CHAPTER 5-2

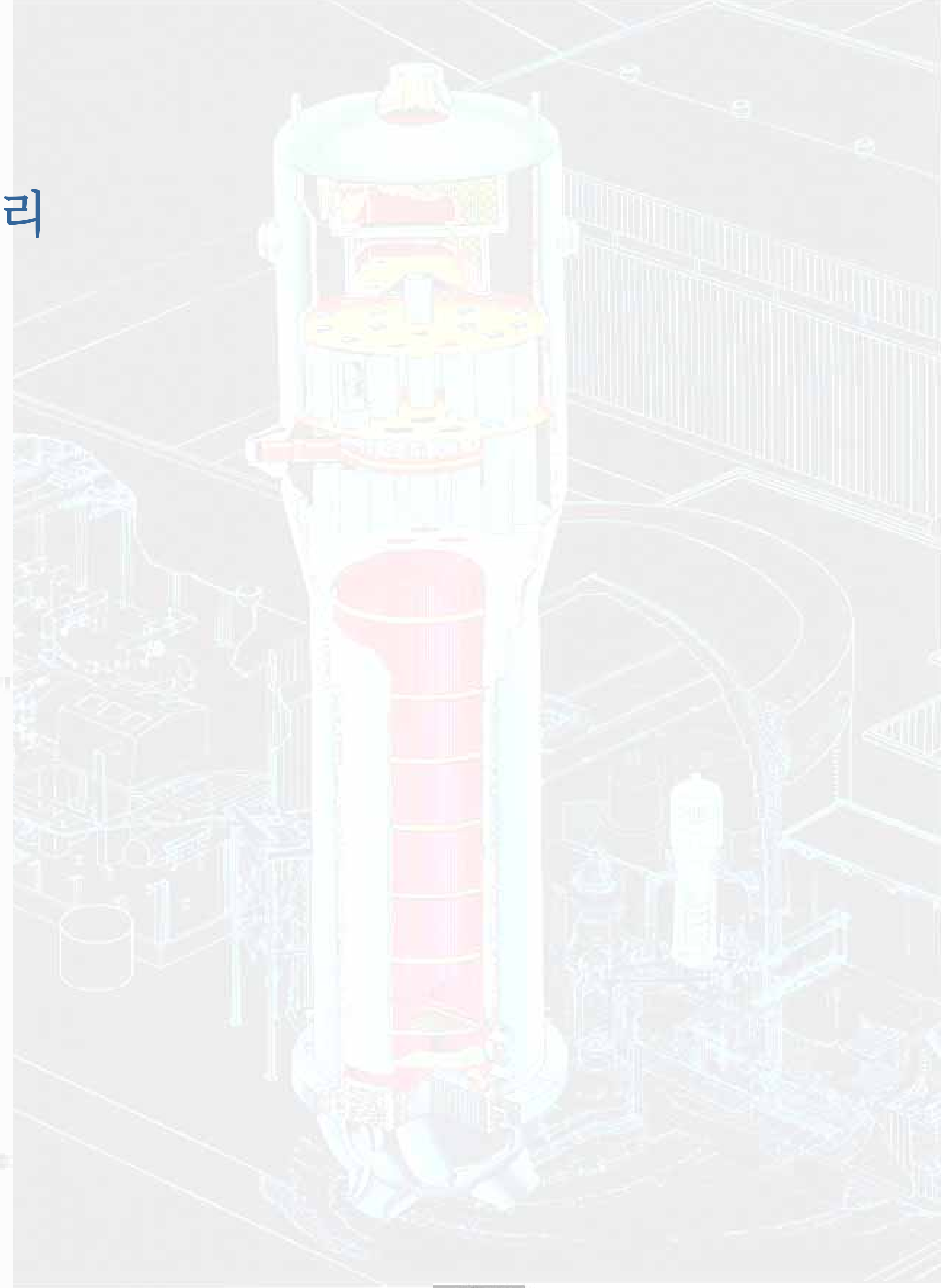
U.C.Lee

Seoul National University
Department of Nuclear Engineering

목 차

➢ CHAPTER 5. 열출력과 원자로 물리

- 원자로 열출력
- 1군 근사 중성자 확산방정식
- 균질로의 열출력 분포
  - 평판형 원자로
  - 직육면체 원자로
  - 구형 원자로
  - 원통형 원자로
- 원자로 임계와 증배계수
- 반사체를 갖는 균질로
- 중성자 다군 확산 방정식



4. 원자로 임계와 증배 계수

➢ 증배계수

❑ 증배계수의 정의

$$\text{증배계수} = \frac{\text{핵분열 반응에 의해 단위시간당 생겨나는 중성자 총수}}{\text{흡수나 누설등으로 단위시간당 원자로에서 사라지는 중성자의 총수}} \qquad 5.65$$

❑ 이 정의에 따라 1군 근사 확산 방정식으로 증배계수를 수식화하면,

$$k = \frac{\nu\varepsilon P L_f \int_{V_f} \Sigma_f \phi dV}{\int_{S_R} \vec{J}\cdot\vec{n} ds + \int_{V_R} \Sigma_a \phi dV} = \frac{\nu\varepsilon P L_f \int_{V_f} \Sigma_f \phi dV}{-\int_{V_R} \nabla\cdot D\nabla\phi dV + \int_{V_R} \Sigma_a \phi dV} \qquad 5.66$$

- 비 균질로의 경우
  - D, Σ_a, Σ_f 는 위치의 함수이기 때문에 식(5.10)의 1군 근사 확산 방정식을 풀어 중성자속 $\phi(r)$ 을 구한 후 그 값을 위 식 (5.66)에 대입하여 적분해서 증배계수를 구함

4. 원자로 임계와 증배 계수

- 균질로의 경우

  - D, Σ_a, Σ_f 등은 장소에 무관한 상수이기 때문에 (5.66)식은 보다 간략화 시킬 수 있음
  - 우선,

$$\nabla \cdot D\nabla\phi(r) = D\nabla^2\phi(r) \quad \boxed{5.67}$$

로 나타낼 수 있고

  - 균질로에서 중성자속 φ(r) 과 기하학적 곡률 B_g^2 사이에는,

$$\nabla^2\phi(r) + B_g^2 = 0 \quad \boxed{5.68}$$

의 관계가 있기 때문에

  - 식 (5.67)은,

$$D\nabla^2\phi(r) = -DB_g^2\phi(r) \quad \boxed{5.69}$$

  - 식 (5.69)를 식 (5.66)에 대입하면,

$$k = \frac{\nu\varepsilon pL_f\Sigma_f\int_{V_R}\phi dV}{DB_g^2\int_{V_R}\phi dV + \Sigma_a\int_{V_R}\phi dV} = \frac{\nu\varepsilon pL_f\Sigma_f}{DB_g^2 + \Sigma_a} = \frac{\nu\varepsilon pL_f\Sigma_f/\Sigma_a}{1 + L^2B_g^2} \quad \boxed{5.70}$$

