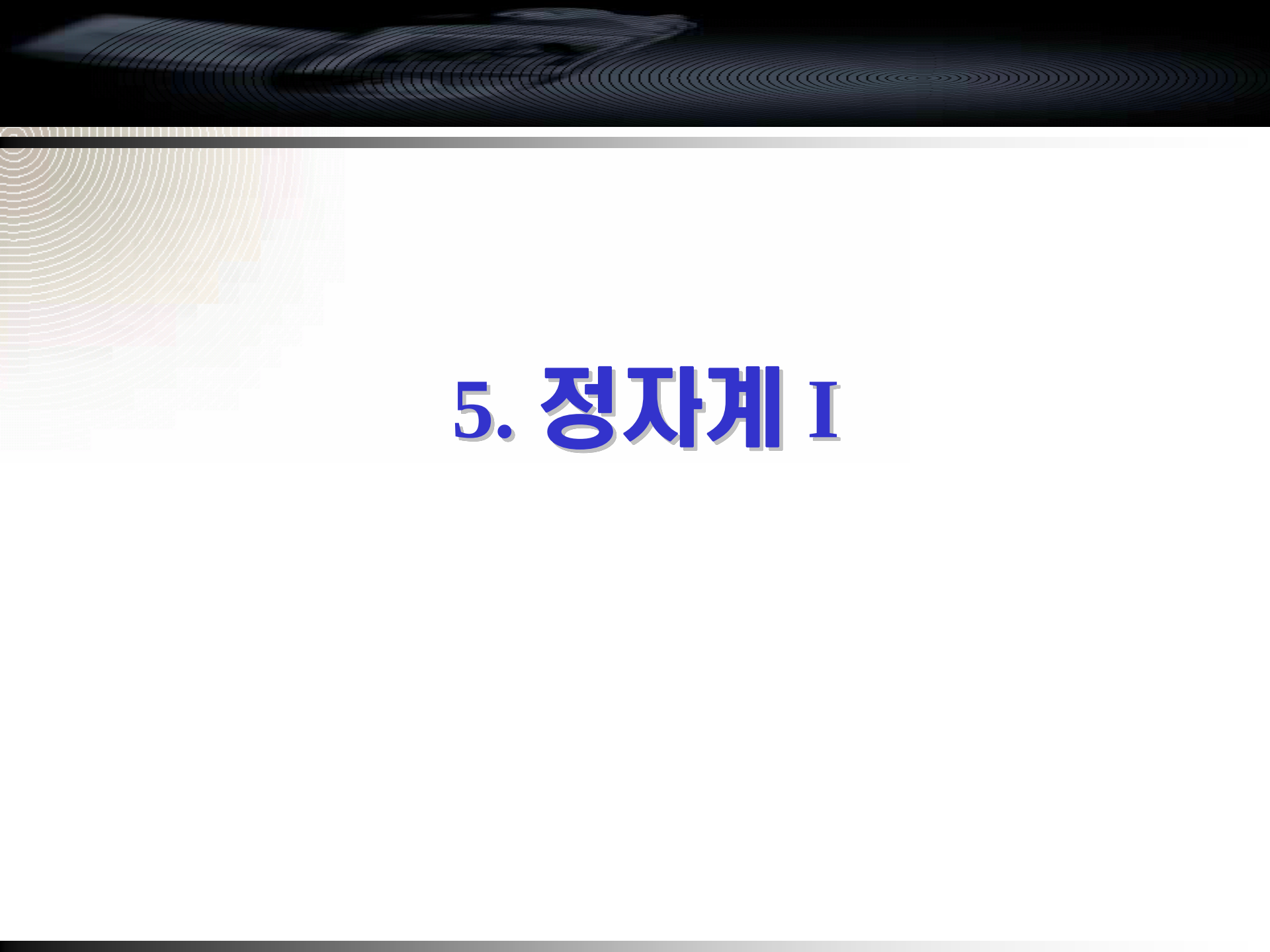




## 5. 정자계 I

# 정자기 (Static Magnetic Fields)

## ❖ 로렌츠(Lorentz)의 힘의 방정식

- ✓ 미소 실험전하  $q$ 가 전기  $\mathbf{E}$ 내에 놓여 있을 때 전기력 (electric force)  $\mathbf{F}_e$ 를 받게 된다.

