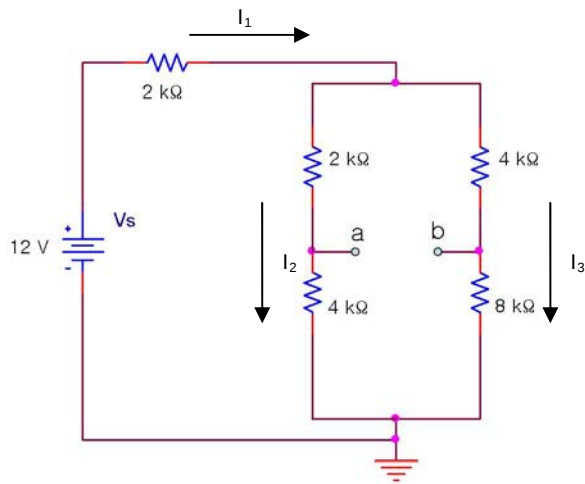
$$I(5V_x) = \frac{(5V_x - V_b)}{6 \text{ k}\Omega} = \frac{4 \text{ V}}{6 \text{ k}\Omega} = \frac{2}{3} \text{ mA} \text{ 이므로,}$$

$$\therefore P = V \cdot I = 20 \text{ V} \cdot -\frac{2}{3} \text{ mA} = -\frac{40}{3} \text{ mW}$$

[2] 다음을 구하라. (20점)



(a) $R_x = 4\text{ k}\Omega$ 일 때 V_a , V_b 를 구하여라. (5점)



I_1 을 구하기 위해 등가저항을 계산해보면

$$\begin{aligned} & 2\text{ k}\Omega + (2\text{ k}\Omega + 4\text{ k}\Omega) // (4\text{ k}\Omega + 8\text{ k}\Omega) \\ &= 2\text{ k}\Omega + (6\text{ k}\Omega // 12\text{ k}\Omega) \\ &= 2\text{ k}\Omega + 4\text{ k}\Omega \\ &= 6\text{ k}\Omega \end{aligned}$$

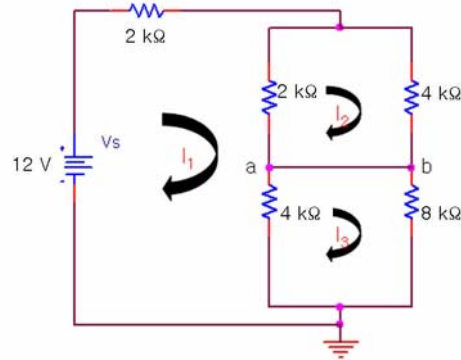
$$\therefore I_1 = \frac{12\text{ V}}{6\text{ k}\Omega} = 2\text{ mA}$$

$$I_2 = 2\text{ mA} \cdot \frac{12\text{ k}\Omega}{12\text{ k}\Omega + 6\text{ k}\Omega} = \frac{4}{3}\text{ mA}$$

$$I_3 = I_1 - I_2 = \frac{2}{3}\text{ mA}$$

$$\therefore V_a = 4\text{ k}\Omega \cdot \frac{4}{3}\text{ mA} = \frac{16}{3}\text{ V} \quad V_b = 8\text{ k}\Omega \cdot \frac{2}{3}\text{ mA} = \frac{16}{3}\text{ V}$$

(b) 이 때 ab 사이를 도선으로 연결하고 a에서 b로 흐르는 전류를 구하여라. (5점)



각각의 Loop circuit에 I_1, I_2, I_3 가 흐른다고 가정하여 KVL을 사용한다.

$$-12 + 2I_1 + 2(I_1 - I_2) + 4(I_1 - I_3) = 0$$

$$2(I_2 - I_1) + 4I_2 = 0$$

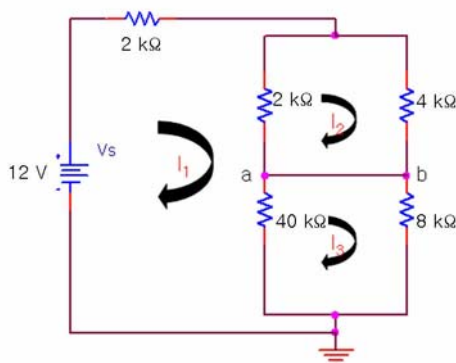
$$4(I_3 - I_1) + 8I_3 = 0$$

연립방정식을 풀면,

$$I_1 = 2 \text{ mA}, \quad I_2 = \frac{2}{3} \text{ mA}, \quad I_3 = \frac{2}{3} \text{ mA} \text{ 가 되고,}$$

$$\therefore I_{ab} = I_3 - I_2 = 0 \text{ A}$$

(c) $R_x = 40 \text{ k}\Omega$ 이고, ab 사이를 도선으로 연결하고, V_a, V_b , 그리고 a에서 b로 흐르는 전류를 구하라. (5점)



