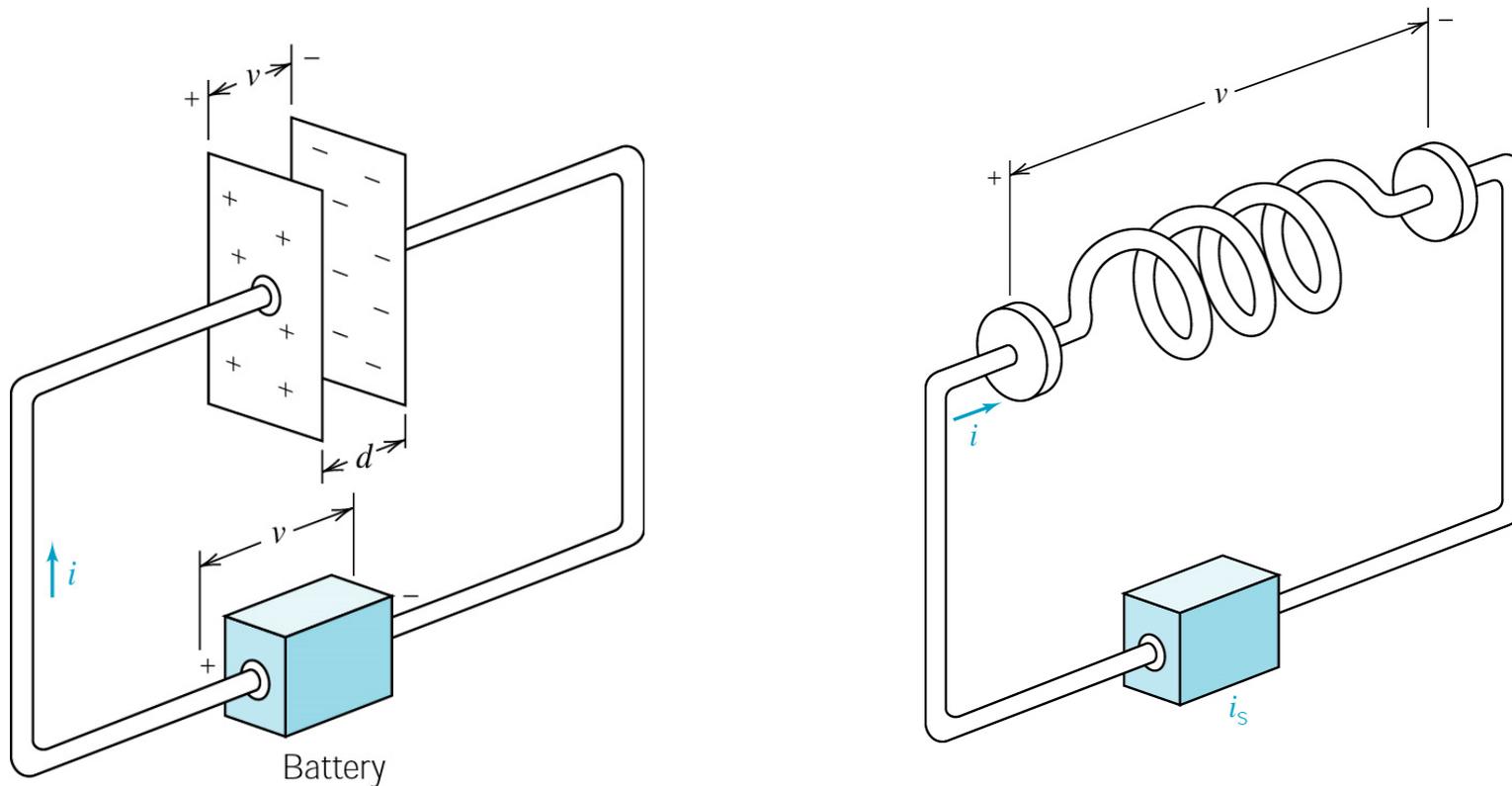


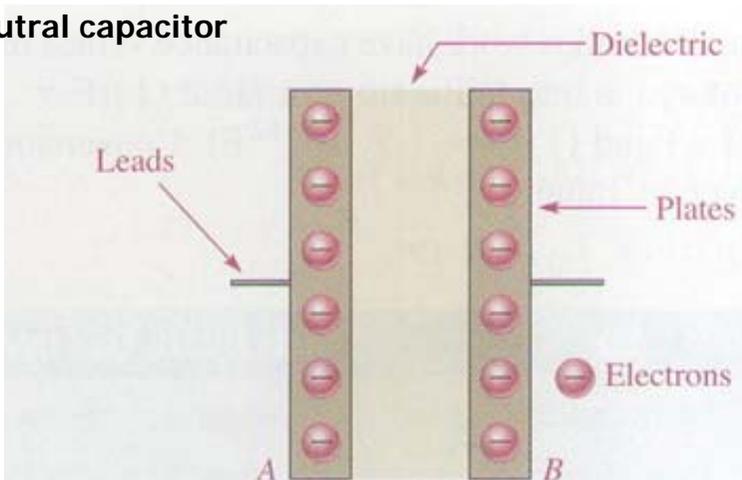
# Electric Energy Storage Devices



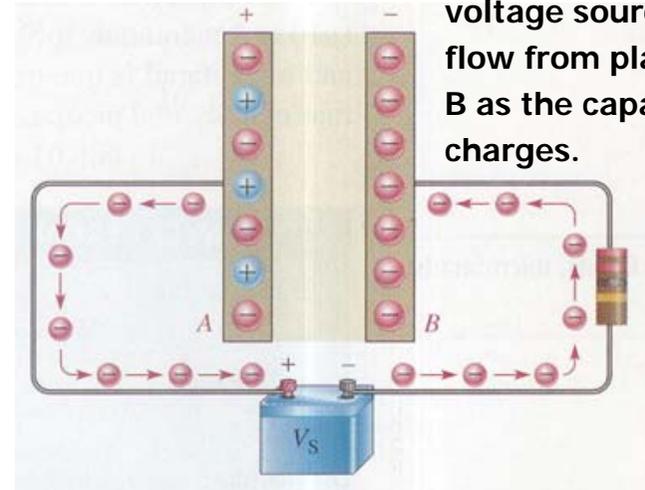
- Capacitor와 inductor는 전기적인 에너지를 저장하는 소자.
- 캐패시터는 전하를 축적하여 에너지를 저장.
- 인덕터는 자속을 축적하여 에너지를 저장.

# Charging of Capacitors

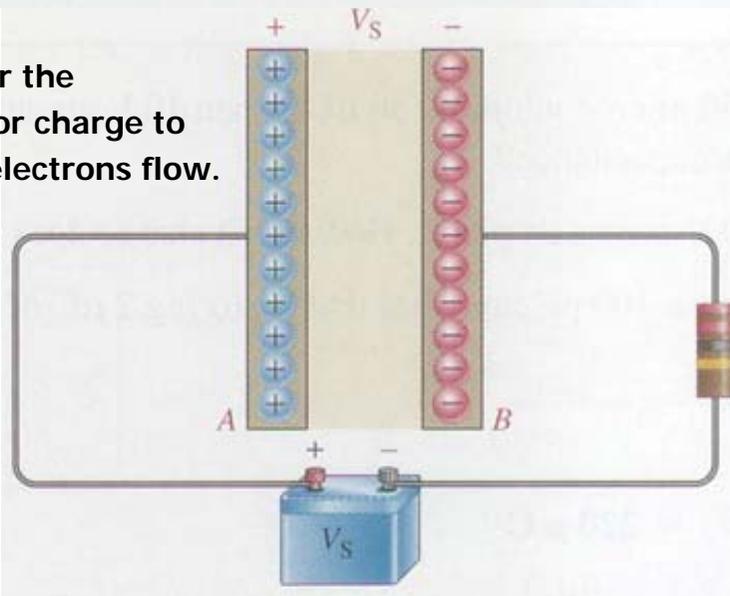
(a) Neutral capacitor



(b) When connected to a voltage source, electrons flow from plate A to plate B as the capacitor charges.



(c) After the capacitor charge to  $V_s$ , no electrons flow.



(d) Ideally, the capacitor retains charge when disconnected from the voltage source.

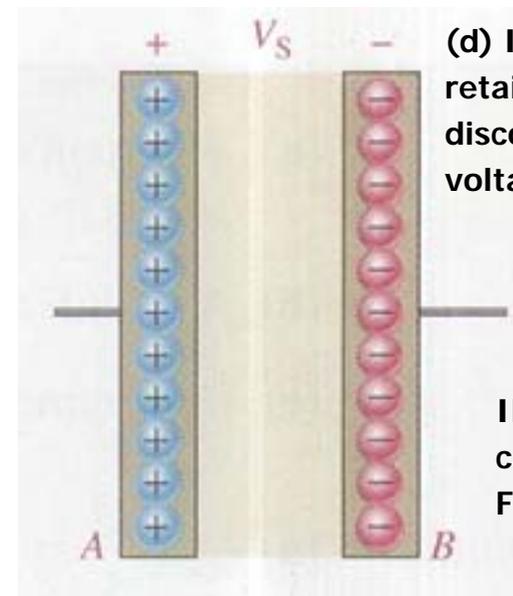
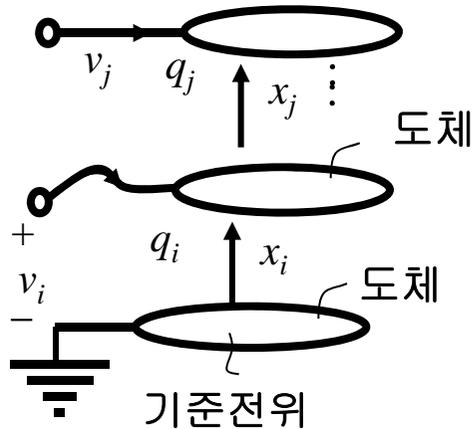


Illustration of a capacitor storing charge.  
Floyd 책 375쪽 그림 9.2

# Capacitance

- Capacitance는 전하와 전압과의 관계를 정해주는 계수.



$$C_{ij} = \frac{q_i}{v_j} \text{ (이때 } v_j \text{ 외의 전압은 영)}$$

$n+1$  개의 도체가 있고 기준 도체에 대해서 각 도체가  $v_j$ 의 전압을 갖고 있다.  $C_{ij}$ 는  $j$ 번째 도체에 전압이  $v_j$ 로 가해질 때  $i$ 번째 도체에 생기는 전하가  $q_i$ 이며, 이 관계를 나타내고 있다.

따라서,  $i$ 번째 도체에 생기는 총 전하는  $q_i = \sum_{j=1}^n C_{ij} v_j$ 가 된다.

전하는 전압과 위치의 함수로 쓸 수 있어서  $q(v, x)$ 가 된다.

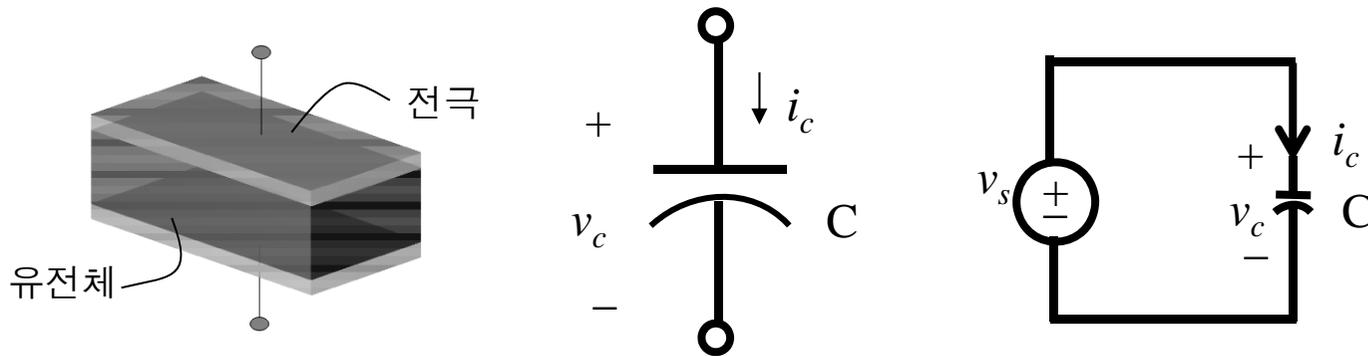
전류  $i$ 는  $i = \frac{dq}{dt} = \frac{\partial q}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t}$ 가 되고,

전극간 물질이 전기적으로 선형이라면  $q = C(x)v$ 이어서

$$i = C(x) \frac{dv}{dt} + v \frac{dC(x)}{dx} \frac{dx}{dt} \text{ (제 2항은 속도 전류, 회로이론에서는 영).}$$

# Displacement Current and Capacitor Current

- **Capacitor**의 구조는 전극 사이에 절연 물질(유전체, 誘電體)을 끼워 넣는 구조이다.
- 앞에서 구한 전류는 **Capacitor**에 흐르는 전류이다. 그러면 절연체를 통해서 전류가 흐르는 이유는 무엇인가?
- **Ampere**의 둘레 법칙  $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_f + \frac{\partial(\epsilon_0 \vec{E})}{\partial t}$
- 전류에 의해 자계가 생긴다는 법칙인데, 좌변 제 1항은 전하에 의한 전류를 의미하고, 제 2항이 변위 전류를 의미한다. (제 2항은 **Maxwell**이 주창).
- 전계가 시간적으로 변하면 그것이 전류가 된다는 것이다.
- 회로에서  $v_s$ 가 직류 전원이라면 전류는 영이다.  $v_s$ 가 예를 들어 시간적으로 변하는 교류 전원이라면 전류는 영이 아니다.



