Stability & Trim (복원성능)

2008.5

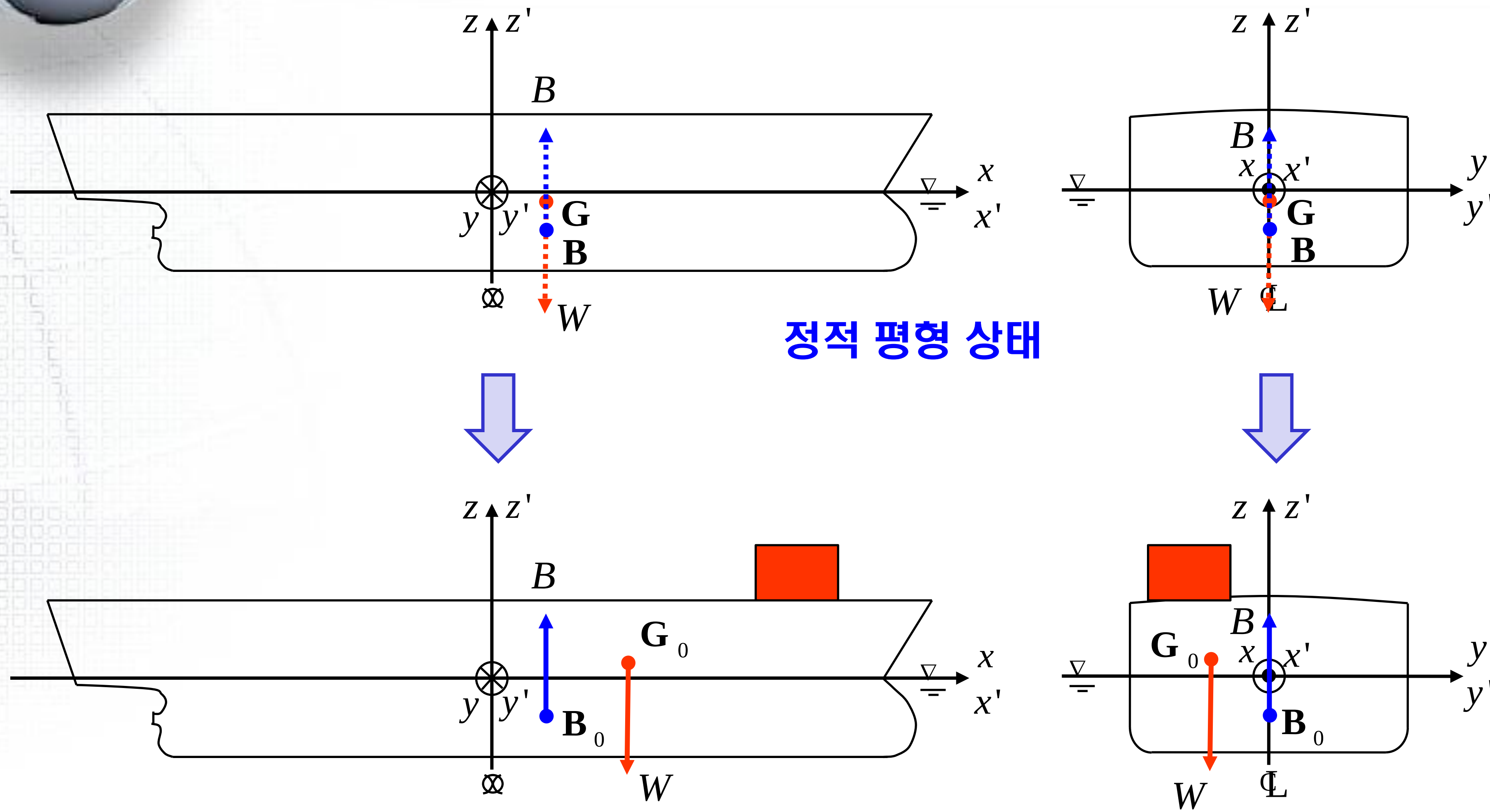
서울대학교 조선해양공학과
이규열

NAOE/SNU
@SDAL
Advanced Ship Design Automation Lab.
http://asdal.snu.ac.kr

복원성능-강의내용

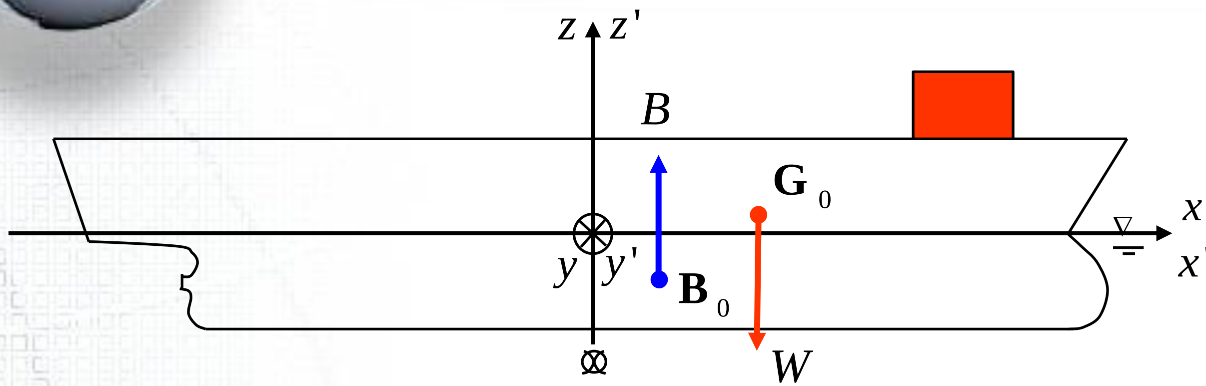
- 1. 선박의 자세
- 2. 파랑 중 선박이 받는 힘
- 3. 유체 정역학(Hydrostatics)
- 4. 복원력 개념
- 5. 횡 복원력 (Transverse Restoring Moment)
- 6. 경사 시험 (Inclining Test)
- 7. 화물창내의 유체의 자유표면에 의한 횡 경사모멘트 (Free Surface Moment)
- 8. 종 복원력(Longitudinal Restoring Moment)
- 9. 비 손상시 복원성(Intact Stability) 기준
- 10. 손상시 복원성(Damage Stability)
- 11. 선박 유체 정역학적 계산 및 배수량 등곡선도

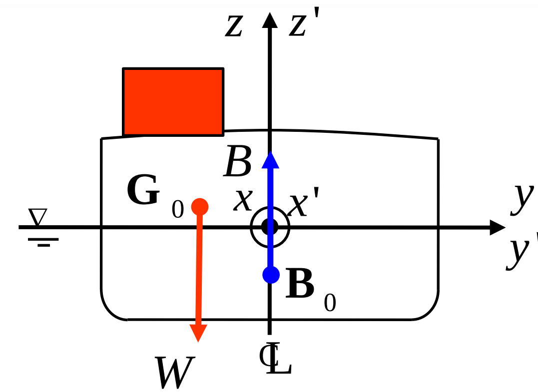
1. 선박의 자세: 중량물이 실렸을 때, 선박의 자세는?



힘과 모멘트의 불균형 발생

1. 선박의 자세:중량물이 실렸을 때, 선박의 자세는?

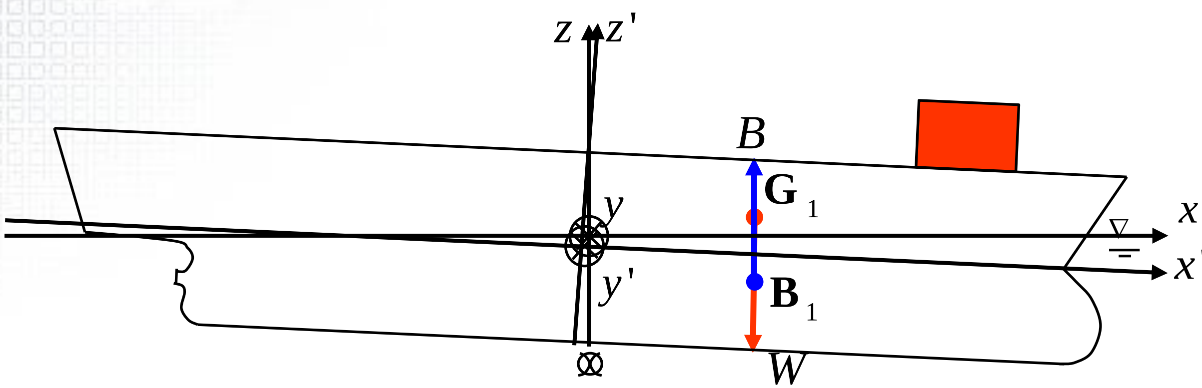


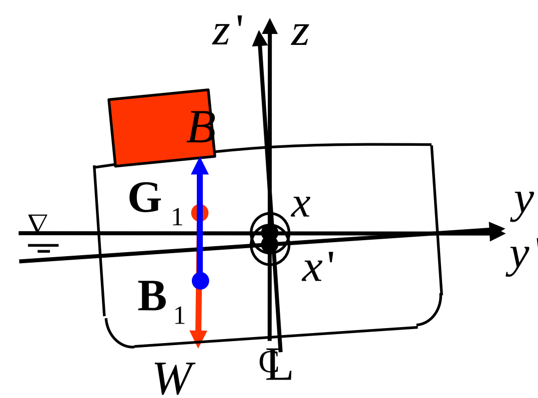


가라앉은 깊이?

선수미 방향으로 기운 각도?

좌우현 방향으로 기운 각도?





정적 평형 상태

1. 선박의 자세 :힘(모멘트)와 자세와의 관계?

Given　　　　　　　　　　　Find

힘과 모멘트 $\xrightarrow{?}$ 자세

가라앉은 깊이?
선수미 방향으로 기운 각도?
좌우현 방향으로 기운 각도?

간단한 예) 복원력 $\xrightarrow{?}$ 가라앉은 깊이 (immersion)

$\xleftarrow{!}$

$$\underset{}{\mathbf{F}} = \underset{\text{부력}}{\mathbf{B}} + \underset{\text{중력}}{\mathbf{W}}$$

$$= \mathbf{k}\left(\rho g \iiint_V dV - Mg \right)$$

V : 선박의 침수 부피
➡ Immersion z 에 관한 함수

$$= \mathbf{k}F(z)$$

Bernoulli Eq. $\rho \dfrac{\partial \Phi}{\partial t} + \dfrac{1}{2}\left|\nabla \Phi\right|^2 + \rho g z + P = C$

$$P = \boxed{-\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2}\left|\nabla \Phi\right|^2} \boxed{-\rho g z} + C$$

$$= P_{Dynamic} + P_{Static}$$

Divergence theorem

$$\mathbf{B} = \iint_S P_{Static}\, d\mathbf{S} = \iint_S (-\rho g z)\, d\mathbf{S} = \mathbf{k}\rho g \iiint_V dV$$

S : 선박의 침수 표면　　V : 선박의 침수 부피

$$\mathbf{W} = -\mathbf{k}Mg$$

M : 선박의 질량

2. 파랑 중 선박이 받는 힘(1) –Bernoulli Equation

Φ : Velocity potential
μ : 점성 계수
P : 압력
$\mathbf{V}$: 유체의 속도

1) Cengel & Cimbala, Fluid Mechanics Mc Graw Hill,2005, p396~401
2) Cengel & Cimbala, Fluid Mechanics Mc Graw Hill,2005, p401~406
3) Cengel & Cimbala, Fluid Mechanics, Mc Graw Hill,2005, p450~452
4) Cengel & Cimbala, Fluid Mechanics, Mc Graw Hill,2005, p134~135
5) Cengel & Cimbala, Fluid Mechanics, Mc Graw Hill,2005, p179~182
6) Cengel & Cimbala, Fluid Mechanics, Mc Graw Hill,2005, p167~172
7) Erwin Kreyszig,Advanced Engineering Mathematics, Wiley,Ch12.PDE

Newton's 2nd Law

$$m\mathbf{a} = \sum \mathbf{F} = \text{(Body Force) + (Surface Force)}$$

Cauchy Equation[1]

$$\rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \rho \mathbf{g} + \nabla \bullet \sigma_{ij}$$

뉴턴 유체, 비압축성(incompressible)이라면,
Surface force를 속도성분으로 표현 가능

$$\left(\nabla \bullet \sigma_{ij} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{V}\right)$$

적용

Navier-Stokes Equation[2]

$$\rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \rho \mathbf{g} - \nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{V}$$

$\mu = 0$ (invicid)

Euler Equation[3]

$$\rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \rho \mathbf{g} - \nabla P$$

$\nabla \times \mathbf{V} = 0$ (irrotational[4])

$(\mathbf{V} = \nabla \Phi)$

Bernoulli Equation[5]

$$\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} + P + \frac{1}{2}\rho \left|\nabla \Phi\right|^2 + \rho g z = C$$

Continuity Equation[6] (질량보존)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \bullet \rho \mathbf{V} = 0$$

(incompressible)

$$\nabla \bullet \mathbf{V} = 0$$

$\nabla \times \mathbf{V} = 0$ (irrotational[4])

$(\mathbf{V} = \nabla \Phi)$

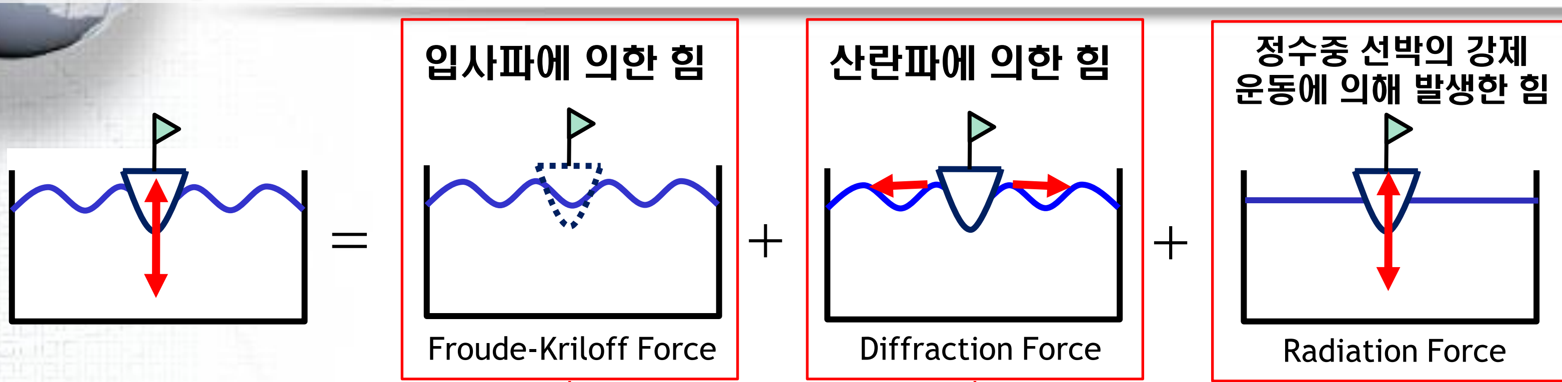
$$\nabla^2 \Phi = 0$$

$$\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0\right)$$

Laplace Equation[7]

유도 과정 중에 continuity Equation이 사용되었으므로, Bernoulli Equation은 반드시 Laplace Equation을 만족해야 한다.

2. 파랑 중 선박이 받는 힘 (2)
–압력의 면 적분



Φ_I Φ_D Φ_R

④ Total Velocity Potential : $\Phi = \Phi_I + \Phi_D + \Phi_R$

대입

⑤ Bernoulli Equation으로부터 압력 구함

$$\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} + P + \cancel{\frac{1}{2}\rho \left|\nabla \Phi\right|^2} + \rho g z = P_{atm} \longrightarrow P = -\rho\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right) - \rho g z = -\rho\left(\boxed{\frac{\partial \Phi_I}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_D}{\partial t}} \boxed{+ \frac{\partial \Phi_R}{\partial t}}\right) \boxed{- \rho g z}$$

선형화시킴

$$\mathbf{F}_{Exciting} = \int_{S_B} P_{Exciting}\, d\mathbf{S} \quad \mathbf{F}_{Raditation} = \int_{S_B} P_{Radiation}\, d\mathbf{S} \quad \mathbf{F}_{Static} = \int_{S_B} P_{Static}\, d\mathbf{S}$$

$$= -\int_{S_B} \rho g z d\mathbf{S}$$

2. 파랑 중 선박이 받는 힘 (3)
–선박의 운동 방정식

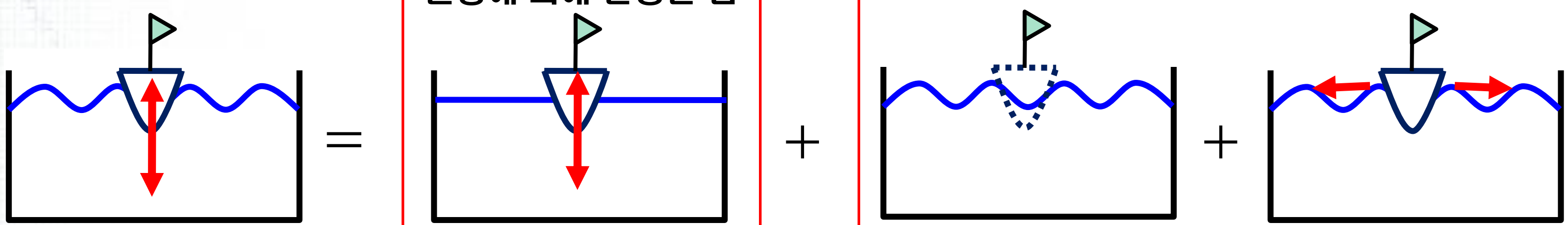
Bernoulli Equation

$$\left(\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} + P + \frac{1}{2}\rho \left| \nabla \Phi \right|^2 + \rho g\, z = P_{atm} \right)$$

▪ 파랑 중 선박이 받는 힘

정수중 선박의 강제 운동에 의해 발생한 힘

Incident wave에 의한 힘



Radiation Force

Froude-Kriloff Force

Diffraction Force

① 속도 포텐셜을 구함

② Bernoulli Equation을 사용하여 물속에 잠긴 선체 표면의 압력을 구함

③ 압력 분포를 적분하여 선체가 받는 힘과 모멘트를 구함

$$\Phi_R$$

$$P_{Radiation}$$

$$\mathbf{F}_{Radiation} = \iint_{S_B} P_{Radiation} \; d\mathbf{S}$$

=>부가질량, Wave Damping, 복원력으로 나눔

$$\left(= -\mathbf{M}_a \ddot{\mathbf{X}} - \mathbf{b}\dot{\mathbf{X}} - \mathbf{c}\mathbf{X} \right)$$

$$\Phi_T = \Phi_I + \Phi_D$$

$$P_{Incident}$$

$$\mathbf{F}_{incident} = \iint_{S_B} P_{incident} \; d\mathbf{S}$$

=> Incident wave에 의한 힘

$$\left(= \mathbf{F}_{exciting} \right)$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} = \sum \mathbf{F} = -\mathbf{M}_a \ddot{\mathbf{X}} - \mathbf{b}\dot{\mathbf{X}} - \mathbf{c}\mathbf{X} + \mathbf{F}_{exciting}$$

added mass　Damping　Restoring　Exciting force

2. 파랑 중 선박이 받는 힘 (4)

-선박 유체정역학(Ship Hydrostatics) vs 선박 유체동역학(Ship Hydrodynami

선박에 작용하는 유체정역학적인 힘/모멘트와
중력에 의한 힘/모멘트가 평형을 이루는 자세와 이때의 힘/모멘트를
구하는 것이 선박 유체정역학의 목표이다.
(선박 유체정역학은 6자유도 운동방정식에서 속도, 가속도가 0인 경우)

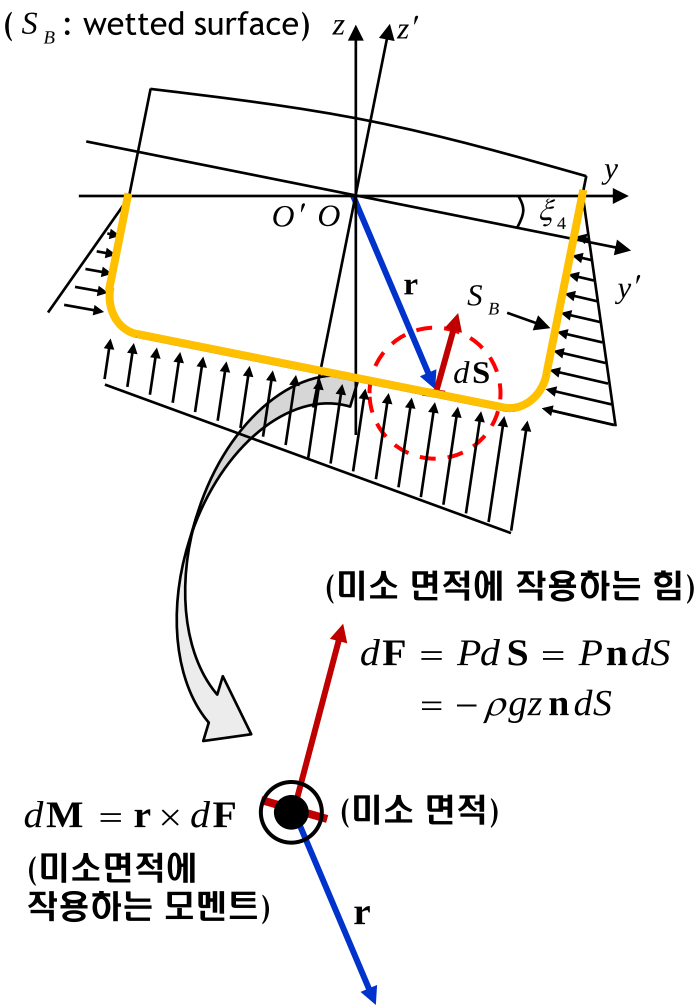
선박에 작용하는 유체동역학적인 힘/모멘트와

중력에 의한 힘/모멘트가 평형을 이루는 자세와 이때의 힘/모멘트를

구하는 것이 선박 유체동역학의 목표이다.
(선박 유체정역학은 6자유도 운동방정식에서 속도, 가속도가 있는 경우)

3. 유체 정역학 (1) – 유체 중에 선박이 받는 정적인 힘 (Hydrostatic Force)

좌현으로 기울어진 상태
(선박을 정면에서 바라봄)



- Hydrostatic force

: **표면에 작용하는 모든 힘을 적분하여 구함**

✓ **미소 면적에 작용하는 힘 :**

$$d\mathbf{F} = P \cdot d\mathbf{S} = P \cdot \mathbf{n}dS = -\rho gz \cdot \mathbf{n}dS$$

✓ Total force :

$$\mathbf{F} = \iint_{S_B} P\mathbf{n}dS \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathbf{F} = -\rho g \iint_{S_B} \mathbf{n}zdS}$$

- Hydrostatic Moment : **(모멘트)=(거리) X (힘)**

✓ **미소 면적에 작용하는 모멘트 :**

$$d\mathbf{M} = \mathbf{r} \times d\mathbf{F} = \mathbf{r} \times P\mathbf{n}dS = (\mathbf{r} \times \mathbf{n})PdS$$

✓ Total moment :

$$\mathbf{M} = \iint_{S_B} P(\mathbf{r} \times \mathbf{n})dS \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathbf{M} = -\rho g \iint_{S_B} (\mathbf{r} \times \mathbf{n})zdS}$$

왜 r이 먼저 오는가? (좌표축에서 양의 방향을 고려함)

Archimedes' Principle

- "유체 속에 있는 물체가 받는 부력의 크기는 그 물체가 밀어낸 유체의 무게와 같고 그 방향은 중력과 반대 방향이다"

① 아르키메데스의 원리

물체의 부력 = 물체가 밀어낸 유체의 중량(배수량; Displacement)

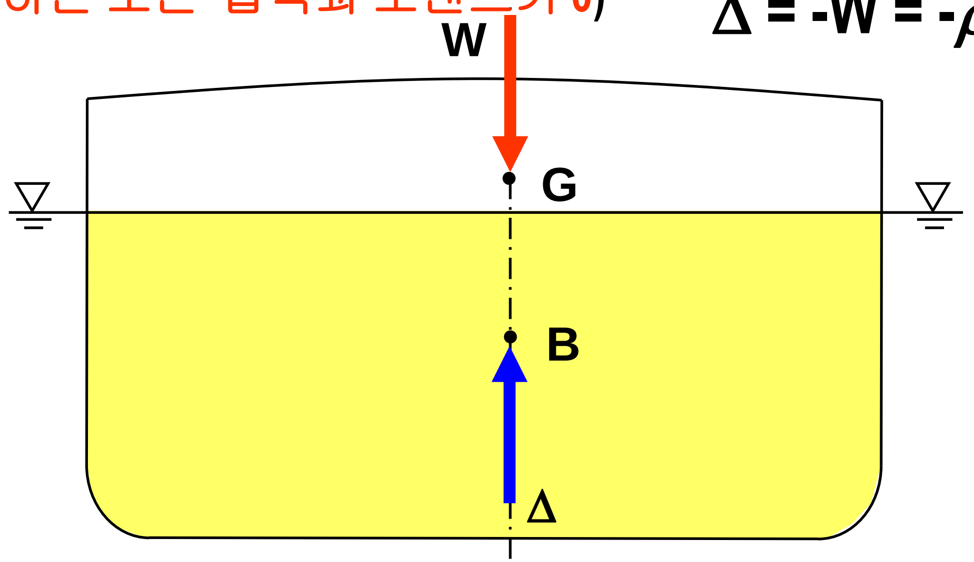
② 평형 상태 (이 물체에 작용하는 모든 합력과 모멘트가 0)

물체의 부력 - 물체의 중량=0

③∴ 배수량 = 물체의 중량

$\Delta = -W = -\rho g V$

G: 중심, B: 부심
W: 중력, Δ: 부력
ρ: 유체의 밀도
V: 유체 속에 있는 물체의 부피



3. 유체 정역학 (3)
– 부력 ('Archimedes Principle')의 수학적 유도

✓ Hydrostatic force (Surface force)

1) Erwin Kreyszig, Advanced Engineering Mathematics 9th ,Wiley,Ch10.7(p458~463)
2) Erwin Kreyszig, Advanced Engineering Mathematics 9th ,Wiley,Ch9.9(p414~417)

$$\mathbf{F} = -\rho g \iint_{S_B} \mathbf{n} z dS$$

divergence theorem[1] 사용하면,

$$\left(\iiint_T \nabla f dV = \iint_S f \cdot \mathbf{n} dA \right)$$

$$\mathbf{F} = \rho g \iiint_V \nabla z dV \qquad \left(\nabla z \overset{2)}{=} \frac{\partial z}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial z}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial z}{\partial z}\mathbf{k} = \mathbf{k} \right)$$

$$= \mathbf{k}\rho g \iiint_V dV$$

$$= \mathbf{k}\rho g V(t)$$

: 물에 잠긴 물체의 부피에 해당하는 물의 무게를 위쪽으로 받음 (≒아르키메데스의 원리)

※ (–)부호가 사라진 이유
: Divergence theorem은 면의 외향 단위 벡터를 기준으로 한다.
부력 계산시 사용하는 Normal vector는 내향 단위 벡터이므로,
(–)를 곱한 뒤, Divergence theorem을 적용해야 한다.