위와 같은 방법으로 KVL을 사용하여 계산하면,

$$-12 + 2I_1 + 2(I_1 - I_2) + 40(I_1 - I_3) = 0$$

$$2(I_2 - I_1) + 4I_2 = 0$$

$$40(I_3 - I_1) + 8I_3 = 0$$

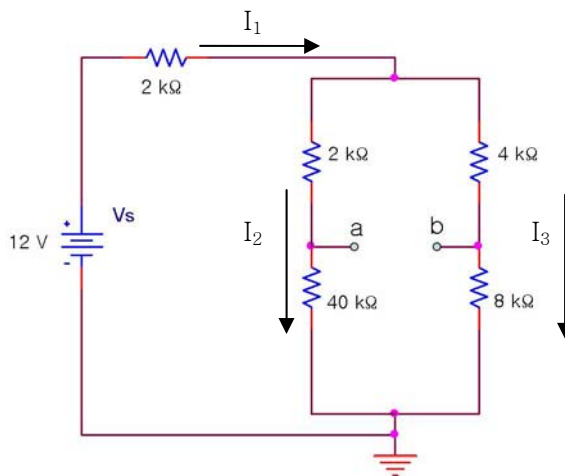
연립방정식을 풀면

$$I_1 = \frac{6}{5} \text{ mA} \quad I_2 = \frac{2}{5} \text{ mA} \quad I_3 = 1 \text{ mA}$$

$$\therefore V_a = 40 \text{ k}\Omega \cdot \left(\frac{6}{5} \text{ mA} - 1 \text{ mA}\right) = 8 \text{ V} \quad V_b = 8 \text{ k}\Omega \cdot 1 \text{ mA} = 8 \text{ V}$$

$$\therefore I_{ab} = I_3 - I_2 = \frac{3}{5} \text{ mA}$$

(d) $R_x = 40 \text{ k}\Omega$ 일 때 a,b 단자에서의 Thevenin 등가회로를 그려라.



우선 a,b 양끝단에 걸리는 전압 V_{oc} 를 계산해 보면,

$$2 \text{ k}\Omega + (2 \text{ k}\Omega + 40 \text{ k}\Omega) // (4 \text{ k}\Omega + 8 \text{ k}\Omega)$$

$$= 2 \text{ k}\Omega + (42 \text{ k}\Omega // 12 \text{ k}\Omega)$$

$$= 2 \text{ k}\Omega + \frac{28}{3} \text{ k}\Omega$$

$$= \frac{34}{3} \text{ k}\Omega$$

$$\therefore I_1 = \frac{12 \text{ V}}{\frac{34}{3} \text{ k}\Omega} = \frac{18}{17} \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{18}{17} \text{ mA} \cdot \left(\frac{12 \text{ k}\Omega}{42 \text{ k}\Omega + 12 \text{ k}\Omega} \right) = \frac{4}{17} \text{ mA} \quad I_3 = \frac{18}{17} \text{ mA} - \frac{4}{17} \text{ mA} = \frac{14}{17} \text{ mA}$$

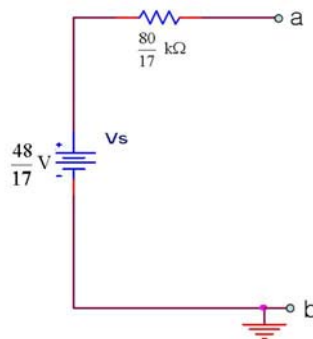
$$\therefore V_a = 40 \text{ k}\Omega \cdot \frac{4}{17} \text{ mA} = \frac{160}{17} \text{ V} \quad V_b = 8 \text{ k}\Omega \cdot \frac{14}{17} \text{ mA} = \frac{112}{17} \text{ V}$$

$$\therefore V_{ab} = \frac{160}{17} \text{ V} - \frac{112}{17} \text{ V} = \frac{48}{17} \text{ V}$$

