CHAPTER 6-1

U. C . Lee

Seoul National University
Department of Nuclear Engineering

목 차

6-1 Introduction

- 정상상태 원자로
  - 일정한 출력준위를 유지
    - 단위시간당 중성자 생성율 = 중성자 손실률

- 과도상태 원자로
  - 외란에 의해 중성자 생성율과 손실률의 균형이 깨어지게 되어 출력과도 현상을 보이는 상태
    - 외란 : 원자로의 정상상태를 교란하는 현상

- 원자로의 동특성
  - 주어진 외란에 의해 원자로에 어떤 형태의 출력과도 현상이 나타나는가는 원자로의 고유 성질에 달려 있으며 이를 원자로의 동특성이라 정의함

2 동특성 방정식

➢ 2.1 공간 의존 동특성 방정식

❑ 노심내 임의의 지점 $\vec{r}$ 과 t 에서 중성자속

$$\phi(\vec{r},t) = vn(\vec{r},t) \qquad 6.1$$

- 단, $n(\vec{r},t)$ = 노심내 공간위치 $\vec{r}$ 과 시각 t 에서의 단위체적당 열중성자개수

6.2

❑ 과도상태하에서의 중성자 평형식

$$\frac{\partial}{\partial t}[n(\vec{r},t)dV] = \boxed{\text{체적 dV내의 열중성자 생성율}}_{\text{(I)}} - \boxed{\text{체적 dV내의 열중성자 손실율}}_{\text{(II)}} \qquad 6.3$$

- (I)항은 정상상태에서와는 달리 즉발중성자와 지발중성자로 나누어 취급

2 동특성 방정식

➢ (I)항

❑ 즉발 중성자에 의한 열중성자 생성율

즉발중성자에 의한 dV내에서의 열중성자 생성율

$$= (1-\beta)\varepsilon P L_f \Sigma_f \phi(\vec{r},t)dV \qquad 6.4$$

❑ 지발 중성자에 의한 열중성자 생성율

- 지발중성자는 선행핵의 방사붕괴에 의해 생성됨

⇒ 체적 dV내에서의 지발중성자 생성율

$$= L_d \sum_i \lambda_i C_i(\vec{r},t)dV \qquad 6.5$$

$L_d =$ 지발중성자가 감속도중 공명흡수나 누설에 의해 소모되지 않고 무사히 열중성자가 되는 확률

➢ (II)항

❑ (II)항

⇒ 노심 밖으로의 누설에 의한 것

⇒ 흡수반응에 의한 것

2 동특성 방정식

❑ 중성자 누설율

- 중성자 누설율은

$$\text{누설율} = \nabla \cdot J(\vec{r},t)dV$$ 로 나타낼 수 있는데

- Fick의 법칙에 의해

$$J = -D\nabla\phi(\vec{r},t)$$

$$\Longrightarrow \text{누설율} = -\nabla \cdot D\nabla\phi(\vec{r},t)dV \quad \boxed{6.6}$$

❑ 중성자 흡수율

$$\text{흡수율} = \Sigma_a\phi(\vec{r},t)dV \quad \boxed{6.7}$$

❑ 위 식들을 (6.3)식에 대입하고 정리하면 다음과 같은 열 중성자 평형식을 얻을 수 있음

$$\frac{\partial n(\vec{r},t)}{\partial t} = \frac{\partial\phi(\vec{r},t)}{\upsilon\,\partial t} = (1-\beta)\varepsilon PL_f\Sigma_f\phi(\vec{r},t) + L_d\sum_i \lambda_i C_i(\vec{r},t) + \nabla \cdot D\nabla\phi(\vec{r},t) - \Sigma_a\phi(\vec{r},t) \quad \boxed{6.8}$$

2 동특성 방정식

❑ (6.8)식은 두개의 미지수 $\phi(\vec{r},t)$ 와 $C_i(\vec{r},t)$를 포함하므로 또 하나의 방정식을 필요로 함

- 이는 지발중성자 선행핵수의 평형식을 통하여 얻음

i군 지발중성자 선행핵수의 변화율	=	i군 지발중성자 생성율	−	i군 지발중성자 손실율	6.9
(III)		(IV)		(V)	

- (III)항

$$(III)\text{항} = \frac{\partial}{\partial t}[C_i(r,t)dV]$$

- (IV)항
  - i군 지발중성자 선행핵의 생성율은 핵분열에 의한 것으로

$$(IV)\text{항} = \beta_i \upsilon \Sigma_f \phi(r,t)dV$$

- (V)항
  - I군 선행핵의 방사붕괴에 의한 것으로

$$(V)\text{항} = \lambda_i C_i(r,t)dV$$

2 동특성 방정식

- 이들 식을 식(6.9)에 대입하고 정리하면

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial C_i(r,t)}{\partial t} = \beta_i \upsilon \Sigma_f \phi(r,t) - \lambda_i C_i(r,t) \qquad 6.10$$