4. 복원력 개념 (1)

- 복원력
  - 선박에 순간적으로 외력을 작용하였다가 이 외력을 제거하였을 때 원래의 상태로 되돌아 올려는 힘/모멘트(Righting Force/Moment)를 말함
  - 흘수의 변화(Draft Change), 횡 경사(Heel), 종 경사(Trim)에 따라 수직 복원력(Vertical Restoring Force), 횡 복원 모멘트(Transverse Restoring Moment), 종 복원 모멘트(Longitudinal Restoring Moment), 가 존재
  - 선박의 경우, 횡 경사에 의해 대부분 전복하므로 횡 복원 모멘트가 충분한지 여부가 최대의 관심사이며 선박 안정성(Stability)의 척도가 된다.
  - 횡 복원 모멘트를 횡 복원력 또는 줄여서 '복원력' 이라고도 하며,
  - 횡 복원 안정성(Transverse Stability)을 줄여서 '안정성(Stability)' 이라고한다.

4. 복원력 개념 (2)
– 정적상태의 물체의 평형 조건

1. 물체에 가해지는 모든 외부힘의 벡터합은 0이어야 한다.

$$\mathbf{F}_{net} = m\mathbf{a}$$

($\mathbf{F}_{net}$: 외부힘의 벡터합, m : 물체의 질량, $\mathbf{a}$: 물체의 가속도)

- 물체가 병진운동에 대해 평형상태에 있으면 가속도 $\mathbf{a}$가 **0**이므로 외부힘의 벡터합도 **0**이다.

2. 물체에 가해지는 모든 외부 Moment의 벡터합은 어느 축에 대해서도 0이어야 한다.

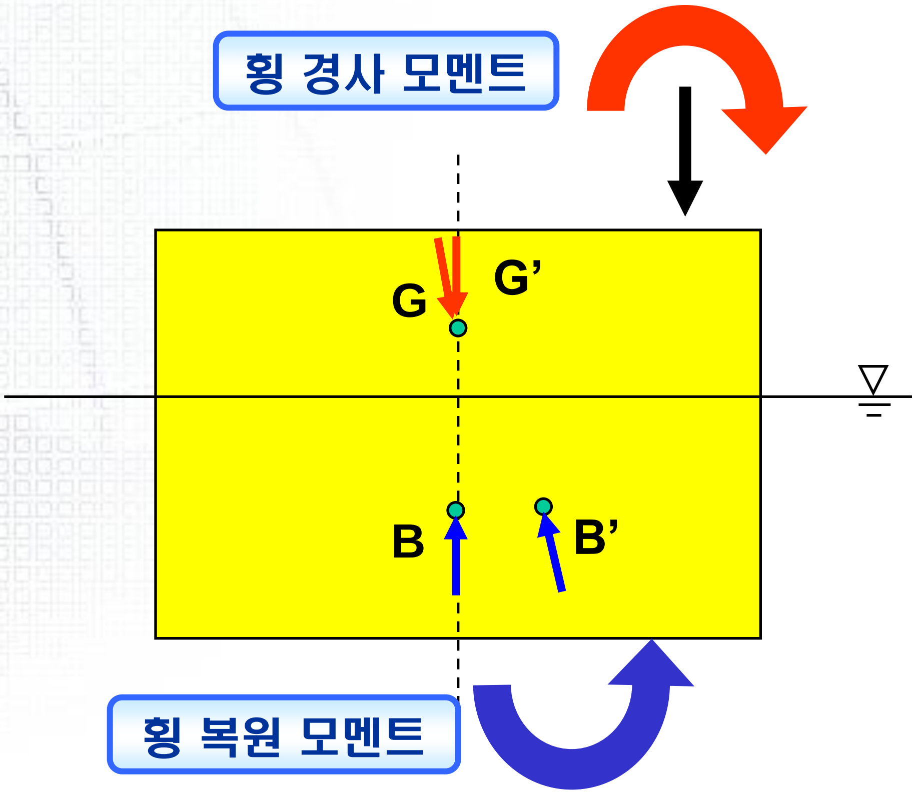
$$\mathbf{M}_{net} = I\boldsymbol{\alpha}$$

($\mathbf{M}_{net}$: 외부 moment의 벡터합, I : 질량관성모멘트, $\boldsymbol{\alpha}$: 각가속도)

- 물체가 회전운동에 대해 평형상태에 있으면 각가속도 $\boldsymbol{\alpha}$ 가 **0**이므로 Moment 의 벡터합도 **0**이다.

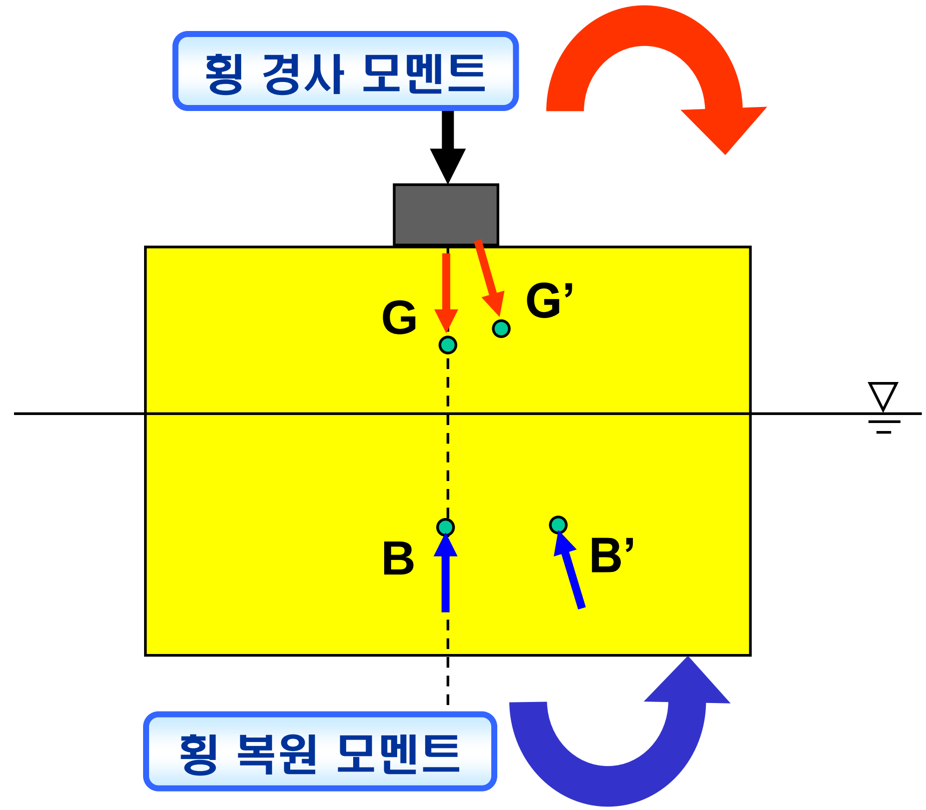
4. 복원력 개념 (3)
– 횡 경사 시의 모멘트 작용 예

선박에 순간적인 힘을 가하는 경우



횡 복원 모멘트에 의해 원래 자세 회복

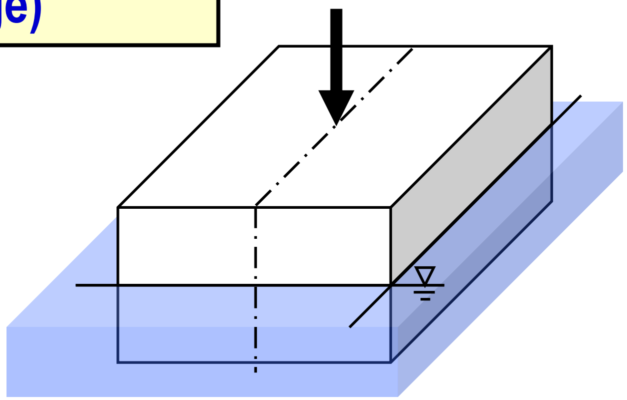
선박에 지속적인 힘을 가하는 경우



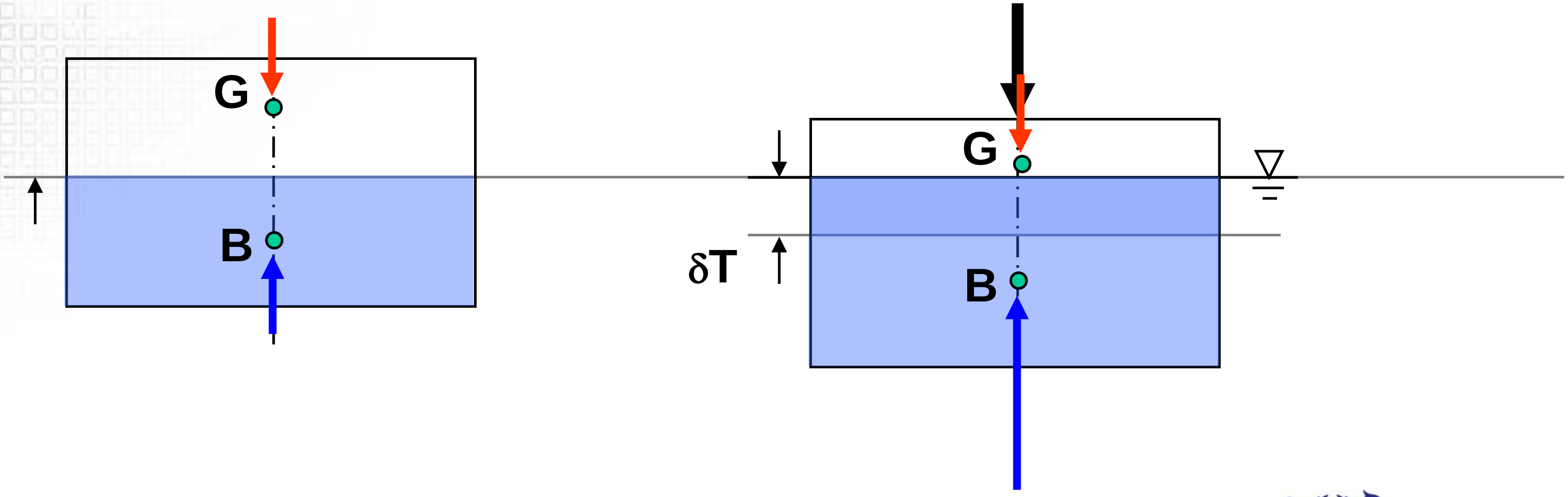
횡 경사 모멘트와 횡 복원 모멘트가 같아질 때까지 경사

4. 복원력 개념 (4)

선박의 자세 – 흘수 변화(Draft Change)



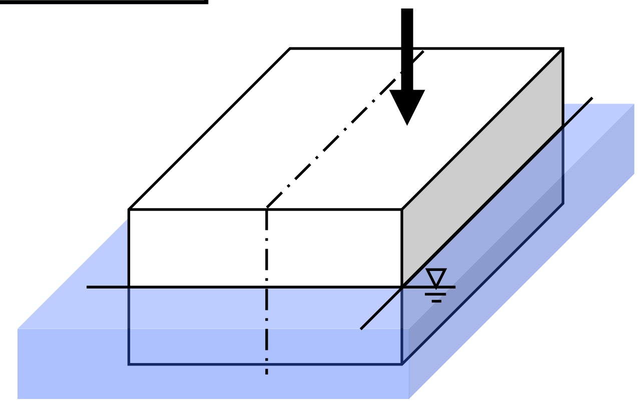
외력에 의한 선박의 흘수 변화

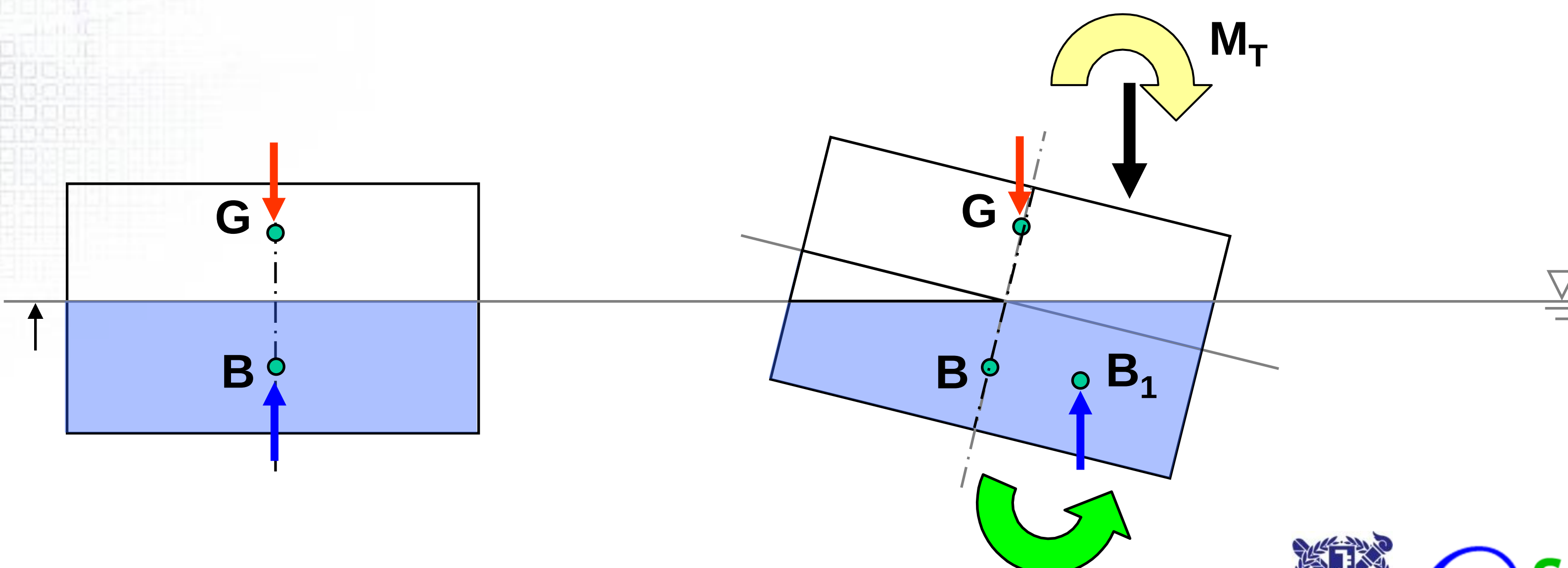


4. 복원력 개념 (5)

선박의 자세 – 횡경사(Heel)

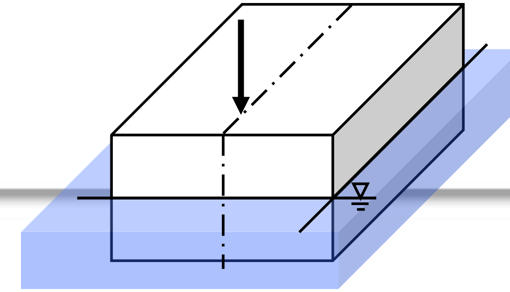
외력에 의한 선박의 횡경사



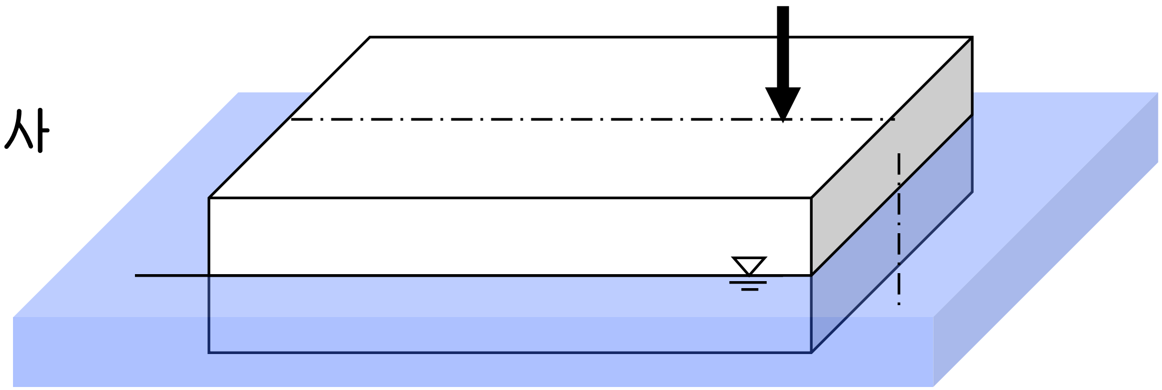


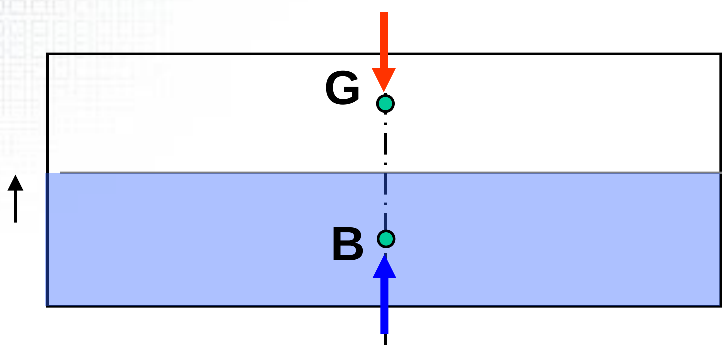
4. 복원력 개념 (6)

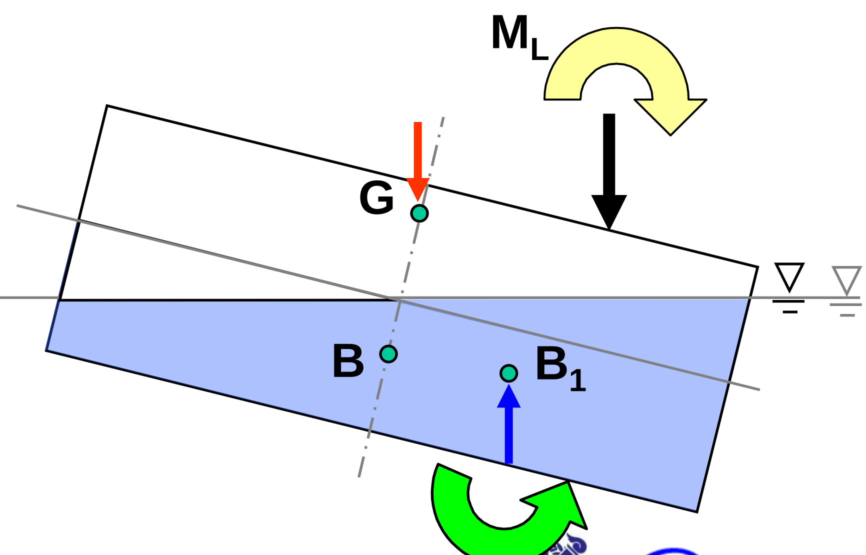
선박의 자세 – 종경사(Trim)



외력에 의한 선박의 종경사







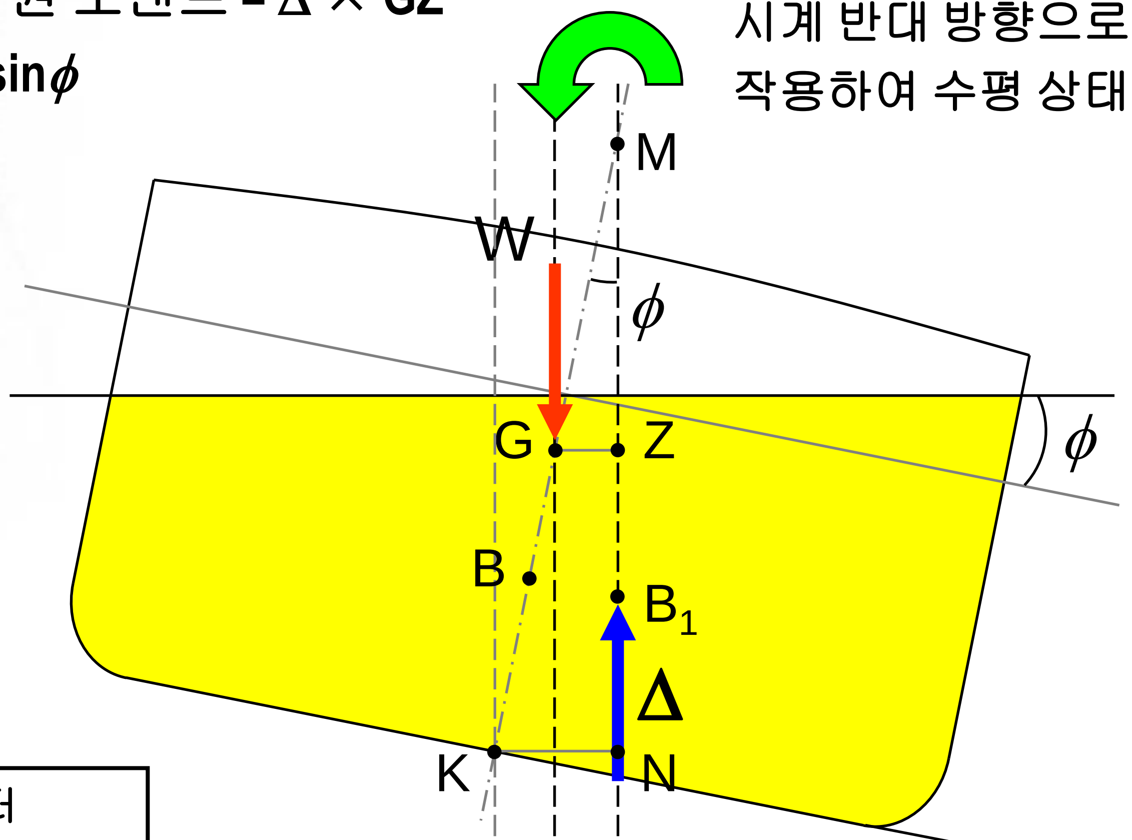
4. 복원력 개념 (7)

선박의 횡 복원 안정성(Transv. Stability) – 안정 상태

횡 복원력 = 복원 모멘트 = Δ × GZ

GZ = KN – KG sinϕ

시계 반대 방향으로의 복원력이 작용하여 수평 상태로 되돌아감



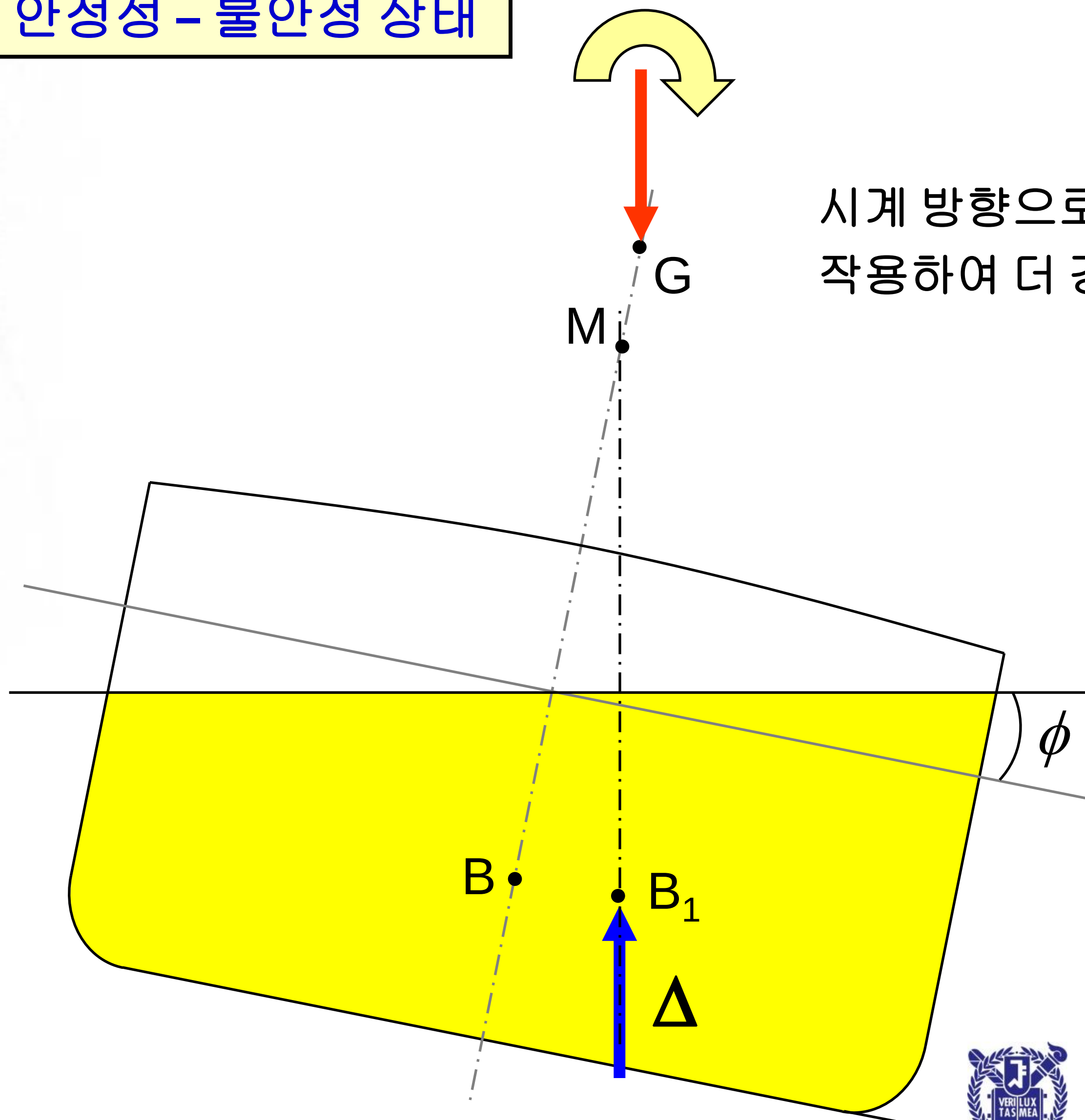
M: 메터센터

GZ: 복원 아암

ϕ: 횡 경사각

4. 복원력 개념 (8)

선박의 횡복원 안정성 – 불안정 상태

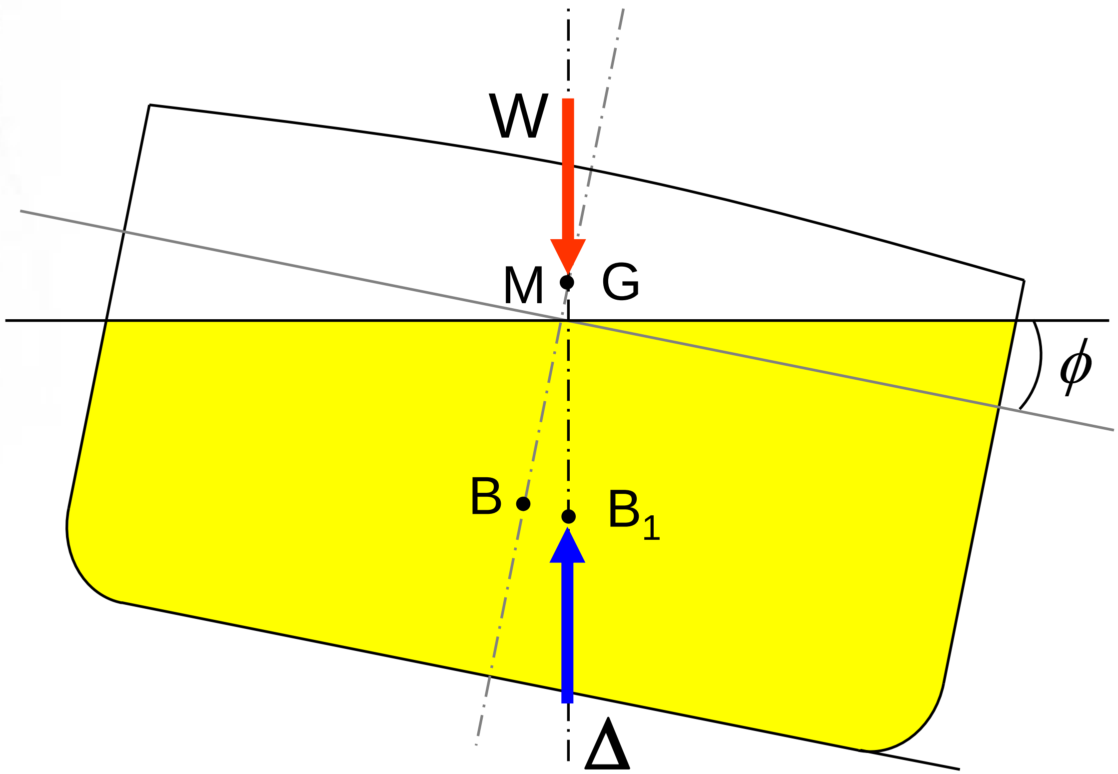


시계 방향으로의 경사력이 작용하여 더 경사지게 됨

4. 복원력 개념 (9)