단, $L^2 = D/\Sigma_a$ $\boxed{5.71}$

= 중성자 확산 면적

4. 원자로 임계와 증배 계수

- 이 식에서 $\nu\Sigma_f / \Sigma_a$ 는 다음과 같이 놓을 수 있음

$$\frac{\nu\Sigma_f}{\Sigma_a} = \frac{\nu\Sigma_f}{\Sigma_a^F} \cdot \frac{\Sigma_a^F}{\Sigma_a} = \eta \cdot f \quad 5.72$$

단, Σ_a^F = 핵연료의 흡수 단면적

$$\frac{\nu\Sigma_f}{\Sigma_a^F} = \eta \quad 5.73 \qquad \frac{\Sigma_a^F}{\Sigma_a} = f \quad 5.74$$

- 따라서 식 (5.70)의 k는,

$$k = \frac{\varepsilon p \eta f L_f}{1 + L^2 B_g^2} \quad 5.75$$

대입

$k_\infty = \varepsilon p \eta f$

$$k = \frac{k_\infty L_f}{1 + L^2 B_g^2} \quad 5.76$$

REACTOR VESSEL AND INTERNALS

4. 원자로 임계와 증배 계수

- 식 (5.76)에서 $(1+L^2B_g^2)^{-1}$는 열중성자 비누설 확률 L_t 에 해당
  그 이유는,

$$L_t = 1 - 열중성자\ 누설확률$$

$$= 1 - \frac{중성자\ 누설율}{중성자\ 손실율} = 1 - \frac{\int_{S_R} \vec{J}\cdot\vec{n}ds}{\int_{S_R} \vec{J}\cdot\vec{n}ds + \int_{V_R} \Sigma_a \phi(r)dV} \qquad 5.77$$

- $\int_{S_R} \vec{J}\cdot\vec{n}ds = DB_g^2 \int_{V_R} \phi(r)dV$ 임을 주목하면,

$$L_t = 1 - \frac{DB_g^2 \int_{V_R} \phi(r)dV}{DB_g^2 \int_{V_R} \phi(r)dV + \int_{V_R} \Sigma_a \phi(r)dV}$$

$$= 1 - \frac{DB_g^2}{DB_g^2 + \Sigma_a}$$

$$= \frac{\Sigma_a}{DB_g^2 + \Sigma_a}$$

$$= \frac{1}{1 + L^2 B_g^2} \qquad 5.78$$

되기 때문임.

4. 원자로 임계와 증배 계수

- 따라서 식 (5.76)의 k는 다음과 같이

$$k = k_{\infty} \cdot L_t \cdot L_f$$

5.79 로 됨을 알 수 있음

➢ 원자로 임계

❑ 원자로가 임계상태이기 위해서는 k=1이어야 함

- 따라서 k를 식 (5.70)으로 나타내었을 때, 임계조건은,

$$k = \frac{\nu \varepsilon p L_f \Sigma_f}{DB_g^2 + \Sigma_a} = 1$$

5.80

  - 위 식에서 기하학적 곡률은 원자로의 기하학적 형태 및 길이에 의해 결정
  - 나머지 변수들은 원자로 조성에 의해 결정

- 따라서 원자로의 기하학적 형태와 길이가 주어질 경우
  - 위 식은 원자로 조성, 특히 핵연료량을 결정하는데 이용 가능함

- 또한 핵연료를 포함하여 원자로 조성이 주어질 경우
  - 기하학적 곡률을 결정하여 임계 크기를 결정하는 것이 가능함

5. 반사체를 갖는 균질로

➢ 반사체

- 노심 밖으로의 중성자 누설을 줄이기 위해 노심 외부에 설치
  - 노심 밖으로 새어 나오는 중성자를 산란에 의해 노심부로 되돌림
  - 따라서 반사체를 가진 원자로가 없는 원자로보다 적은 양의 핵연료 또는 작은 크기를 가지고 임계를 이룰 수 있음