# Capacitor Current

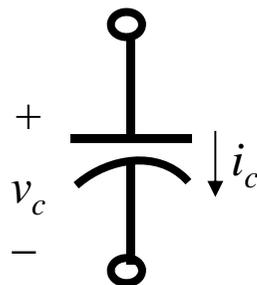
- 전극 간에 흐르는 전류는 일반적으로 두 개 항의 합으로 정의된다.

$$i = C(x) \frac{dv}{dt} + v \frac{dC(x)}{dx} \frac{dx}{dt}$$

- 제 2항은 전극이 움직여서 전극 사이의 거리가 시간적으로 변하거나 전극의 형상이 변하기 때문에 발생하는 항이다. 전기기계에서는 이런 일이 벌어진다.
- 회로 이론에서 다루는 **Capacitor**는 전극이 고정되어 있으므로 제 2항은 항상 영이다.

$$i_c = C \frac{dv_c}{dt} \quad C: \text{상수(Farads)}$$

- **Capacitor**에 흐르는 전류  $i_c$ 는 **Capacitor** 양단에 걸리는 전압의 양에서 음으로 흐른다고 부호를 취한다.
- 또한  $i_c$ 의 방향은  $v_c$ 의 부호에 따라 바뀌는 것이 아니라  $v_c$ 의 시간 변화율의 부호에 따라 바뀐다.



$$dv_c = \frac{1}{C} i_c dt, \quad v_c(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i_c dt + v(t_0)$$

$v(t_0)$ 는 초기 ( $t = t_0$ ) 에 **Capacitor**에 걸린 전압이다.

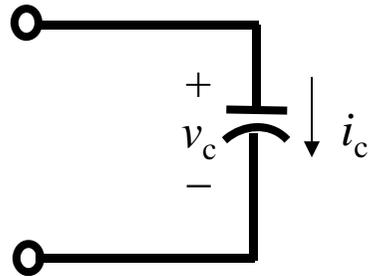
# Stored Energy

- **Capacitor**는 전하의 형태로 에너지를 저장하기도 하고 방출하기도 한다.

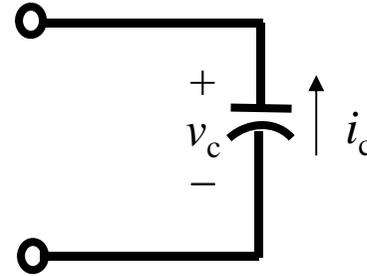
$$p = v \cdot i = v \cdot C \frac{dv}{dt}$$
$$dW = Cv dv, \quad W = \frac{1}{2} Cv^2$$

- 에너지의 흐름

**Capacitor** 전류가  $v_c$ 에 관계 없이  $v_c$ 의 시간 변화율의 부호에 따라 방향이 바뀌므로 에너지가 소자로 들어가기도 하고 나가기도 한다.

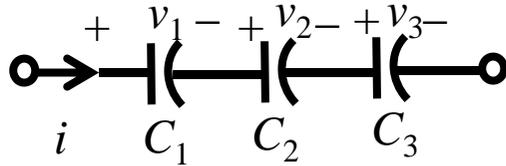


$p = v_c i_c$  : *positive*  
에너지를 **Capacitor**에 저장



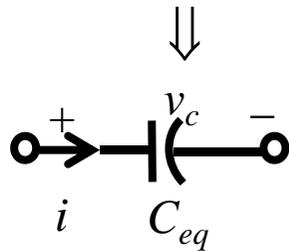
$p = v_c i = v_c (-i_c)$  : *negative*  
에너지를 **Capacitor**로부터 방출

# Capacitances in Series and Parallel



$v = v_1 + v_2 + v_3$ , 직렬이므로 전류는 모두 같음.

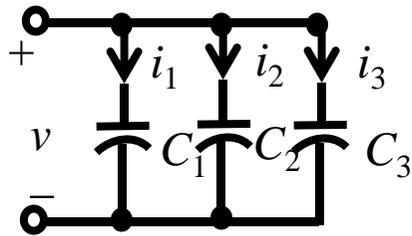
$$i = C_1 \frac{dv_1}{dt} = C_2 \frac{dv_2}{dt} = C_3 \frac{dv_3}{dt}$$



등가 회로에서

$$i = C_{eq} \frac{dv_c}{dt} = C_{eq} \frac{d(v_1 + v_2 + v_3)}{dt} = C_{eq} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) i$$

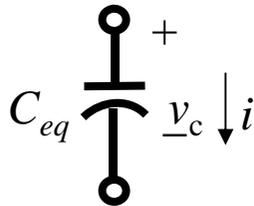
$$\therefore \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$



$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

병렬이므로 전압이 모두 같음.

$$i = C_1 \frac{dv}{dt} + C_2 \frac{dv}{dt} + C_3 \frac{dv}{dt} = (C_1 + C_2 + C_3) \frac{dv}{dt}$$



등가회로에서

$$i = C_{eq} \frac{dv_c}{dt} = (C_1 + C_2 + C_3) \frac{dv}{dt}$$

$$\therefore C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$

# Relative Permittivity and Dielectric Strength

- 마주 보는 두 전극 사이의 정전 용량
- 전극 사이 유전체의 유전율에 영향을 받음.

$$C = \epsilon \frac{A}{d} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

Relative permittivity (dielectric constant) of various dielectrics.

Boylestad 책 381쪽 표 10.1

Dielectric	$\epsilon_r$ (Average Values)
Vacuum	1.0
Air	1.0006
Teflon	2.0
Paper, paraffined	2.5
Rubber	3.0
Transformer oil	4.0
Mica	5.0
Porcelain	6.0
Bakelite	7.0
Glass	7.5
Distilled water	80.0
Barium-strontium titanite (ceramic)	7500.0

- Dielectric strength.

- 유전체는 전기적인 응력에 견딜 수 있는 한계가 있음.

- 파괴 전압이라고도 함.

- 1 mil = 1/1000 in = 0.0254 mm

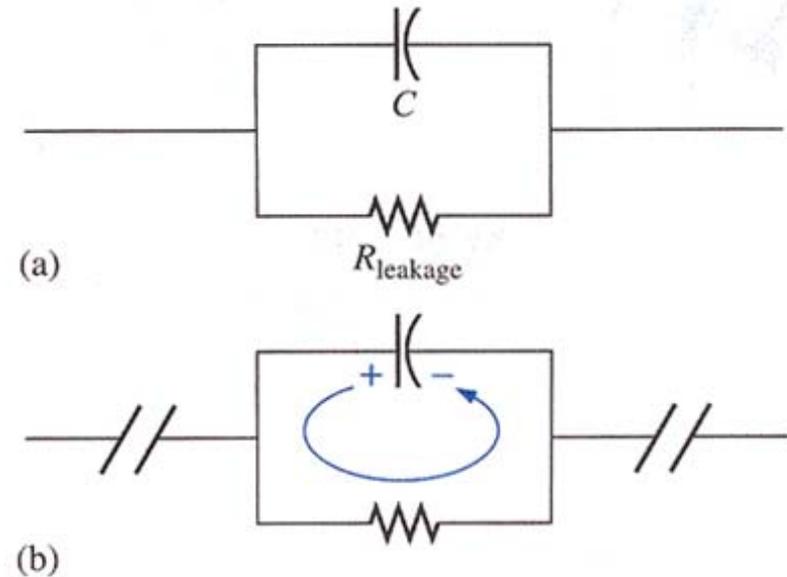
Table 10.2 Dielectric strength of some dielectric materials

Boylestad 책 382쪽 표 10.2

Dielectric	Dielectric Strength (Average Value), in Volts/Mil	( $\epsilon_r$ )
Air	75	(1.0006)
Barium-strontium titanite (ceramic)	75	(7500)
Porcelain	200	(6.0)
Transformer oil	400	(4.0)
Bakelite	400	(7.0)
Rubber	700	(3.0)
Paper, paraffined	1300	(2.5)
Teflon	1500	(2.0)
Glass	3000	(7.5)
Mica	5000	(5.0)

# Leakage Current

- 파괴 전압에 다다를 때까지 자유 전자의 흐름은 없다고 가정한다.
- 실제로는 유전체 내의 불순물이나 유전체 내의 힘의 의하여 파괴전압에 이르기 전에도 자유 전자는 존재한다.
- 전극 간에 전압이 걸리면 자유 전자는 흐른다.
- 이것은 누설 전류를 야기한다.
- 이 누설 전류는 아주 작아서 대부분의 응용에서는 무시한다.
- 대부분 그림과 같이  $100\text{ M}\Omega$ 의 저항을 병렬로 연결한 모델링을 한다.
- **Electrolytic type capacitor**의 경우, 누설 전류는 꽤 크다.
- 충전된 캐패시터가 충전 회로로부터 연결이 끊어지면 전극 간 전류의 흐름으로 인해 수초 동안 방전한다.

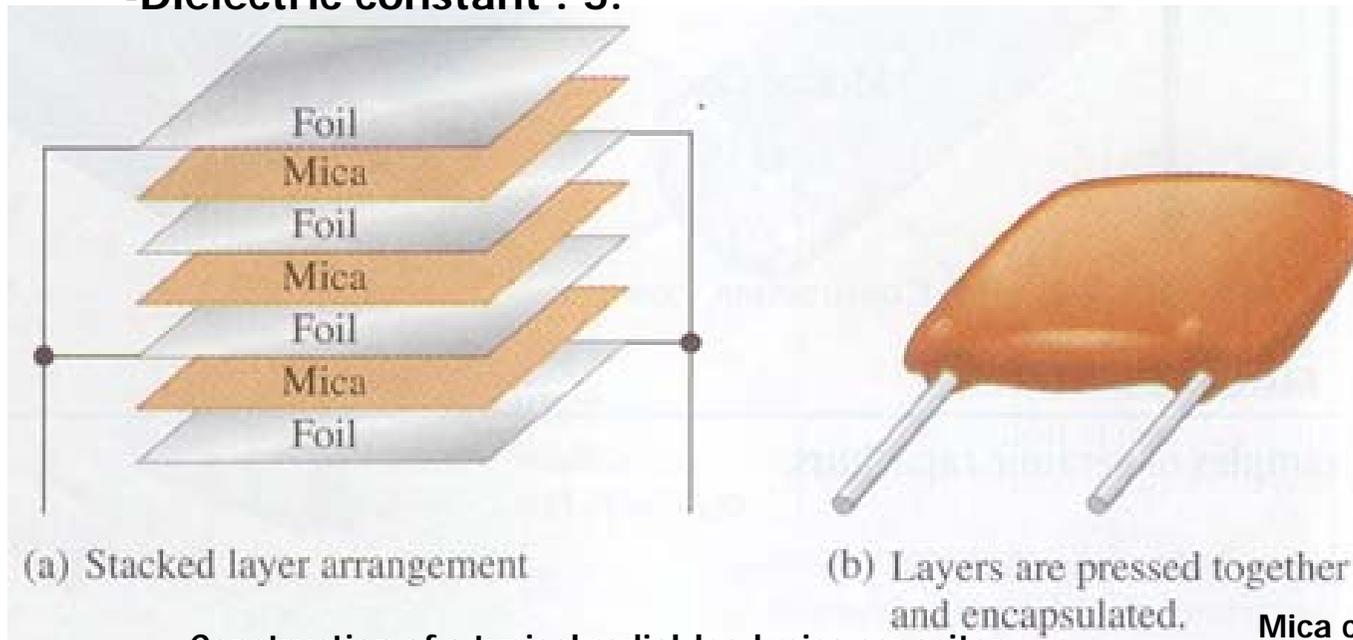
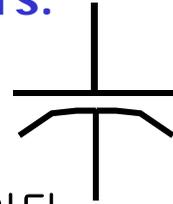


Demonstrating the effect of the leakage current  
Boylestad 책 383쪽 그림 10.9

# Fixed Capacitors – Mica

- Mica, ceramic, electrolytic, tantalum and polyester film capacitors.

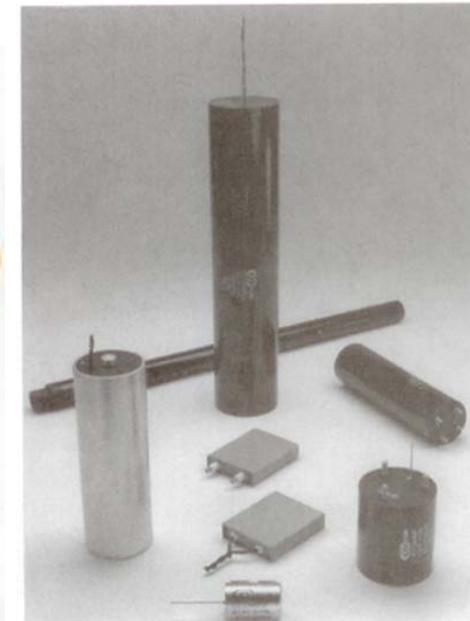
- **Mica** : 온도 변화의 스트레스에 강하고, 고 전압 응용에 적합.
- 누설 전류는 아주 작다 ( $R_{leakage}$  는 약  $1000\text{ M}\Omega$ ).
- **Mica capacitors** 는 대개 수 pF 에서  $200\text{ pF}$  까지 쓰이고, 전압은  $100\text{ V}$  정도이다.
- Temperature coefficient :  $-20\text{ ppm}/^\circ\text{C} \sim +100\text{ ppm}/^\circ\text{C}$
- Dielectric constant : 5.



(a) Stacked layer arrangement

(b) Layers are pressed together and encapsulated.