선박의 횡복원 안정성 – 중립 상태

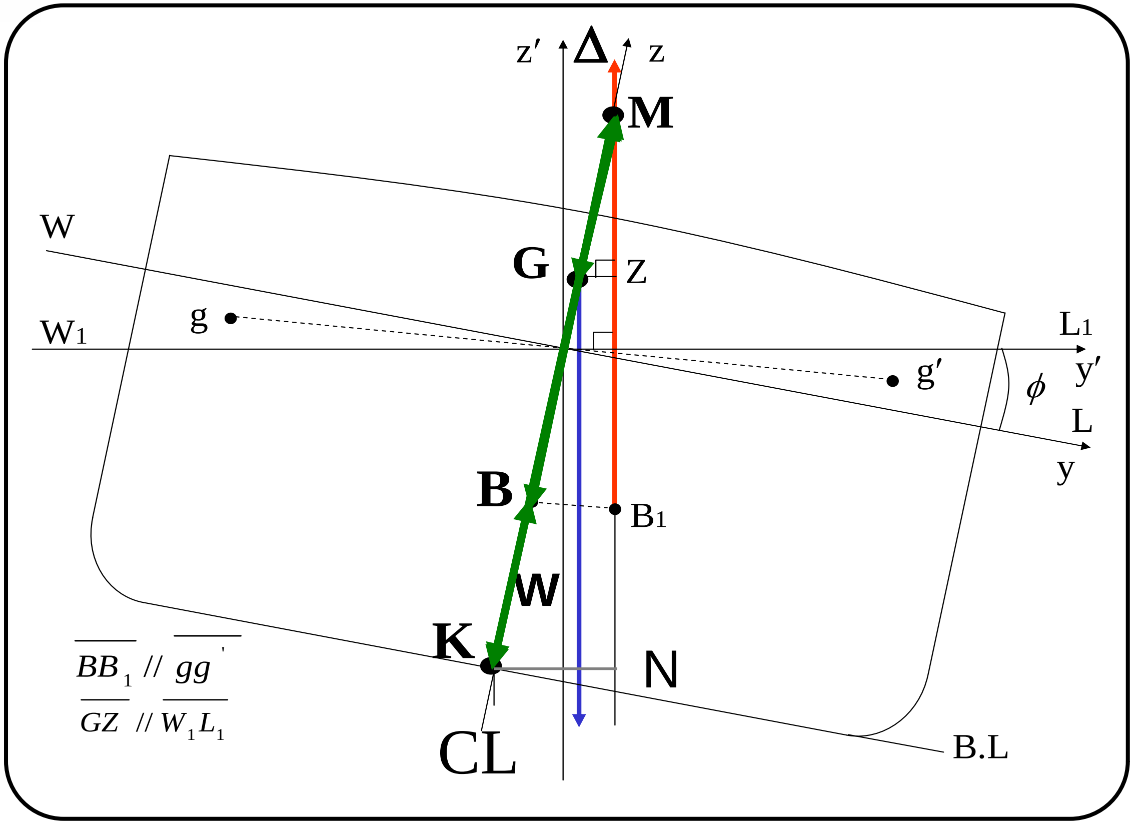
경사진 상태로 평형을 이룸



NAOE/SNU
@SDAL
Advanced Ship Design Automation Lab.
http://asdal.snu.ac.kr

5. 횡 복원력 (1) 'Transverse Stability'

$$BM = \frac{I_T}{\nabla}$$



$$횡복원력 = \Delta \cdot GZ$$

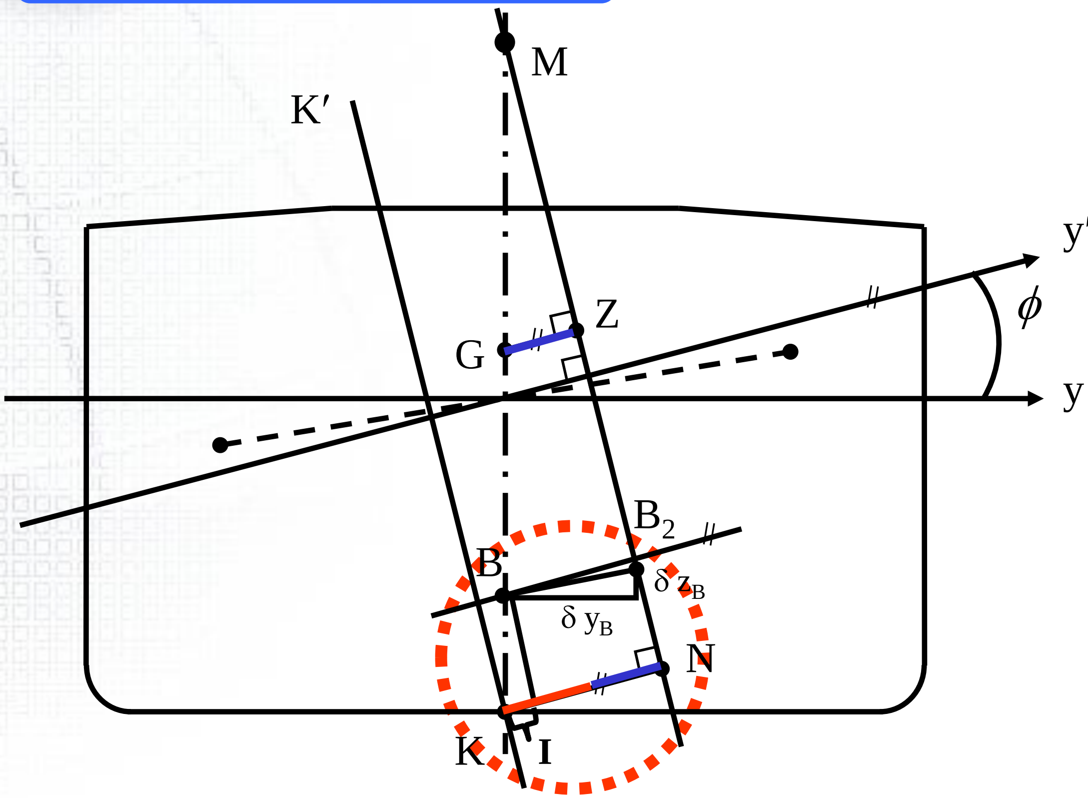
$$GZ = KN - KG \sin\phi = GM \sin\phi$$

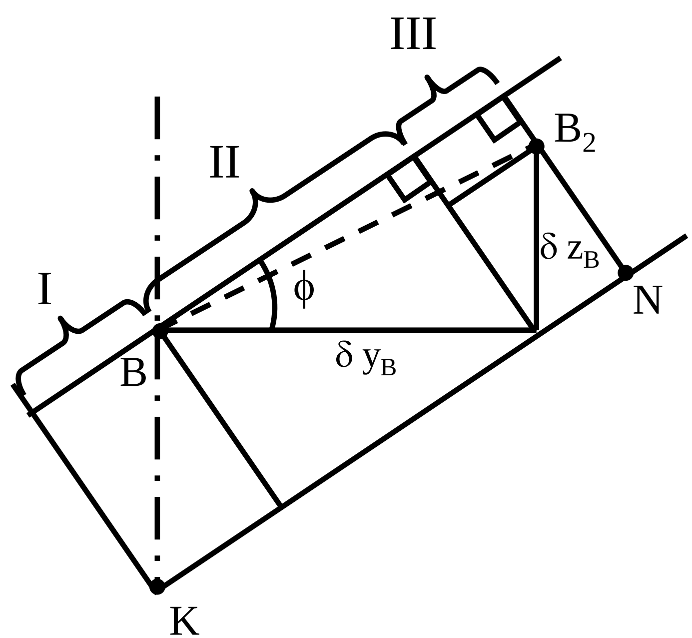
GM = KM – KG

= KB + BM – KG

5. 횡 복원력 (2)
- 부심 이동에 따른 복원 아암

부심 이동에 따른 복원 아암 KN

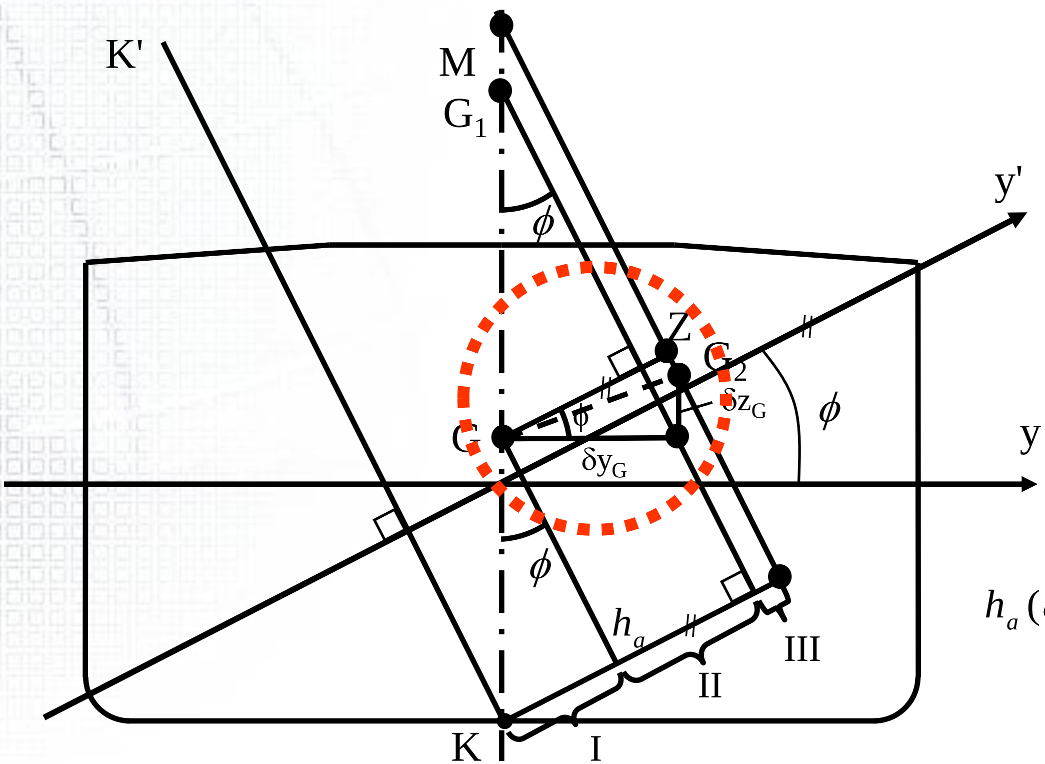


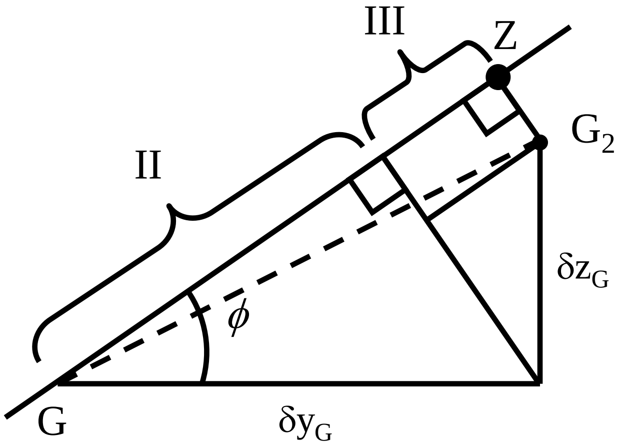


$$KN(\phi) = I + II + III$$
$$= KB\sin\phi + \delta y_B\cos\phi + \delta z_B\sin\phi$$
$$= KG\sin\phi + GZ$$

5. 횡 복원력 (3)
- 중심 이동에 따른 경사 력(경사 아암)

중심 이동에 따른 경사 아암 h_a





$$h_a(\phi) = I + II + III$$
$$= KG \sin\phi + \delta y_G \cos\phi + \delta z_G \sin\phi$$
$$= KG \sin\phi + GG_1 \tan\phi \cos\phi + \delta z_G \sin\phi$$
$$= (KG + GG_1)\sin\phi + \delta z_G \sin\phi$$

5. 횡 복원력(4)
–평형상태: 부력 = 중량

중심 이동에 의한 횡 경사각 계산

횡 복원 모멘트 = 횡 경사 모멘트

$$\Delta \cdot KN(\phi) = W \cdot h_a(\phi)$$

평형상태:부력 = 중량

$$\Delta = W$$

$$KN(\phi) = h_a(\phi)$$

$$KB\sin\phi + \delta y_B\cos\phi + \delta z_B\sin\phi = KG\sin\phi + \delta y_G\cos\phi + \delta z_G\sin\phi$$

$$KN = KG\sin\phi + GZ$$

$$KG\sin\phi + GZ = KG\sin\phi + \delta y_G\cos\phi + \delta z_G\sin\phi$$

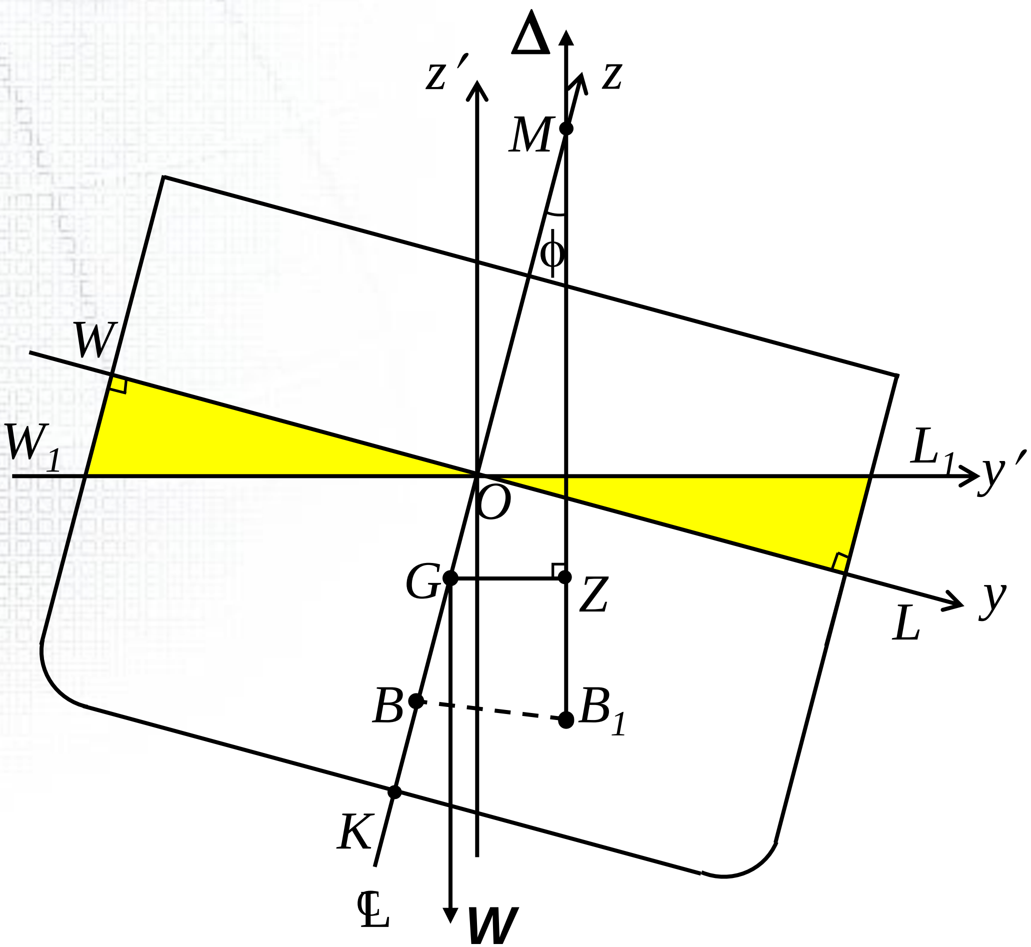
$$\delta y_G\cos\phi + \delta z_G\sin\phi = GZ$$

$GZ \approx GM\sin\phi$ (ϕ 가 작다면)

$$\delta y_G\cos\phi + \delta z_G\sin\phi = GM\sin\phi$$

ϕ를 구할 수 있다.

5. 횡 복원력 (5)
– 선박의 횡경사시의 부력 중심 이동



횡 복원력 $\Delta \times \overline{GZ}$

경사 각도가 미소한 범위(10°정도)에서는 M 은 변하지 않는다고 가정.

$\overline{GZ} = \overline{GM} \cdot \sin\phi$

횡 복원력 $\Delta \times \overline{GZ} \approx \Delta \times \overline{GM} \cdot \sin\phi$

$\overline{GM}$: 메터센터 높이

$\overline{GM} = \overline{KB} + \overline{BM} - \overline{KG}$

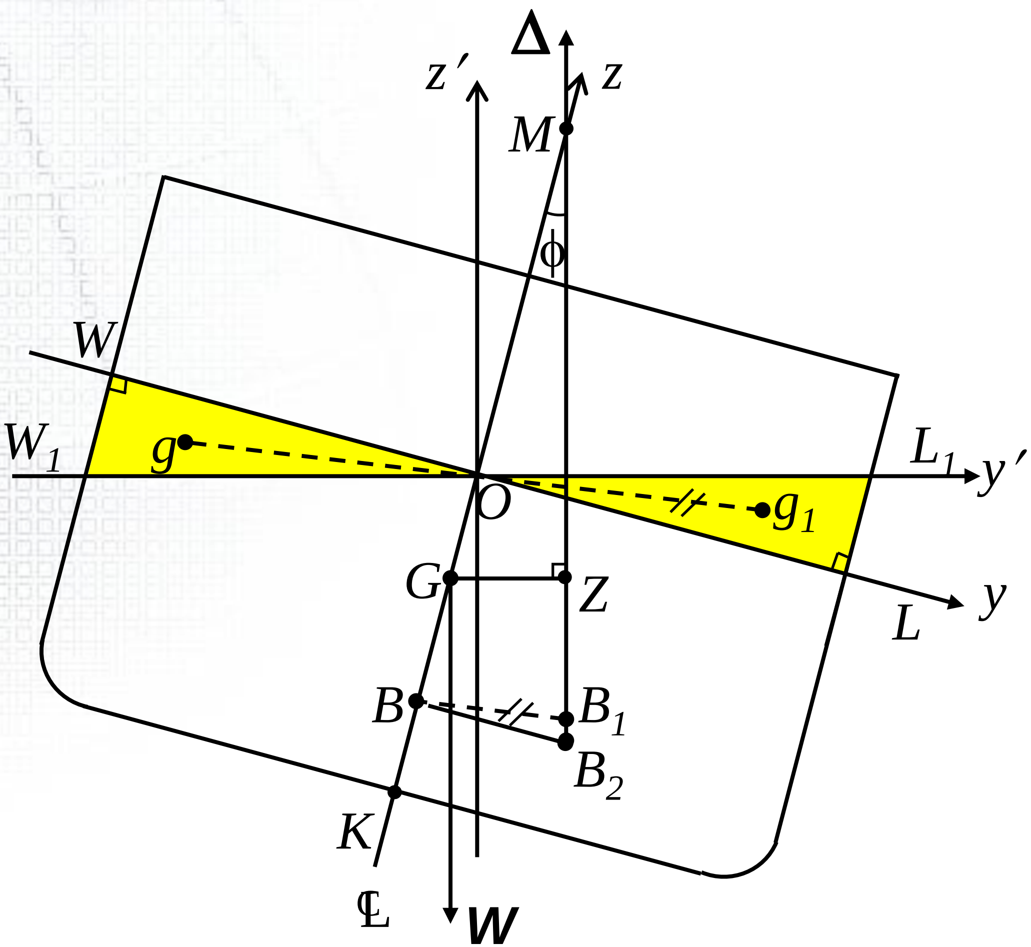
$\overline{KB}$: 부력의 높이 방향 중심

$\overline{BM}$: 횡 메터센터 반지름 (Transverse Metacenter Radius)

$\overline{KG}$: 높이 방향의 무게 중심

5. 횡 복원력(6) – BM_T 값 계산

$$BM = \frac{I_T}{\nabla}$$



$\overline{BM} = \overline{BM_T}$: 횡 메터센터 반지름 (Transverse Metacenter Radius)

가정 1. 배수량의 변화 없이 선박이 경사

가정 2. 수선 근처의 선측이 수직벽

WOW_1 의 배수 용적 v 는 LOL_1 의 배수 용적과 같음

$\overline{BB_1} \,//\, \overline{gg_1}$

$$\overline{BB_1} = \frac{v}{\nabla}\overline{gg_1} \qquad \tan\phi = \frac{\overline{BB_2}}{\overline{BM_T}}$$

가정 3. ϕ 가 작음

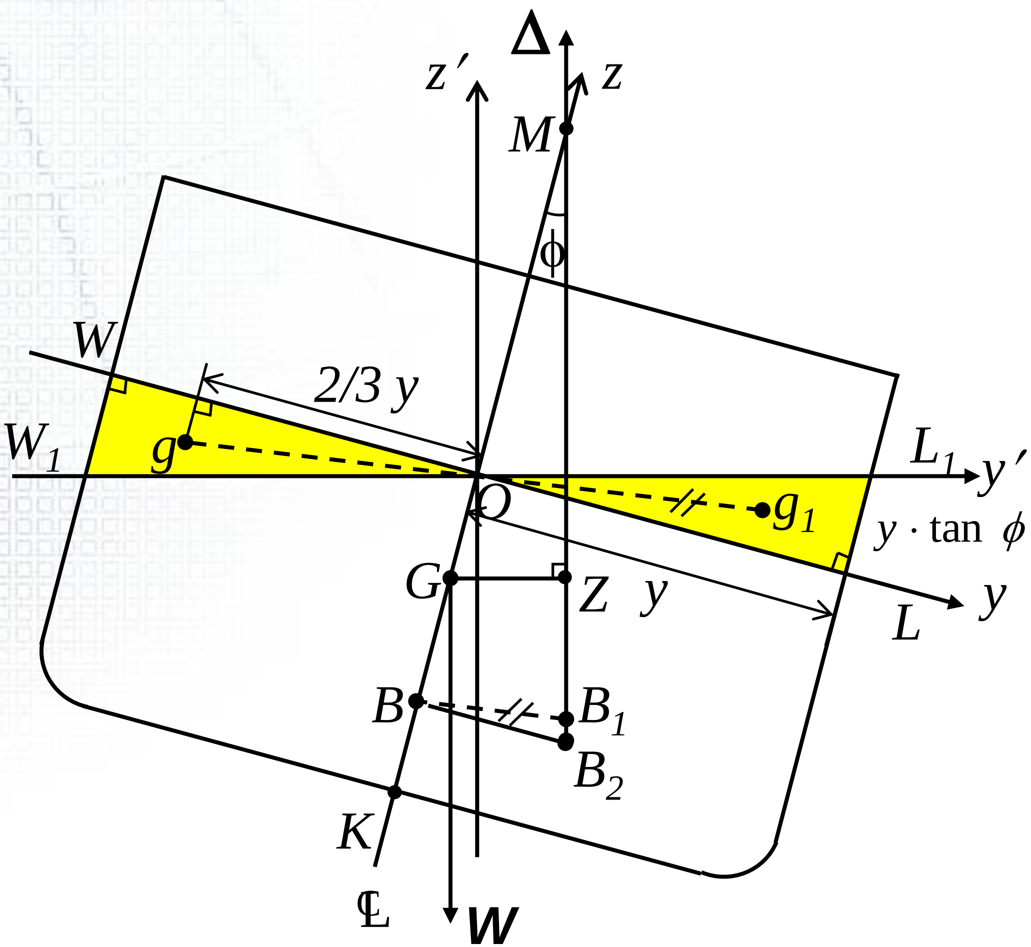
$\overline{BB_2} \approx \overline{BB_1}$

$$\overline{BM_T} = \frac{\overline{BB_2}}{\tan\phi} \approx \frac{\overline{BB_1}}{\tan\phi} = \frac{v \cdot \overline{gg_1}}{\nabla \cdot \tan\phi}$$

5.횡 복원력(7) – BM_T 값 계산

$$\overline{BM_T} = \frac{\overline{BB_2}}{\tan\phi} \approx \frac{\overline{BB_1}}{\tan\phi} = \frac{v \cdot \overline{gg_1}}{\nabla \cdot \tan\phi}$$

가정 1. 배수량의 변화 없이 선박이 경사
가정 2. 수선 근처의 선측이 수직벽
가정 3. ϕ 가 작음



WOW_1 과 LOL_1 의 면적은

$$\frac{1}{2} y \cdot y \cdot \tan\phi$$

수선면의 미소 길이 $= dx$

WOW_1 과 LOL_1 의 미소 용적

$$dv = \frac{1}{2} y \cdot y \cdot \tan\phi \cdot dx$$

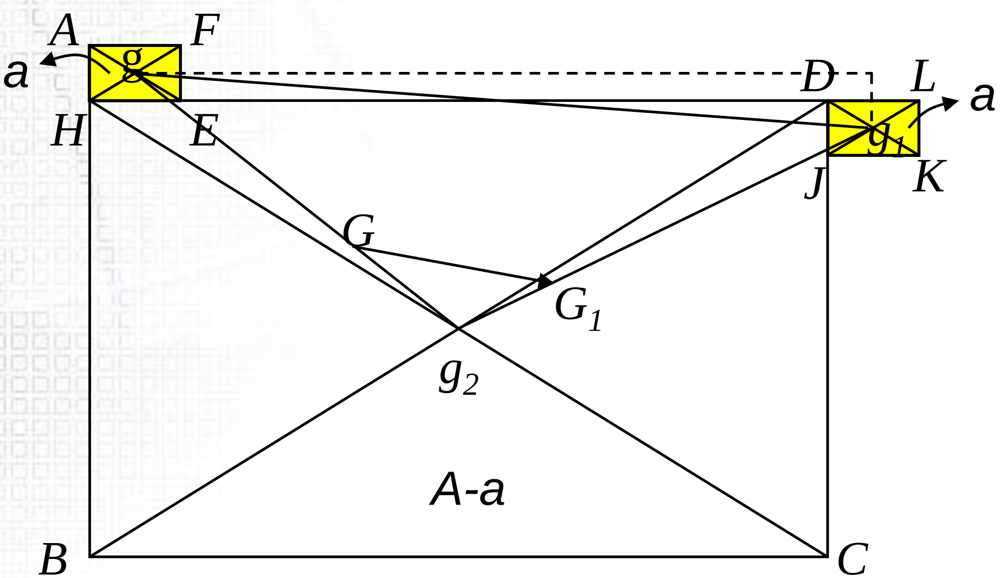
$$\overline{gg_1} = 2 \cdot \overline{Og} \approx 2 \cdot \frac{2}{3} y$$

$$v \cdot \overline{gg_1} = \int dv \cdot \overline{gg_1} = \tan\phi \cdot \frac{2}{3}\int_0^L y^3 dx$$

$$= \tan\phi \cdot I_T \qquad I_T = \frac{2}{3}\int_0^L y^3 dx$$

$$\overline{BM_T} = \frac{v \cdot \overline{gg_1}}{\nabla \cdot \tan\phi} = \frac{I_T \cdot \tan\phi}{\nabla \cdot \tan\phi} = \frac{I_T}{\nabla}$$