➢ 수식화

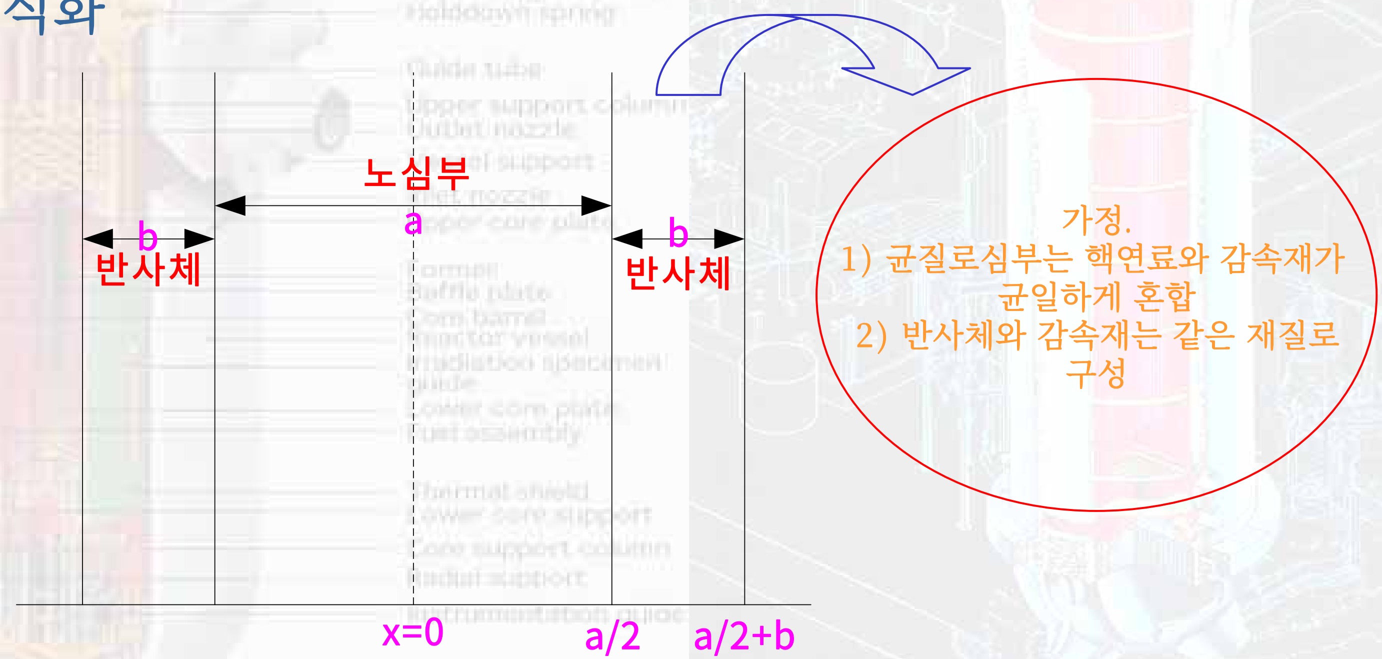


그림 5.7 반사체를 가진 균질 평판형 원자로

5. 반사체를 갖는 균질로

- 원자로의 열출력 분포나 임계조건을 구하기 위해서는 중성자속 분포를 구함

- 중성자속 분포의 계산
  - 3절의 1군 근사 확산 방정식을 통한 계산
  - 그림 5.7의 노심 영역을 영역별로 나타내면,
    - 노심 영역

$$-D_c \frac{d^2\phi_c(x)}{dx^2} + \Sigma_{ac}\phi_c(x) = \nu\varepsilon p L_f \Sigma_{fc}\phi_c(x) \qquad 5.81a$$

    - 반사체 영역

$$-D_r \frac{d^2\phi_r(x)}{dx^2} + \Sigma_{ar}\phi_r(x) = 0 \qquad 5.81b$$

5. 반사체를 갖는 균질로

- 노심 영역에서는,
  - 경계조건, 즉 x=a/2에서의 연속조건과 외삽거리를 무시한 반사체 경계면에서 다음의 경계조건을 만족함

$$\phi_c(\frac{a}{2}) = \phi_r(\frac{a}{2})$$

$$-D_c \frac{d\phi_c(\frac{a}{2})}{dx} = -D_r \frac{d\phi_r(\frac{a}{2})}{dx} \qquad 5.82$$

$$\phi_r(\frac{a}{2}+b) = 0 \qquad 5.83$$

  - 식 (5.81a)를 고쳐 쓰면

$$\frac{d^2\phi_c(x)}{dx^2} + B_c^2\phi_c(x) = 0 \qquad 5.84$$

단, $$B_c^2 = \frac{\nu\varepsilon p L_f \Sigma_{fc} - \Sigma_{ac}}{D_c} \qquad 5.85$$

  - (5.84)식의 일반해는,

$$\phi_c(x) = A\cos B_c x + C\sin B_c x \qquad 5.86$$

5. 반사체를 갖는 균질로

- $\phi_c(x)$는 대칭조건 즉, $\phi_c(x) = \phi_c(-x)$ 이기 때문에 C=0임 됨
- 따라서 노심 영역에서 중성자속은,

$$\phi_c(x) = A \cos B_c x \qquad 5.87$$

- 한편 반사체 영역에서는,

- 식 (5.81b)는,

$$\frac{d^2\phi_r(x)}{dx^2} - \frac{1}{L_r^2}\phi_r(x) = 0 \qquad 5.88$$

단, $L_r^2 = D_r / \Sigma_{ar}$ 5.89

- 이 식의 일반해는,

$$\phi_r(x) = A' \sinh \frac{x}{L_r} + C' \cosh \frac{x}{L_r} \qquad 5.90$$

5. 반사체를 갖는 균질로

- 경계 조건 식 (5.88) 때문에 다음과 같이 됨

$$C' = \frac{A' \sinh\left(\frac{\frac{a}{2}+b}{L_r}\right)}{\cosh\left(\frac{\frac{a}{2}+b}{L_r}\right)} \qquad \boxed{5.91}$$

- 이를 식 (5.90)에 대입하면,

$$\phi_r(x) = A'' \sinh\left(\frac{\frac{a}{2}+b-x}{L_r}\right) \qquad \boxed{5.92}$$

단, A″는 미정계수

5. 반사체를 갖는 균질로

- 각 영역별로 $\phi_r(x)$ 와 $\phi_c(x)$ 를 구했는데 이들은 노심부와 반사체 경계면 x=a/2에서의 연속조건에 의해 다음 관계를 가짐

$$A\cos\frac{B_c a}{2} = A''\sinh(\frac{b}{L_r}) \quad \boxed{5.93}$$

$$D_c B_c \sin\frac{B_c a}{2} = \frac{D_r}{L_r} A''\cosh(\frac{b}{L_r}) \quad \boxed{5.94}$$

- 식 (5.94)는 식 (5.93)으로 나누면 상수 A 와 A'' 가 소거되고 다음 식을 얻을 수 있음

$$D_c B_c \tan\frac{B_c a}{2} = \frac{D_r}{L_r}\coth(\frac{b}{L_r}) \quad \boxed{5.95}$$

- (5.95)식은 반사체가 있는 균질로에서 B_c 의 값과 노심부 두께 및 반사체 두께와의 관계를 나타내는 식으로 원자로의 임계조건을 결정하는데 이용될 수 있음

5. 반사체를 갖는 균질로

- 식 (5.95)는 그래프를 통해 A 나 B_c 를 구할 수 있음
  - 이를 위해 식 (5.95)를 변형하면,

$$\frac{B_c a}{2}\tan\frac{B_c a}{2}=\frac{D_r a}{2D_c L_r}\coth(\frac{b}{L_r}) \qquad \boxed{5.96}$$