그리고 양끝단이 short 되어있다고 가정했을 때 흐르는 전류는 앞서 (c)에서 $\frac{3}{5} \text{ mA}$ 로 계산되었다. 이것을 통해

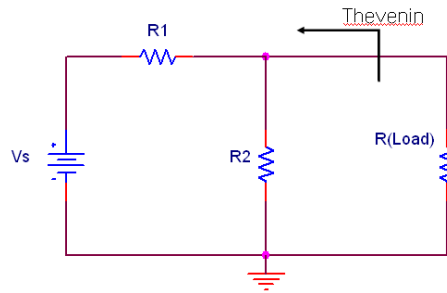
$$R_{th} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} = \frac{\frac{48}{17} \text{ V}}{\frac{3}{5} \text{ mA}} = \frac{80}{17} \text{ k}\Omega \text{ 이 된다.}$$

회로도를 그리면 다음과 같다.

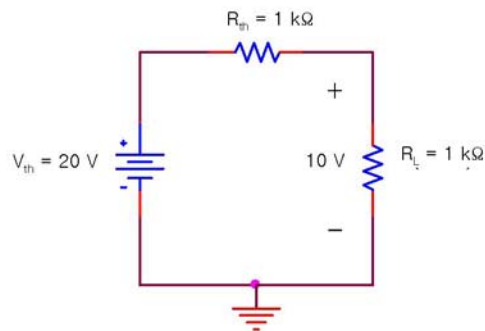


3. 부하저항 $R_L=1 \text{ k}\Omega$ 이고, 10 V를 인가해서 최대전력을 부하에 전달하려고 한다. 이때 V_s 와 R_1 과 R_2 는 각각 얼마이어야 하는가? (단 $R_1=R_2$ 이라고 가정) (10점)

또한 R_L 에서의 최대 소비 전력은 얼마인가? (5점)



부하저항이 $1\text{ k}\Omega$ 일 때 최대전력을 전달되게 하기 위해서는 Thevenin 등가회로에서 등가저항도 $1\text{ k}\Omega$ 이 되어야 하며 부하저항에 10 V 가 걸리게 하려면 등가회로의 인가전압은 20 V 가 되어야 한다. 이것을 회로도로 나타내면 다음과 같다.



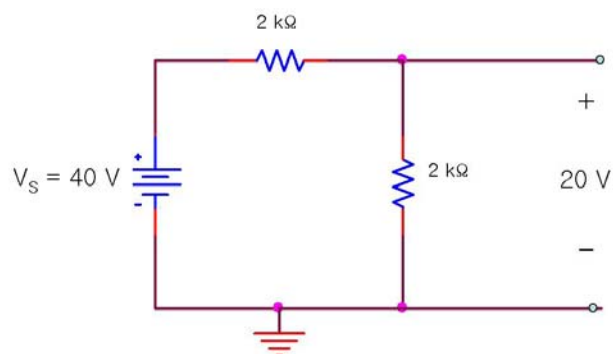
여기서 R_1 과 R_2 를 구해주면,

$$\frac{1}{R_{th}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = 1\text{ k}\Omega \text{ 이며, } R_1 = R_2 \text{ 이므로,}$$

$R_1 = R_2 = 2\text{ k}\Omega$ 이 된다. 또한 등가회로에서 V_{th} 가 20 V 이므로,

$$V_{th} = V_s \cdot \frac{2\text{ k}\Omega}{2\text{ k}\Omega + 2\text{ k}\Omega} = 20\text{ V}$$

$$\therefore V_s = 40\text{ V}$$



이 때 전달되는 최대전력은

$$P = V \cdot I = 10 \text{ V} \cdot 10 \text{ mA} = 100 \text{ mW}$$

3. d'Arsonval meter는 흐르는 전류에 비례하여 바늘이 회전하는 계기이다. 정격전류 1 mA, 정격전압이 50 mV라면 이 계기에 1 mA가 흐를 때 계기의 전압강하가 50 mV이고, 바늘은 full scale을 가리킨다는 것을 의미한다. d'Arsonval meter를 이용하여 전압계나 전류계를 제작할 수 있다. 정격 전압 50 mV, 정격전류 1 mA인 d'Arsonval meter를 이용하여 전압계를 제작해 보아라.