5. 횡 복원력 (8)
– 면적 이동에 의한 중심의 이동



$$\frac{\overline{GG_1}}{\overline{gg_1}} = \frac{a}{A} \qquad \overline{GG_1} = \frac{a}{A} \times \overline{gg_1}$$

중심 g_2를 통하여
그 면에 수직한 축에 대한 모멘트

$$\overline{g_2G} \times A = \overline{g_2g_2} \times (A-a) + \overline{g_2g} \times a$$

$$\frac{\overline{g_2G}}{\overline{g_2g}} = \frac{a}{A} \quad \cdots ①$$

$$\overline{g_2G_1} \times A = \overline{g_2g_2} \times (A-a) + \overline{g_2g_1} \times a$$

$$\frac{\overline{g_2G_1}}{\overline{g_2g_1}} = \frac{a}{A} \quad \cdots ②$$

$$\angle Gg_2G_1 = \angle gg_2g_1 \quad \cdots ③$$

①, ②, ③에 의해
삼각형 Gg_2G_1 과 삼각형 gg_2g_1 은 닮은꼴
(SAS 닮음)

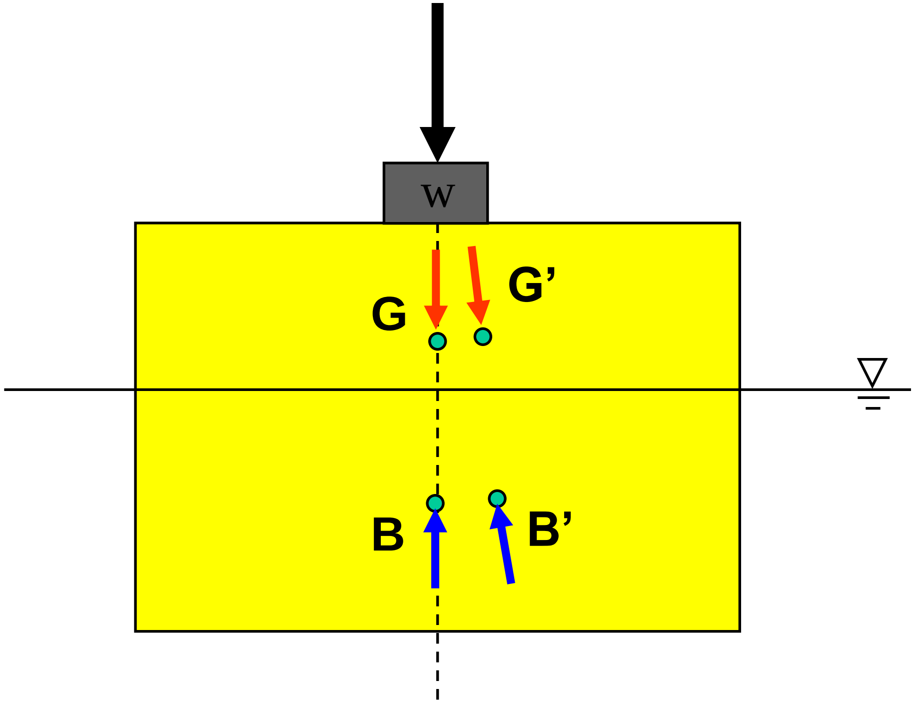
6. 경사시험 (1)

GIVEN

- 선수미 흘수
- Hydrostatics
- 중량 w를 횡방향으로 거리 d만큼 이동하였을 때의 횡경사각 ϕ

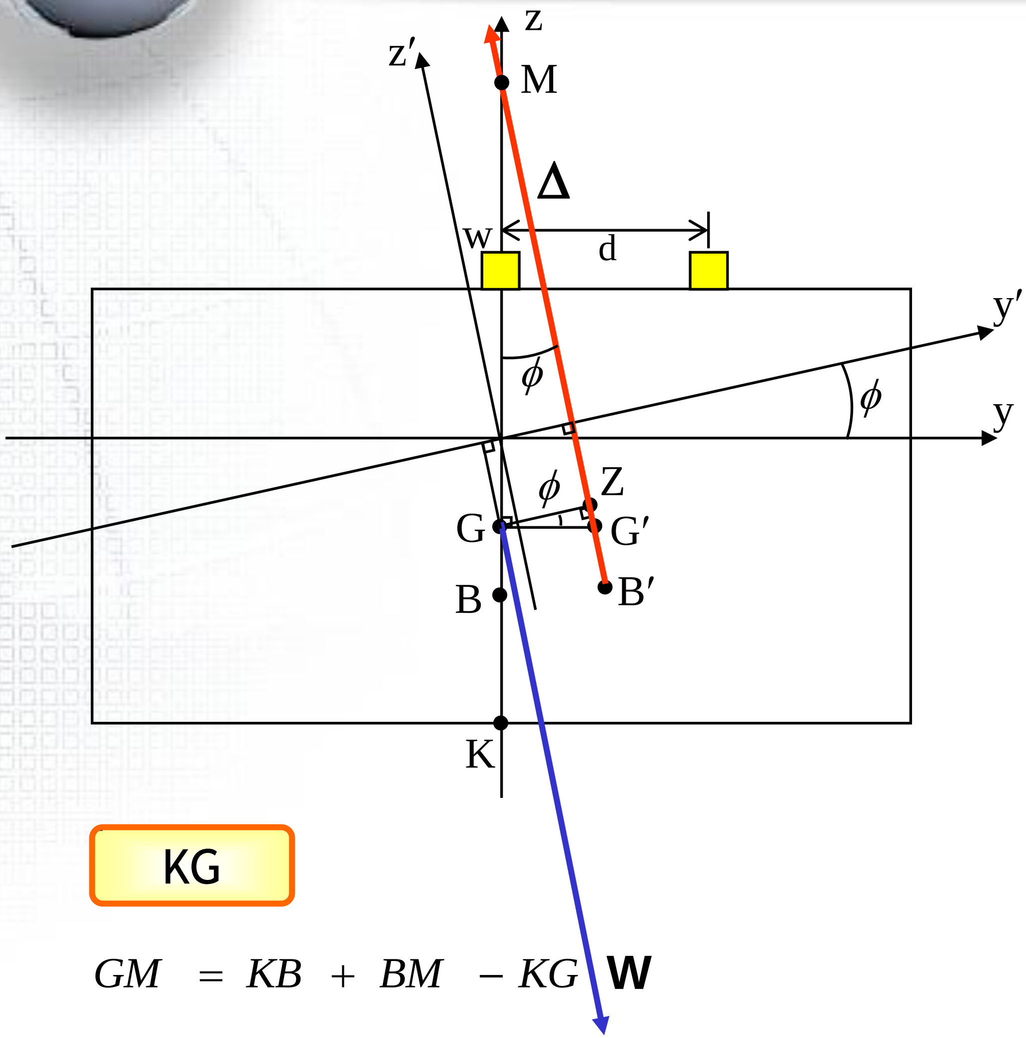
FIND

- 배수량(Δ)
- KG
- LCG



6. 경사시험(2)
– KG 구하기

$$\delta y_G \cos\phi + \delta z_G \sin\phi = GM \sin\phi$$



배의 무게중심이 이동

$$GG' = \frac{w \cdot d}{\Delta}$$

횡 경사 모멘트

$$W \cdot GG' \cos\phi$$

횡 복원 모멘트

$$\Delta \cdot GZ \approx \Delta \cdot GM \sin\phi$$

모멘트의 평형

$$W \cdot GG' \cos\phi = \Delta \cdot GM \sin\phi$$

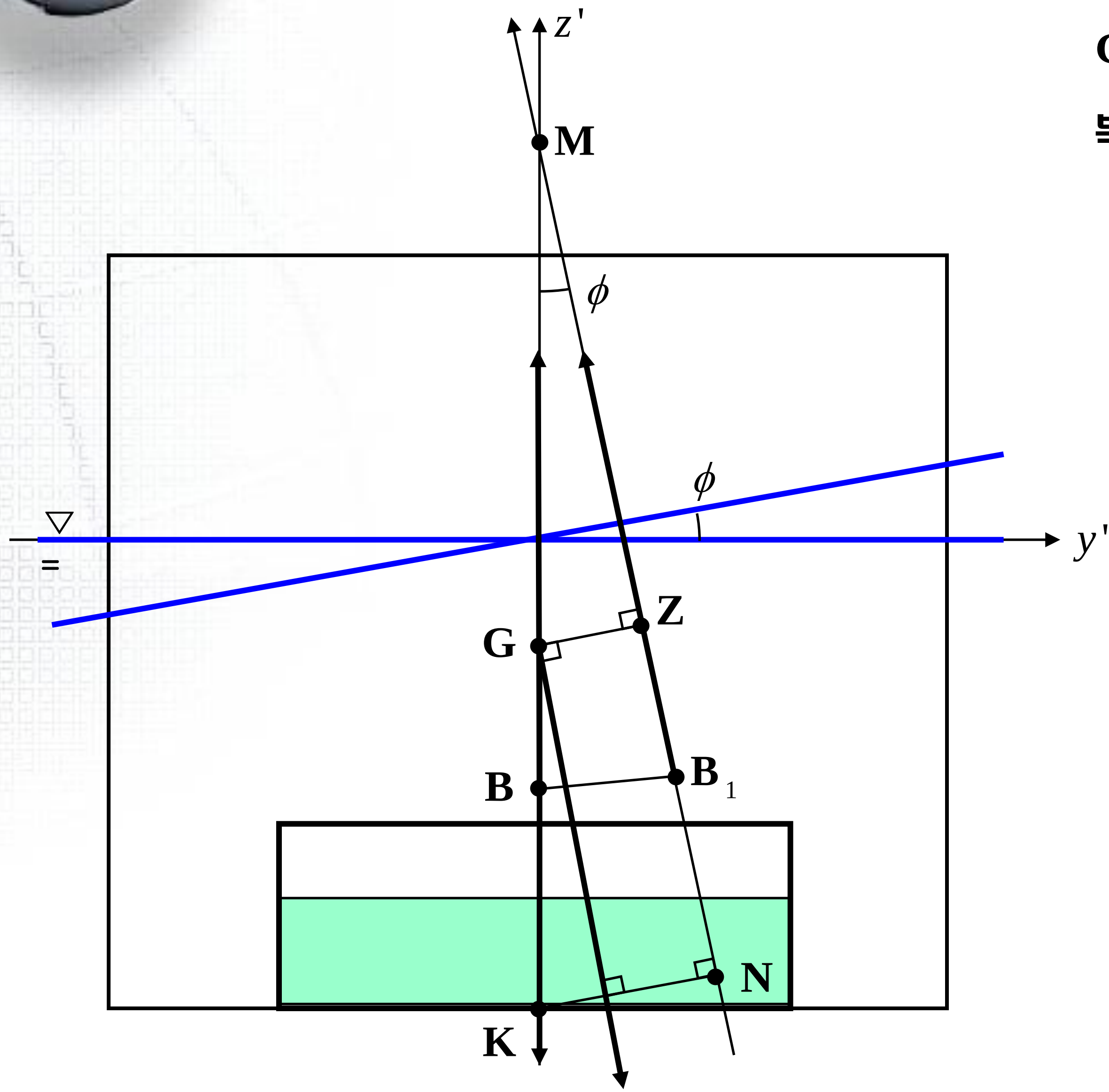
$$\therefore GM = \frac{GG'}{\tan\phi} = \frac{w \cdot d}{\Delta \cdot \tan\phi}$$

KG

$$GM = KB + BM - KG$$

$$KG = KB + BM - \frac{w \cdot d}{\Delta \cdot \tan\phi}$$

7. 화물창 내의 유체의 자유표면에 의한 횡 경사 모멘트 (1) – 화물창에 고정되어 있는 고체 화물이 실렸을 경우



$\mathbf{GZ} \mathbin{/\!/} \mathbf{KN}$

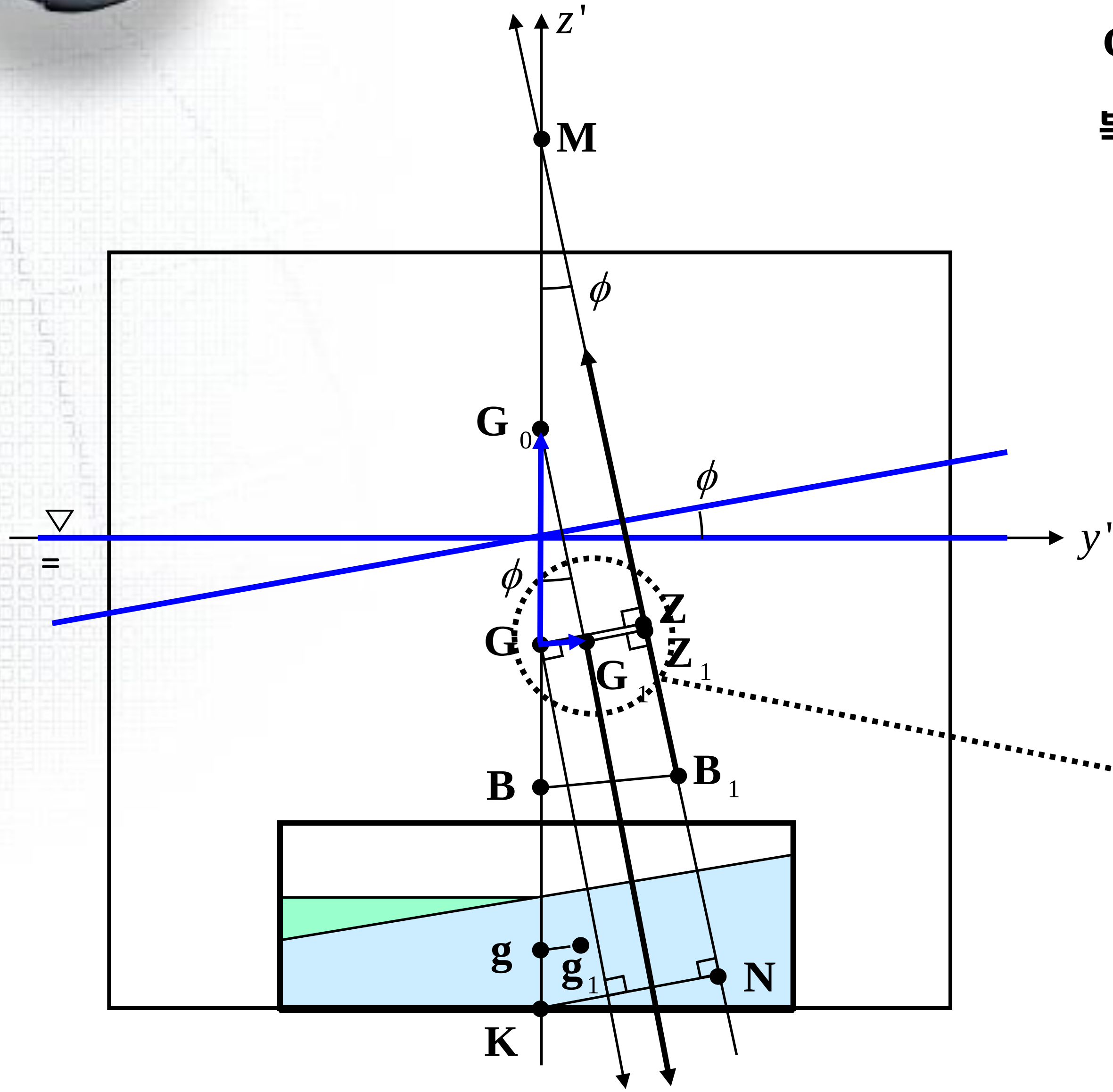
복원 아암 $\mathbf{GZ}$

$$\mathbf{GZ} = \mathbf{KN} - \mathbf{KG}\sin\phi$$
$$= \mathbf{GM}\sin\phi$$

7. 화물창 내의 유체의 자유표면에 의한 횡 경사 모멘트
– 화물창에 액체 화물이 실렸을 경우

화물창에 고정되어 있는
고체 화물이 실렸을 경우

복원 아암 $GZ = KN - KG \sin\phi$
$= GM \sin\phi$



$GG_1 \,//\, gg_1$

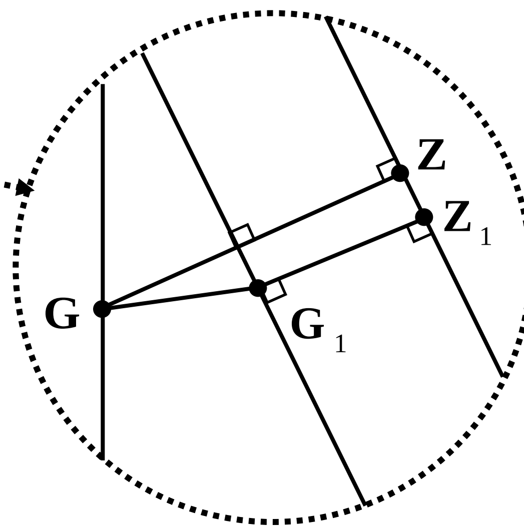
복원 아암 G_1Z_1

$$G_1Z_1 = KN - KG_0 \sin\phi$$
$$= G_0M \sin\phi$$

무게 중심이 G에서 G_0으로 상승한 효과

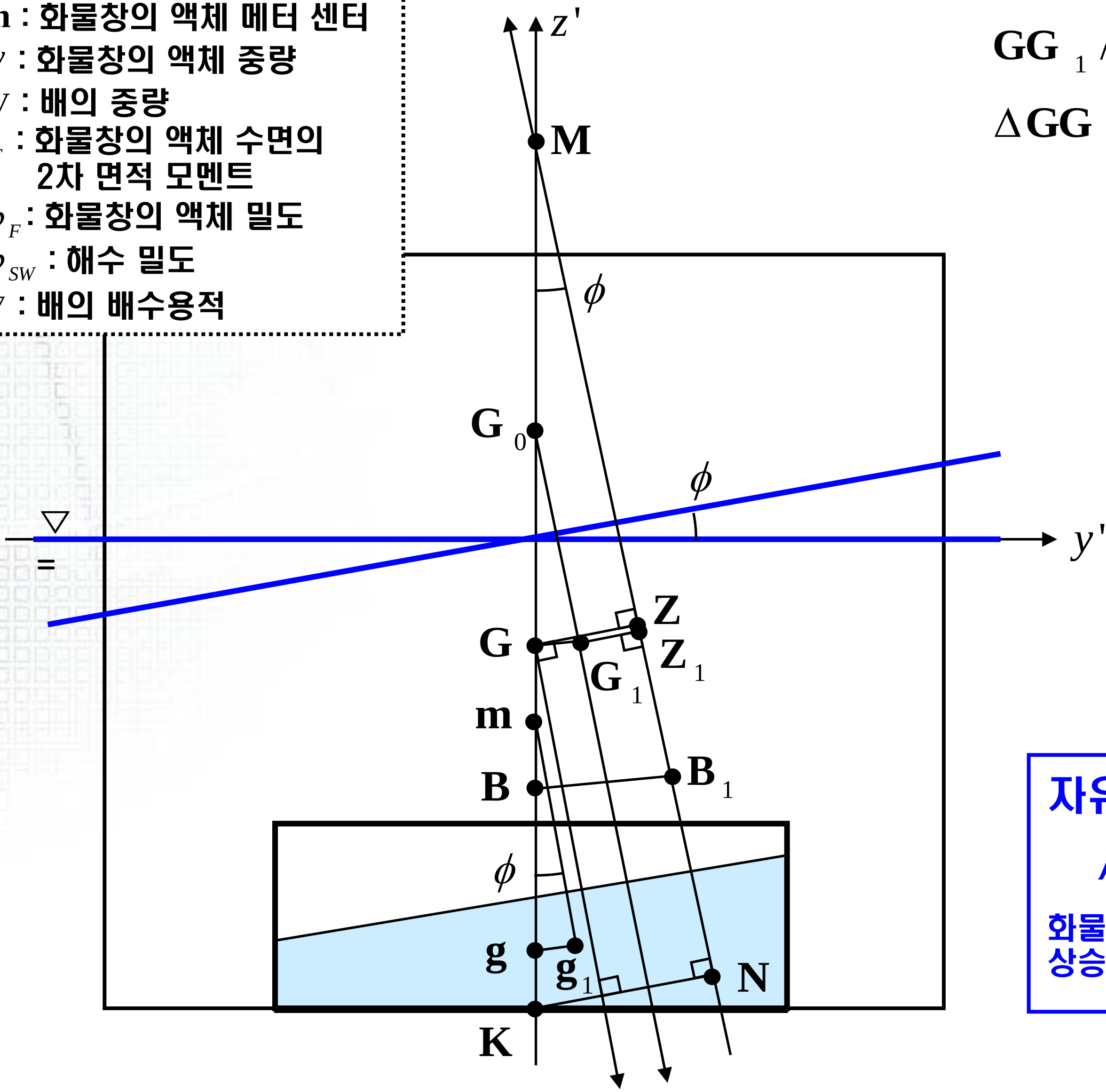
➡ 자유 표면 효과(Free Surface Effect)

➡ 복원 성능을 나쁘게 함.



7. 화물창내의 유체의 자유표면에 의한 횡 경사 모멘트 (3) - 화물창에 액체 화물이 실렸을 경우

m : 화물창의 액체 메터 센터
w : 화물창의 액체 중량
W : 배의 중량
i_T : 화물창의 액체 수면의 2차 면적 모멘트
ρ_F : 화물창의 액체 밀도
ρ_{SW} : 해수 밀도
∇ : 배의 배수용적



$\mathbf{GG_1} \,//\, \mathbf{gg_1} \quad \mathbf{GG_0} \,//\, \mathbf{gm} \quad \mathbf{G_1G_0} \,//\, \mathbf{g_1m}$

$\Delta \mathbf{GG_1G_0}$과 $\Delta \mathbf{gg_1m}$ 닮음 (AA 닮음)

$$\mathbf{GG_1} = \frac{w}{W}\mathbf{gg_1}$$

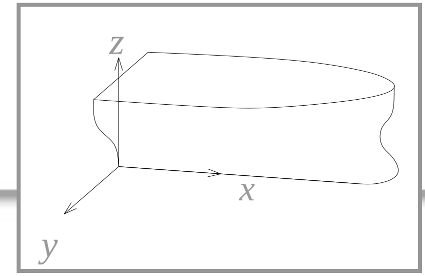
$$\mathbf{GG_0} = \frac{w}{W}\mathbf{gm} = \frac{w}{W}\frac{i_T}{v} = \frac{\rho_F g v}{\rho_{SW} g \nabla}\frac{i_T}{v} = \frac{\rho_F}{\rho_{SW}}\frac{i_T}{\nabla}$$

자유 표면 모멘트(Free Surface Moment)

$\rho_F i_T$

화물창 내의 액체 이동에 의한 선박의 중심 상승은 화물창 내의 액체 중량과 관계 없음.

8. 종 복원력 (1)



수선 WL 의 상태에 떠 있는 배

(배수용적 : ∇ , 길이방향의 부심위치 : B)

↓

중심이 a 인 중량 w 를 거리 l 만큼 이동

↓

새로운 중심 a_1 에 위치

↓

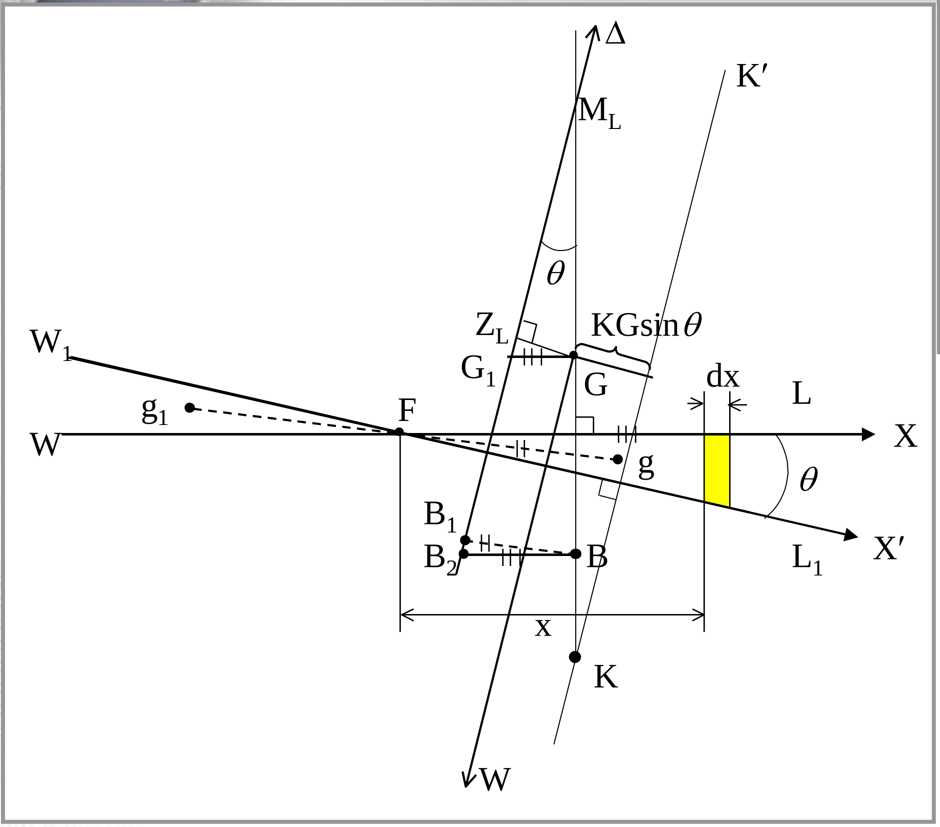
새로운 부심 B_1, 새로운 중심 G_1

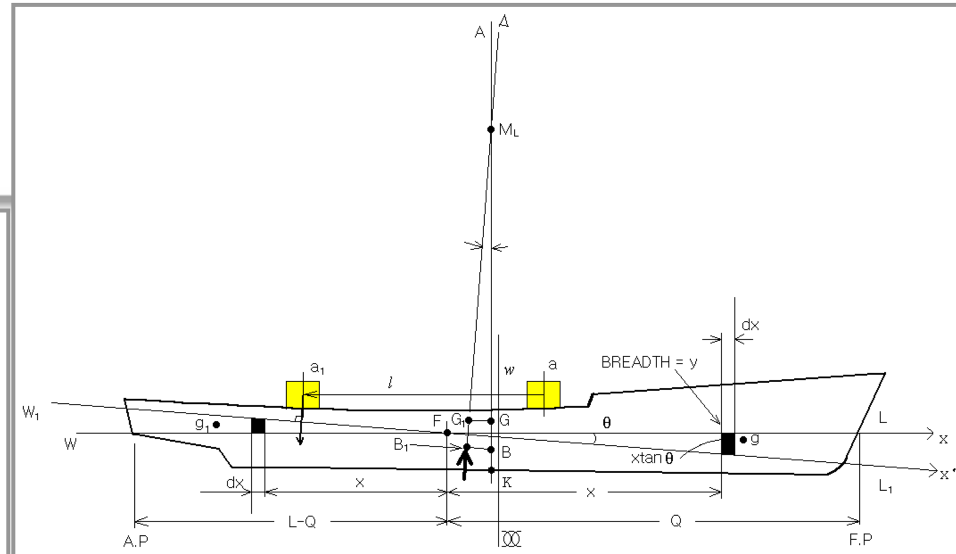
↓

θ 만큼 경사, 수선은 W_1L_1

8. 종 복원력 (2)

-종 복원 모멘트와 종 경사 모멘트의 평형상태





$$\text{복원모멘트} = \Delta \cdot (KG \sin\theta + GZ_L)$$

$$\text{경사모멘트} = W \cdot (KG \sin\theta + GG_1 \cos\theta)$$

▪ 종 경사각 θ 에서 평형 상태를 이루었다면, 복원 모멘트 = 경사 모멘트 이므로,

$$GZ_L = GG_1 \cos\theta = (LCG^{1)} - LCG_1)\cos\theta \quad (\because\ \Delta = W)$$

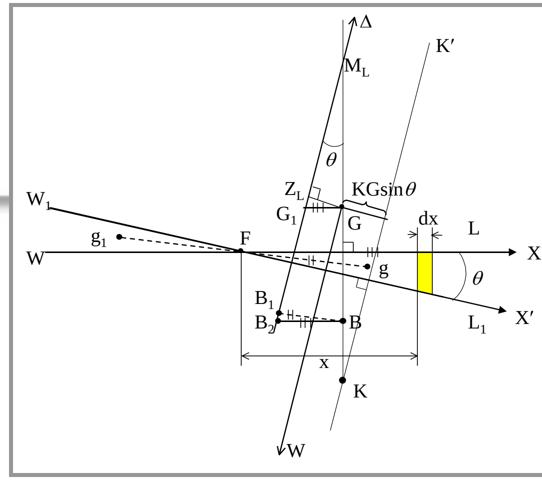
여기서, $GG_1 = \dfrac{w \cdot l}{W}$

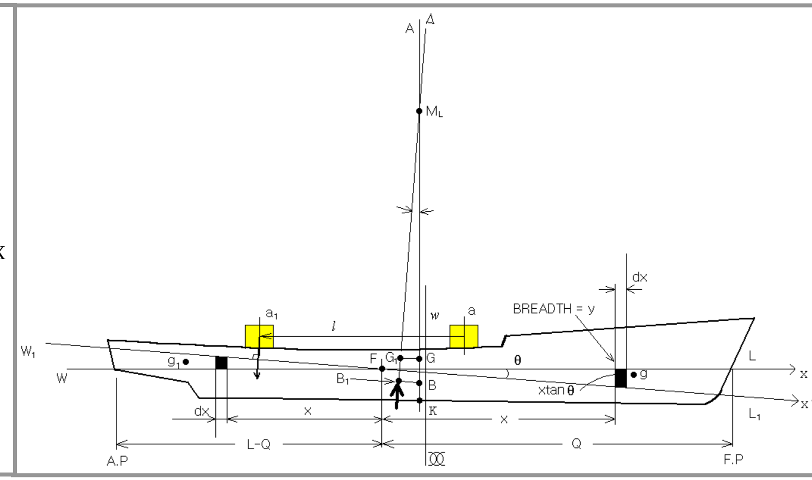
1) LCG : Longitudinal Center of Gravity

8. 종 복원력 (3)

- 종 복원 모멘트

$GZ_L \cdot \Delta$





- 종 방향 경사시에는 부심이 이동하여 배를 원래 위치로 복원시키려는 종 복원 모멘트가 발생하며 선체에 작용하는 외부의 힘을 제거하면 다시 원래의 자세로 돌아온다.