$$\vec{F}_e = q\vec{E}$$

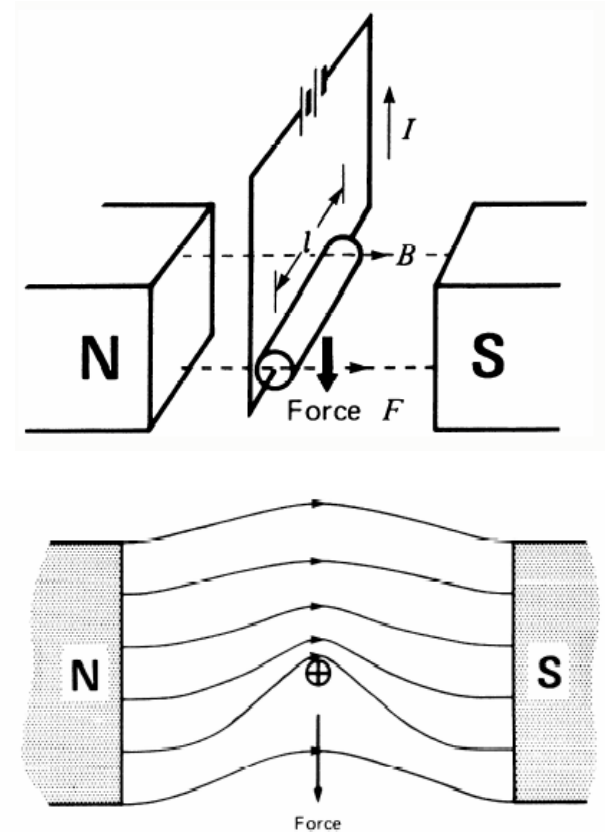
- ✓ 시험전하가 자속밀도(magnetic flux density)  $\mathbf{B}$ 인 자기계 내에서  $\mathbf{u}$  (m/s)의 속도로 움직일 때 전하  $q$ 는 아래와 같은 자기력(magnetic force)  $\mathbf{F}_m$ 를 받게 된다.

$$\vec{F}_m = q\vec{u} \times \vec{B}$$

- ✓ 따라서 전하  $q$ 에 미치는 총 전자기력 (electromagnetic force)은  $\mathbf{F} = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_m$  즉,

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) \quad \longrightarrow \quad \boxed{\text{로렌츠의 힘의 법칙}}$$

이 식은 유도된 식이 아니고 실험에 의해 수립된 결과식이다.



# 자유공간 내에서의 정자기의 기본 가정

❖ 자유공간에서 정자기(magnetostatics)의 두 기본 가정

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ (H / m)}$$

: 자유공간의 투자율(permeability)

$\vec{J}$  = 전류밀도 ( $A/m^2$ )

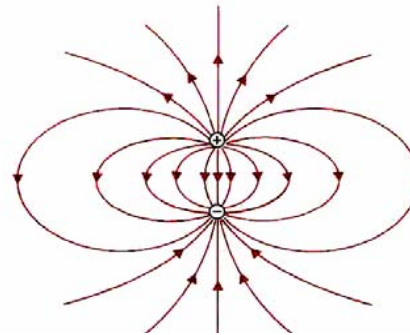
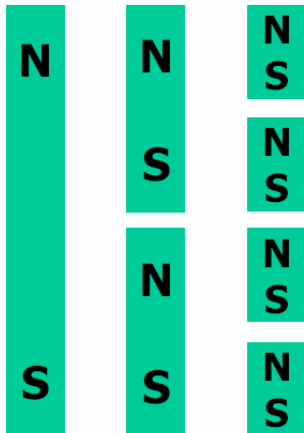
$$\nabla \cdot \vec{J} = 0 \quad \leftarrow \quad \nabla \cdot (\nabla \times \vec{B}) = \nabla \cdot (\mu_0 \vec{J}) = 0$$