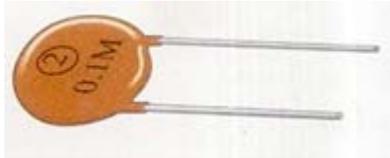
Construction of a typical radial-lead mica capacitor  
Floyd 책 381쪽 그림 9.8



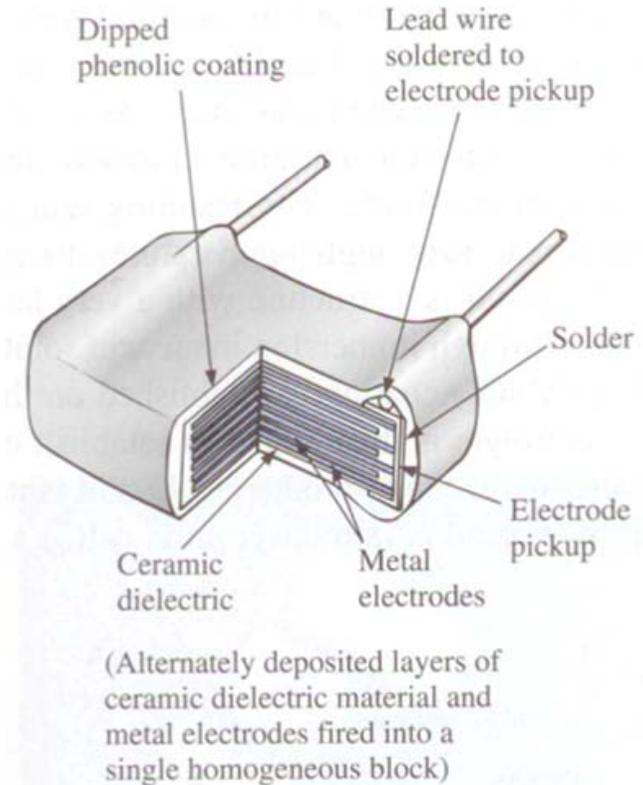
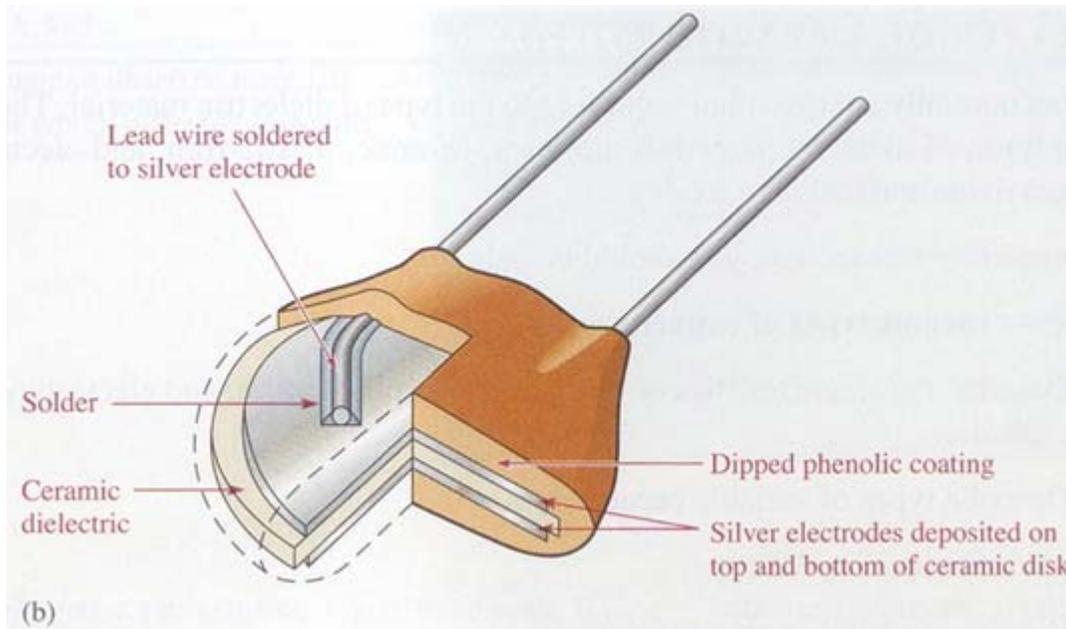
Mica capacitors  
(Courtesy of Custom Electronics Inc.)  
Boylestad 책 384쪽 그림 10.11

# Fixed Capacitors – Ceramic Capacitors (I)

- 아래의 그림과 같이 두 가지 형태가 있다.
- 누설 전류는 아주 작고 ( $R_{leakage}$  는 약  $1000\text{ M}\Omega$ ), 직류와 교류 회로에 사용한다.
- 대개 수  $\text{pF}$  에서  $2,000\text{ pF}$  까지 쓰이고, 전압은  $5,000\text{ V}$  정도이다.

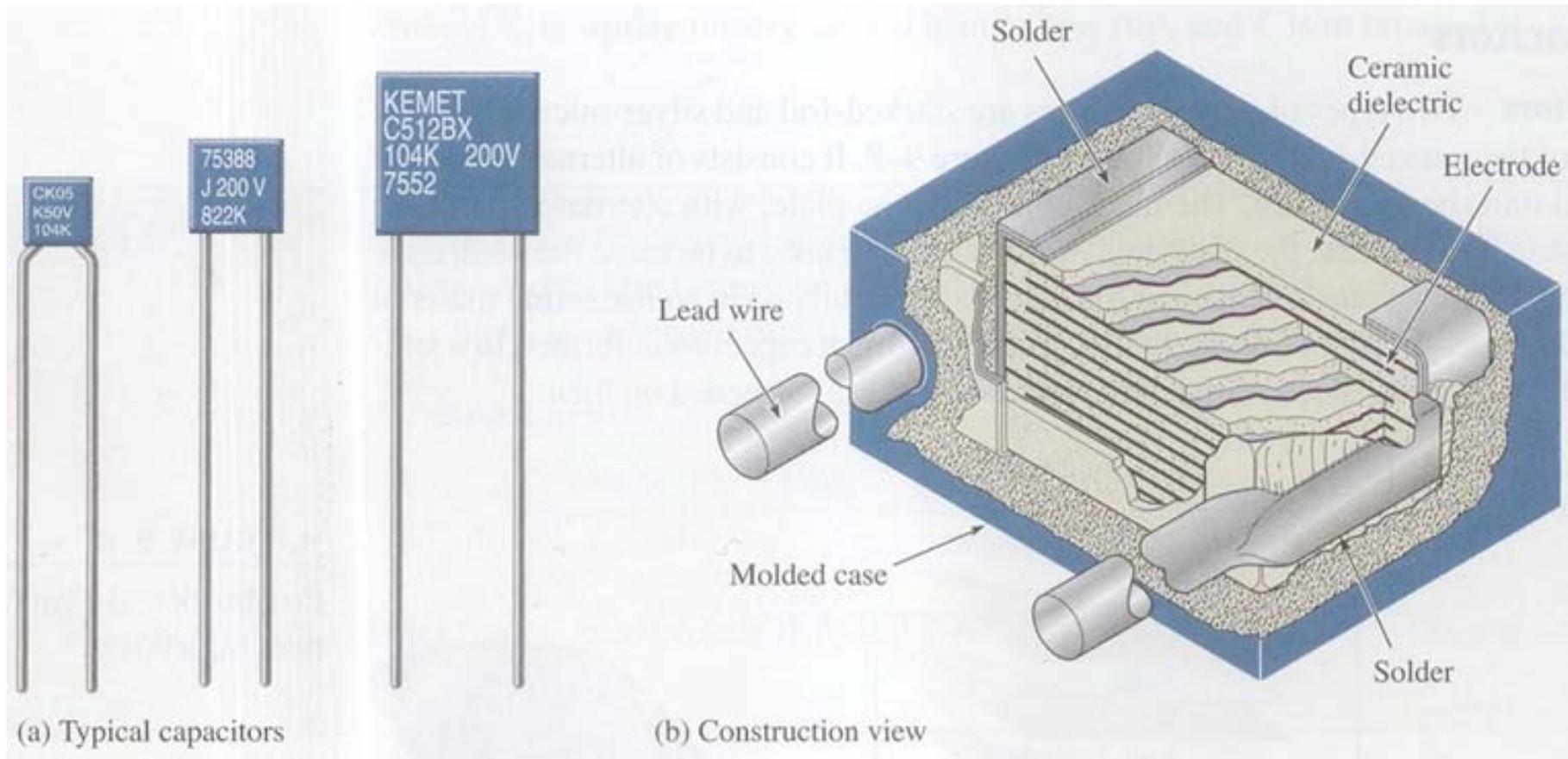


A ceramic disc capacitors  
and its construction  
Floyd 책 382쪽 그림 9.9



Multilayer, radial-lead ceramic capacitor  
Boylestad 책 385쪽 그림 10.13

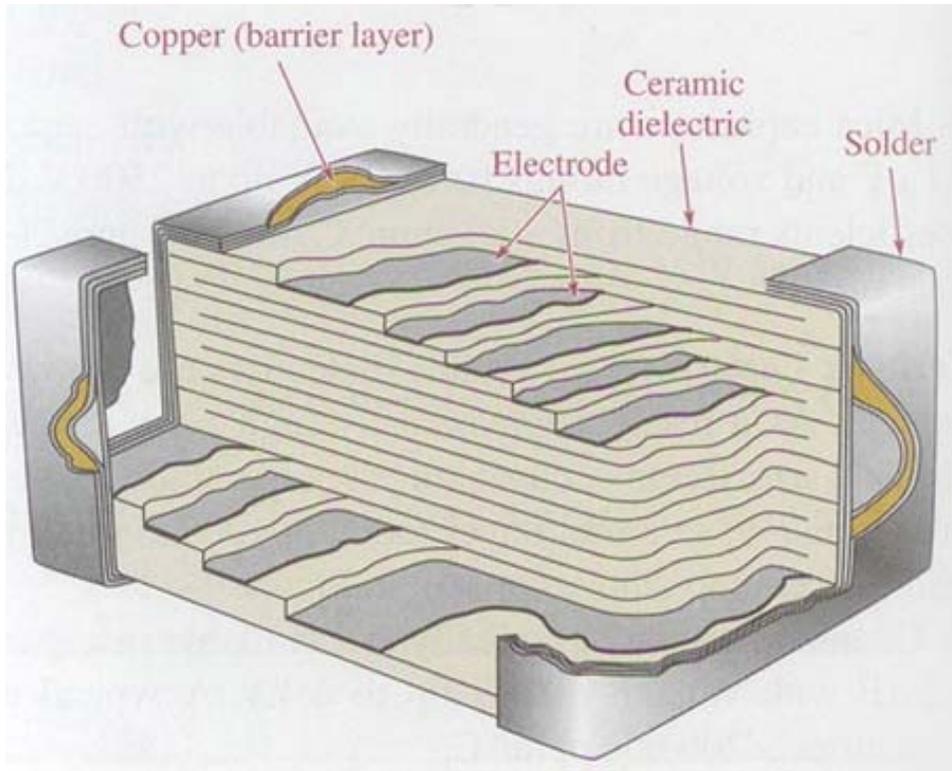
# Fixed Capacitors – Ceramic Capacitors (II)



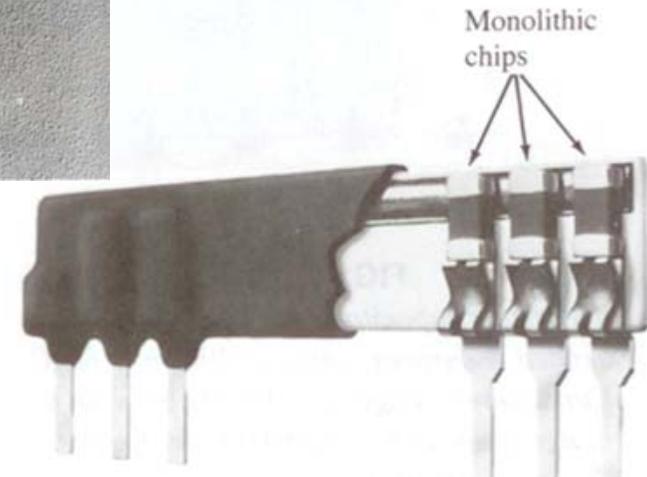
Examples of ceramic capacitors  
Floyd 책 382쪽 그림 9.10

# Fixed Capacitors – Ceramic Capacitors (II)

- Monolithic (single-structure) chip capacitors as shown in Fig. (a).
- Microstrip (strip-line) circuitry as shown in Fig. (b)

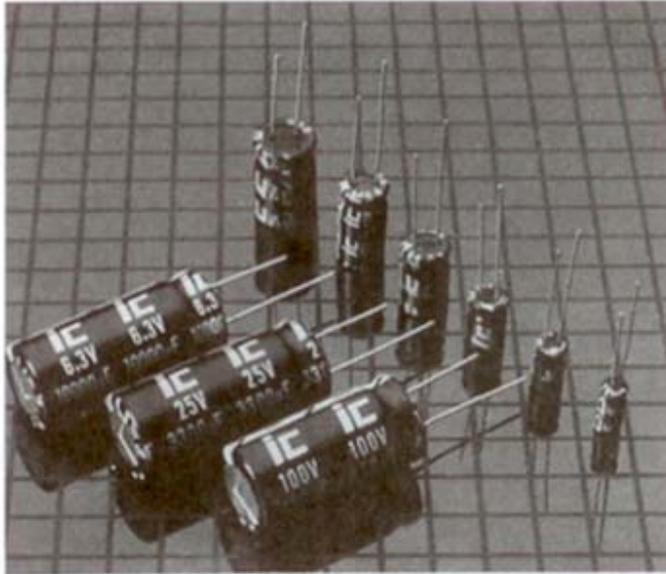


Construction view of a typical ceramic chip used for surface mounting on printed circuit boards.  
Floyd 책 382쪽 그림 9.11

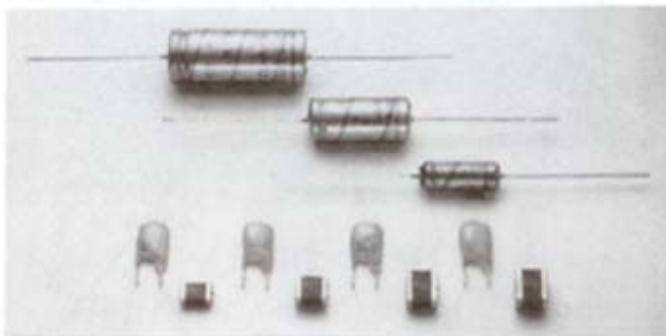


Monolithic chip capacitors (Courtesy of Vitramon, Inc.)  
Boylestad 책 385쪽 그림 10.14

# Fixed Capacitors – Electrolytic Capacitors (I)

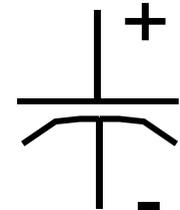


(a)



(b)

- 수 mF 에서 수천 mF 까지의 응용에 가장 많이 사용된다.
- 한 방향으로는 절연체이지만 다른 방향으로는 도전체.
- 주로 직류 응용에 사용되고, 짧은 시간 교류 응용에 사용된다.
- **DC working voltage** : 장시간 파괴되지 않고 인가될 수 있는 직류 전압.
- **Surge voltage** : 짧은 시간에 인가될 수 있는 최대 전압.
- 누설 전류는 아주 크고 ( $R_{leakage}$  는 약  $1\text{ M}\Omega$ ), 파괴전압은 낮다.
- 대개 수  $\mu\text{F}$  에서 수천  $\mu\text{F}$  까지 쓰이고, 동작 전압은  $500\text{ V}$  정도이다.