  종 복원 모멘트 = $GZ_L \cdot \Delta$

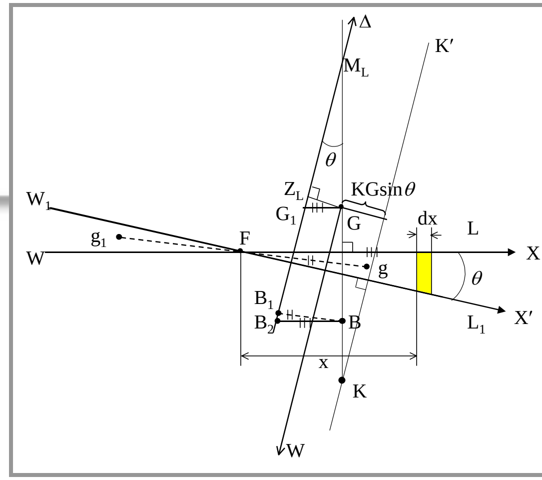
- 만일 배가 미소 각도(2°~5°) 로 종 경사할 때는 M_L[1] 이 변하지 않는다고 하면,

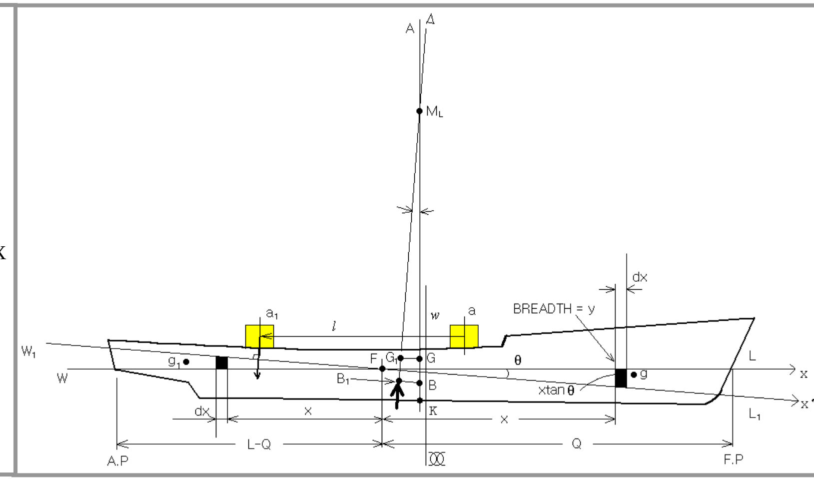
$$GZ_L = GM_L \cdot \sin\theta$$

1) M_L : 종 메타센터(Longitudinal Metacenter)

8.종 복원력(4)

GM_L





기하학적으로,

$$GM_L = KB + BM_L - KG$$

KB : 부력의 높이 방향 중심

: 종 메타센타 높이(Longitudinal Metacentric Height)

BM_L : 종 메타센타 반지름(Longitudinal Metacentric Radius)

KG : 배의 높이방향의 무게중심 (VCG: Vertical Center of Gravity)

8. 종복원력 (5) –트림

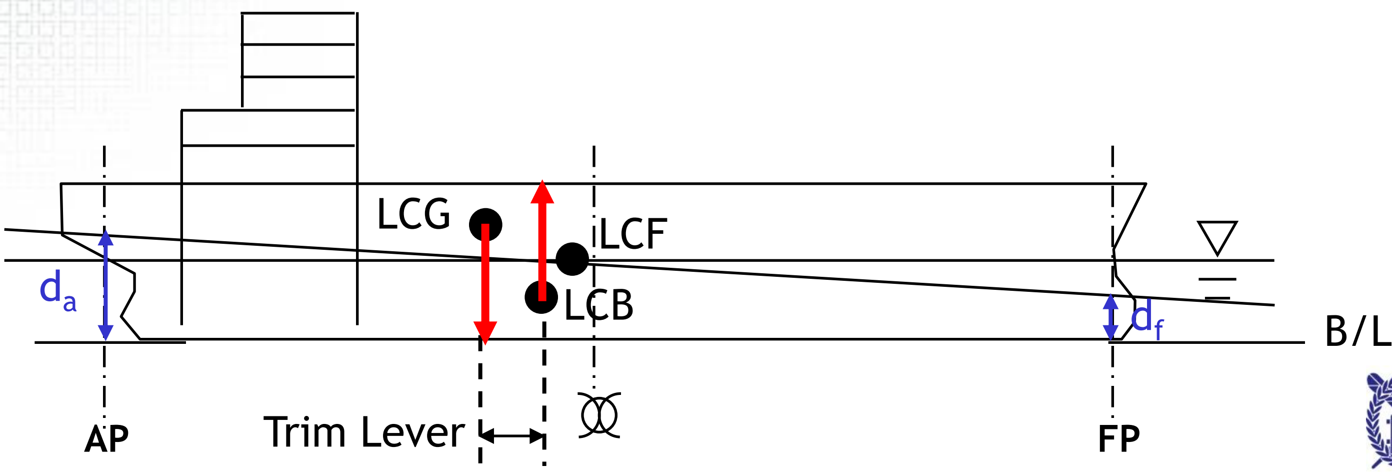
- Trim : d_a - d_f (**양수이면 선미트림, 음수이면 선수 트림**)
- MTC : moment to change trim one centimeter over the LBP
  (1cm trim**이 생기는데 필요한 모멘트**)

$Trim \times MTC \times 100$ **Trim을 발생시키는 종 경사 모멘트**	**=**	$\Delta \times Trim\ Lever$ **부력 중심과 무게 중심의 위치 차이 때문에 생기는 모멘트**

$$Trim\ Lever = LCB - LCG$$

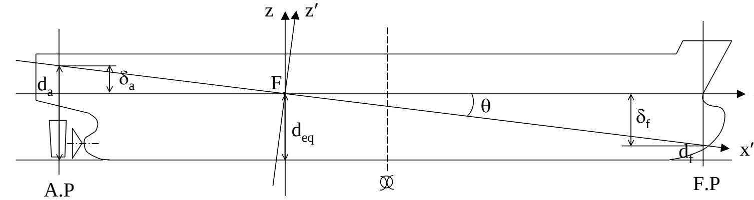
$$Trim\ [m] = \frac{\Delta \times Trim\ Lever}{MTC \times 100}$$

$$MTC = \frac{\Delta \times GM_L}{100 \times LBP}$$

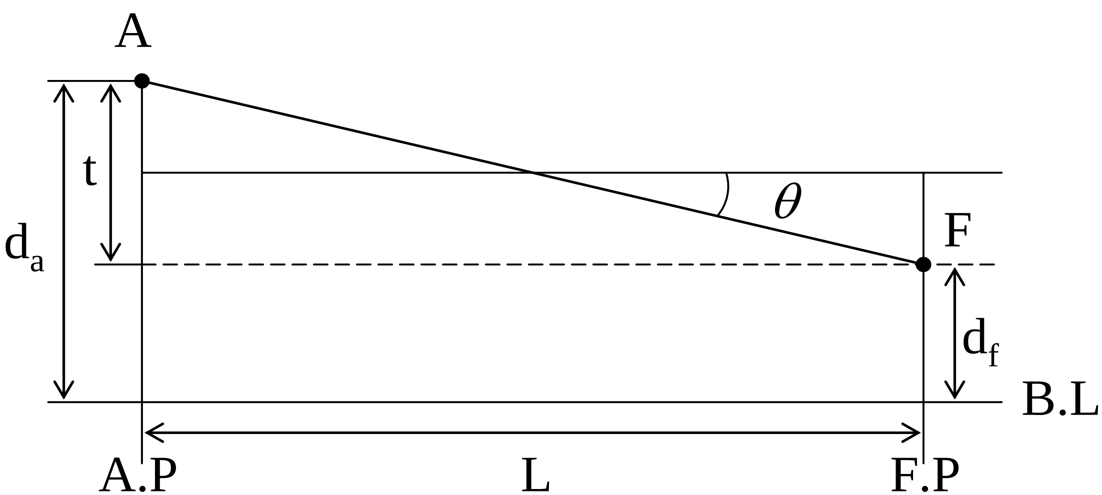


8. 종복원력 (6)

-MTC (Moment to change Trim 1 Cm)



■ **종 경사 시 트림과 경사각과의 관계**



$$\sin\theta = \frac{t}{\overline{AF}}$$

만일 종 경사각 θ 가 작다고 하면

$$\sin\theta \approx \tan\theta = \frac{t}{L}$$

종 경사 모멘트 = 종 복원 모멘트 = $\Delta \cdot \overline{GM}_L \cdot \sin\theta$

따라서 1cm 트림을 일으키는 모멘트 MTC는

$$MTC = \Delta \cdot \overline{GM}_L \cdot \frac{1}{L \cdot 100}$$

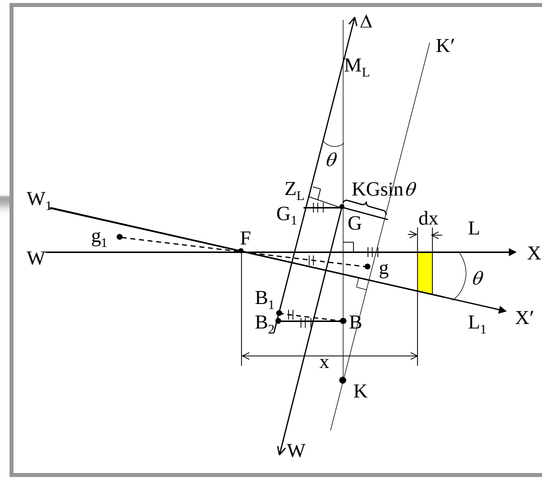
$\overline{GM}_L = \overline{KB} + \overline{BM}_L - \overline{KG}$ **에서**

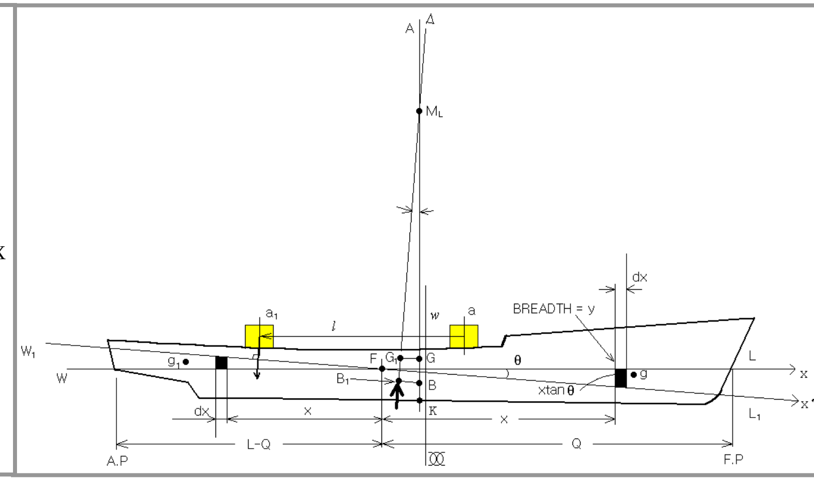
$\overline{BM}_L$ **에 비해** $\overline{KB}$, $\overline{KG}$ **는 작고 서로 상쇄된다고**

하면 $\overline{GM}_L \approx \overline{BM}_L$

$$\therefore MTC = \Delta \cdot \overline{BM}_L \cdot \frac{1}{L \cdot 100}$$

8. 종복원력(7)
- LCF(부면심) 정의





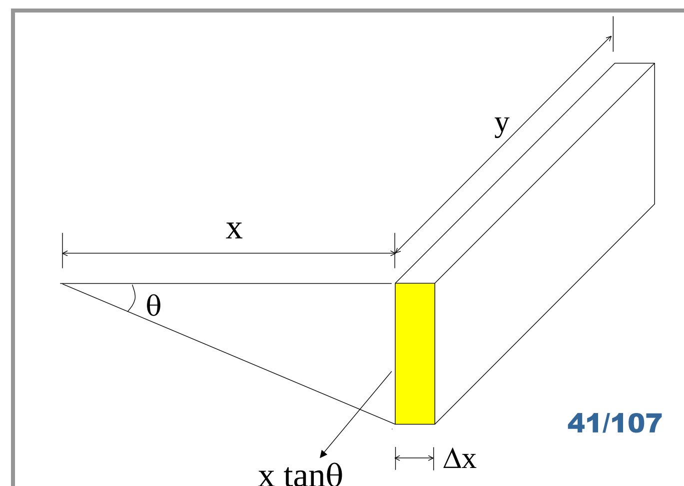
- **가정**

  ① 배가 미소 각도로 종 경사함.

  ② 종 경사시 배의 자세가 변화하더라도 노출부의 용적과 몰입부의 용적이 같아지는 어떤 점 F를 중심으로 종경사함.

WL (원래의 수선) 과 W_1L_1 (새로운 수선) 과의 교점을 F 라고 한다.

노출부와 몰입부의 용적을 각각 v 라 하고, 노출부 용적의 중심을 g 몰입부의 용적의 중심을 g_1 이라 하자.



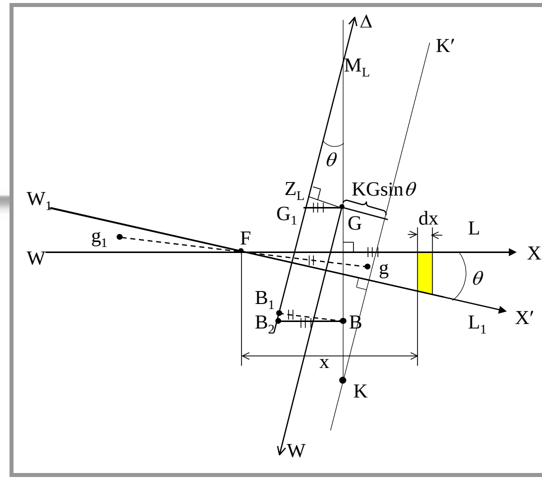
$$\delta v = x \cdot \tan\ \theta \cdot dx \cdot 2y$$

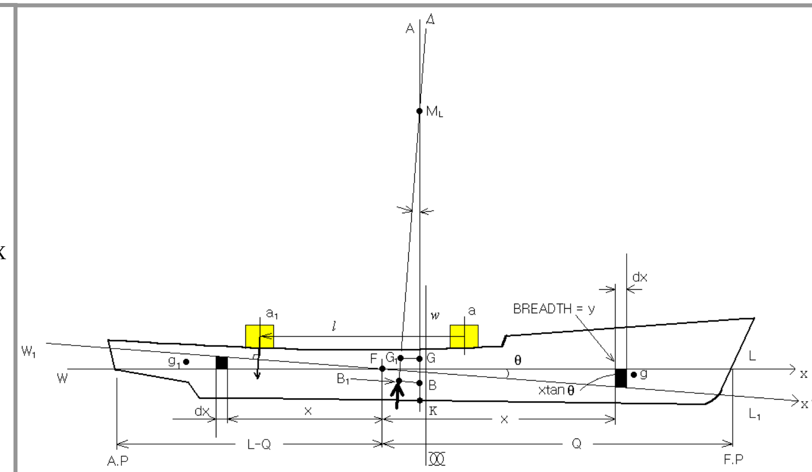
$$= 2\tan\ \theta \cdot xydx$$

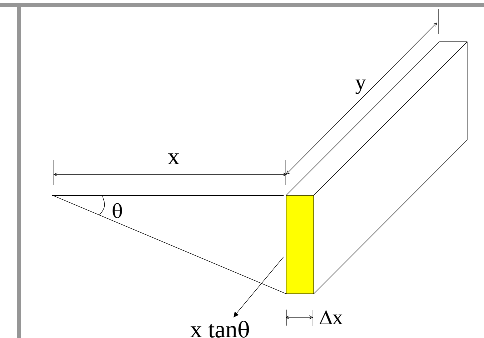
x : F 에서 선수쪽으로 떨어진 거리

y : 반폭

8. 종복원력(8) -LCF(부면심) 정의







$$\delta v = 2\tan\theta \cdot xydx$$

- **전반부 용적**

$$v_f = 2\tan\theta \int_0^Q xydx$$

- **후반부 용적**

$$v_a = 2\tan\theta \int_0^{L-Q} xydx$$

- **배수량의 변화가 없다고 가정하면** $v_f = v_a$

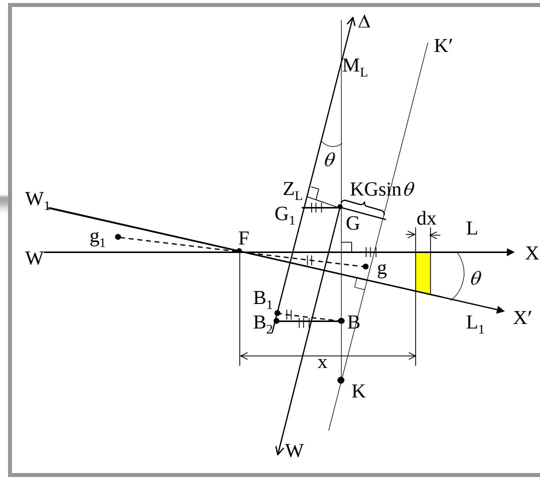
$$2\tan\theta \int_0^Q xydx = 2\tan\theta \int_0^{L-Q} xydx$$

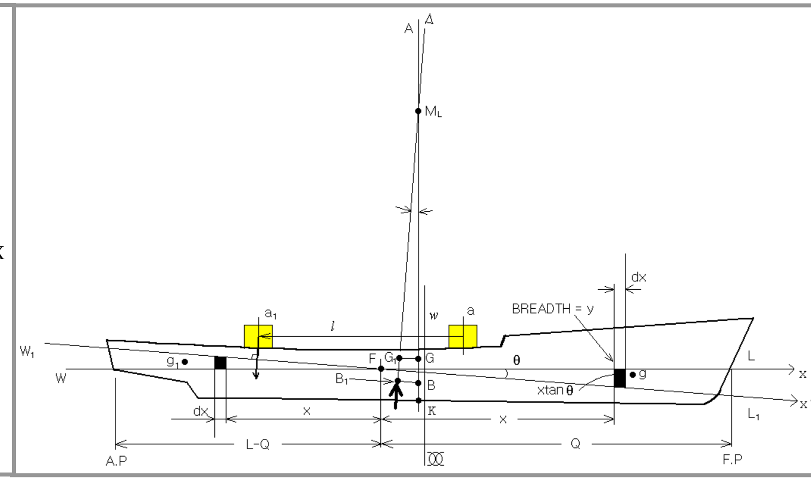
$\int_0^Q xydx$ **와** $\int_0^{L-Q} xydx$ **는 점** F **를 지나는 횡축(y축)에 대한 전반부 또는 후반부 수선 면적의 1차 모멘트를 나타냄.**

$$\therefore \sum M_F = \int_0^Q xydx - \int_0^{L-Q} xydx = 0$$

중심을 통과하는 축에 대한 모멘트가 0 이기 때문에 점 F **는 수선면적의 중심**

8. 종복원력(9)
-BM$_L$ 값의 유도 과정
: 용적 1차 모멘트





용적 이동 원리에 의하여

$$BB_1 \parallel gg_1$$

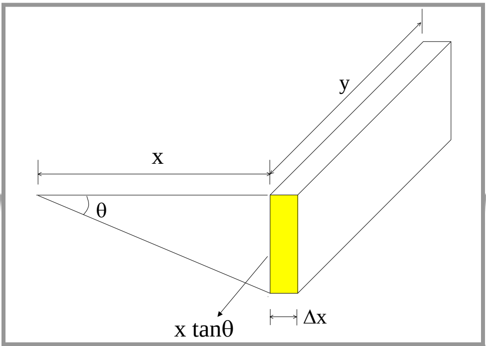
$$BB_1 = \frac{v \cdot gg_1}{\nabla}$$

$$\tan\theta = \frac{BB_2}{BM_L}, \quad BM_L = \frac{BB_2}{\tan\theta}$$

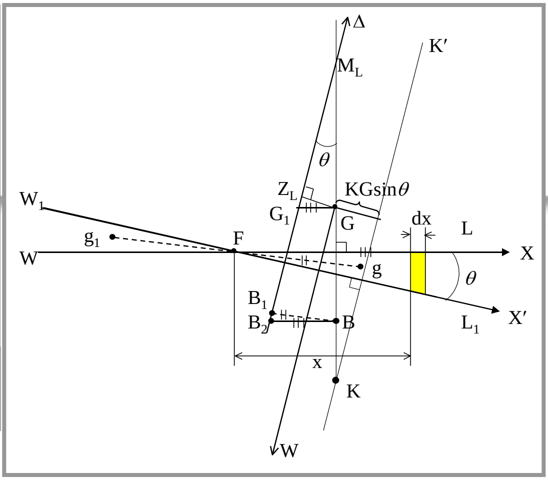
종 경사각이 작은 경우 (2°~5°) 라면 $BB_2 \approx BB_1$ **이라 가정할 수 있다.**

$$BM_L = \frac{BB_2}{\tan\theta} = \frac{BB_1}{\tan\theta} = \frac{v \cdot gg_1}{\nabla \cdot \tan\theta}$$

8. 종복원력(10) – BM$_L$ 값의 유도 과정 : BM$_L$ 과 v·gg$_1$



$$\delta v = 2\tan\theta \cdot xydx$$

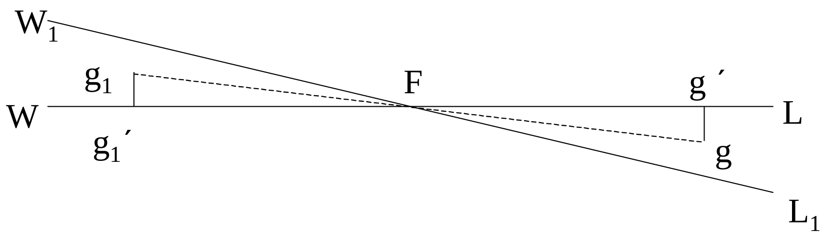


부면심을 지나는 가로축에 대한 부분 용적 모멘트는

$$\delta m = x \cdot \delta v$$

$$v \cdot gg_1 = v \cdot Fg + v \cdot Fg_1$$

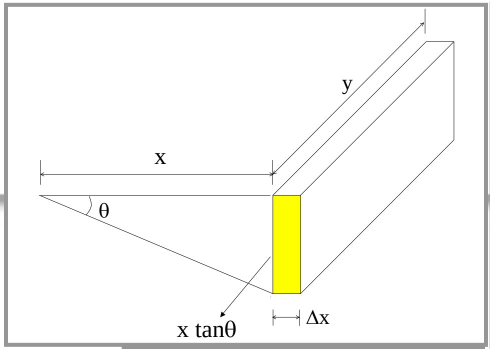
$$(\because \quad Fg + Fg_1 = gg_1)$$

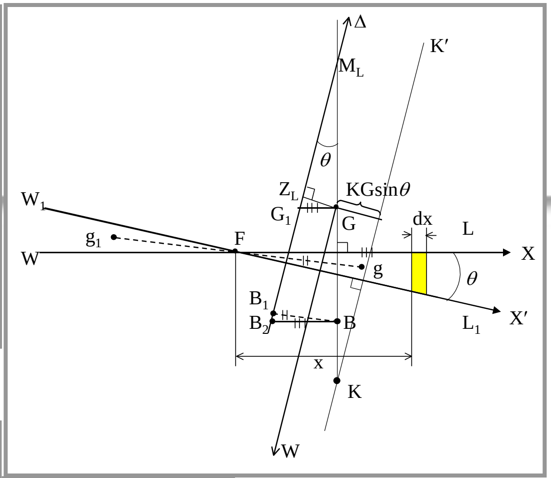


만일 종경사각이 작다면 $Fg \approx Fg'\ ,\ \ Fg_1 \approx Fg_1'$

$$v \cdot gg_1 \approx v \cdot Fg' + v \cdot Fg_1'$$

8. 종복원력 (11) –BM_L 값의 유도 과정 : BM_L 과 $v \cdot gg_1$





$$\delta v = 2\tan\theta \cdot xydx$$

$$v \cdot gg_1 \approx v \cdot Fg' + v \cdot Fg_1'$$

$$\delta m = x \cdot \delta v$$

$$BM_L = \frac{v \cdot gg_1}{\nabla \cdot \tan\theta}$$

- **후반부 몰수부 용적의 길이 방향 1차 모멘트**

$$m_a = v \cdot Fg_1' = \int x \delta v$$

$$= \int_F^{A.P} x \cdot 2\tan\theta \cdot xydx$$

$$= 2\tan\theta \int_F^{A.P} x^2 ydx$$

- **전반부 노출부 용적의 길이 방향 1차 모멘트**

$$m_f = v \cdot Fg' = \int x \delta v$$

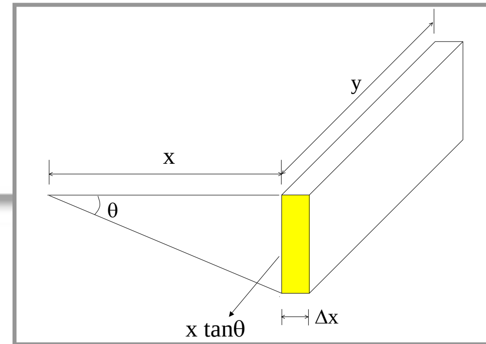
$$= \int_F^{F.P} x \cdot 2\tan\theta \cdot xydx$$

$$= 2\tan\theta \int_F^{F.P} x^2 ydx$$

8. 종복원력(12) – BM_L 값의 유도 과정 :BM_L 과 $v \cdot gg_1$

$$m_a = 2\tan\theta \int_F^{A.P} x^2 y dx$$

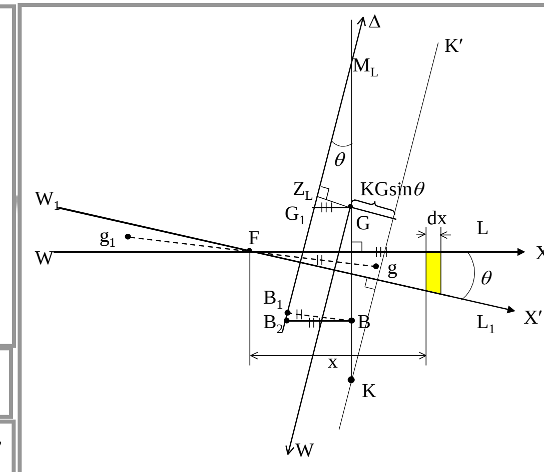
$$m_f = 2\tan\theta \int_F^{F.P} x^2 y dx$$



$$\delta v = 2\tan\theta \cdot xydx$$

$$v \cdot gg_1 \approx v \cdot Fg' + v \cdot Fg_1'$$

$$\delta m = x \cdot \delta v$$



$$BM_L = \frac{v \cdot gg_1}{\nabla \cdot \tan\theta}$$

$$m_a + m_f = v \cdot g'g_1' = v \cdot Fg' + v \cdot Fg_1'$$

$$= \left(2\int_F^{A.P} x^2 y dx + 2\int_F^{F.P} x^2 y dx \right) \cdot \tan\theta$$