❖ 자속 보존의 법칙(the law of conservation of magnetic flux)

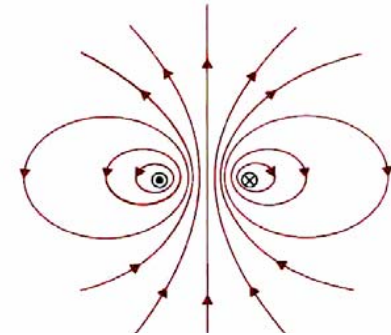
$$\int_V \nabla \cdot \vec{B} dv = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

1. 자기 흐름 원천은 존재하지 않으며 자속선은 항상 그들 자신에 대해 닫혀 있다.

2. 임의의 폐 표면을 통해 밖으로 흘러 나간 총자속량은 0이다.



Electric dipole



Magnetic dipole

# 자유공간 내에서의 정자계의 기본 가정

## ❖ 암페어의 주회 법칙 (Ampere's circuital law)

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

$$\int_S (\nabla \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} = \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} \quad \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

비자성체에서 임의의 폐 경로를 따른 자속 밀도의 순환(circulation)은 경로에 의해 둘러싸인 표면을 통해 흘러나가는 총 전류에  $\mu_0$ 를 곱한 것과 같다.

## ❖ 요약

미분형

적분형

|    |                                         |                                                                                                              |                                            |
|----|-----------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| 1. | $\nabla \cdot \vec{B} = 0$              | ❖ Divergence theorem<br> | $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$       |
| 2. | $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$ | ❖ Stoke's theorem<br>    | $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$ |

# 암페어 주회 법칙의 적용

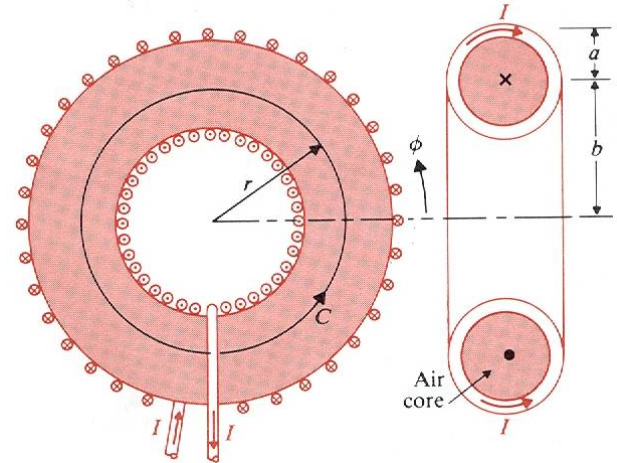
## ❖ 권선수 N을 갖는 토로이드 코일 내부의 자속밀도

- ✓ 원통 대칭형이므로  $\mathbf{B}$ 는  $\phi$  성분만을 가지고 토로이드 축 주위의 임의의 원형 경로에 대해 일정하다.
- ✓ 반경  $r$ 에 따른 원형 경로를 설정하고  $(b-a) < r < (b+a)$ 에 대하여