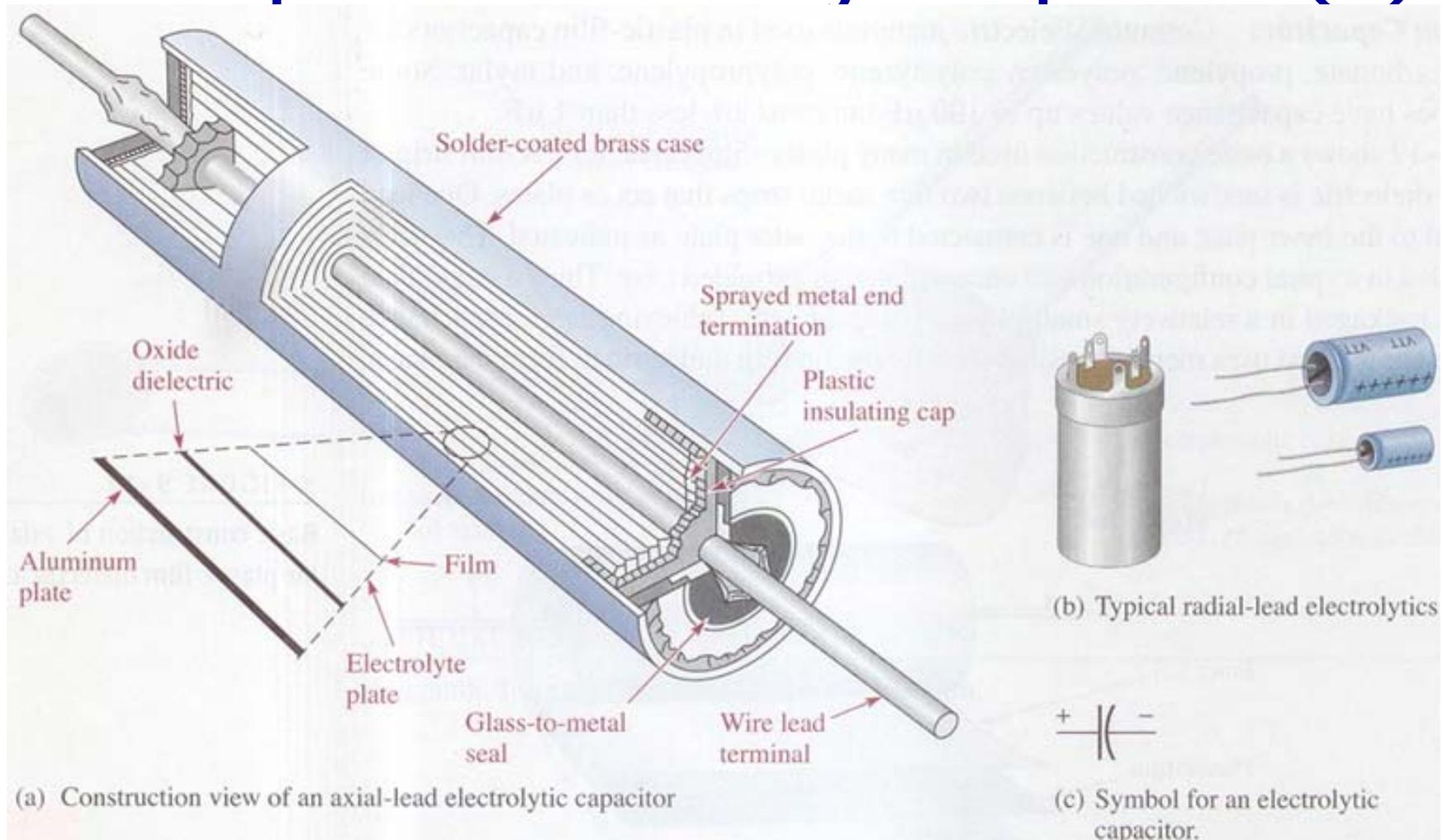


Electrolytic capacitors:

- (a) Radial lead with extended endurance rating of 2000 h at  $85\text{ }^\circ\text{C}$ .  
Capacitance range:  $0.1\text{-}15,000\ \mu\text{F}$  with a voltage range of  $6.3$  to  $250\text{ WV dc}$  (Courtesy of Illinois Capacitor, Inc.)
- (b) Solid aluminum electrolytic capacitors available on axial, resin-dipped, and surface-mount configurations to withstand harsh environmental conditions (Courtesy of Philips Components, Inc.)

Boylestad 책 386쪽 그림 10.15

# Fixed Capacitors – Electrolytic Capacitors (II)



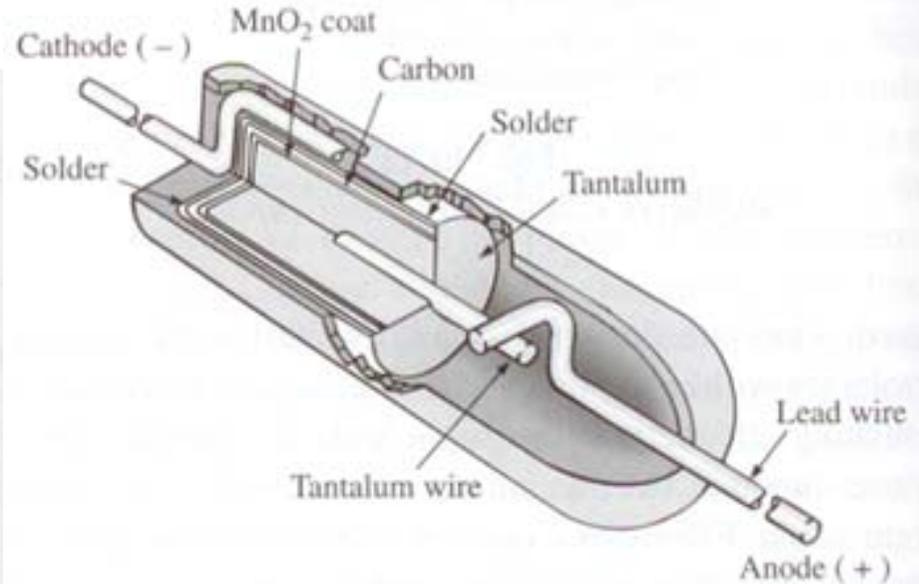
Examples of electrolytic capacitors  
Floyd 책 384쪽, 그림 9.14

# Fixed Capacitors – Tantalum Capacitors

- 두 가지 형태 : **solid** 와 **wet-slug**.
- 고 순도 **tantalum powder**를 사각형 또는 원통형으로 다져 넣는다.
- 양극은 **lead wire**를 구조물에 밀어 넣는다.
- 구조물은 진공 상태에서 고온 소결(고온에서 굽는 것) 하여서 다공성(多孔性)으로 만든다.
- 다공성이 되면 부피당 표면적이 넓어진다.
- 산 용액에 담그면 얇은 산화망간(**MNO<sub>2</sub>**) 막이 다공성 물질 위에 형성된다.
- **solid tantalum capacitor** 를 만들기 위하여 산화망간 막과 음극 사이에 전해물질을 넣어서 접촉을 시킨다.
- 산 용액(**wet acid**)을 넣으면 **wet-slug tantalum capacitor** 가 된다.



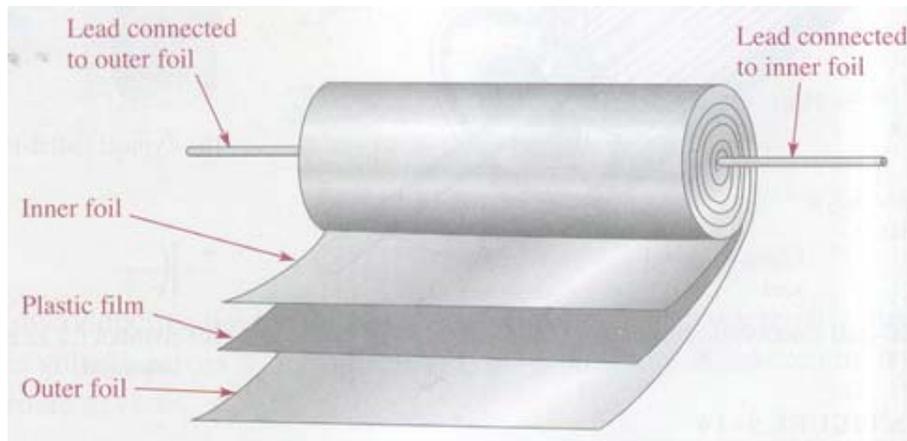
Construction view of a typical "tear drop" shaped tantalum electrolytic capacitor  
Floyd 책 383쪽 그림 9.12



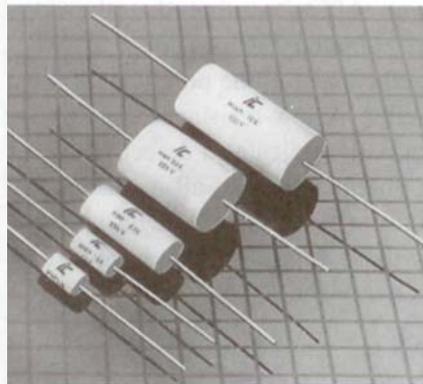
Tantalum capacitor (Courtesy of Union Carbide Corp.)  
Boylestad 책 386쪽 그림 10.16

# Fixed Capacitors – Polyester-film Capacitors

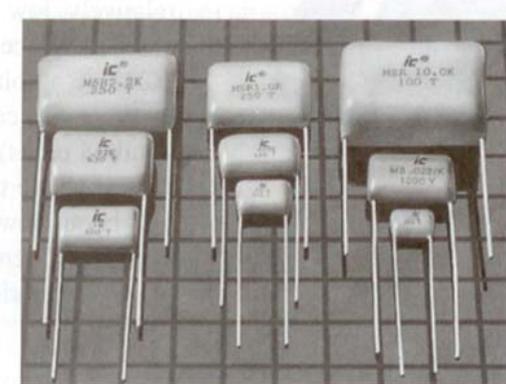
- 두 금속 막이 절연물(예를 들면, Mylar®)로 분리되어 있다.
- 크기가 크면 정전용량이나 동작 전압은 곁에 **data**를 인쇄한다.
- 그러나, 크기가 작으면 **color coding** 을 한다.
- 검은 띠(**band**)가 바깥 쪽 금속 막에 연결된 **lead** 가까운 쪽에 인쇄되어 있다.
- 이 띠에 가까운 **lead** 가 낮은 전압에 연결되어야 한다.
- 누설 전류는 아주 작고 ( $R_{leakage}$  는 약 **1000 MΩ**), 직류와 교류 회로에 사용한다.
- **Axial lead variety** 는 **0.1 μF** 에서 **18 μF** 까지 사용되고, 동작 전압은 **630 V** 까지 이다.
- **Radial lead variety** 는 **0.01 μF** 에서 **10 μF**까지 사용되고, 동작 전압은 **1,000 V** 까지



Basic construction of axial-lead tubular plastic-film dielectric capacitors  
Floyd 책 383쪽 그림 9.12



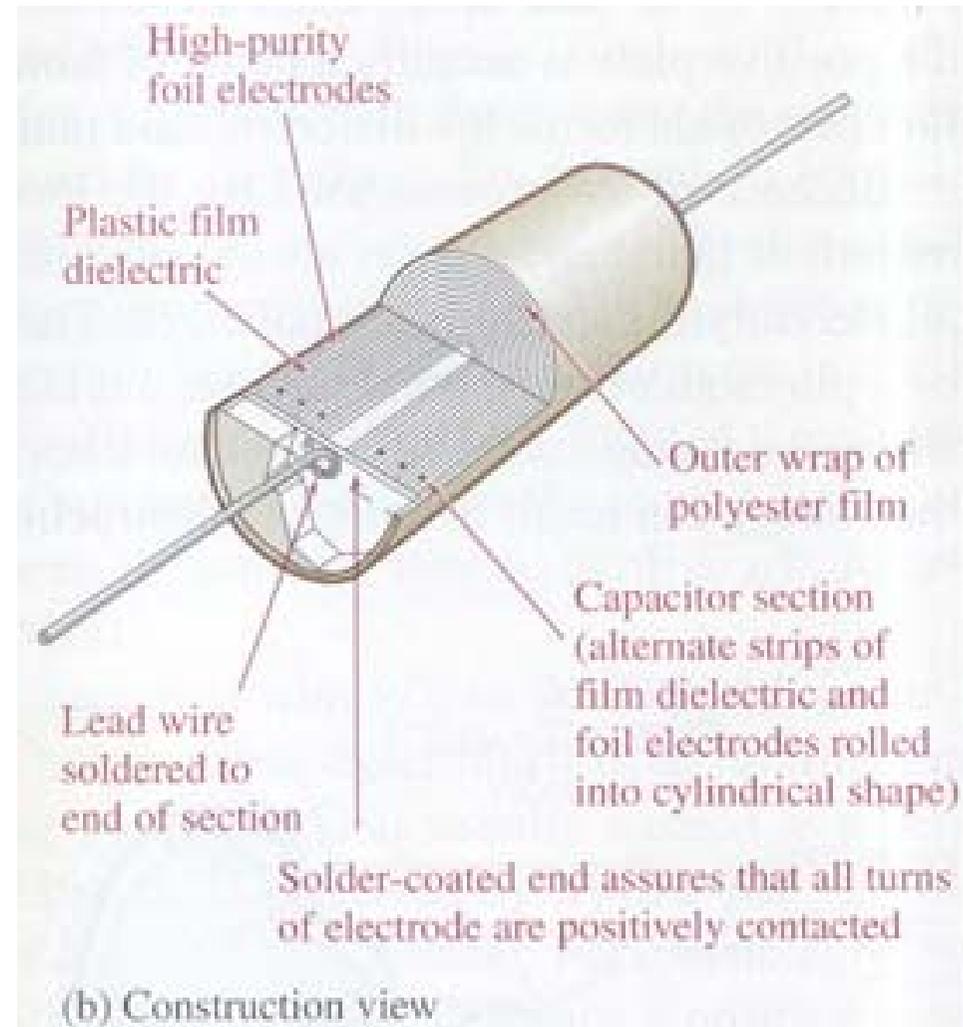
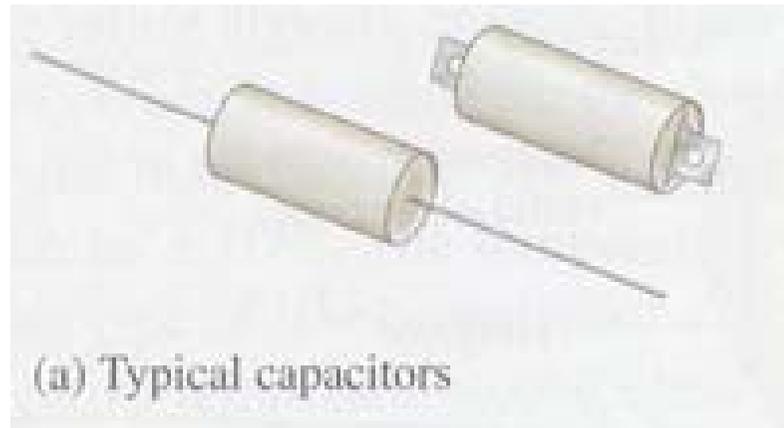
(a)