$2\int_F^{A.P} x^2 y dx + 2\int_F^{F.P} x^2 y dx$ 은 부면심 F 을 지나는 가로축에 대한 수선면 WL 의 2차 모멘트 I_L 임을 알 수 있다.

$$\therefore \ v \cdot gg_1 = I_L \cdot \tan\theta$$

$$BM_L = \frac{v \cdot gg_1}{\nabla \cdot \tan\theta} = \frac{I_L \cdot \tan\theta}{\nabla \cdot \tan\theta}$$

$$\therefore \ BM_L = \frac{I_L}{\nabla}$$

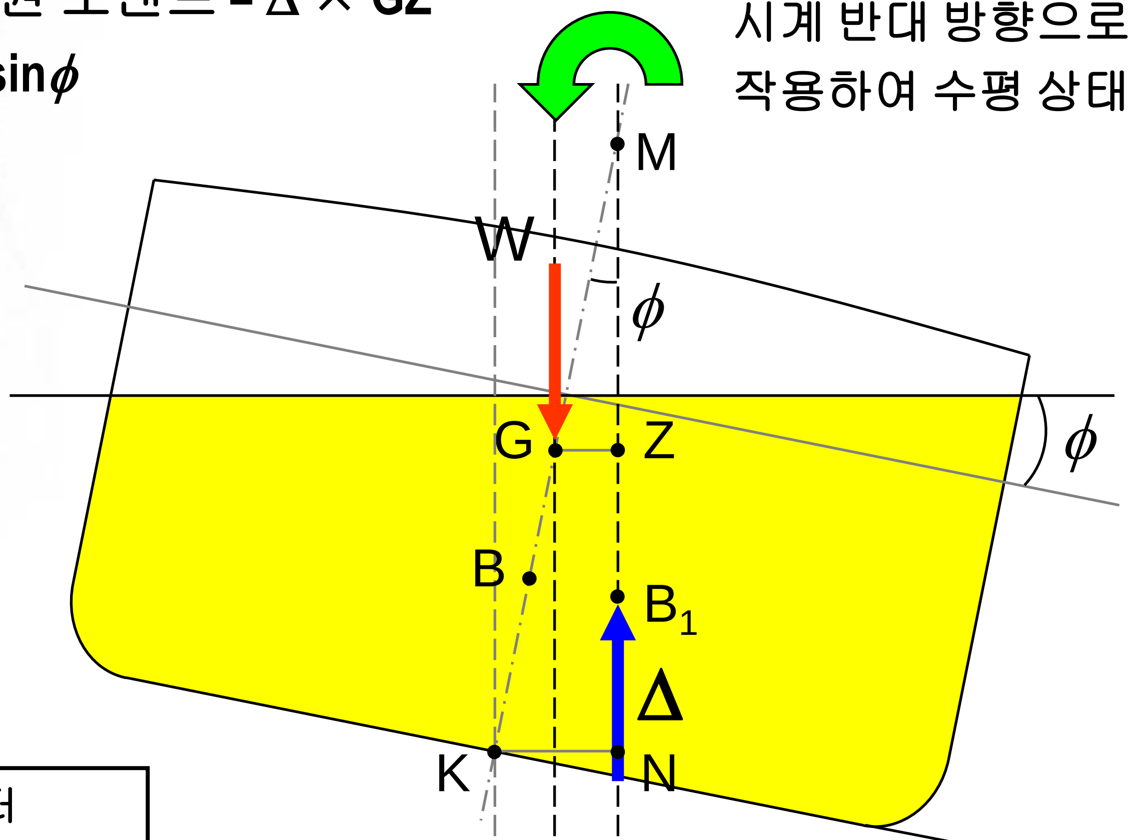
9. 비 손상시 복원성 기준 (1) ' Intact Stability' – 복원 아암 (Righting Arm)

선박의 횡복원 안정성(Transv. Stability) – 안정 상태

횡복원력 = 복원 모멘트 = $\Delta \times GZ$

$GZ = KN - KG \sin\phi$

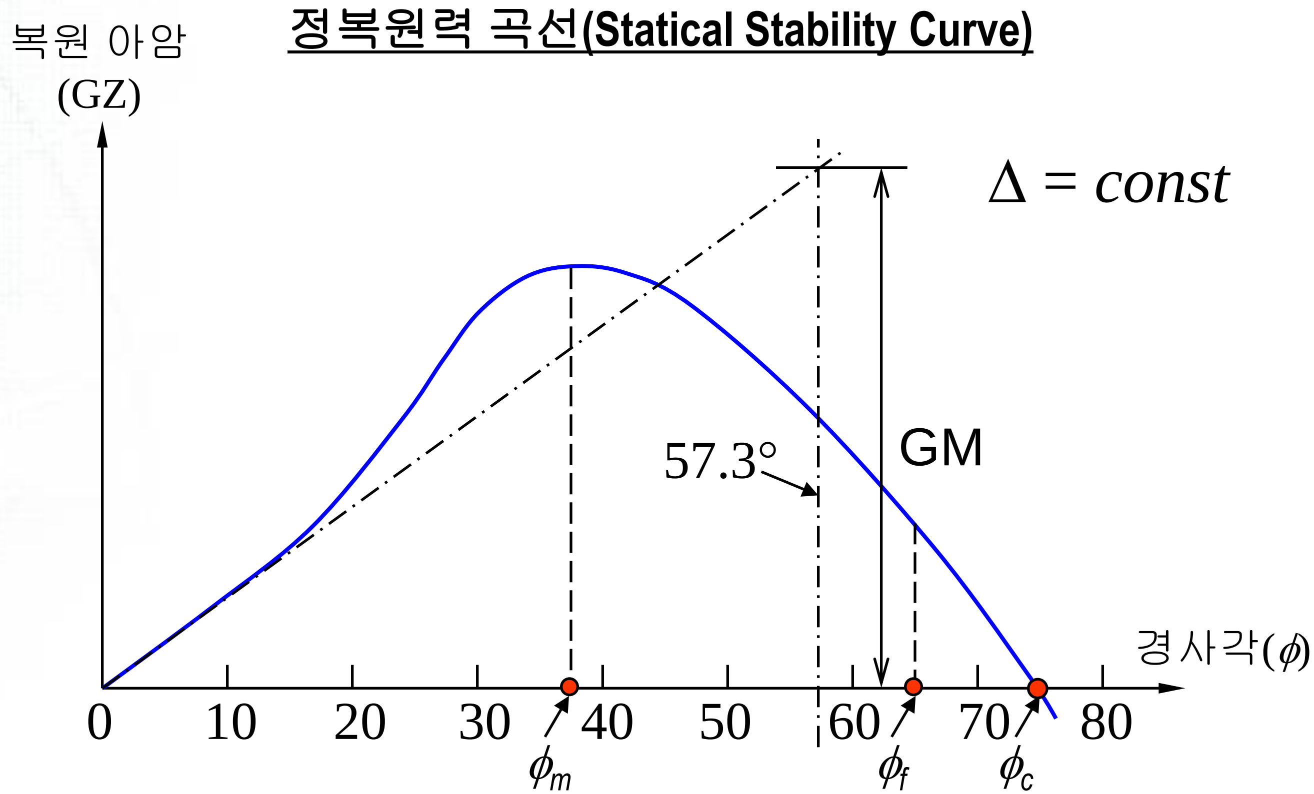
시계 반대 방향으로의 복원력이
작용하여 수평 상태로 되돌아감



M: 메터센터
GZ: 복원 아암
ϕ: 횡 경사각

9. 비선상시 복원성 기준 (2)
– 복원력 곡선(Statical Stability Curve)

복원력 곡선



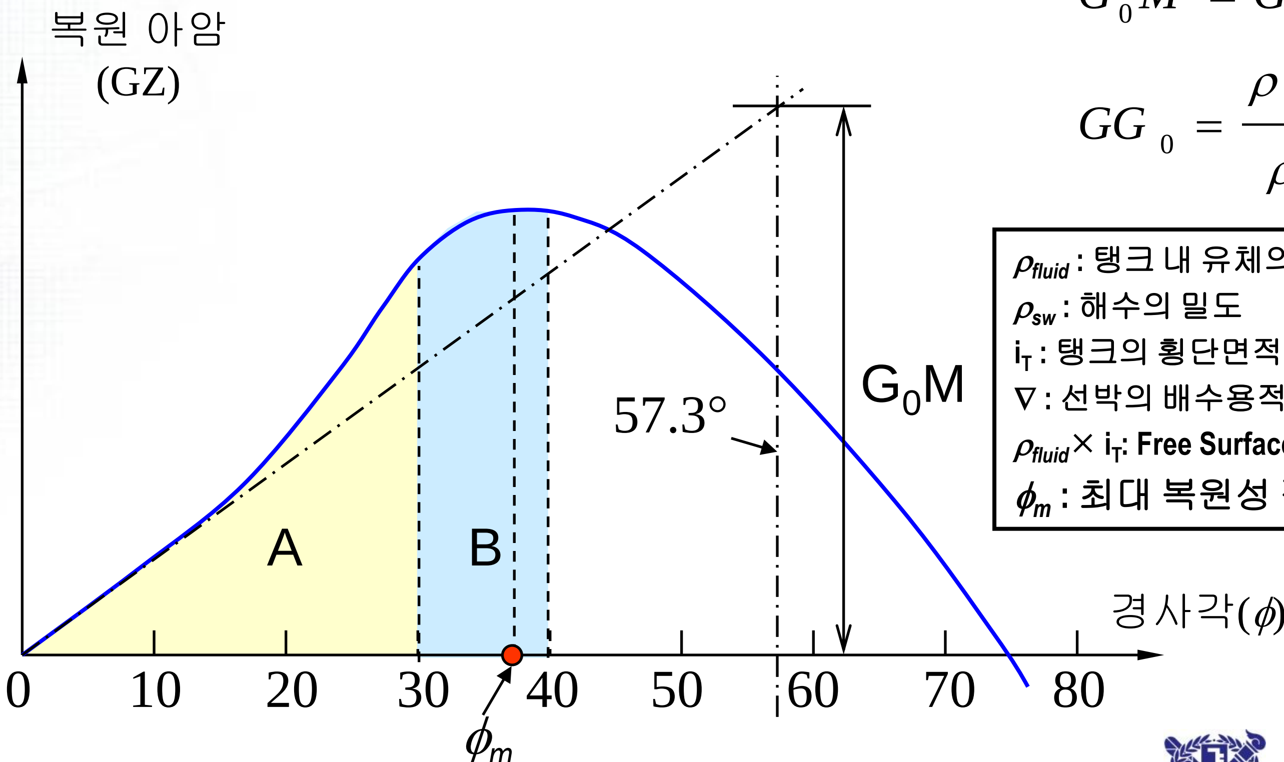
ϕ_c : 양(+)의 복원력의 한계, 복원력 소실 각도
ϕ_m : 최대 복원성 각도
ϕ_f : 해수 유입 각도

- **IMO 비손상시 복원성 요구 조건**

$A \geq 0.055$ [m·rad], $A+B \geq 0.09$ [m·rad], $B \geq 0.03$ [m·rad], $GZ(\phi \geq 30°) \geq 0.2$ [m], $\phi_m \geq 25°$, $G_0M \geq 0.15$ [m]

$$G_0M = GM - GG_0$$

$$GG_0 = \frac{\rho_{fluid}}{\rho_{sw}} \cdot \frac{i_T}{\nabla}$$



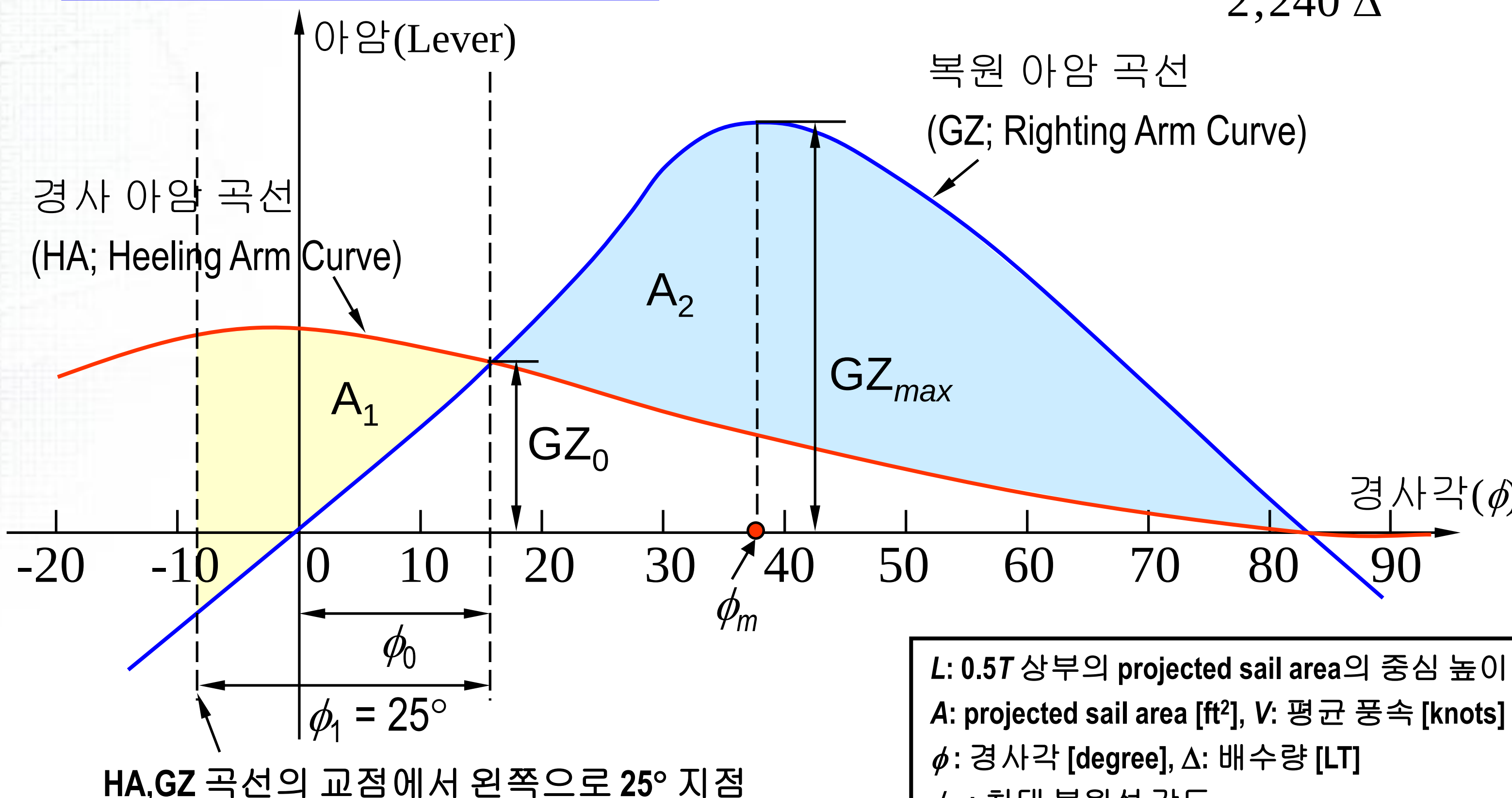
ρ_{fluid} : 탱크 내 유체의 밀도
ρ_{sw} : 해수의 밀도
i_T : 탱크의 횡단면적의 2차 모멘트 [m^4]
∇ : 선박의 배수용적
$\rho_{fluid} \times i_T$: Free Surface Moment [Mg·m]
ϕ_m : 최대 복원성 각도

9. 비 손상시 복원성 기준 (4) – 함정

- 함정의 비손상시 복원성 기준

$$\boxed{GZ_0 \le 0.6 \cdot GZ_{max},\ A_2 \ge 1.4 \cdot A_1}$$

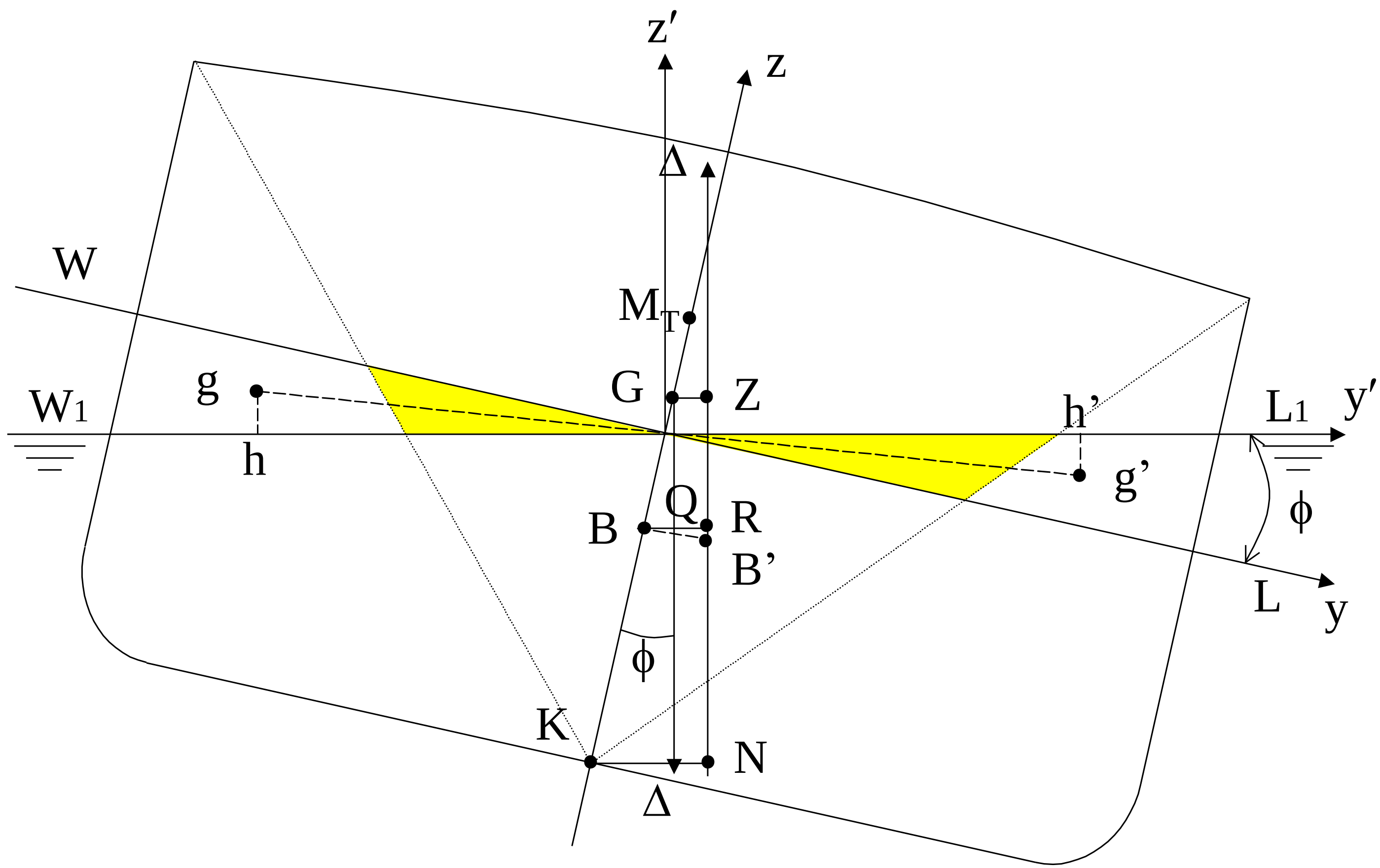
$$HA = \frac{0.004\,V^2 AL \cos^2\phi}{2{,}240\,\Delta}$$



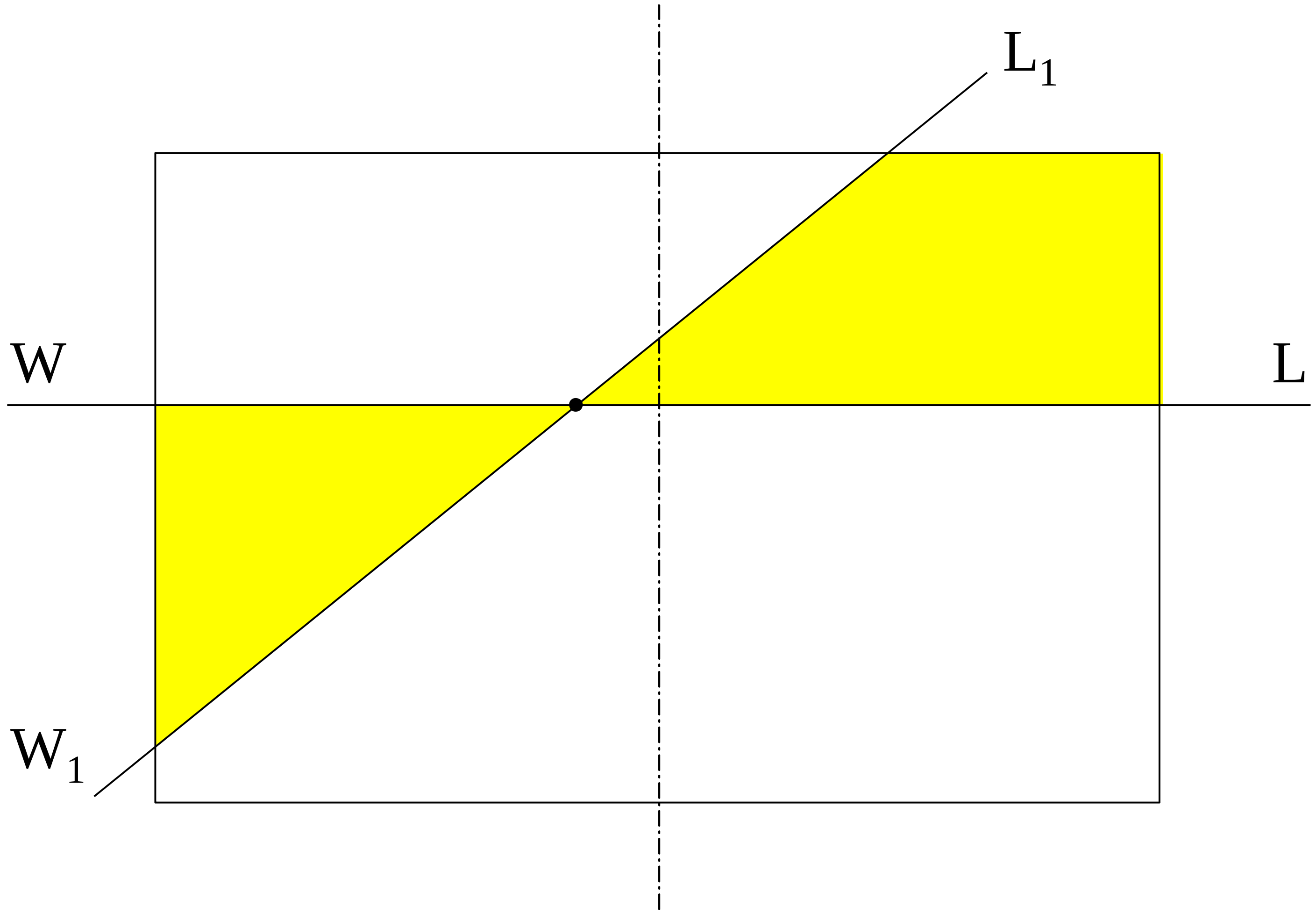
L: 0.5*T* 상부의 projected sail area의 중심 높이
A: projected sail area [ft²], *V*: 평균 풍속 [knots]
ϕ: 경사각 [degree], Δ: 배수량 [LT]
ϕ_m : 최대 복원성 각도

* Brown, A.J., Deybach, F., "Towards A Rational Intact Stability Criteria For Naval Ships", Naval Engineers Journal, pp.65-77, 1998.