  - 식 (5.96)의 좌변을 그림으로 나타내면 그림 5.8의 실선과 같음

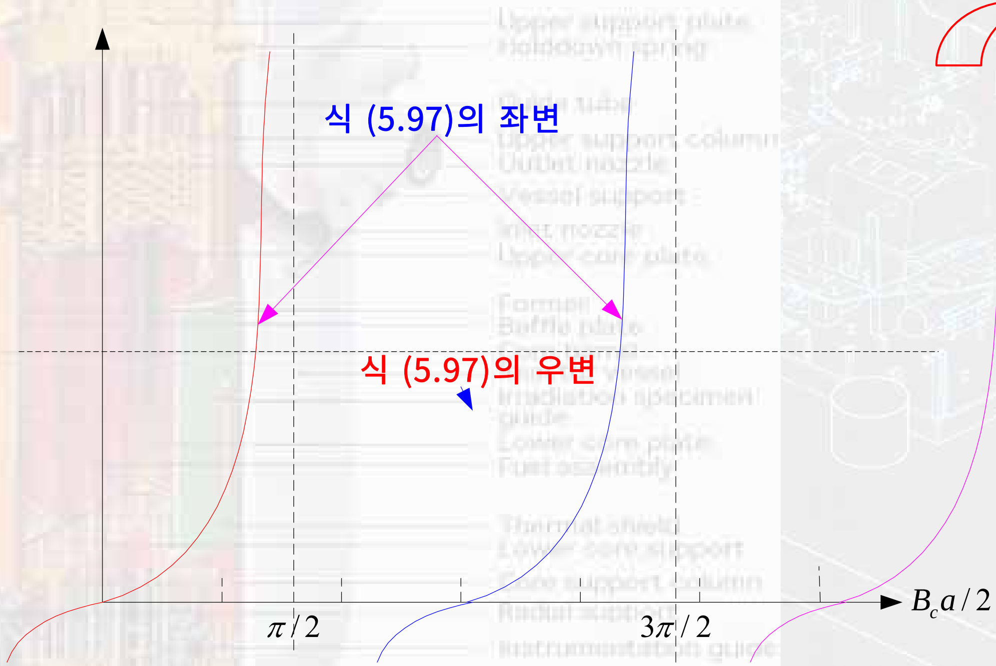


그림 5.8 식 (5.96)의 그림표상의 해법

반사체 재질과 두께를 안다면,
식 (5.96)의 우변은 상수가 되는데
이는 그림 5.8에서 점선과 같고,
점선이 교차하는 점이 바로 식 (5.96)
을 만족시키는 $B_c a/2$ 값임

5. 반사체를 갖는 균질로

- 그림 5.8을 보면 식 (5.96)을 만족시키는 첫번째 $B_c a/2$의 값은 $\pi/2$ 보다 약간 작은 값인데 이를 $\pi/2-\varepsilon_0$ 로 놓으면,
  - 따라서

$$\frac{B_c a}{2}=\frac{\pi}{2}-\varepsilon_0 \quad \boxed{5.97} \qquad \text{혹은} \quad B_c=\frac{\pi}{a}-\frac{2\varepsilon_0}{a} \quad \boxed{5.98}$$

  - 이를 반사체가 없는 균질로의 기하학적 곡률과 비교해 보면,

$B_c^2 < B_g^2$ 임을 알 수 있음.

- 반사체가 있는 균질로심의 증배계수 k를 구해보면,

$$k=\frac{\nu\varepsilon p L_f \Sigma_f \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \Sigma_{fc}\phi_c(x)dx}{\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} -D_c\frac{d^2\phi_c(x)}{dx^2}dx+\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\Sigma_{ac}\phi_c(x)dx}=\frac{\nu\varepsilon p L_f \Sigma_{fc}}{D_c B_c^2+\Sigma_{ac}} \quad \boxed{5.99}$$

5. 반사체를 갖는 균질로

- 식 (5.99)를 식 (5.70)과 비교해보면, $B_c^2 < B_g^2$ 이기 때문에 두께 a의 평판형 노심에 반사체를 부착시키면 k값이 커진다는 것을 알 수 있으며 이는 중성자 누설 확률이 줄어들게 된데 기인함

▪ 반사체가 있는 노심의 열출력분포

- 우선 식 (5.93)에서 A'' 은 다음과 같이 놓을 수 있음.

$$A'' = \left(A\cos\frac{B_c a}{2}\right)\Big/\left(\sinh\frac{b}{L_r}\right) \qquad \boxed{5.100}$$

- 따라서 중성자속의 공간분포는,

$$\phi(x) = \begin{cases} \cos B_c x & 0 \le x \le \dfrac{a}{2} \\[2ex] \dfrac{\cos\left(\dfrac{B_c a}{2}\right)\sinh\left(\dfrac{a}{2} + b - x\right)/L_r}{\sinh\dfrac{b}{L_f}} & x > \dfrac{a}{2} \end{cases} \qquad \boxed{5.101}$$

5. 반사체를 갖는 균질로

- 원자로 열출력 P는,

$$P = \kappa\varepsilon\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \Sigma_{fc}\phi_c(x)dx = \frac{2\kappa\varepsilon\Sigma_{fc}A}{B_c}\sin\frac{B_c a}{2} \qquad 5.102$$

- 이 식에서 A를 구하면,

$$A = \frac{B_c P}{2\kappa\varepsilon\Sigma_{fc}\sin\frac{B_c a}{2}} \qquad 5.103$$

이 됨

6. 중성자 다군 확산 방정식

- 1군 근사 방정식의 부정확성
  - 중성자 속은 그 에너지 값이 0eV~15MeV에 이르기까지 다양함
    - 따라서 이 같은 넓은 범위의 에너지 값을 갖는 중성자들을 열중성자만으로 대표할 경우 노심 내 중성자속 분포를 정확히 예측하기 어려움