(b)

Polyester-film capacitors: (a) axial lead; (b) radial lead (Courtesy of Illinois Capacitor, Inc.)  
Boylestad 책 387쪽 그림 10.18

# Examples - Plastic-film Capacitors



Examples of plastic-film capacitors  
Floyd 책 383쪽 그림 9.13

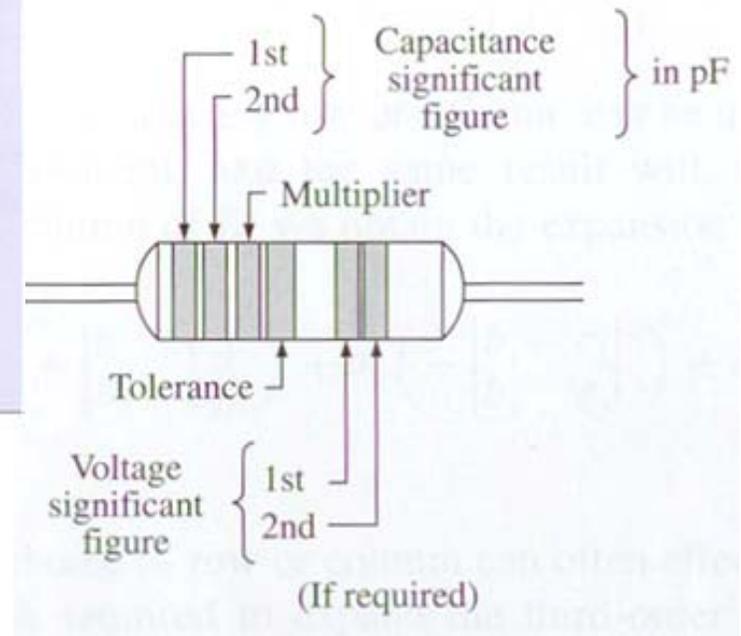
# Color Coding of Molded Tubular Capacitors (pF)

Color coding of molded tubular capacitors (picofarads)

Boylestad 책 1206쪽 Appendix D

Color	Significant Figure	Decimal Multiplier	Tolerance $\pm \%$
Black	0	1	20
Brown	1	10	—
Red	2	100	—
Orange	3	1000	30
Yellow	4	10,000	40
Green	5	$10^5$	5
Blue	6	$10^6$	—
Violet	7	—	—
Gray	8	—	—
White	9	—	10

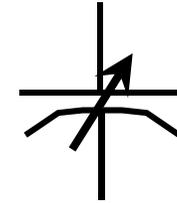
Note: Voltage rating is identified by a single-digit number for ratings up to 900V and a two-digit number above 900V. Two zeros follow the voltage figure.



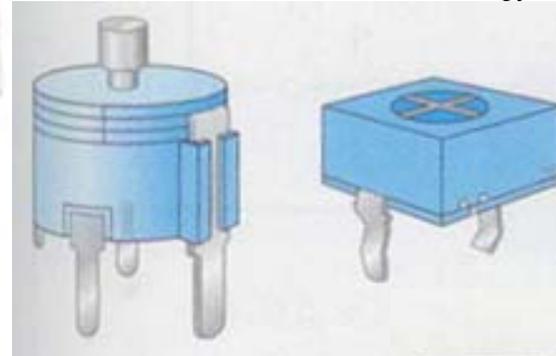
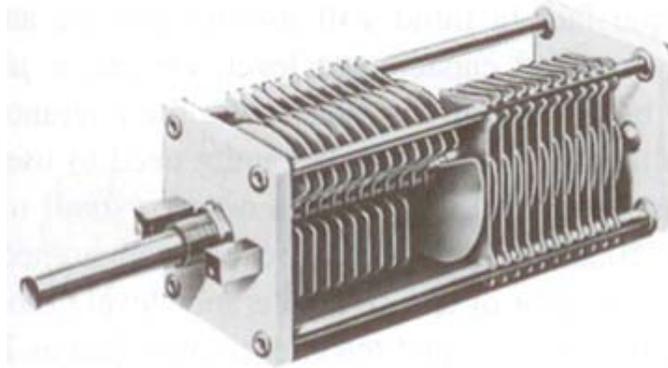
Boylestad 책 1206쪽 Appendix D Fig. D.1

# Variable Capacitors

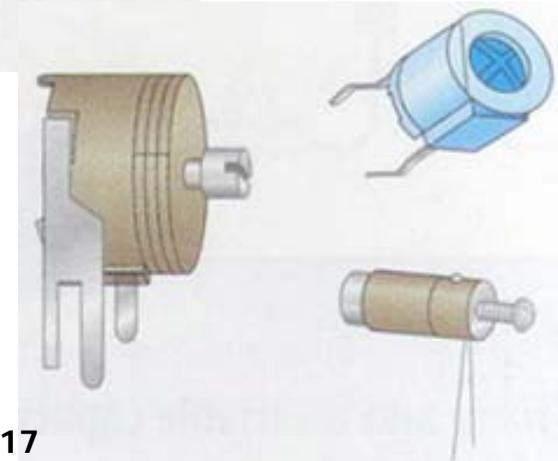
- 절연물이 공기이다. 대개 300 pF 이하.
- 그림 (a)는 마주 보는 전극 면적을 달리하는 형태이다.
- 그림 (b)는 마주 보는 전극 간 거리를 달리하는 형태이다.



$$C = \epsilon \frac{A}{d} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$



Variable air capacitors  
Boylestad 책 387쪽 그림 10.19



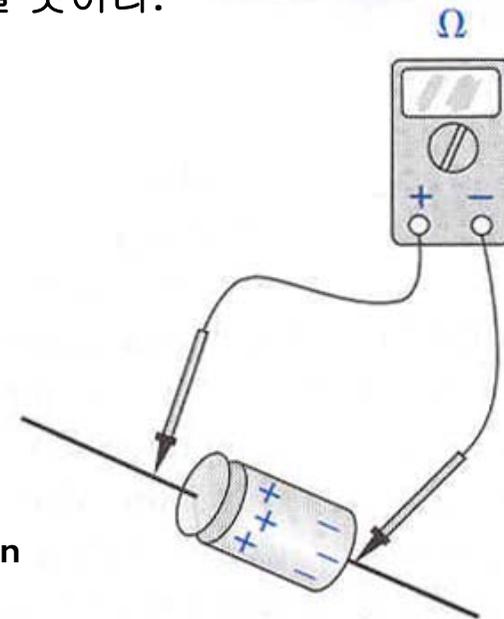
Trimmer capacitors  
Floyd 책 385쪽 그림 9.17

# Measurement and Testing

- **Capacitance meter** 로 극성을 고려하여 측정한다.
- 유전체가 열화 되었는지(특히, 종이나 **electrolytic capacitors**)의 여부는 저항계로 측정한다.
- 유전체가 파괴되었으면 절연성이 나빠져서 저항이 작아진다.
- 완전히 방전을 시킨 후 저항계를 캐패시터의 양단에 대어서 측정한다.
- 극성이 있는 캐패시터의 경우, 극성을 고려하여 연결한다.
- 절연이 파괴되었다면 **0 Ω**에서 수백 Ω정도의 저항을 보일 것이다.



Digital reading capacitance meter.  
(Courtesy of BK PRECISION,  
Maxtec International Corp.)  
Floyd 책 385쪽 그림 9.18



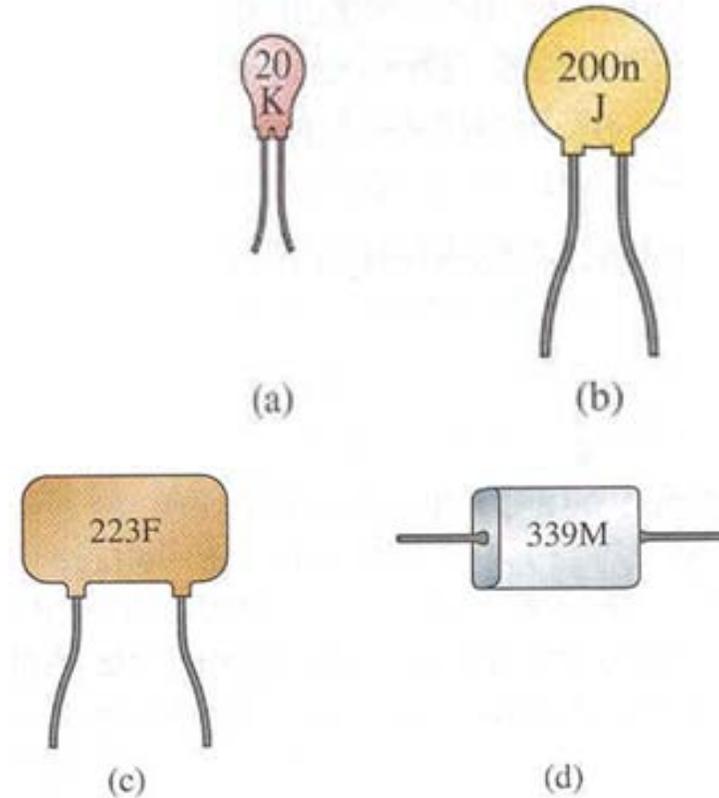
Checking the dielectric of an  
electrolytic capacitor.  
Boylestad 책 388쪽 그림 10.21

# Standard Values and Marking Schemes

- 표준 값은 저항과 같은 값을 사용한다.
- $0.1 \mu\text{F}$ ,  $0.15 \mu\text{F}$ ,  $0.22 \mu\text{F}$ ,  $0.22 \mu\text{F}$ ,  $0.47 \mu\text{F}$ ,  $0.68 \mu\text{F}$  등 표준 값을 사용한다.

## Marking Schemes

- 정전용량 값과 허용 오차, 필요하다면 최대 동작 전압을 기입한다.
- 캐패시터의 크기가 정전 용량 값을 의미한다.
- 작은 것은  $\text{pF}$  단위이고, 큰 것은  $\mu\text{F}$  단위를 쓴다.
- 큰 것( $\mu\text{F}$  단위)에는 보통 겉 면에 허용오차와 최대 동작전압도 같이 기입한다.
- 작은 것은  $\text{pF}$  단위로 기입이 되어 있고, 영문으로 허용오차를 표시한다.
- M :  $\pm 20$ , K :  $\pm 10$ , J :  $\pm 5$ , F :  $\pm 1$  %.
- 20 K :  $20 \text{ pF} \pm 10 \%$ , 200 nJ :  $200 \text{ nF} \pm 5 \%$ .
- 앞의 두 자리 숫자는 크기를, 세번째 자리의 숫자는 10의 제곱수를 의미한다(8 : 0.01, 9 : 0.1 을 의미).
- 223 F :  $22 \times 10^3 \text{ pF} \pm 1 \%$ , 339 M :  $33 \times 0.1 \text{ pF} \pm 20 \%$ .



Various marking schemes for small capacitors.

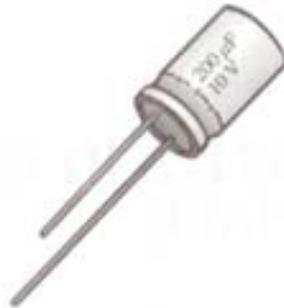
Boylestad 책 389쪽 그림 10.23

# Summary of Capacitive Elements (I)

*Type:* Miniature Axial Electrolytic  
*Typical Values:* 0.1  $\mu\text{F}$  to 15,000  $\mu\text{F}$   
*Typical Voltage Range:* 5 V to 450 V  
*Capacitor tolerance:*  $\pm 20\%$   
*Applications:* Polarized, used in DC power supplies, bypass filters, DC blocking.



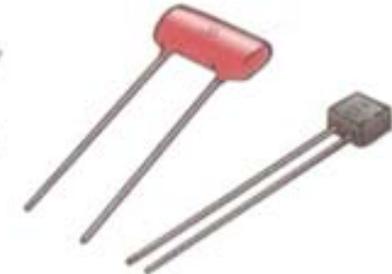
*Type:* Miniature Radial Electrolyte  
*Typical Values:* 0.1  $\mu\text{F}$  to 15,000  $\mu\text{F}$   
*Typical Voltage Range:* 5 V to 450 V  
*Capacitor tolerance:*  $\pm 20\%$   
*Applications:* Polarized, used in DC power supplies, bypass filters, DC blocking.



*Type:* Ceramic Disc  
*Typical Values:* 10 pF to 0.047  $\mu\text{F}$   
*Typical Voltage Range:* 100 V to 6 kV  
*Capacitor tolerance:*  $\pm 5\%$ ,  $\pm 10\%$   
*Applications:* Non-polarized, NPO type, stable for a wide range of temperatures. Used in oscillators, noise filters, circuit coupling, tank circuits.



*Type:* Silver Mica  
*Typical Value:* 10 pF to 0.001  $\mu\text{F}$   
*Typical Voltage Range:* 50 V to 500 V  
*Capacitor tolerance:*  $\pm 5\%$   
*Applications:* Non-polarized, used in oscillators, in circuits that require a stable component over a range of temperatures and voltages.



*Type:* Mylar Paper  
*Typical Value:* 0.001  $\mu\text{F}$  to 0.68  $\mu\text{F}$   
*Typical Voltage Range:* 50 V to 600 V  
*Capacitor tolerance:*  $\pm 22\%$   
*Applications:* Non-polarized, used in all types of circuits, moisture resistant.