9. 비 손상시 복원성 기준 (5) – 단면의 측벽이 경사진 경우의 횡복원력



- 대 경사각에서의 횡 경사 회전점



10. 손상시 복원성 (1) 'Damage Stability' – 가침길이

- 가침 길이(Floodable Length)
  - 선박의 길이 범위 내의 어떤 점에서의 가침 길이는 구획 만재 흘수선으로 떠 있는 선박이 그 점을 중심으로 지정된 침수율로서 대칭적으로 침수하여도 한계선을 넘는 침하가 일어나지 않을 최대 한도의 침수된 부분의 길이를 말함
  - 선체 중앙부에서 최대, 이로부터 전후방에서는 점차 감소, 선수미 양끝에서 다시 증가

10. 손상시 복원성 (2) – 구획계수, 허용길이

- 구획 계수(Factor of Subdivision)
  - 선박의 길이에 따라, 일정한 길이에 대하여는 그 선박이 목적하는 용도의 성질에 따라 변화함
  - 구획 계수는 선박의 길이가 증대함에 따라, 또한 화물 수송에 이용되는 선박에 적용하는 계수 A로부터 여객 수송에 이용되는 선박에 적용하는 계수 B까지 규칙적, 연속적으로 감소됨
  - SOLAS 1974에 의한 구획 계수 식 존재

- 허용 길이(Permissible Length)
  - 어떤 점에서의 허용 길이는 그 점에서의 가침 길이에 구획 계수를 곱해서 구한 값을 말함
  - 특별한 경우를 제외하고, 그 부분에서 허용되는 구획실의 최대 길이를 말함

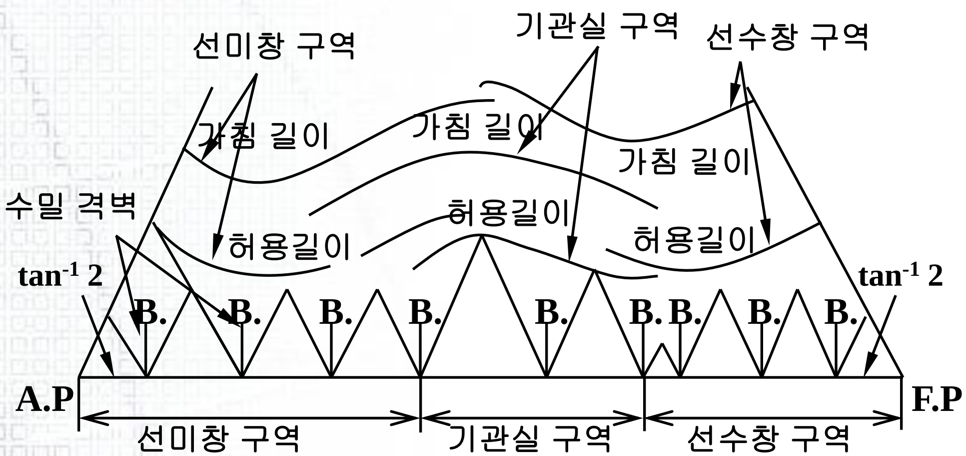
10. 손상시 복원성 (3) – 한계선, 침수율

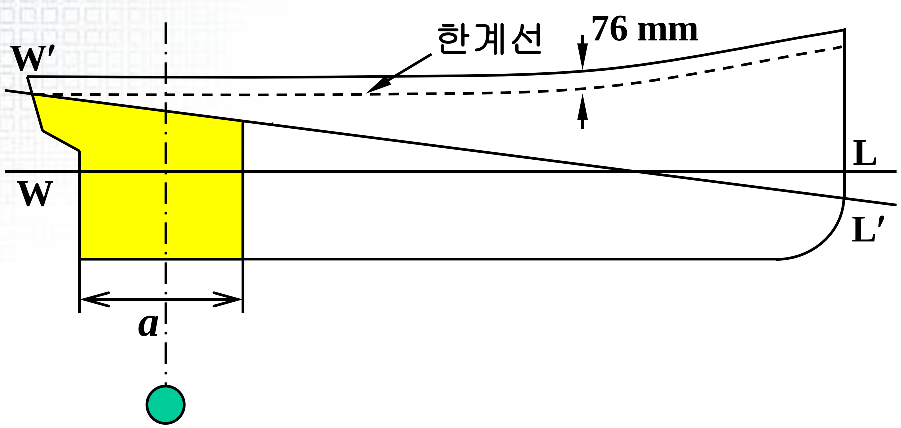
- **한계선**
  - 손상을 입은 선박이 침하, 트림 및 횡경사를 일으킨 최종 상태에서 허용할 수 있는 가장 높은 수선면의 위치를 표시한 선
  - 선측에 있어서 격벽 갑판의 상단으로부터 76 [mm](= 3 [inch])인 곳에 나란히 표시
  - 어떠한 경우에도 한계선보다 높은 최악의 수선면이 오는 것은 허용되지 않음

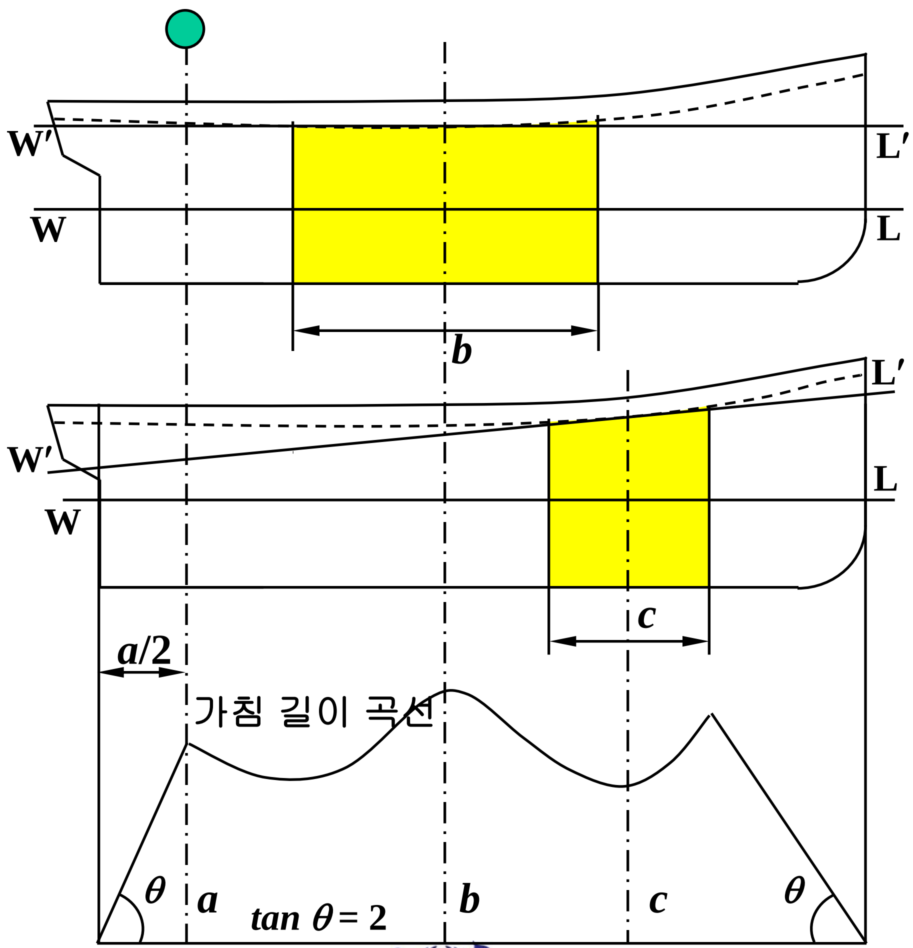
- **침수율(Permeability)**
  - 어떤 장소의 침수율은 그 장소 내에서 물에 의해 점유될 수 있는 용적과 그 장소의 전체 용적과의 비를 말함

10. 손상시 복원성 (4)
– 가침길이, 허용길이

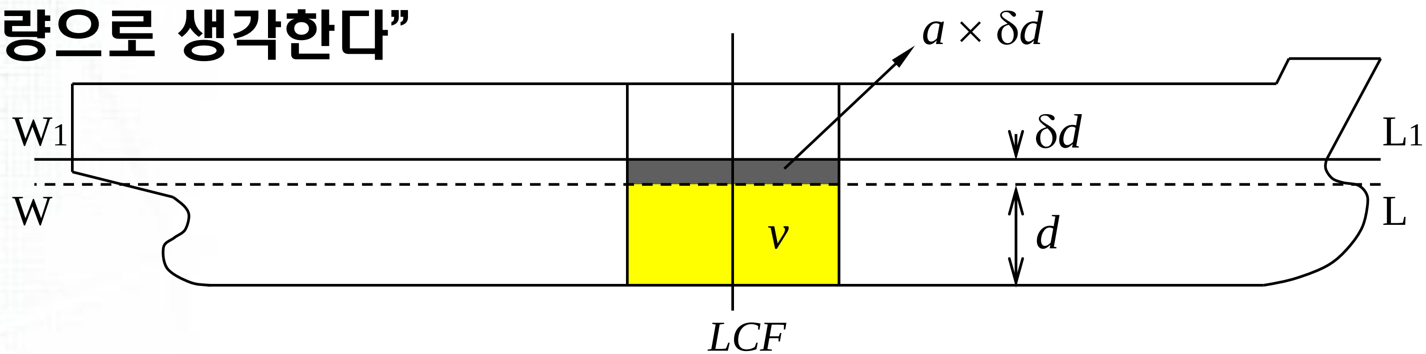
가침 길이 곡선과 허용 길이 곡선







- **중량 부가법**
  - **"침수 구획에 들어오는 해수는 그 선박에 부가적으로 적재되는 중량으로 생각한다"**



구획 침수에 의한 해수의 중량 $w = (v + a \cdot \delta d) \cdot 1.025$

침하에 의한 부력 증가 $b = A_{WP} \cdot \delta d \cdot 1.025$

구획 침수에 의한 해수의 중량 증가(w)와 침하에 의한 부력의 증가(b)는 동일

$$(v + a \cdot \delta d) \cdot 1.025 = A_{WP} \cdot \delta d \cdot 1.025$$

구획 침수에 의한 흘수 변화량

$$\delta d = \frac{v}{A_{WP} - a}$$

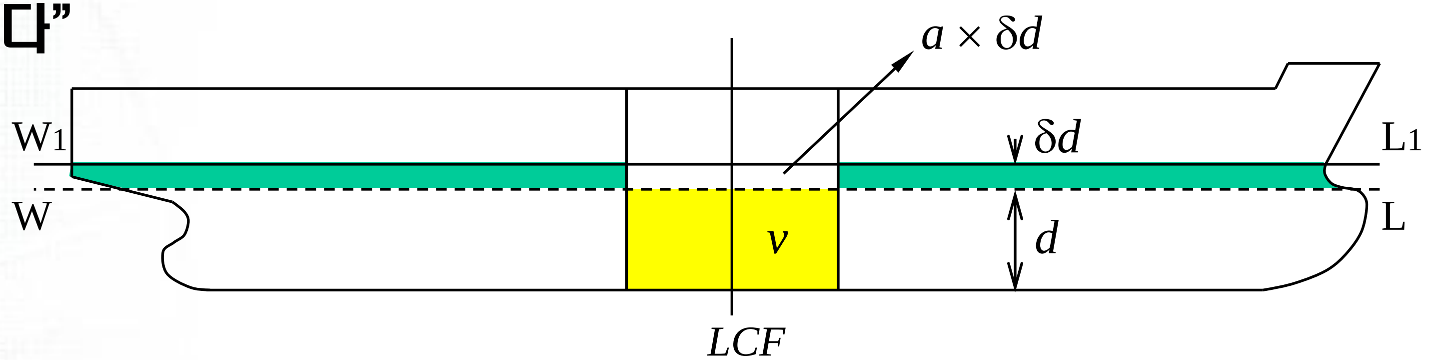
➡ 선박의 중량과 중심은 변하고 수선 면적은 변하지 않는다고 가정

A_{WP} : 전체 수선 면적
(침수 구획의 수선 면적 포함)
a : 침수 구획의 수선 면적
d : 침수 이전의 흘수
δd : 침수에 의한 흘수 증가
v : 수선 WL 이하의 구획 용적

10. 손상시 복원성 (6)
– 계산방법 : 부력 손실법

■ 부력 손실법

- "구획이 침수되면 침수된 공간의 부력은 손실된 것으로 보며, 이 손실된 부력은 선박이 새로운 수선까지 침하함으로써 다시 회복하게 된다"



손실된 부력(침수된 구획에 들어오는 해수를 바다의 일부로 생각할 경우)

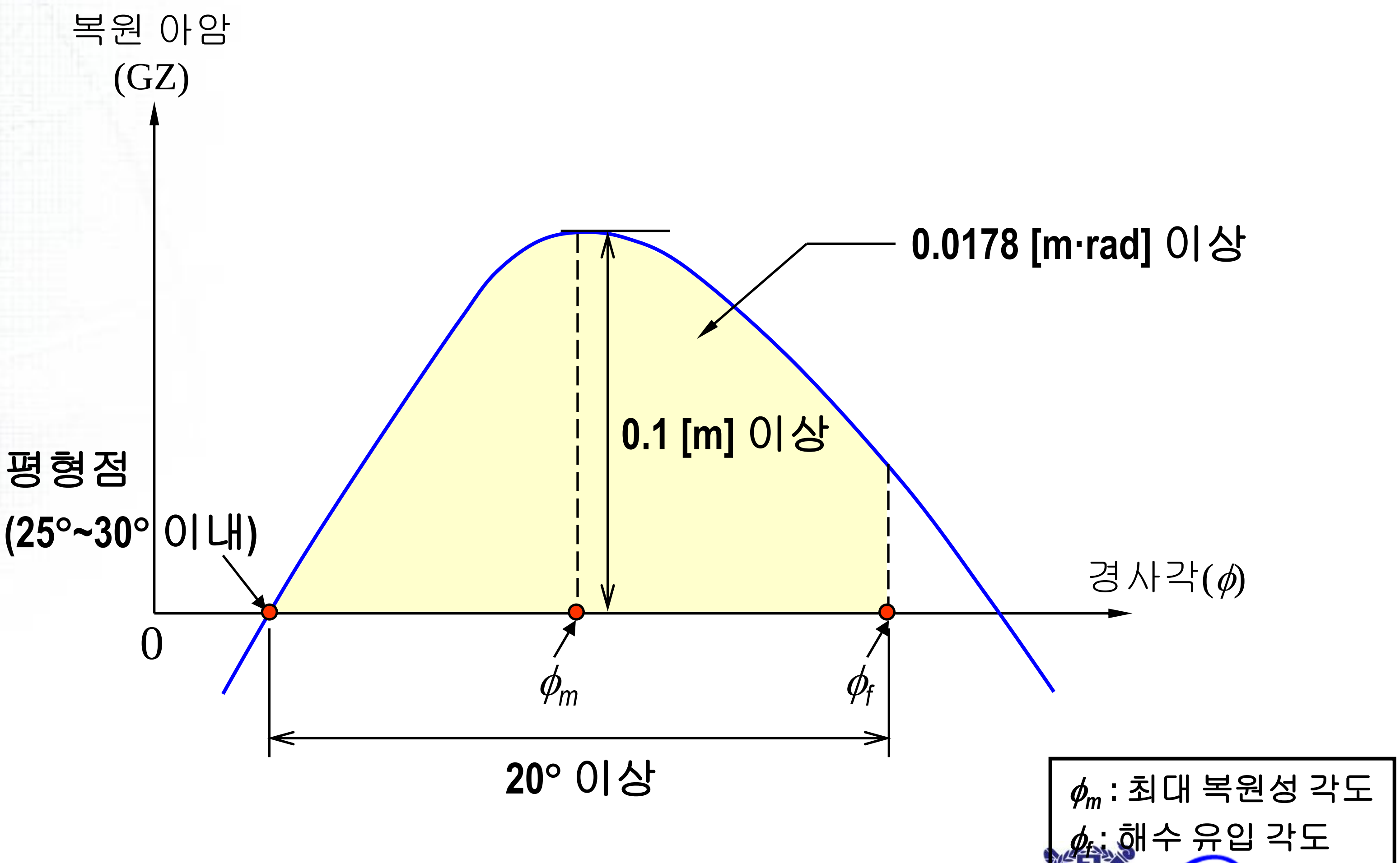
$$v = (A_{WP} - a) \cdot \delta d$$

A_{WP} : 전체 수선 면적 (침수 구획의 수선 면적 포함)
a : 침수 구획의 수선 면적
d : 침수 이전의 흘수
δd : 침수에 의한 흘수 증가
v : 수선 WL 이하의 구획 용적

➡ 선박의 중량과 중심 그리고 배수량은 변하지 않고 수선 면적은 변한다고 가정

10. 손상시 복원성 (7)
– MARPOL의 손상 후 복원성 요구 조건

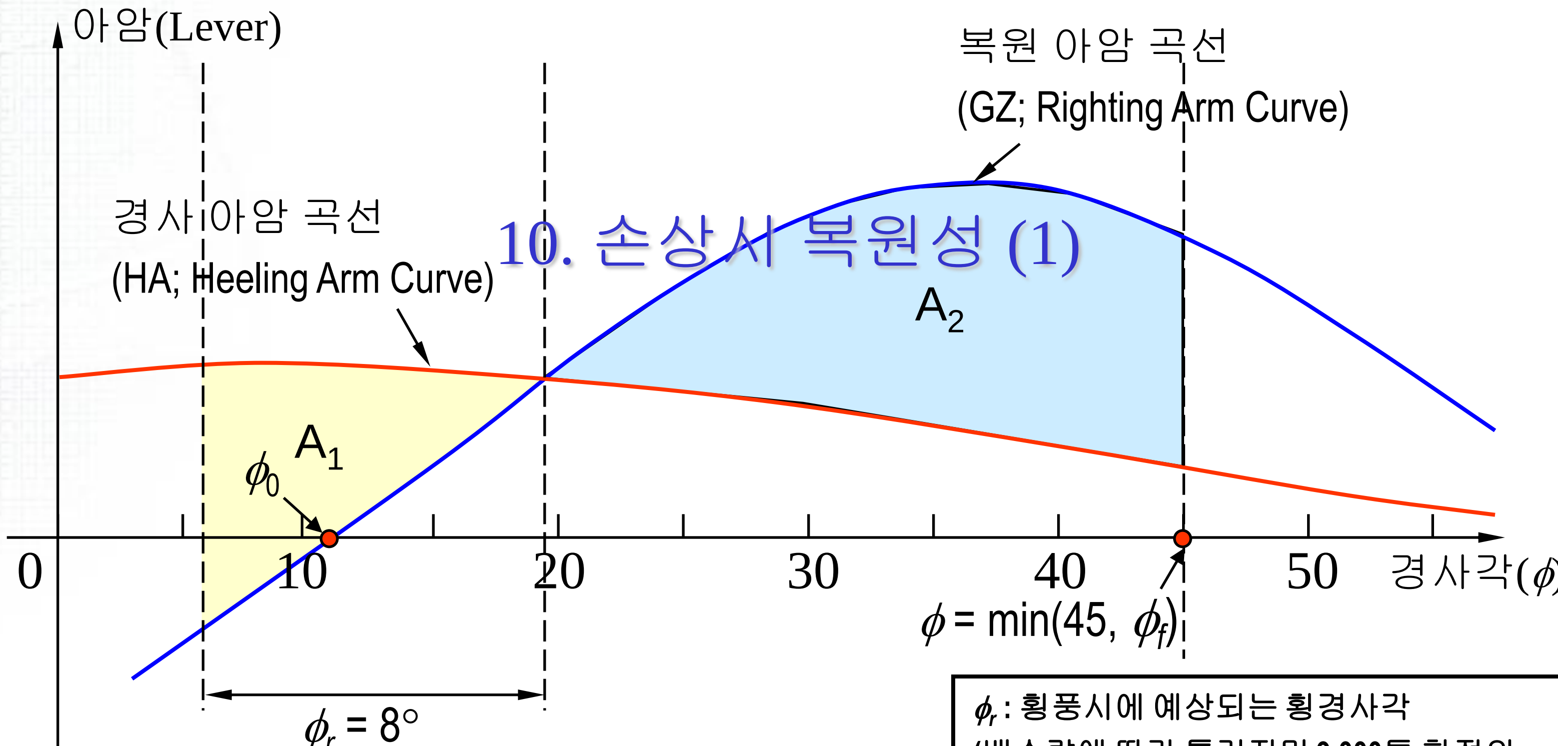
- **MARPOL의 손상 후 복원성 요구 조건**



10. 손상시 복원성 (8) – 함정

■ **함정의 손상시 복원성 기준**

$\boxed{\phi_0\text{(초기 경사각)} \le 15°,\ A_2 \ge 1.4 \cdot A_1}$



ϕ_r : 횡풍시에 예상되는 횡경사각
(배수량에 따라 틀려지며 **9,000**톤 함정의 경우, ϕ_r = 8° 정도)
ϕ_f : 해수 유입 각도

* Surko, S.W., "An Assessment of Current Warship Damaged Stability Criteria, Naval Engineers Journal, 1994.

1. 선박 유체 정역학적 계산

- 면적과 도심
- 선박 유체 정역학적 계산 개요
- 수선면과 관련된 항목 계산
- 본전(Bonjean) 곡선 작성을 통한 횡 단면적 계산
- 배수 용적 및 LCB 계산
- 수선면의 높이 방향 적분에 의한 배수 용적 및 KB의 계산
- 형상 계수 및 복원력 관련 특성 값의 계산

선박 유체 정역학적 계산 개요

- 목적
  - 선박이 유체 중에 떠있을 때 유체정역학적 안정성을 갖는지에 대한 검증

- 내용
  - 외력으로 인한 유체 정역학적 변화에 대해 자세 변화 및 복원성을 계산
  - 국제 선박 안정성 규정에 대한 만족 여부 검토

- 관련 항목 분류
  - WPA (Water Plane Area) 관련 항목
  - 횡단면적 관련 항목
  - 배수 용적 관련 항목
  - 기타 항목

수선면과 관련된 항목 계산

- 수선면과 관련된 항목 계산

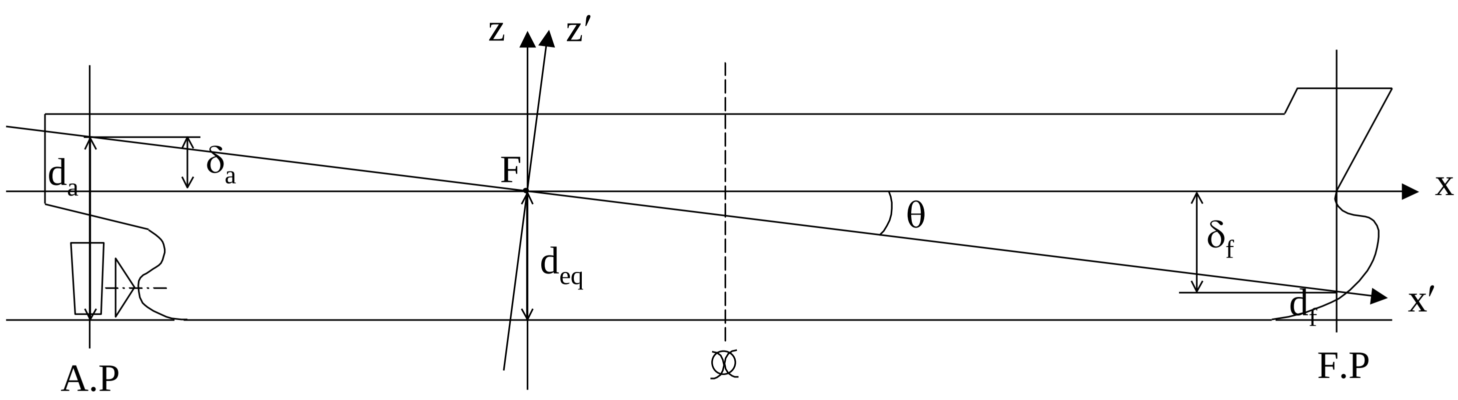
y : 각 station에서의 반폭
ρ_{sw} : 해수의 밀도(1.025[ton/m3])

  - 수선 면적(Waterplane Area)

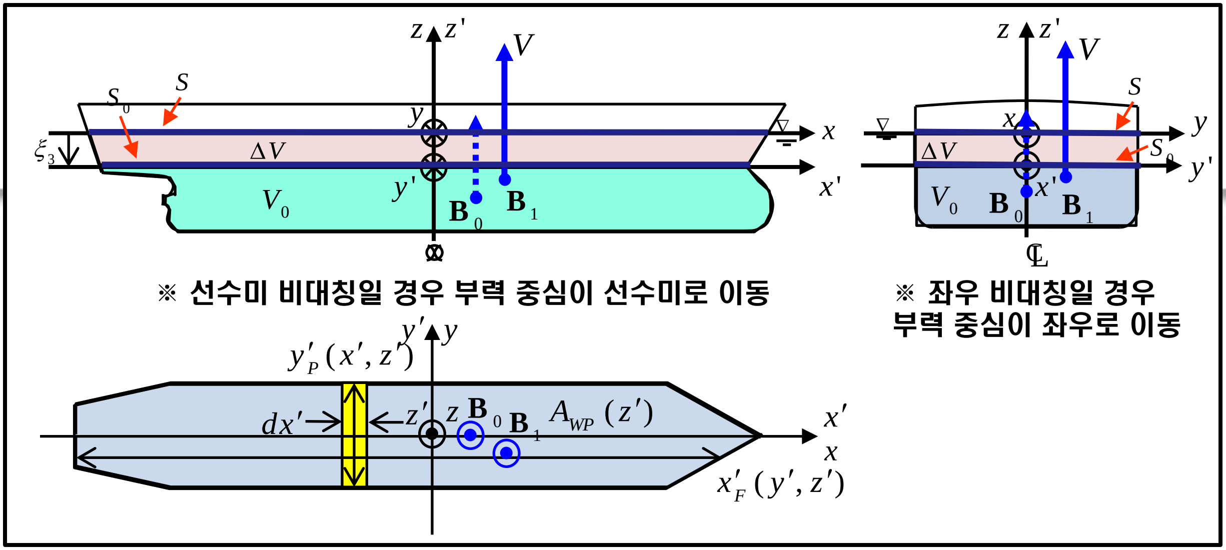
$$A_{WP} = \int_0^L y dx$$

  - 1cm 침하 톤수(TPC; Tonnes per 1cm Immersion)

$$TPC = A_{WP} \cdot \rho_{sw} / 100$$



흘수변화에 따른 부력: 수학적 유도



좌표계 변환

$$\begin{pmatrix} x = x' \\ y = y' \\ z = z' + \xi_3 \end{pmatrix}$$

초기 부피

$$\mathbf{F} = \mathbf{k}\rho g \iiint_V dV = \mathbf{k}\rho g \left\{ \boxed{\iiint_{V_0} dV} + \iiint_{\Delta V} dV \right\}$$

적분 순서를 위한 종속관계

(독립) $z' \rightarrow x' \rightarrow y'$ (종속)

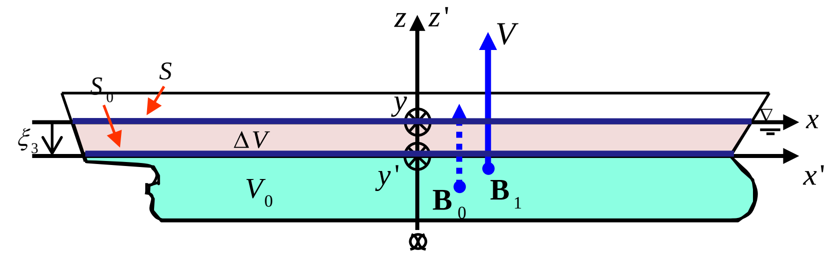
$$\iiint_{V_0} dV = \iiint_{V_0} dxdydz = \iiint_{V_0} |\mathbf{J}| dx'dy'dz' = \iiint_{V_0} dx'dy'dz'$$

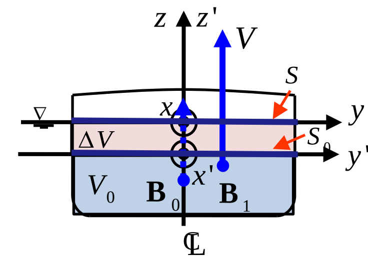
$$= V_0$$

(Jacobian [1]))

1) Erwin Kreyszig, Advanced Engineering Mathematics 9th ,Wiley,Ch10.3(p433~438)