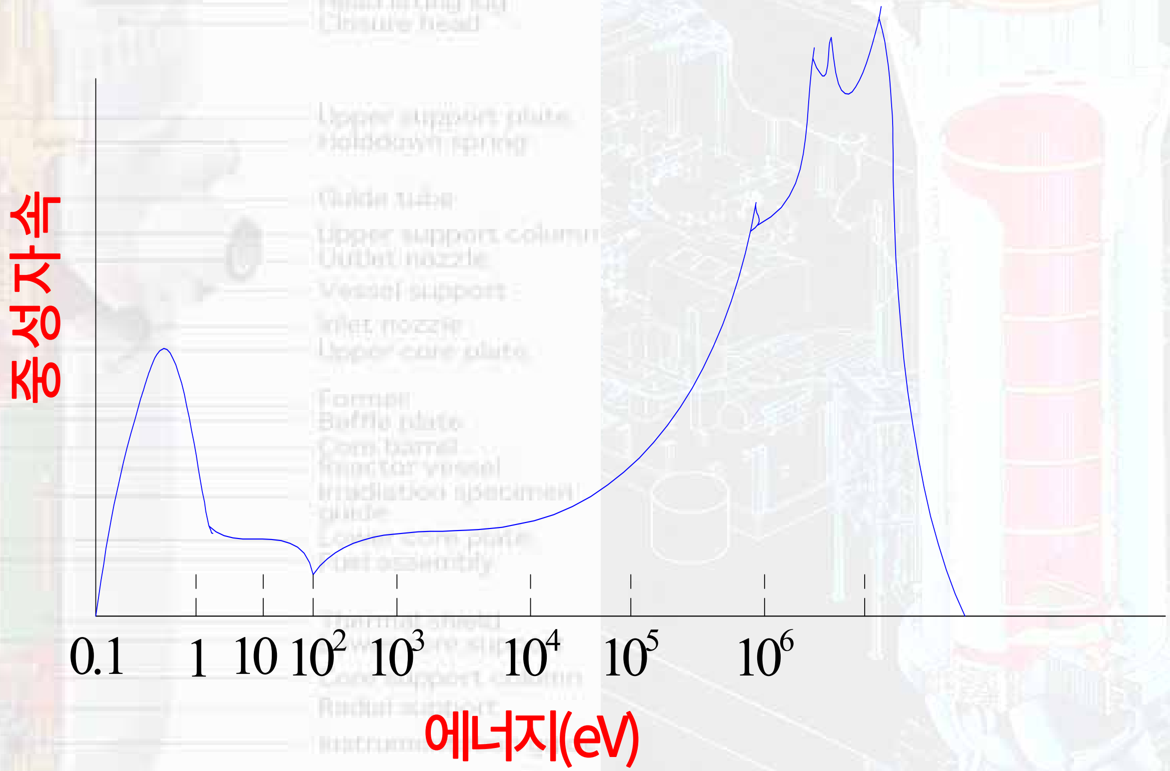


그림 5.9 가압경수로 내에서의
중성자의 에너지 분포

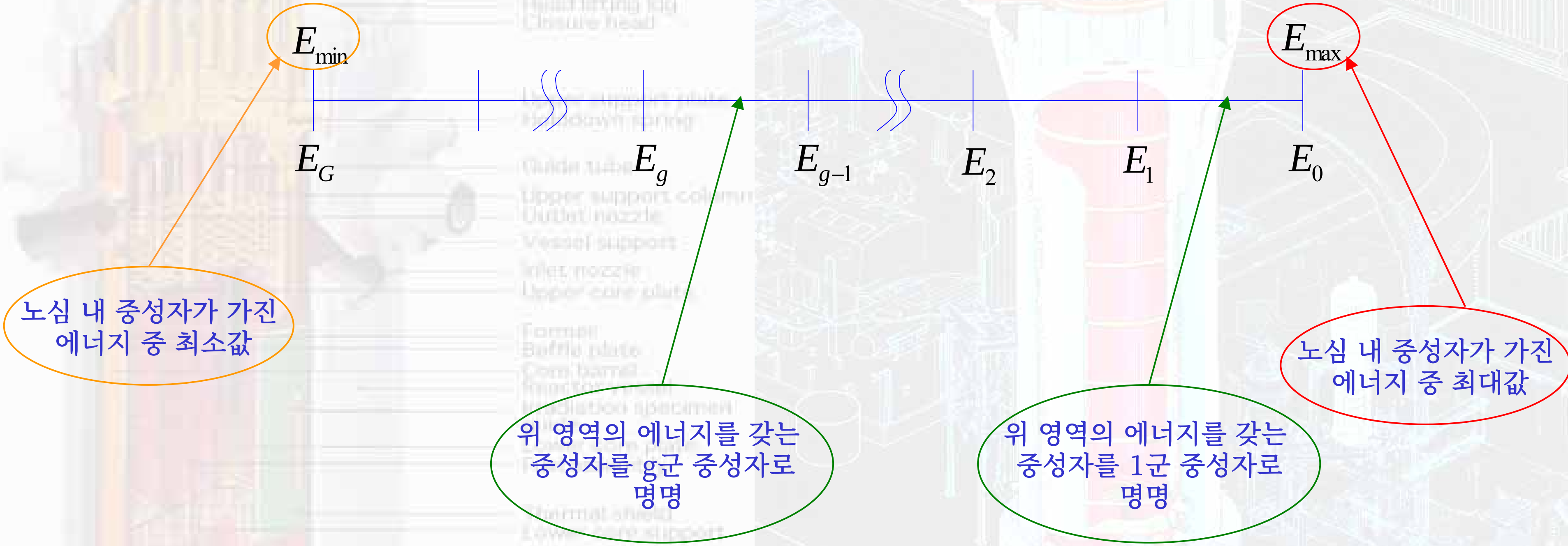
Seoul National University
Department of Nuclear Engineering

6. 중성자 다군 확산 방정식

➢ 다군 확산 방정식

❑ 다군 확산 방정식의 정의

- 노심내 중성자들을 아래 그림에 보인 바와 같이 그 에너지 값에 따라 G개의 군으로 구분



6. 중성자 다군 확산 방정식

- g군에 속하는 중성자들은 핵분열 반응의 결과 직접 생겨날 수 있고, g군이 아닌 다른 군의 중성자가 산란 반응에 의해 g군으로 그 에너지 값이 전환됨에 따라 생겨 날 수 있음

- 또한 g군 중성자들은 흡수 반응, 산란 혹은 누출로 인하여 없어질 수 있음

- 따라서 정상 상태 노심에서 g군 중성자는 다음과 같은 방정식을 만족함

-	g군 중성자 누설율	-	g군 중성자 흡수율	-	g군외 다른 에너지군으로 산란율	+	g`군으로 부터 g군으로의 산란율	+	핵분열 반응에 의한 g군 중성자생성율	=0
	(I)		(II)		(III)		(IV)		(V)	