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi r B_\phi = \mu_0 NI$$

$$\vec{B} = \vec{a}_\phi B_\phi = \vec{a}_\phi \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

$$(b-a) < r < (b+a)$$

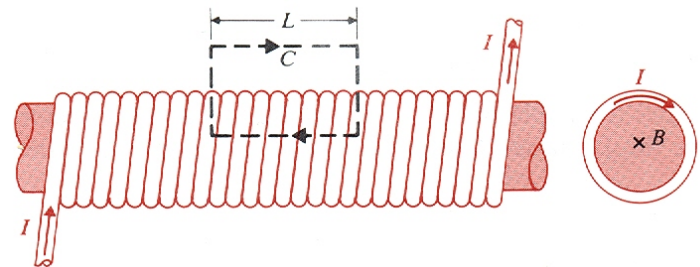


## ❖ 미터당 권선수 n을 갖는 매우 긴 원통형 솔레노이드 코일 내부의 자속밀도

- ✓ 코일의 길이가 매우 길다고 하면 코일 외부의 자속밀도는 0으로 코일 내부의 자속밀도는 축방향과 평행한 방향으로 세기는 균등하다고 가정할 수 있다.

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = BL = \mu_0 nLI$$

$$B = \mu_0 nI$$





# 벡터 자기 퍼텐셜 (Vector magnetic potential)

$(\nabla \cdot \vec{B} = 0)$  : Solenoidal field can be express as the curl of another vector field

$$\boxed{\vec{B} = \nabla \times \vec{A}} \quad \vec{A} : \text{벡터 자기 퍼텐셜 [Wb/m]}$$

❖ 만일 전류 분포에 대한  $\mathbf{A}$ 를 구할 수 있으면 회전 연산에 의해  $\mathbf{A}$ 로부터  $\mathbf{B}$ 를 얻을 수 있다.

$$\nabla \times \vec{B} = \nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \mu_0 \vec{J}$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla (\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = -\nabla^2 \vec{A}$$
$$(\nabla \cdot \vec{A}) = 0 : \text{coulomb 조건}$$



$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J} : \text{vector Poisson's equation}$$

# 벡터 자기 퍼텐셜 (Vector magnetic potential)

vector poisson's equation

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\vec{J}}{R} dv' \quad (\text{Wb} / \text{m})$$

scalar poisson's equation

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho}{R} dv' \quad (\text{V})$$

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \longrightarrow \Phi = \int_S (\nabla \times \vec{A}) \cdot d\vec{s} = \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (\text{Wb})$$

❖ 벡터 자기 퍼텐셜을 임의의 폐경로 주위에 대해 선적분을 한 결과는 폐 경로에 의해 둘러싸인 면적을 통해 나가는 총 자속량과 같다.

# 비오-사바르 법칙(Biot-Savart law)

❖ 단면적  $S$ 를 갖는 얇은 도선에 대해  $dv'$ 은  $Sd\vec{l}'$ 과 같고 전류는 도선을 따라서만 흐른다고 가정하면

$$\vec{J}dv' = JSd\vec{l}' = Id\vec{l}' \quad \therefore \vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_{C'} \frac{d\vec{l}'}{R} \quad (\text{Wb/m})$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} = \nabla \times \left[ \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_{C'} \frac{d\vec{l}'}{R} \right] = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_{C'} \nabla \times \left( \frac{d\vec{l}'}{R} \right) \quad \leftarrow \nabla \times (f\vec{G}) = f\nabla \times \vec{G} + (\nabla f) \times \vec{G}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_{C'} \left[ \cancel{\frac{1}{R} \nabla \times d\vec{l}'} + \left( \nabla \frac{1}{R} \right) \times d\vec{l}' \right] \quad \leftarrow \nabla \left( \frac{1}{R} \right) = \vec{a}_x \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{R} \right) + \vec{a}_y \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{R} \right) + \vec{a}_z \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{R} \right)$$

$\underset{0}{\text{red arrow}}$

$$= - \frac{\vec{a}_x(x-x') + \vec{a}_y(y-y') + \vec{a}_z(z-z')}{\left[ (x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2 \right]^{3/2}}$$

$$\therefore \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_{C'} \left[ \frac{d\vec{l}' \times \vec{a}_R}{R^2} \right] (T).$$

$$= - \frac{\vec{R}}{R^3} = - \vec{a}_R \frac{1}{R^2},$$