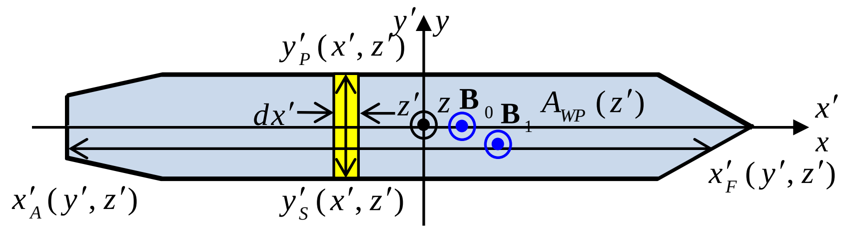
흘수변화에 따른 부력: 수학적 유도





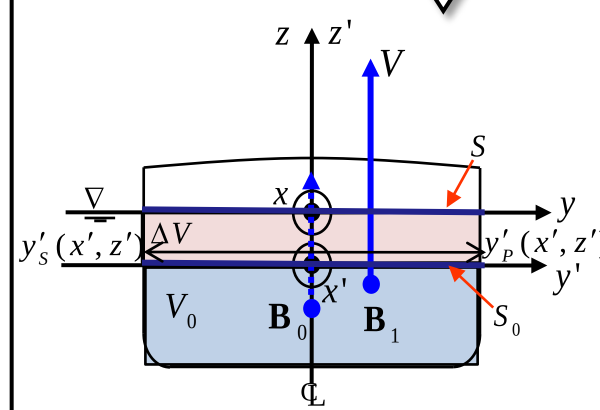
※ 선수미 비대칭일 경우 부력 중심이 선수미로 이동

※ 좌우 비대칭일 경우 부력 중심이 좌우로 이동



좌표계 변환

$$\begin{pmatrix} x = x' \\ y = y' \\ z = z' + \xi_3 \end{pmatrix}$$



부피 변화량

$$\mathbf{F} = \mathbf{k}\rho g \iiint_V dV = \mathbf{k}\rho g \left\{ \iiint_{V_0} dV + \boxed{\iiint_{\Delta V} dV} \right\}$$

적분 순서를 위한 종속관계

(독립) $x' \rightarrow y' \rightarrow z'$ (종속)

$$\iiint_{\Delta V} dV = \iiint_{\Delta V} dxdydz = \iiint_{\Delta V} \left|\mathbf{J}\right| dx'dy'dz' = \iiint_{\Delta V} dx'dy'dz'$$

$$\approx \int_{x'_A}^{x'_F} \int_{y'_S(x')}^{y'_P(x')} \int_0^{-\xi_3} dz'dy'dx' = \int_{x'_A}^{x'_F} \int_{y'_S(x')}^{y'_P(x')} (-\xi_3) dy'dx'$$

$$= \int_{x'_A}^{x'_P} (-\xi_3)\left[y'_P(x') - y'_S(x')\right]dx' = -\xi_3 \underline{\int_{x'_A}^{x'_P} \left[y'_P(x') - y'_S(x')\right]dx'} = -\xi_3 A_{WP}(z')$$

$$= -\xi_3 \boxed{A_{WP}(0)} = -\xi_3 \boxed{S_0}$$

Body-Fixed Coordinate에서 z' 에서의 수선면적

Body-Fixed Coordinate에서 z'=0에서의 수선면적

흘수변화에 따른 부력: 수학적 유도

✓ Hydrostatic force

$$\mathbf{F}_{Static} = \int_{S_B} P_{Static}\, d\mathbf{S} = -\int_{S_B} \rho g z d\,\mathbf{S}$$

$$\Downarrow$$

$$\mathbf{F}_{Static} = \mathbf{k}\rho g\,(\underline{V_0} - A_{WP}(0)\xi_3)$$

중력과 상쇄되는 부분

$$\Downarrow$$

$$\mathbf{F}_{Static} + \mathbf{F}_{Gravity} = \mathbf{k}\rho g\,(V_0 - A_{WP}(0)\xi_3) + \mathbf{k}(-mg)$$

$$= \underline{-\mathbf{k}\rho g A_{WP}(0)\xi_3}$$ => 변위에 비례하는 성분으로 나타남

$$\Downarrow$$

(6X6 Matrix)

6자유도 운동 변위를 $\mathbf{X}$ 라 하면, $\mathbf{F}_{static} + \mathbf{F}_{Gravity} = -\mathbf{c}\mathbf{X}$

(6X1 Vector)

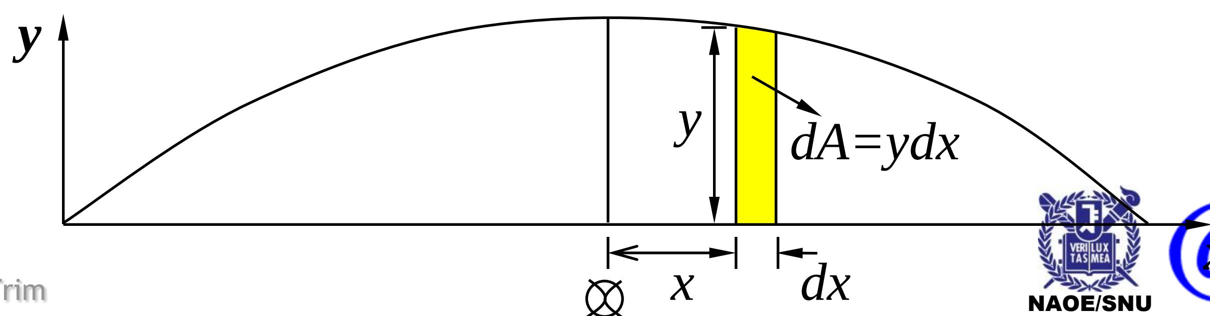
(Restoring Coefficient Matrix)

수선면과 관련된 항목 계산

y: 각 station에서의 반폭
ρ_{sw} : 해수의 밀도(1.025[ton/m3])

- 수선면과 관련된 항목 계산
  - 부면심(LCF; Longitudinal Center of Flotation)
    - 수선 면적의 Midship에 대한 면적 1차 모멘트($M_{Midship}$)을 수선 면적(A_{WP})로 나눈 것
    - Y축에 대한 면적의 도심.
    - Trim(선수,선미가 회전하는 것)이 작을 때는 부면심을 중심으로 회전한다고 가정할 수 있다.

$$M_{Midship} = \int_0^L x dA = \int_0^L xy dx \,, \qquad LCF = M_{Midship} / A_{WP}$$

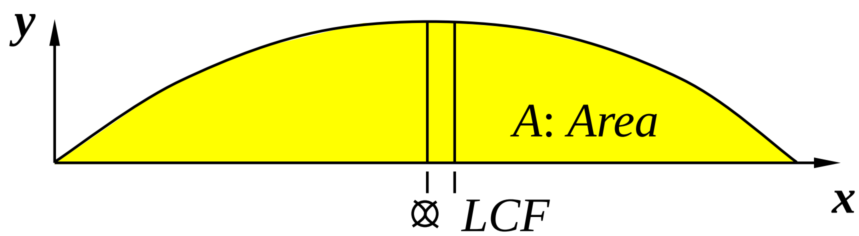


수선면과 관련된 항목 계산

- **LCF에 대한 길이 방향 면적 2차 모멘트(I_L)**

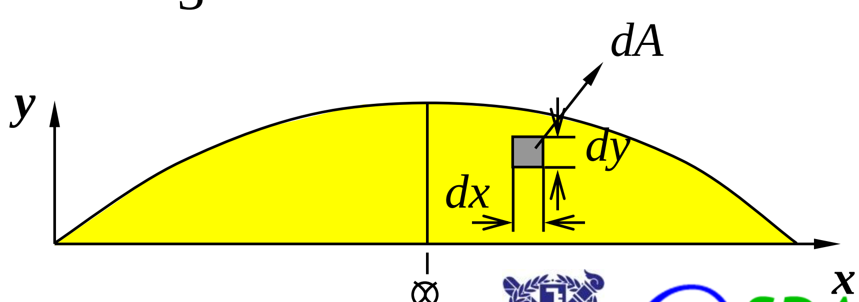
$$I_{L,Midship} = \int_0^L x^2 dA = \int_0^L x^2 y dx$$

$$I_{L,Midship} = I_L + A_{WP}(LCF - Midship)^2$$



- **폭 방향 면적 2차 모멘트(I_T)**

$$I_T = \int_0^L \int_0^y y^2 dy dx = \frac{1}{3}\int_0^L y^3 dx$$

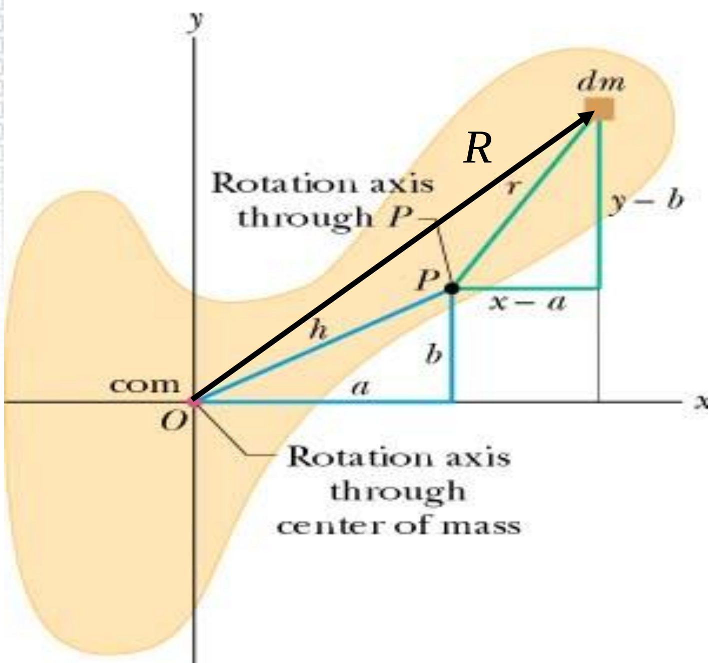


참고 – 평행축 정리

- 면적 2차 모멘트

$$\Rightarrow \quad I = \int r^2 dA$$

- 평행축 정리



$$I = \int r^2 dA = \int [(x-a)^2 + (y-b)^2] dA$$

$$= \int (x^2 + y^2) dA - 2a\int x\, dA$$

$$- 2b\int y\, dA + \int (a^2 + b^2) dA$$

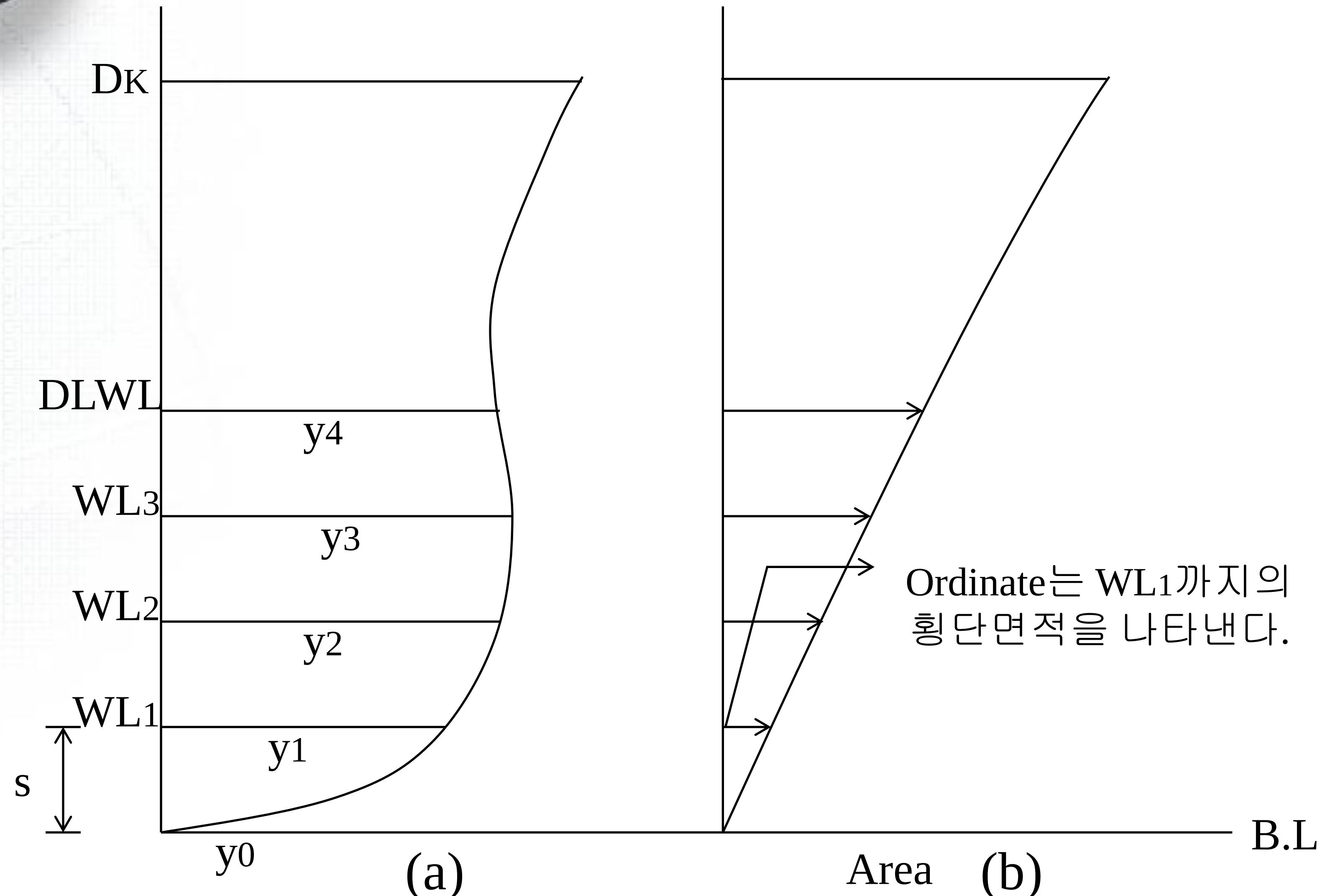
$$= \int R^2 dA + \int h^2 dA$$

$$= I_{com} + Ah^2$$

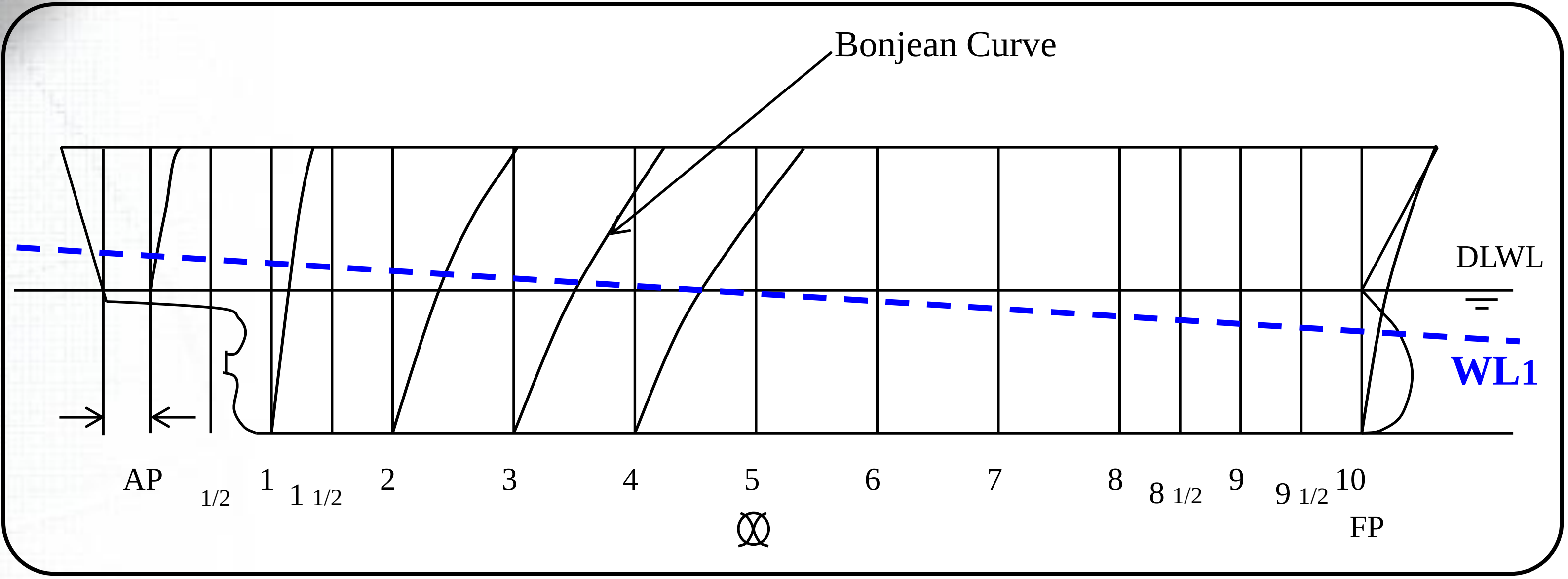
$$(x^2 + y^2 = R^2)$$

$$\left(x_{com} = \frac{1}{A}\int x\, dA = 0 \;,\; y_{com} = \frac{1}{A}\int y\, dA = 0 \right)$$

본전(Bonjean) 곡선 작성을 통한 횡 단면적 계산



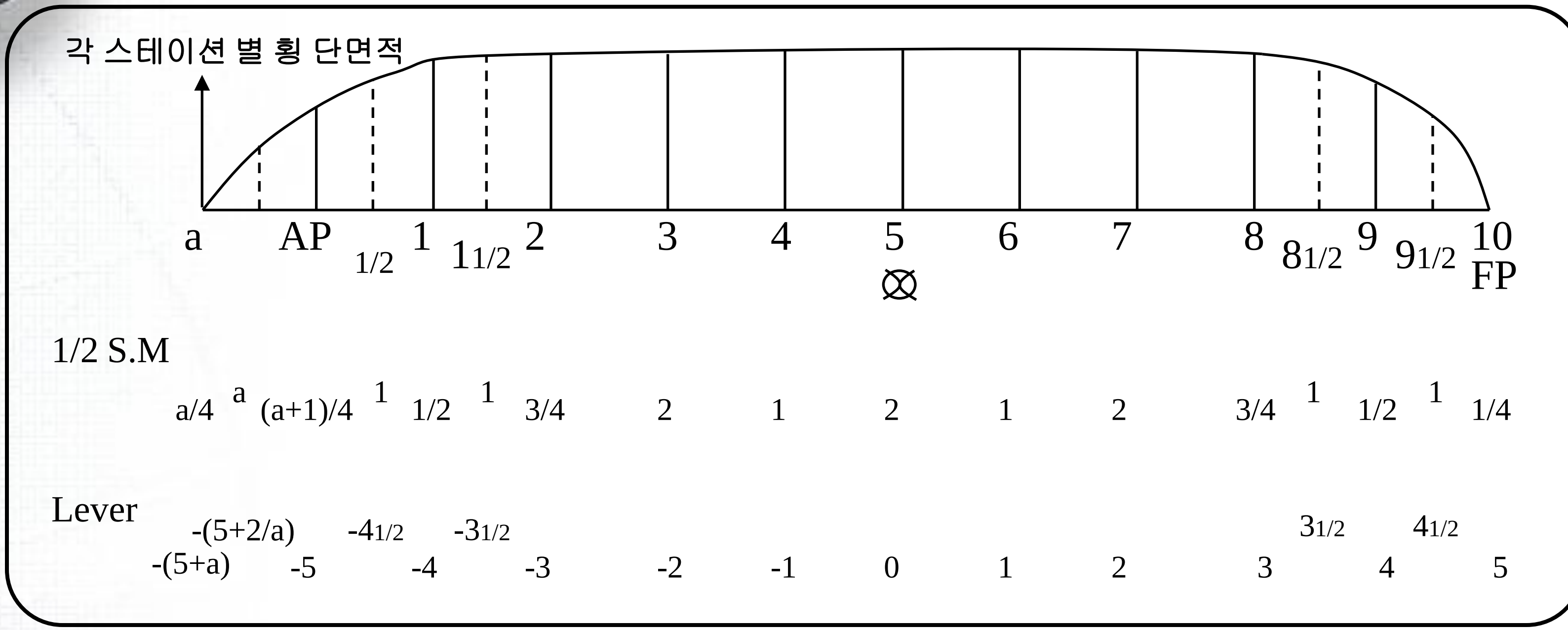
본전(Bonjean) 곡선 작성을 통한 횡 단면적 계산



✓ Bonjean Curve

- 주어진 흘수 T에 대해서 각 스테이션에서의 횡 단면적을 구하고, 이를 도시한 곡선
- 선박의 트림 (Trim) 상태에서의 횡 단면적 및 배수용적 계산에 사용됨

배수 용적 및 LCB 계산 (1)



✓ 배수 용적

- **Displacement Volume**

✓ **LCB**

- 길이 방향의 부력 중심

$$\nabla = \int_0^L A dx$$

$$M_{Midship} = \int_0^L x A dx$$

$$LCB = \frac{M_{Midship}}{\nabla}$$

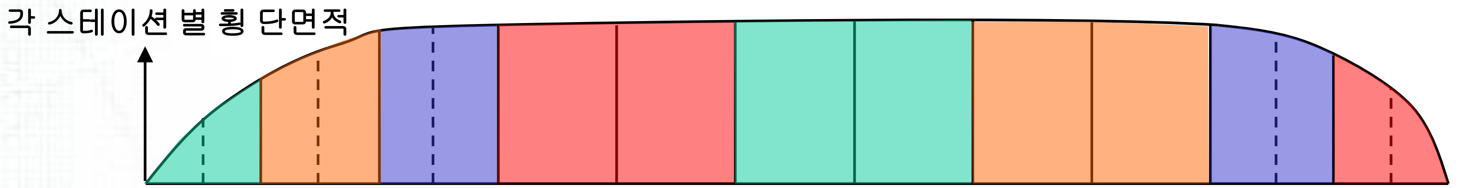
배수 용적 및 LCB 계산 (2)

Simpson 제1법칙

간격 s : $\frac{s}{3}(y_0 + 4y_1 + y_2) = \frac{2}{3}(\frac{1}{2}sy_0 + 2sy_1 + \frac{1}{2}sy_2)$

간격 s/2 : $\frac{s}{6}(y_0 + 4y_{0.5} + y_1) = \frac{2}{3}(\frac{1}{4}sy_0 + 1sy_{0.5} + \frac{1}{4}sy_1)$

한 칸짜리 면적을 구할 때 사용한 간격은 ½ 이고, 두 칸짜리 면적을 구할 때 사용한 간격은 1이다.
단, a부터 AP사이의 면적을 구할 때 사용한 간격은 a/2 이다.



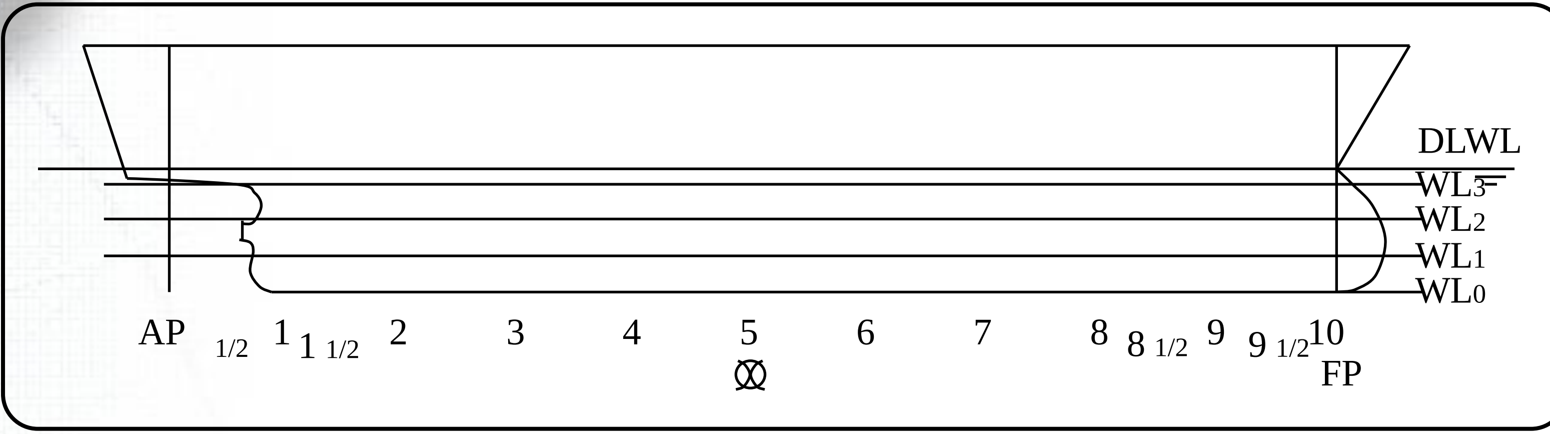
색칠한 부분의 면적을 구할 때의 식을 2/3 로 묶었을 때의 각 세로선의 값에 붙는 계수

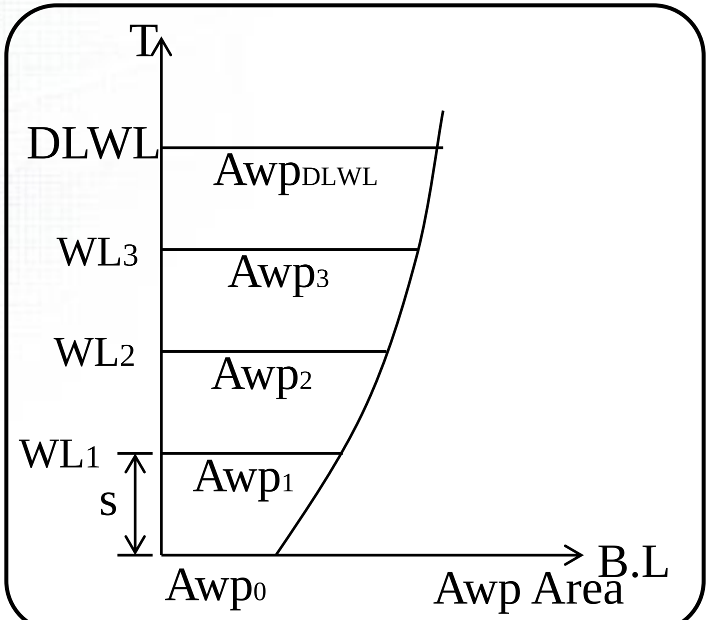
a		AP	1/2	1	1 1/2	2	3	4	5 ⊗	6	7	8	8 1/2	9	9 1/2	10 FP
$\frac{a}{4}$	a	$\frac{a}{4}$						$\frac{1}{2}$	2	$\frac{1}{2}$						
		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$						$\frac{1}{2}$	2	$\frac{1}{2}$				
				$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$						$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$		
						$\frac{1}{2}$	2	$\frac{1}{2}$						$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{a}{4}$	a	$\frac{a+1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	2	1	2	1	2	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

각각의 면적을 모두 더하여 전체 면적을 구할 때의 식을 2/3 로 묶었을 때의 각 세로선의 값에 붙는 계수

색깔이 있는 계수는 같은 색깔의 면적을 구할 때 사용된 계수이며, 검은 색인 계수는 두 가지 계수를 합하여 구한 것임.

수선면의 높이 방향 적분에 의한 배수 용적 및 KB의 계산





$$KB = \frac{M_{B.L}}{\nabla} = \frac{\int_0^{Tp} T \bullet A_{wp}(T)\,dT}{\int_0^{Tp} A_{wp}(T)\,dT}$$