*Type:* AC/DC Motor Run  
*Typical Value:* 0.25  $\mu\text{F}$  to 1200  $\mu\text{F}$   
*Typical Voltage Range:* 240 V to 660 V  
*Capacitor tolerance:*  $\pm 10\%$   
*Applications:* Non-polarized, used in motor run-start, high-intensity lighting supplies, AC noise filtering.



Boylestad 책 389쪽 그림 10.22

# Summary of Capacitive Elements (II)

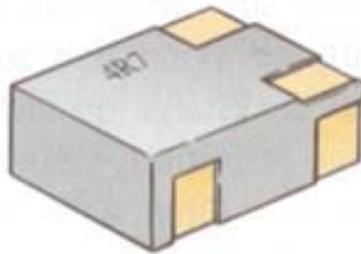
*Type:* Dipped Tantalum (solid and wet)  
*Typical Values:* 0.047  $\mu\text{F}$  to 470  $\mu\text{F}$   
*Typical Voltage Range:* 6.3 V to 50 V  
*Capacitor tolerance:*  $\pm 10\%$ ,  $\pm 20\%$   
*Applications:* Polarized, low leakage current, used in power supplies, high frequency noise filters, bypass filter.



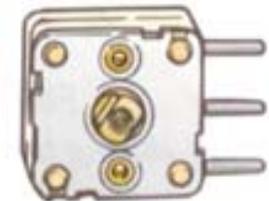
*Type:* Trimmer Variable  
*Typical Value:* 1.5 pF to 600 pF  
*Typical Voltage Range:* 5 V to 100 V  
*Capacitor tolerance:*  $\pm 10\%$   
*Applications:* Non-polarized, used in oscillators, tuning circuits, AC filters.



*Type:* Surface Mount Type (SMT)  
*Typical Values:* 10 pF to 10  $\mu\text{F}$   
*Typical Voltage Range:* 6.3 V to 16 V  
*Capacitor tolerance:*  $\pm 10\%$   
*Applications:* Polarized and non-polarized, used in all types of circuits, requires a minimum amount of PC board real estate.

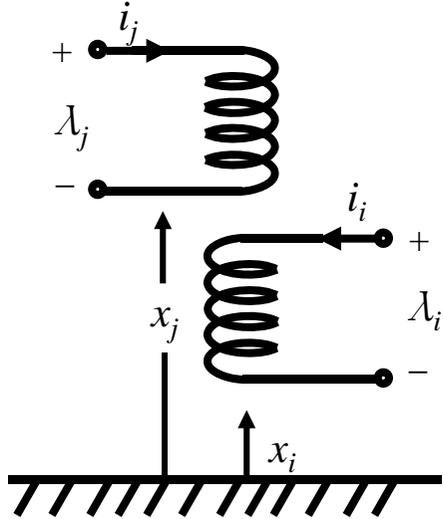


*Type:* Tuning variable  
*Typical Value:* 10 pF to 600 pF  
*Typical Voltage Range:* 5 V to 100 V  
*Capacitor tolerance:*  $\pm 10\%$   
*Applications:* Non-polarized, used in oscillators, radio tuning circuit.



# Inductance

- Inductance는 전류와 쇄교 자속과의 관계를 정해주는 계수.



$$L_{ij} = \frac{\lambda_i}{i_j} \quad (\text{이때 } i_j \text{ 외의 전류는 영})$$

n개의 코일이 있고, 각 코일에 전류  $i_j$ 가 흐른다.  $L_{ij}$ 는  $j$  번째 코일에 전류  $i_j$ 가 흐를 때  $i$  번째 코일 단자에 생기는 자속(쇄교 자속)이  $\lambda_i$ 이며, 이 관계를 나타내고 있다.

따라서,  $i$  번째 코일에 생기는 총 쇄교 자속은  $\lambda_i = \sum_{j=1}^n L_{ij} i_j$  가 된다.

쇄교 자속은 전류와 위치의 함수로 쓸 수 있어서  $\lambda = \lambda(i, x)$  가 된다.

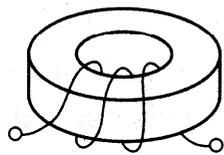
전압  $v$ 는  $v = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{\partial \lambda}{\partial i} \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\partial \lambda}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t}$  가 되고

코일간 물질이 전기적으로 선형이라면  $\lambda = L(x)i$  이어서

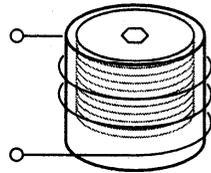
$$v = L(x) \frac{di}{dt} + i \frac{dL(x)}{dx} \frac{dx}{dt} \quad (\text{제 2항은 속도 전압, 회로 이론에서는 영}).$$

# Inductor Voltage (I)

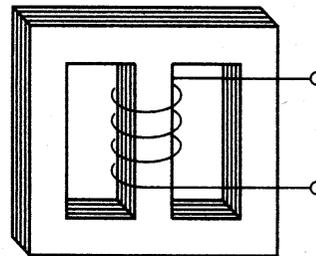
- **Inductor**의 구조는 도체를 감아 놓고 그 가운데에 자성 물질을 넣어 놓은 구조 이다.
- 앞에서 구한 전압은 **Inductor**에 걸리는 (생기는) 전압이다. 그러면, 저항도 없는 도체의 양단에 전압이 발생하는 이유는 무엇인가?
- **Faraday**의 전자 유도 법칙 
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
- 자계의 시간적인 변화가 전압을 발생시키는 것을 의미한다.
- 회로에서  $v_s$ 가 직류 전원이라면  $v_L$ 은 영이다.  
 $v_s$ 가 시간적으로 변하는 교류 전원이라면  $v_L$ 은 영이 아니다.



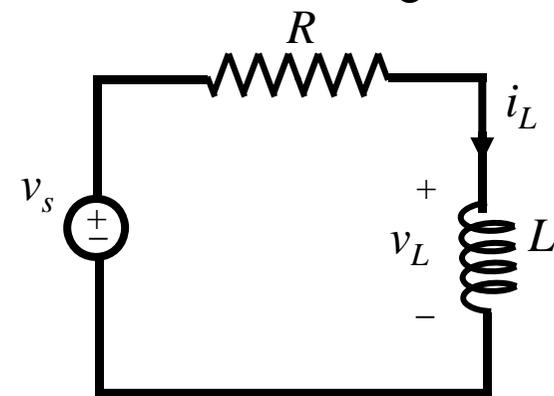
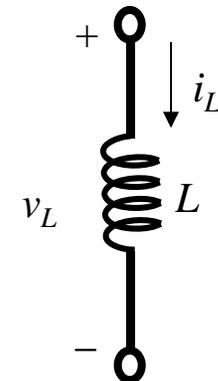
(a) Toroidal inductor



(b) Coil with an iron-oxide slug that can be screwed in or out to adjust the inductance



(c) Inductor with a laminated iron core



## Inductor Voltage (II)

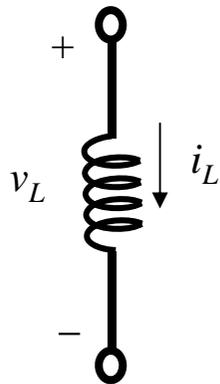
- 코일의 양단에 발생하는 전압은 일반적으로 두 개의 항의 합으로 정의된다.

$$v = L(x) \frac{di}{dt} + i \frac{dL(x)}{dx} \frac{dx}{dt}$$

- 제 2항은 코일이 움직여서 각 코일 사이의 거리가 시간적으로 변하거나 코일의 형상이 변하기 때문에 발생하는 항이다. 전기 기계에서는 이런 일이 벌어진다.
- 회로 이론에서 다루는 **Inductor**는 코일이 고정되어 있으므로 제 2항은 항상 영이다.

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \quad L : \text{상수 (H)}$$

- **Inductor**에 흐르는 전류  $i$ 는 **Inductor** 양단에 걸리는 전압의 양에서 음으로 흐른다고 부호를 취한다.



- 또한  $v_L$ 의 방향은  $i_L$ 의 부호에 따라 바뀌는 것이 아니라  $i_L$ 의 시간 변화율의 부호에 따라 바뀐다.

$$- \quad di_L = \frac{1}{L} v_L dt, \quad i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v_L dt + i(t_0)$$

$i(t_0)$ 는 초기 ( $t = t_0$ )에 **Inductor**에 흐르는 전류이다.

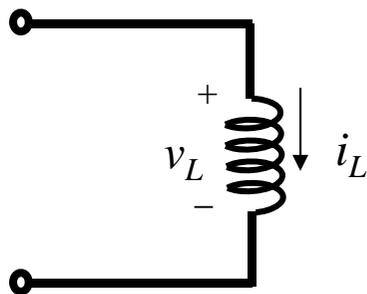
# Stored Energy

- **Inductor**는 자속의 형태로 에너지를 저장하기도 하고 방출하기도 한다.

$$p = vi = L \frac{di}{dt} i$$
$$dW = Lidi, \quad W = \frac{1}{2} Li^2$$

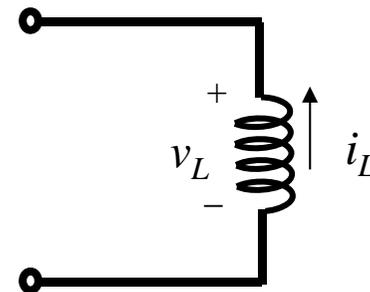
- 에너지의 흐름

**Inductor** 전압이  $i_L$ 의 부호에 관계없이  $i_L$ 의 시간 변화율의 부호에 따라 방향이 바뀌므로 에너지가 소자로 들어가기도 하고 나가기도 한다.



$$p = v_L i_L : \text{positive}$$

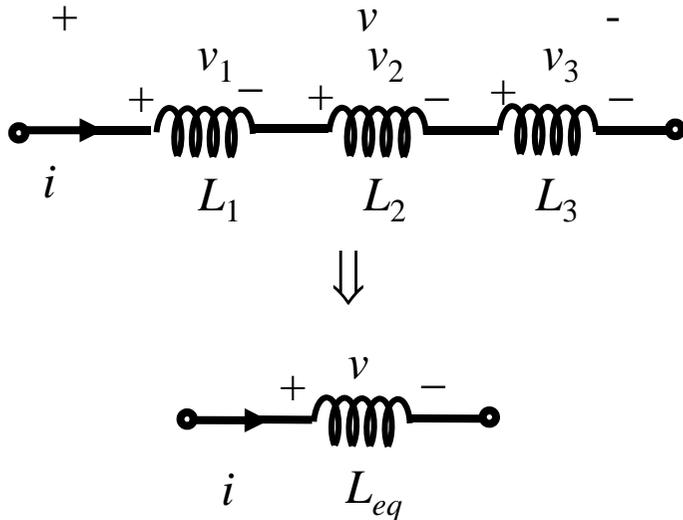
에너지를 **Inductor**에 저장



$$p = v_L i = v_L(-i_L) : \text{negative}$$

에너지를 **Inductor**로부터 방출

# Inductances in Series and Parallel



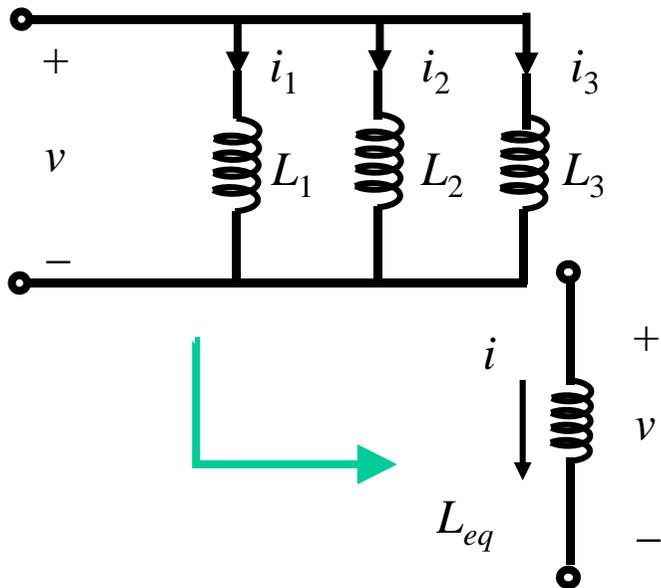
$v = v_1 + v_2 + v_3$  직렬이므로 전류는 모두 같음.

등가회로에서

$$v_1 = L_1 \frac{di}{dt}, \quad v_2 = L_2 \frac{di}{dt}, \quad v_3 = L_3 \frac{di}{dt}$$

$$v = L_{eq} \frac{di}{dt} = (L_1 + L_2 + L_3) \frac{di}{dt}$$

$$\therefore L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3$$



$i = i_1 + i_2 + i_3$  병렬이므로 전압이 모두 같음.

$$v = L_1 \frac{di_1}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} = L_3 \frac{di_3}{dt}$$

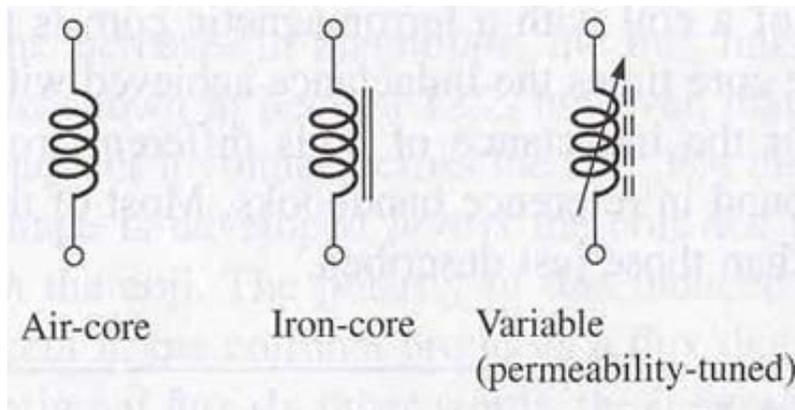
$$\frac{di}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} + \frac{di_3}{dt} = \left( \frac{v}{L_1} + \frac{v}{L_2} + \frac{v}{L_3} \right)$$

등가 회로에서

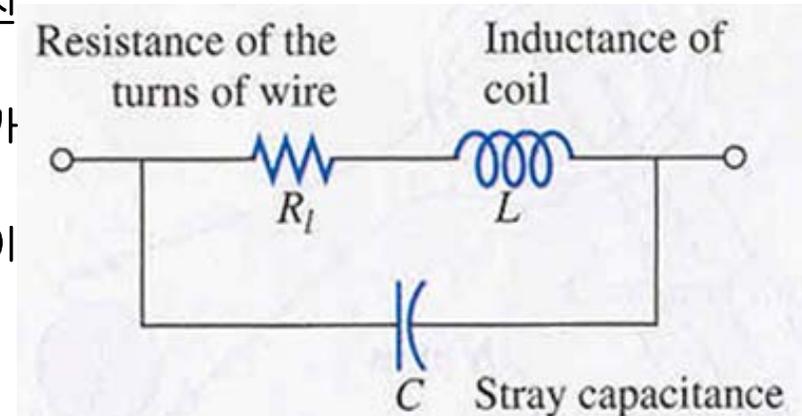
$$v = L_{eq} \frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{v}{L_{eq}} \therefore \frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}$$

# Practical Equivalent

- 실제 인덕터는 저항과 캐패시터를 가지고 있는 모양으로 모델링된다.
- 그러나, 실제 응용에 있어서는 캐패시터를 무시한 등가모델을 사용한다 (그림 12.8).
- 그림에서 저항  $R_l$ 은 유도성 회로 해석에 있어서 중요한 역할을 한다.
- 대부분의 응용에서 캐패시터는 이상적이라고 다루어도 꽤 정밀한 해석을 할 수 있다.
- 그러나, 인덕터의 저항은 고려해야 하고, 특히 공진 해석에 영향을 준다.
- $R_l$ 은 수  $\Omega$  에서 수백  $\Omega$  정도 이고, 인덕터의 도체가 가늘고 길면, 저항 값이 커진다.
- 공기, 철심을 코어로 사용하기도 하고, 인덕터 값이 고정되어 있는 것과 변화하는 것이 있다.