5.104

6. 중성자 다군 확산 방정식

❑ 평형식의 수식화

- 우선 위치 $\vec{r}$ 에서 g군 중성자속을 $\phi_g(\vec{r})$ 로 표시
- $\phi_g(\vec{r})$ 은 다음과 같이 정의

$$\phi_g(\vec{r}) = n_g(\vec{r}) \cdot v_g \quad (5.105)$$

단, n_g = 위치 $\vec{r}$ 에서 g군에 속하는 중성자 단위체적당 개수
v_g = g군 중성자를 대표하는 중성자 속력

- (I)항
  - G군 중성자류를 $J_g(\vec{r})$ 로 표시하면,

$$(I)\text{항} = \int_{S_R} \vec{J}_g(\vec{r}) \cdot \vec{n} ds \quad (5.106)$$

$J_g(\vec{r})$ = 노심의 어느 한 지점 $\vec{r}$ 에 놓은 어떤 면을 단위면적, 단위시간당 지나가는 g군 중성자의 총수

  - 그리고 $J_g(\vec{r})$ 는 g군 중성자속 $\varphi_g(\vec{r})$ 과는 Fick의 법칙에 의해 다음 관계를 가짐

$$J_g(\vec{r}) = -D_g \nabla \phi_g(\vec{r}) \quad (5.107)$$

단, D_g = g군 중성자 확산 계수

6. 중성자 다군 확산 방정식

- 따라서 제(I)항은,

$$(I)항 = -\int_{S_R} D_g \nabla \phi_g(\vec{r}) \cdot \vec{n} ds$$

$$= -\int_{V_R} \nabla \cdot D_g \nabla \phi_g(r) dV \quad 5.108$$

- (II)항
  - g군 중성자 흡수율은,

$$(II)항 = \int_{V_R} \Sigma_{ag} \phi_g(\vec{r}) dV \quad 5.109$$

단, Σ_{ag} = g군 중성자 흡수 단면적

- (III)항 및 (IV)항
  - 군 천이 산란 단면적, $\Sigma_{gg'}$

$$\Sigma_{gg'} = g군\ 중성자가\ g'군\ 중성자로\ 천이할\ 산란\ 단면적 \quad 5.110$$

로 정의하면

6. 중성자 다군 확산 방정식

- (III)항과 (IV)항은,

$$(III)\text{항} = \int_{V_R} \sum_{g' \neq g} \Sigma_{gg'} \phi_g(\vec{r}) dV \qquad 5.111$$

$$(IV)\text{항} = \int_{V_R} \sum_{g' \neq g} \Sigma_{g'g} \phi_{g'}(\vec{r}) dV \qquad 5.112$$

- (V)항
  - 핵분열이 전 에너지 영역에서 일어난다고 볼 때 다음과 같이 나타낼 수 있음

$$(V)\text{항} = \chi_g \int_{V_R} \sum_{g'} \nu \Sigma_{fg'} \phi_{g'}(\vec{r}) dV \qquad 5.113$$

- 위 식에서 χ_g 는 핵분열의 결과 나오는 ν 개 중성자중 g군 중성자에 속하는 비율로서 제 3장의 핵분열 스펙트럼 함수 $\chi(E)$ 와는 다음 관계를 가짐

$$\chi_g = \int_{E_g}^{E_{g-1}} \chi(E) dE \qquad 5.114$$

단, $\Sigma_{fg'}$ = g'군 중성자 흡수 단면적

6. 중성자 다군 확산 방정식

- 이상 (I)~(V)항들을 식 (5.104)에 대입하고 정리하면 다음과 같은 미분 방정식을 얻을 수 있음

$$\nabla\cdot D_g\nabla\phi_g(\vec{r})-\Sigma_{tg}\phi_g(\vec{r})+\sum_{g'\neq g}\Sigma_{g'g}\phi_{g'}(\vec{r})+\chi_g\sum_{g'}\nu\Sigma_{fg'}\phi_{g'}(\vec{r})=0 \qquad 5.115$$

단,

$$\Sigma_{tg}=\Sigma_{ag}+\Sigma_{rg} \qquad 5.116$$

$$\Sigma_{rg}=g\text{군 제거 단면적}=\sum_{g'\neq g}\Sigma_{gg'} \qquad 5.117$$

- 식 (5.115)는 연립 편미분 방정식으로 g군 중성자속 $\varphi_g(\vec{r})$을 임의적으로 결정하기 위해서는 경계조건을 명시해야 함

- 만약 경계면 밖이 진공이라면 다음과 같은 경계조건을 삼을 수 있음

$$\phi_g(\hat{r}_s)=0 \qquad 5.118$$

6. 중성자 다군 확산 방정식

❑ 원자로 열출력 계산

- 그룹수 G의 선택
  - 원자로형과 요구되는 계산 정밀도에 따라 다름
  - 경수로나 중수로의 경우 G=2
  - Gas 냉각로의 경우 G=7~9
  - FBR의 경우 G=20
- 에너지 감속 산란
  - 식 (5.115)의 셋째 항에 의해 군간 중성자속이 서로 연계가 되어 있는데, 1eV이상 에너지에서 중성자 산란이 일어날 경우 항상 에너지 감속 산란만 가능하기 때문에 $\Sigma_{gg'}$ 에서 $g > g'$ 이면,

$$\Sigma_{gg'} = 0 \qquad \boxed{5.119}$$ 가 됨

6. 중성자 다군 확산 방정식

- 그림 5.10은 에너지 감속산란(down scattering)의 경우에 g군 중성자속이 g군보다 낮은 에너지 군으로 천이되는 경우를 예시한 것임