(a) d'Arsonval meter의 내부저항을 구하라.

$$R_m = \frac{V_{fs}}{I_{fs}} = \frac{50 \text{ mV}}{1 \text{ mA}} = 50 \Omega$$

여러 범위의 전압을 측정하기 위해서 d'Arsonval meter에 직렬연결하는 저항값을 변화시킨다. 즉, 전압계는 R_v 와 d'Arsonval meter가 직렬연결되어 있다고 보면된다.

(b) 200 V를 full scale로 측정하는 전압계를 만들려면 R_v 는 몇 Ω 이어야하는가?

$$V = \frac{R_m}{R_v + R_m} \cdot V_i$$

$$V_u = \frac{R_v + R_m}{R_m} \cdot V$$

$$V_{ufs} = \left(1 + \frac{R_v}{R_m}\right) \cdot V_{fs}$$

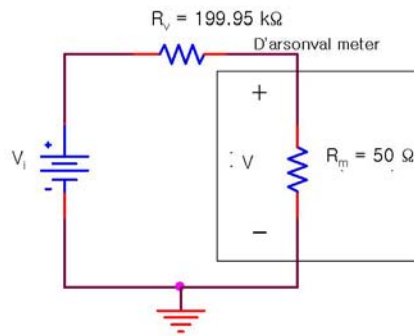
$$V_{ufs} = 200 \text{ V} = \left(1 + \frac{R_v}{50 \Omega}\right) \cdot 50 \text{ mV}$$

$$\left(1 + \frac{R_v}{50}\right) = 4000$$

$$\frac{R_v}{50} = 3999$$

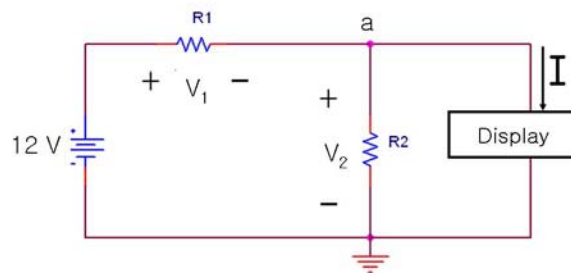
$$R_v = 199.95 \text{ k}\Omega$$

(c) d'Arsonval meter와 R_v 를 포함하는 전체회로를 그려보아라.



5. 12V의 전원으로 digital display를 구동시키려 한다. 분압회로를 사용하여 digital display를 구동시켜라. Digital display는 4 V ~ 6 V 에서 구동이 되며 display가 켜져 있을 때에는 400 mA의 전류가 display로 흐르고, 흐린 화면을 표시할 때는 200 mA의 전류가 흐른다.

(a) 분압회로의 저항값을 설계하여라.



I : Display로 흐르는 전류,

V_2 : digital display 구동전압이 되고, $4\text{ V} \leq V_2 \leq 6\text{ V}$

Node (a)에서 KCL을 적용해보면,

$$\frac{V_2 - 12}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + I = 0$$

Display가 구동이 될 때, $I = 400\text{ mA}$, 이 때 $V_2 = 4\text{ V}$ (최소 전압)

비슷한 방법으로 Display가 구동이 되지 않을 때 즉, $I = 200\text{ mA}$ 이 때 $V_2 = 6\text{ V}$

이것을 위의 식에 대입해보면,

$$\frac{4 - 12}{R_1} + \frac{4}{R_2} + 0.4 = 0$$

$$\frac{6-12}{R_1} + \frac{6}{R_2} + 0.2 = 0$$

연립 방정식을 풀면, $R_1=15\ \Omega$, $R_2=30\ \Omega$ 이 된다.

(b) 분압 회로의 저항들에서 소모하는 전력을 구하라.

R_1 에 흐르는 최대 전류를 구하면

$$\frac{12\text{ V} - 4\text{ V}}{15\ \Omega} = \frac{8\text{ V}}{15\ \Omega} = 0.53\text{ A}$$

R_2 에 흐르는 최대 전류를 구하면

$$\frac{6\text{ V}}{30\ \Omega} = 0.2\text{ A}$$

$$\therefore P_1(\text{max}) = (0.53)^2 \cdot R_1 \approx 4.27\text{ W}$$

$$P_2(\text{max}) = (0.2)^2 \cdot R_1 = 1.2\text{ W}$$