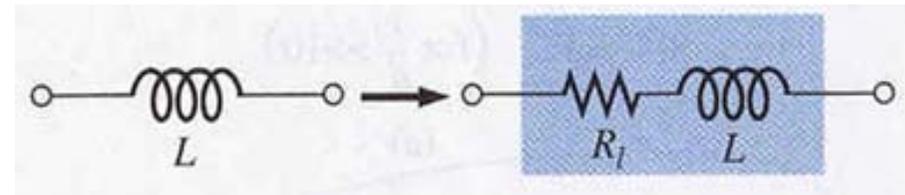


Inductor symbols. Boylestad 책 476쪽 그림 12.9



Complete equivalent model for an inductor.

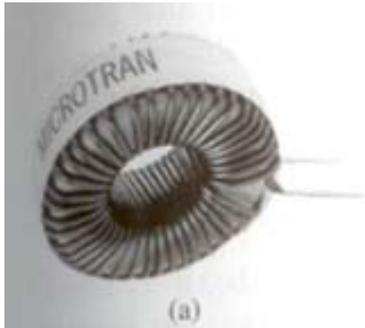
Boylestad 책 476쪽 그림 12.7



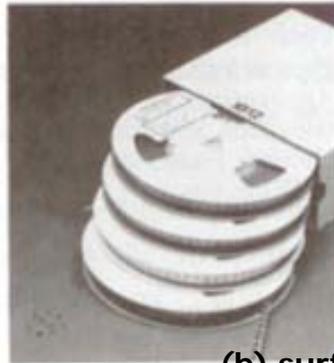
Practical equivalent model for an inductor.

Boylestad 책 476쪽 그림 12.8

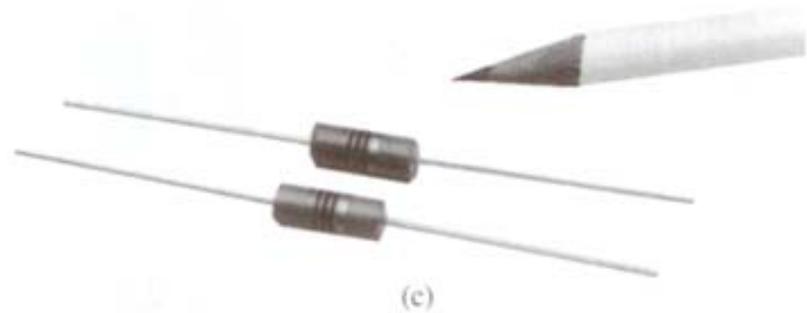
# Various Types of Inductors



(a) toroidal power inductor  
(1.4  $\mu\text{H}$  to 5.6 mH)



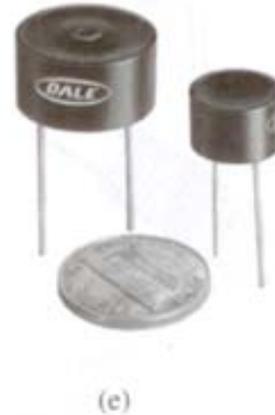
(b) surface-mount inductors  
on reels (0.1  $\mu\text{H}$  through  
1000  $\mu\text{H}$  on 500-piece reels in  
46 values)



(c) molded inductors  
(0.1  $\mu\text{H}$  to 10  $\mu\text{H}$ )



(d) high-current filter  
inductors (24  $\mu\text{H}$  at 60 A to  
500  $\mu\text{H}$  at 15 A)



(e) toroid filter inductors  
(40  $\mu\text{H}$  to 5 H)



(f) air-core inductors  
(1 to 32 turns) for  
high-frequency  
applications

Boylestad 책 477쪽 그림 12.10

# Typical Areas of Application for Inductive Elements (I)

*Type:* Open Core Coil  
*Typical Values:* 3 mH to 40 mH  
*Applications:* Used in low-pass filter circuits. Found in speaker crossover networks.



*Type:* RF Chokes  
*Typical Values:* 10  $\mu$ H to 50  $\mu$ H  
*Applications:* Used in radio, television, and communication circuits. Found in AM, FM, and UHF circuits.



*Type:* Toroid Coil  
*Typical Values:* 1 mH to 30 mH  
*Applications:* Used as a choke in AC power lines circuits to filter transient and reduce EMI interference. This coil is found in many electronic appliances.



*Type:* Moiled Coils  
*Typical Values:* 0.1  $\mu$ H to 100  $\mu$ H  
*Applications:* Used in a wide variety of circuit such as oscillators, filters, pass-band filters, and others.



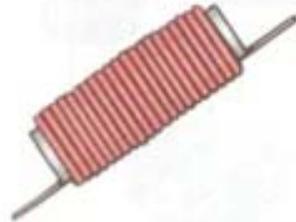
Boylestad 책 478쪽 그림 12.11

## Testing

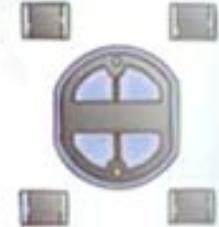
- 고장 : 권선 간의 **short** 와 과도한 전류, 과열, 경년 열화에 의한 **open**이 있다.
- **Open** 은 쉽게 저항계로 측정할 수 있다.
- **Short** 은 쉽사리 판독할 수 없다. 권선 간의 **short** 이라면 저항의 변화가 작기 때문이다.
- 원래의 저항 값과 측정 값을 비교해야 한다.
- 권선과 코아와의 **short** 이라면 둘 간의 저항을 측정한다.
- 인덕터 값은 **LCR meter** 로 측정한다.

# Typical Areas of Application for Inductive Elements (II)

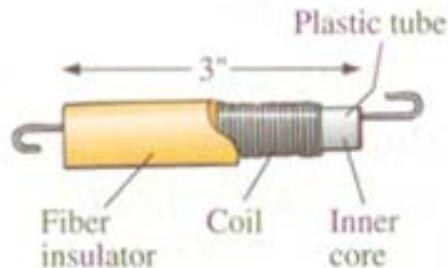
*Type:* Hash Choke Coil  
*Typical Values:* 3  $\mu\text{H}$  to 1 mH  
*Applications:* Used in AC supply lines that deliver high currents.



*Type:* Surface Mounted Inductors  
*Typical Values:* 0.01  $\mu\text{H}$  to 100  $\mu\text{H}$   
*Applications:* Found in many electronic circuits that require miniature components on multilayered PCB.



*Type:* Delay Line Coil  
*Typical Values:* 10  $\mu\text{H}$  to 50  $\mu\text{H}$   
*Applications:* Used in color televisions to correct for timing differences between the color signal and black and white signal.



*Type:* Adjustable RF Coil  
*Typical Values:* 1  $\mu\text{H}$  to 100  $\mu\text{H}$   
*Applications:* Variable inductor used in oscillators and various RF circuits such as CB transceivers, televisions, and radios.



*Type:* Common Mode Choke Coil  
*Typical Values:* 0.6 mH to 50 mH  
*Applications:* Used in AC line filters, switching power supplies, battery charges and other electronic equipment.



Boylestad 책 478쪽 그림 12.11

## Standard Values

- 저항이나 캐패시터와 같이 표준 값(5, 10 %)을 사용한다.
- 0.1  $\mu\text{H}$ , 0.12  $\mu\text{H}$ , 0.15  $\mu\text{H}$ , 0.18  $\mu\text{H}$ , 0.22  $\mu\text{H}$ , 0.27  $\mu\text{H}$ , 0.33  $\mu\text{H}$ , 0.39  $\mu\text{H}$ , 0.47  $\mu\text{H}$ , 0.56  $\mu\text{H}$ , 0.68  $\mu\text{H}$ , 0.82  $\mu\text{H}$  and 1 mH 등.

# Capacitance and Inductance in DC State

$$i_c = C \frac{dv_c}{dt} \quad , \quad v_L = L \frac{di_L}{dt}$$

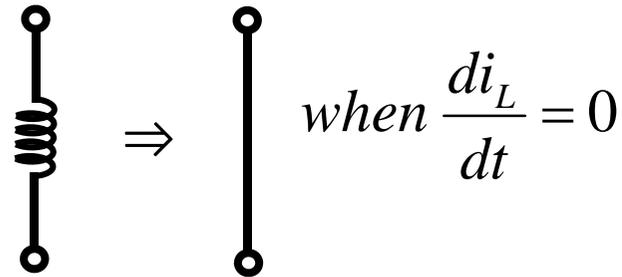
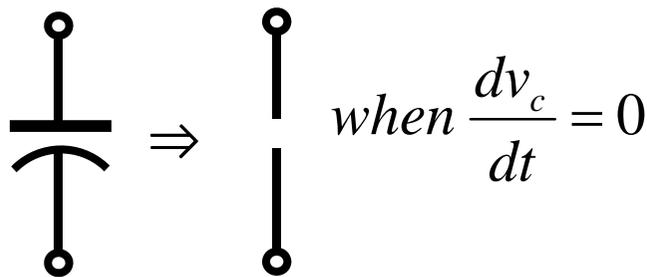
**Capacitor** 전압과 **Inductor** 전류가 시간적으로 변하지 않는다면

**Capacitor** 전류와 **Inductor** 전압은 각각 영이 된다.

$$i_c = 0 \quad \text{when} \quad \frac{dv_c}{dt} = 0$$

$$v_L = 0 \quad \text{when} \quad \frac{di_L}{dt} = 0$$

따라서, **Capacitor**는 개방으로, **Inductor**는 단락으로 표현된다.



# Electrical Charges and Magnetic Flux

- **Capacitor**의 전하는 순간적으로 불연속적으로 커지거나 작아질 수 없다.
- 이것은 물리적으로 불가능하다.
- 따라서, 회로에서 스위칭을 하더라도 **capacitor**의 전하는 시간적으로 보존이 되어야 한다.

$$q(0^-) = q(0^+)$$

- 스위칭 시 **capacitor**의 값이 바뀌지 않는다면 **capacitor**간 전압이 연속이 되어야 한다.

$$q = Cv$$

$$\therefore v(0^-) = v(0^+)$$

- **Inductor**의 쇄교자속은 순간적으로 불연속적으로 커지거나 작아질 수 없다.
- 이것은 물리적으로 불가능하다.
- 따라서, 회로에서 스위칭을 하더라도 **inductor**의 쇄교자속은 시간적으로 보존이 되어야 한다.

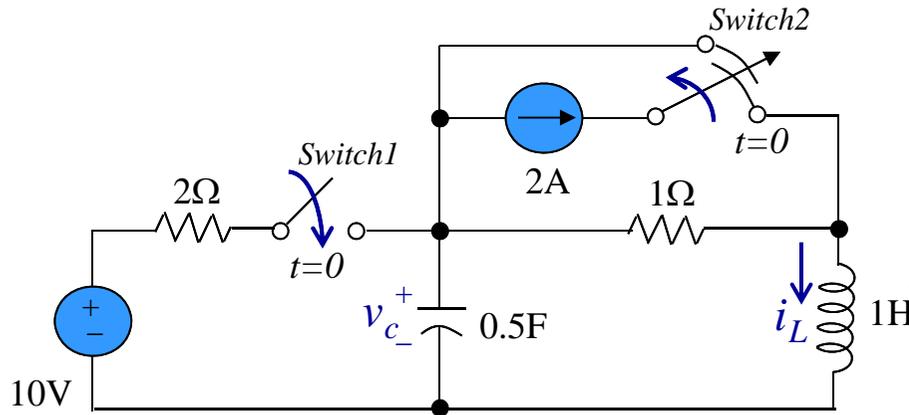
$$\lambda(0^-) = \lambda(0^+)$$

- 스위칭 시 **inductor**의 값이 바뀌지 않는다면 **inductor**에 흐르는 전류가 연속이 되어야 한다.

$$\lambda = Li$$

$$\therefore i(0^-) = i(0^+)$$

# Initial Values of RLC Circuits (I)



왼쪽의 회로에서 다음 값을 구하라.

$$i_L(0^+), v_c(0^+), \frac{dv_c(0^+)}{dt}, \frac{di_L(0^+)}{dt}$$

가정: 오랜 시간 동안 스위치 1은 열려 있었고, 스위치 2는 아래 쪽으로 연결되어 있다. 그리고,  $t = 0^-$ 까지 정상상태가 유지되었다.