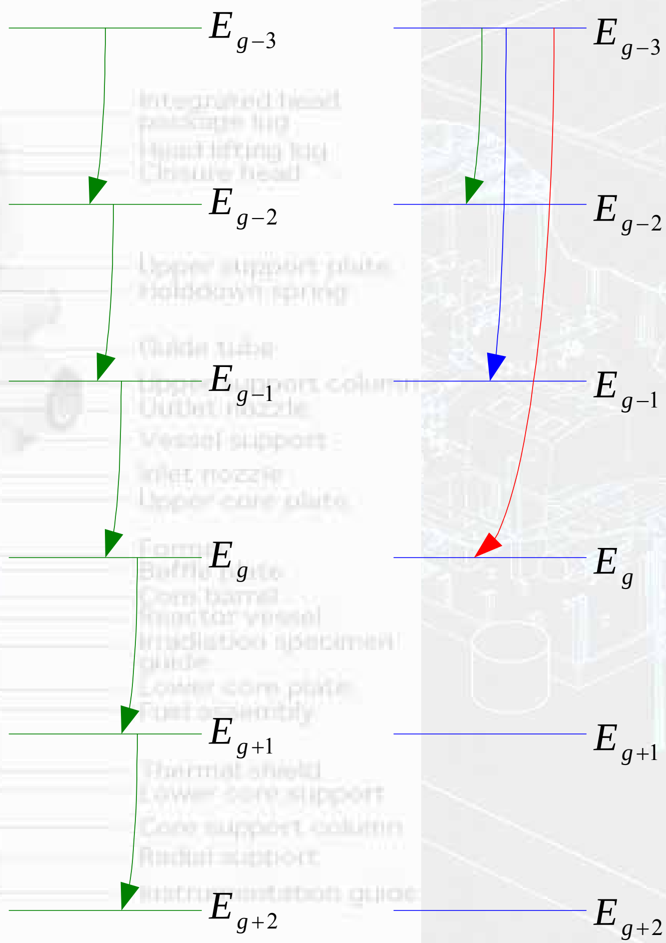
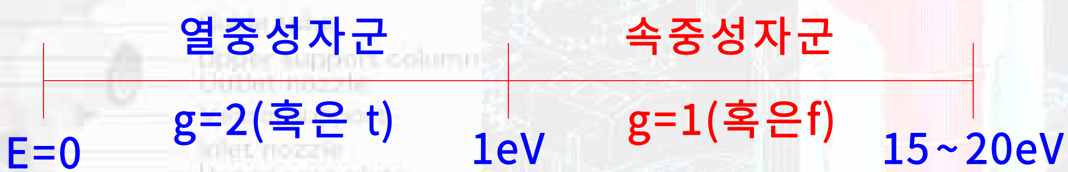


그림 5.10 중성자 감속산란의 유형

6. 중성자 다군 확산 방정식

- 비균질로의 경우
  - 군 정수$(D_g, \Sigma_{tg}, \Sigma_{gg'}, \chi_g, \Sigma_{fg})$ 들이 위치의 함수이기 때문에 해석적으로 풀기가 매우 어려움
  - 통상 전산기를 이용한 수치해법에 의해 중성자속을 구하고 그 결과로부터 출력, 노심 증배계수를 구함

- 균질로의 경우(G=2, 2군 확산 방정식)
  - 열중성자로의 경우 노심내 중성자는 다음과 같이 나누어짐



  - 2군 중성자를 그림과 같이 나누면 핵분열 반응의 결과 생겨나는 중성자는 모두 속중성자임을 알 수 있음. 따라서 식 (5.115)은

$$-D_1\nabla^2\phi_1(\vec{r})+\Sigma_{t1}\phi_1(\vec{r})=\nu\Sigma_{f1}\phi_1(\vec{r})+\nu\Sigma_{f2}\phi_2(\vec{r}) \qquad 5.120a$$

$$-D_2\nabla^2\phi_2(\vec{r})+\Sigma_{a2}\phi_2(\vec{r})=\Sigma_r\phi_1(\vec{r}) \qquad 5.120b$$

단, $\Sigma_{t1}=\Sigma_{a1}+\Sigma_r$, $\Sigma_r=\Sigma_{12}$ 5.121

6. 중성자 다군 확산 방정식

- 식 (5.120)의 해석해는 다양한 방법으로 산출 가능하나 가장 간단한 방법은 $\phi_g(\vec{r})$ 이 다음과 같은 방정식을 만족한다고 가정하고 푸는 것임

$$\nabla^2\phi_g(\vec{r})+B^2\phi_g(\vec{r})=0 \qquad 5.122$$

단, $\phi_g(\hat{r}_s)=0$

- 식 (5.122)에 의해

$$\nabla^2\phi_g(\vec{r})=-B^2\phi_g(\vec{r}) \qquad 5.123$$

- 이에 따라 식 (5.120)은 다음과 같은 대수 방정식으로 변함

$$(D_1B^2+\Sigma_{t1}-\nu\Sigma_{f1})\phi_1(\vec{r})-\nu\Sigma_{f2}\phi_2(\vec{r})=0$$

$$(D_2B^2+\Sigma_{a2})\phi_2(\vec{r})-\Sigma_r\phi_1(\vec{r})=0$$

혹은

$$\begin{pmatrix} D_1B^2+\Sigma_{t1}-\nu\Sigma_{f1} & -\nu\Sigma_{f2} \\ -\Sigma_r & D_2B^2+\Sigma_{a2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \phi_1(\vec{r}) \\ \phi_2(\vec{r}) \end{pmatrix}=0 \qquad 5.124$$

6. 중성자 다군 확산 방정식

- 상기식에서 $\phi_g(\vec{r})$ (g=1,2) 이 0 이 아닌 해를 갖기 위해 필요한 조건은,

$$\det\begin{vmatrix} D_1B^2+\Sigma_{t1}-\nu\Sigma_{f1} & -\nu\Sigma_{f2} \\ -\Sigma_r & D_2B^2+\Sigma_{a2} \end{vmatrix}=0 \qquad \boxed{5.125}$$

- 위 식을 풀면,

$$(D_1B^2+\Sigma_{t1}-\nu\Sigma_{f1})(D_2B^2+\Sigma_{a2})-\nu\Sigma_{f2}\Sigma_r=0 \qquad \boxed{5.126}$$

- 식 (5.126) 균질로가 임계상태이기 위해 균질로심의 조성과 식 (5.122)로 결정되는 곡률 B^2 간에 성립되는 임계조건식에 해당

2군 방정식으로 모형화된 균질로의 증배계수

- 증배계수는 다음과 같이 표현됨

$$k=\frac{\int_{V_R}\nu\Sigma_{f1}\phi_1(\vec{r})dV+\int_{V_R}\nu\Sigma_{f2}\phi_2(\vec{r})dV}{\int_{S_R}\vec{J}_1\cdot\vec{n}ds+\int_{S_R}\vec{J}_2\cdot\vec{n}ds+\int_{V_R}\Sigma_{a1}\phi_1(\vec{r})dV+\int_{V_R}\Sigma_{a2}\phi_2(\vec{r})dV} \qquad \boxed{5.127}$$

6. 중성자 다군 확산 방정식

- 식 (5.127)에서 분모에 있는 첫 두 항은,

단, g=1,2

$$\int_{S_R} \vec{J_g} \cdot \vec{n} ds = \int_{V_R} \nabla \cdot \vec{J_g} dV = \int_{V_R} \nabla \cdot D_g \nabla \phi_g(\vec{r}) dV = D_g B^2 \int_{V_R} \phi_g(\vec{r}) dV \qquad 5.128$$