우선,  $t = 0^-$ 에서 **Capacitor**는 개방으로, **Inductor**

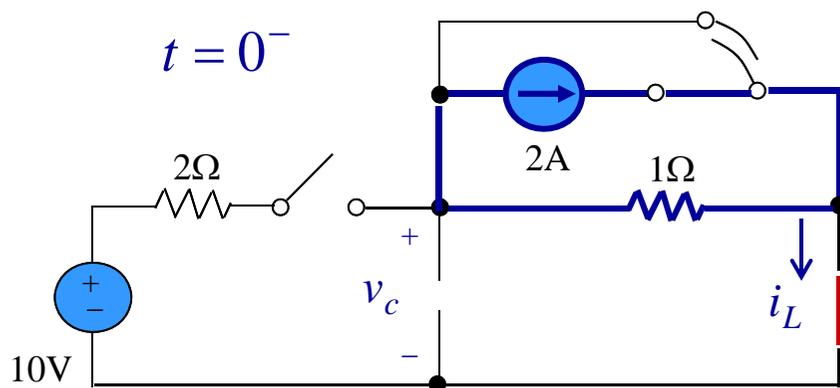
는 단락으로 표현되므로 왼쪽의 회로가 된다.

따라서, 회로는 굵은 선과 같이 된다.

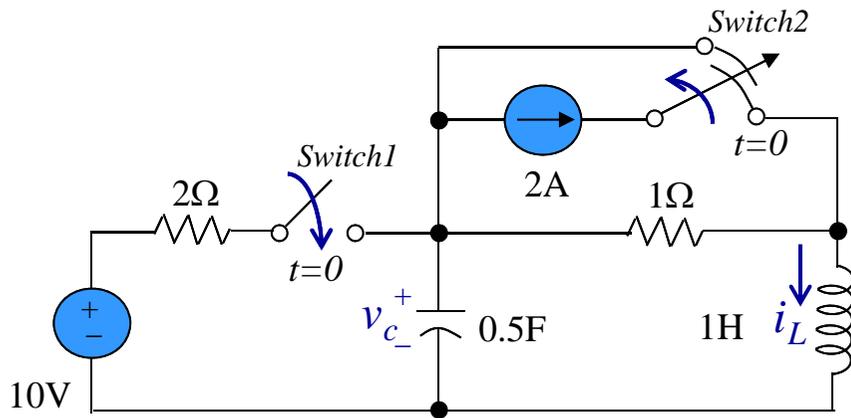
$$i_L(0^-) = 0 = i_L(0^+) \text{ 이고,}$$

**Capacitor** 사이의 전압은  $1\Omega$  저항 사이의 전압과 같다.

$$v_c(0^-) = -2\text{ V} = v_c(0^+)$$



# Initial Values of RLC Circuits (II)



다음으로  $t=0^+$ 에서 스위치 1이 닫히고, 스위치 2가 위쪽으로 연결되면 왼쪽의 회로는 아래의 굵은 선과 같은 회로가 된다.

즉, 전류원으로는 회로가 구성되지 못한다.

또한, 앞에서 구한 조건에 의해서

$$v_c(0^-) = -2\text{ V} = v_c(0^+) \text{ 이므로,}$$

2 Ω 저항 에는 12 V가 걸리고, 6 A 가 흐른다.

$$i_L(0^-) = 0 = i_L(0^+) \text{ 이므로,}$$

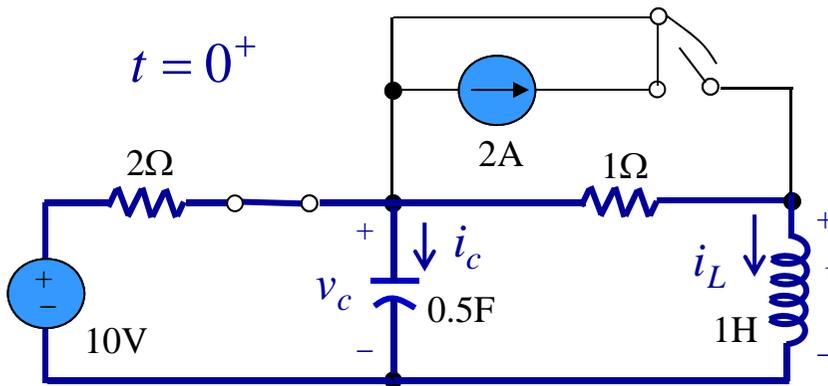
6 A는 모두 Capacitor로 흐른다.

$$i_c(0^+) = C \frac{dv_c(0^+)}{dt} = 6 \quad \frac{dv_c(0^+)}{dt} = \frac{6}{1/2} = 12 \text{ V/s}$$

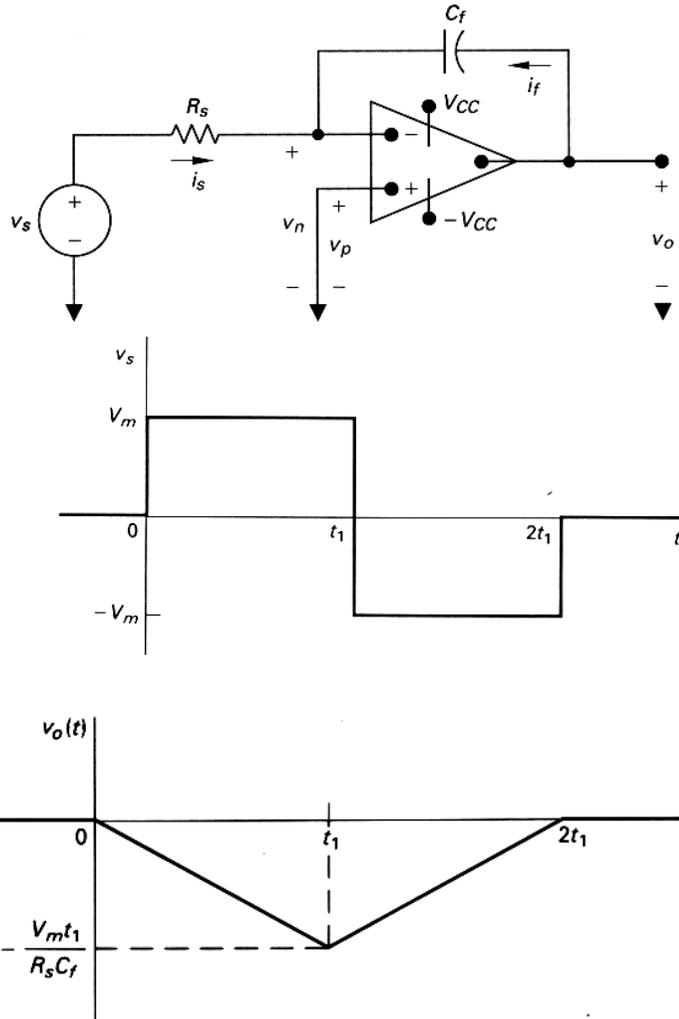
$$i_L(0^-) = 0 = i_L(0^+) \text{ 이므로,}$$

1 Ω 저항에는 전압강하가 없고, Capacitor의 전압이 Inductor 에 모두 걸린다.

$$v_L(0^+) = L \frac{di_L(0^+)}{dt} = -2 \quad \frac{di_L(0^+)}{dt} = \frac{-2}{1} = -2 \text{ A/s}$$



# Integrating Amplifier



입력을 적분하는 회로.

$$v_p = v_n = 0$$

Node a에서 KCL 적용.

$$\frac{0 - v_s}{R_s} + C_f \frac{d}{dt} (0 - v_o) = 0$$

$$\frac{dv_o}{dt} + \frac{v_s}{R_s C_f} = 0$$

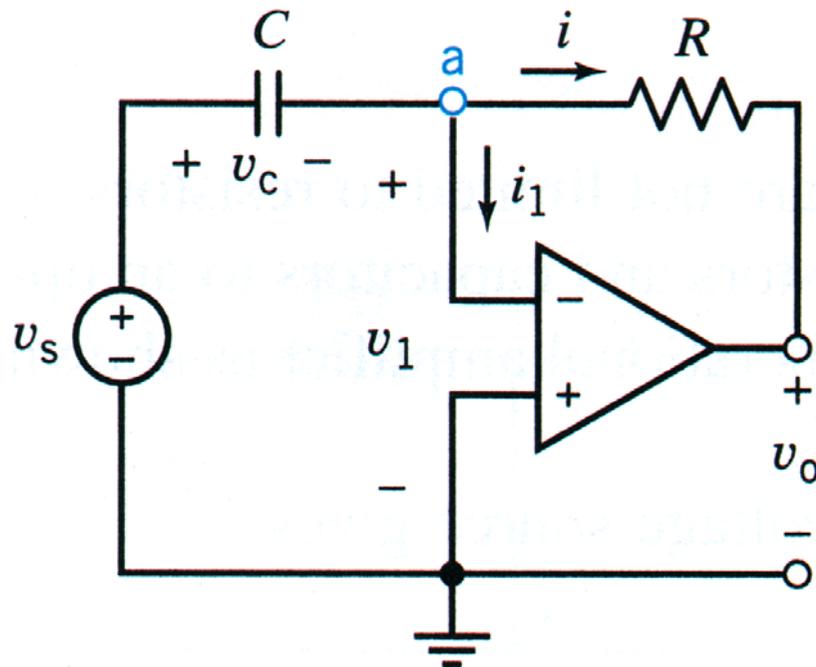
$$v_o(t) = - \int_{t_0}^t \frac{v_s}{R_s C_f} dt' + v_o(t_0)$$

선형 동작 영역 안에서는 출력은 입력의 적분 값이 됨.

만약  $v_o(t_0) = 0$  이면

$$v_o(t) = - \frac{1}{R_s C_f} \int_{t_0}^t v_s(t') dt'$$

# Differentiating Amplifier



A differentiator implemented using an operational amplifier

입력을 미분하는 회로.

$$v_p = v_n = v_1 = 0$$

Node a에서 KCL 적용.

$$C \frac{d}{dt} (0 - v_s) + \frac{0 - v_o}{R} = 0$$

$$\frac{dv_s}{dt} + \frac{v_o}{RC} = 0$$

$$\underline{\underline{v_o(t) = -RC \frac{dv_s}{dt}}}$$

# Integrator and Voltage-controlled Switch (I)

- 적분기와 전압제어 스위치를 설계.

$$v_o = K \cdot \int_{t_1}^{t_2} v_s(t) dt + v_o(t_1)$$

- 입력이 직류 전압이라면 아래와 같다.

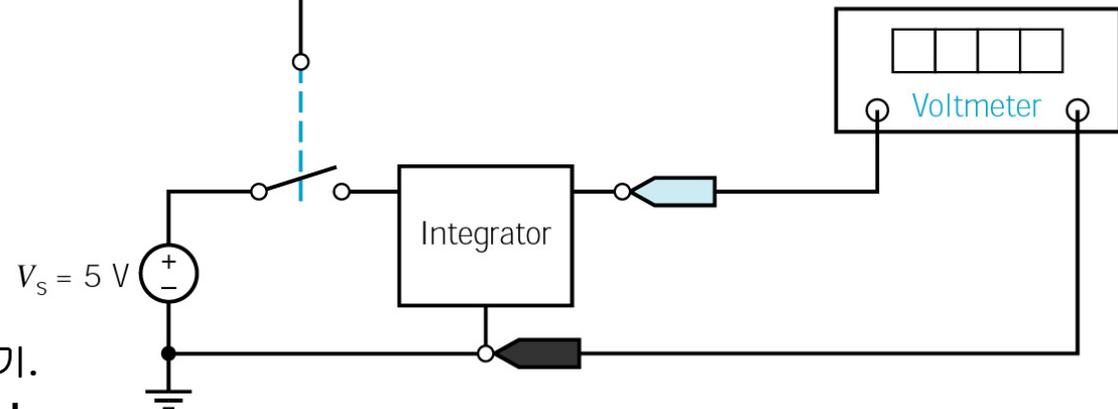
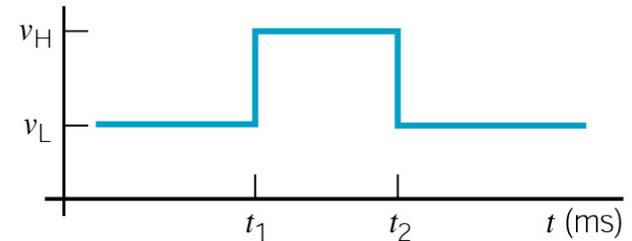
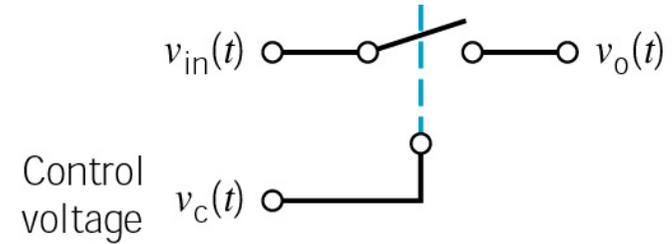
$$v_o(t_2) = K \cdot (t_2 - t_1) \cdot V_s + v_o(t_1)$$

- 전자적으로 스위치 제어전압을 조정해서 입력 전압을 제어.

- 시간 간격은 최소 5 ms 에서 최대 200 ms 까지 조절이 가능.

- 사용 가능한 부품

- (1) 표준 2 % 저항
- (2) 1 μF, 0.2 μF, 0.1 μF capacitor.
- (3) Op amp.
- (4) + 15 V / - 15 V 전원.
- (5) 1 kΩ, 10 kΩ, 100 kΩ 가변 저항기.
- (6) voltage-controlled SPST switch.



# Integrator and Voltage-controlled Switch (II)

- $t_1$  에서 출력 전압이 영이라고 가정.
- 최대 시간 간격일 때 10 V 가 출력이 되도록 설계.

$$v_o(t_2) = \frac{10 \text{ V}}{200 \text{ ms}} (t_2 - t_1)$$

- 입력 전압이 5 V 이므로 K 를 정할 수 있다.

$$K \cdot V_s = \frac{10 \text{ V}}{200 \text{ ms}} \Rightarrow K = 10 \frac{1}{\text{s}}$$

- Op amp 를 사용하여 적분기 설계.

$$v_o(t) = -\frac{1}{RC} \int_{t_1}^{t_2} v_s(t) dt = -10(t_2 - t_1) \cdot V_s$$

- 캐패시터를 1  $\mu\text{F}$  로 정한다.

$$\frac{1}{RC} = 10 \Rightarrow R = \frac{1}{10C} = 100 \text{ k}\Omega$$

$$v_o(t) = -50(t_2 - t_1) \text{ V}$$