- 따라서 식 (5.127)은,

$$k = \frac{\nu\Sigma_{f1}\int_{V_R}\phi_1(\vec{r})dV + \nu\Sigma_{f2}\int_{V_R}\phi_2(\vec{r})dV}{(D_1B^2+\Sigma_{a1})\int_{V_R}\phi_1(\vec{r})dV + (D_2B^2+\Sigma_{a2})\int_{V_R}\phi_2(\vec{r})dV} \qquad 5.129$$

- 한편 식 (5.124)에 의하면 $\varphi_1(\vec{r})$과 $\varphi_2(\vec{r})$사이에는,

$$\phi_2(\vec{r}) = \frac{\Sigma_r}{D_2B^2+\Sigma_{a2}}\phi_1(\vec{r}) \qquad 5.130$$

6. 중성자 다군 확산 방정식

- (5.130)식을 식(5.129)에 대입하면 k는,

$$k = \frac{\nu\Sigma_{f1} + \dfrac{\Sigma_r}{D_2B^2 + \Sigma_{a2}}\nu\Sigma_{f2}}{(D_1B^2 + \Sigma_{a1}) + \Sigma_r} = \frac{\nu\Sigma_{f1}(D_2B^2 + \Sigma_{a2}) + \nu\Sigma_{f2}\Sigma_r}{(D_1B^2 + \Sigma_{t1})(D_2B^2 + \Sigma_{a2})} \qquad 5.131$$

- 식 (5.131)에서 k=1이면 원자로 임계이고, 이때 식 (5.131)은 식 (5.126)과 동일함

- 식 (5.131)의 우변은 식 (5.79)와 같이 6인자 공식으로 전환 가능함

- 이를 보이기 위해 각 군별 비누설 확률을 구해보면,

$$L_g(g = t, f) = \frac{\int_{V_R} \Sigma_{tg}\phi_g(\vec{r})dV}{\int_{S_R} \vec{J}_g \cdot \vec{n}ds + \int_{V_R} \Sigma_{tg}\phi_g(\vec{r})dV} = \frac{\Sigma_{tg}}{D_gB^2 + \Sigma_{tg}} = \frac{1}{1 + B^2L_g^2} \qquad 5.132$$

단, $L_g^2 = D_g / \Sigma_{tg}$ 5.133

6. 중성자 다군 확산 방정식

- 그리고 속 핵분열 인자 ε 과 공명 도피 확률 p 는 각각

$$\varepsilon = \frac{\int_{V_R} \nu\Sigma_{f1}\phi_1(\vec{r})dV + \int_{V_R} \nu\Sigma_{f2}\phi_2(\vec{r})dV}{\int_{V_R} \Sigma_{f2}\phi_2(\vec{r})dV} = \frac{\nu\Sigma_{f1} + \nu\Sigma_{f2} \cdot \frac{\Sigma_r}{D_2B^2 + \Sigma_{a2}}}{\nu\Sigma_{f2} \cdot \frac{\Sigma_r}{D_2B^2 + \Sigma_{a2}}}$$

$$= \frac{\nu\Sigma_{f1}(D_2B^2 + \Sigma_{a2}) + \nu\Sigma_{f2} \cdot \Sigma_r}{\nu\Sigma_{f2} \cdot \Sigma_r} \quad (5.134)$$

$$p = \frac{\text{산란에 의해 단위시간당 열중성자로 변하는 속중성자의 수}}{\text{흡수나 산란에 의해 단위 시간당 소모되는 속중성자의 수}}$$

$$= \frac{\int_{V_R} \Sigma_r\phi_1(\vec{r})dV}{\int_{V_R} \Sigma_{t1}\phi_1(\vec{r})dV} = \frac{\Sigma_r}{\Sigma_{t1}} \quad (5.135)$$

Seoul National University
Department of Nuclear Engineering

6. 중성자 다군 확산 방정식

- 식 (5.131)의 분자는 식 (5.134)에 의해

$$\nu\Sigma_{f1}(D_2B^2+\Sigma_{a2})+\nu\Sigma_{f2}\Sigma_r=\varepsilon\nu\Sigma_{f2}\Sigma_r \qquad \boxed{5.136}$$

- 이에 따라 식 (5.131)은,

$$k=\frac{\varepsilon\nu\Sigma_{f2}\Sigma_r}{(D_1B^2+\Sigma_{t1})(D_2B^2+\Sigma_{a2})}=\frac{\varepsilon\dfrac{\nu\Sigma_{f2}}{\Sigma_{a2}}\dfrac{\Sigma_r}{\Sigma_{t1}}}{(1+L_1^2B^2)(1+L_2^2B^2)} \qquad \boxed{5.137}$$

이 됨

- 여기서,

$$\frac{\nu\Sigma_{f2}}{\Sigma_{a2}}=\frac{\nu\Sigma_{f2}}{\Sigma_{a2}^F}\cdot\frac{\Sigma_{a2}^F}{\Sigma_{a2}}=\eta\cdot f \qquad \boxed{5.138}$$

단,

$$\eta=\frac{\nu\Sigma_{f2}}{\Sigma_{a2}^F}, \qquad f=\frac{\Sigma_{a2}^F}{\Sigma_{a2}} \qquad \boxed{5.139}$$

6. 중성자 다군 확산 방정식

- 식 (5.135)를 주목하면,

$$k = \frac{\eta \cdot f \cdot p \cdot \varepsilon}{(1+L_1^2 B^2)(1+L_2^2 B^2)} = \eta \cdot f \cdot p \cdot \varepsilon \cdot L_t \cdot L_f \quad \boxed{5.140}$$

가 됨을 알 수 있음

- 한편 2군 확산 방정식 모형에서 원자로 출력 밀도 $P(r)$ 은,

$$P(\vec{r}) = \kappa\{\Sigma_{f1}\phi_1(\vec{r}) + \Sigma_{f2}\phi_2(\vec{r})\} \quad \boxed{5.141}$$

- 원자로 출력 P는,

$$P(\vec{r}) = \kappa\{\Sigma_{f1}\phi_1(\vec{r}) + \Sigma_{f2}\phi_2(\vec{r})\}$$

가 됨을 알 수 있음

❑ 따라서 2군 확산 방정식 모형에서도 2군 중성자속을 구하기만 하면 노심의 임계 특성과 열출력을 알아낼 수 있음