- 식(6.8)과 식(6.10)은 원자로의 공간의존 동특성 방정식을 구성
  - 완전해를 구하기 위해서는 시간에 대한 초기조건과 장소에 대한 경계조건이 주어져야 함
    - 초기조건

$$\text{초기조건} : \phi(\vec{r}, t=0) = \phi_0(\vec{r}) \qquad 6.11$$

    - 경계조건
      - 경계조건은 노심 밖을 진공, 즉 자유공간이라 할때 중성자속이 외삽경계면 $\hat{r}_s$ 에서 제로가 되는 조건을 사용

$$\text{경계조건} : \phi(\hat{r}_s, t) = 0 \qquad 6.12$$

» 또한 조성이 서로 다른 물질의 노심내 경계면에서 중성자 속 $\phi(\vec{r},t)$ 와 중성자류 $-D\nabla\phi(\vec{r},t)$ 는 연속인 조건이 부과됨

2 동특성 방정식

- 식(6.8)과 식(6.10)은 원자로 동특성을 해석하는 기본 방정식
  - 이 식들을 풀면 $\phi(\vec{r},t)$ 을 알 수 있게 되고 이에 따라 시간에 따른 열출력 밀도 $P(\vec{r},t)$ 와 원자로 과도 출력 $P(t)$ 를 다음과 같이 구할 수 있음
    - 시간에 따른 열출력 밀도

$$\Rightarrow \quad P(\vec{r},t) = \kappa\varepsilon\Sigma_f\phi(\vec{r},t) \qquad 6.13$$

    - 원자로 과도 출력

$$\Rightarrow \quad P(t) = \kappa\int_{V_R}\varepsilon\Sigma_f\phi(\vec{r},t)dV \qquad 6.14$$

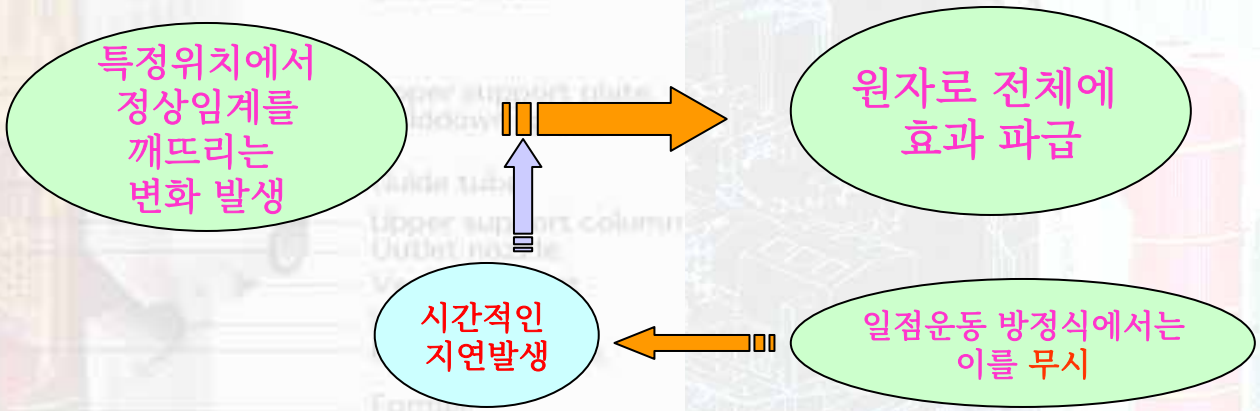
- 식(6.8)과 식(6.10)를 있는 그대로 푸는 것은 쉽지 않음
  - $D, \Sigma_s, \Sigma_f, L_f, \varepsilon, L_d$ 등이 모두 장소 $\vec{r}$ 과 시간 t 의 함수이기 때문
    - 다음 절에 기술하게 되는 바와 같은 근사방정식으로 출력 과도현상 해석

2.2 일점운동 방정식

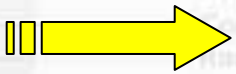
➢ 과도상태시 중성자밀도변화 예측에 가장 널리 이용

❑ 일점운동 방정식의 가정

- 노내 임의의 위치에서 중성자밀도의 시간변화가 동일



- 일점운동 방정식 모델에서는 이와 같은 시간적인 지연을 무시하고 원자로내의 모든 위치에서 동일한 시간에 파급효과가 나타나는 것으로 가정



원자로를 한 개의 점으로 취급

2.2 일점운동 방정식

➢ 일점운동 방정식의 유도

❑ 동특성 방정식으로부터의 유도

❑ 가정

- 중성자속 및 선행핵의 수밀도의 공간분포가 시간에 관계없이 일정
- 중성자속

$$\phi(\vec{r},t) = R(\vec{r})N(t) \qquad 6.15$$

- 노심특성을 대표하는 상수 $D, \Sigma_a, \Sigma_f,$ 등은 장소 $\vec{r}$ 에 무관한 시간만의 함수로 가정

- $L_f(\vec{r},t) = \varepsilon P L_f$ 는 L_d 와 다음 관계가 있다고 가정

$$L_d(\vec{r},t) = \gamma L_f(\vec{r},t) \qquad 6.16$$

2.2 일점운동 방정식

❑ 식(6.8)과 식(6.10)의 양변에 식 (6.15)를 대입하고 원자로 전체에 대해 적분

$$\frac{1}{v}\int_{V_R} R(\vec{r})dV \frac{dN(t)}{dt} = (1-\beta)\upsilon\Sigma_f(t)N(t)\int_{V_R} L_f(\vec{r},t)C_i(\vec{r},t)R(\vec{r})dV + \sum_i \lambda_i \int_{V_R} L_d(\vec{r},t)C_i(\vec{r},t)dV$$
$$+ D(t)N(t)\int_{V_R} \nabla^2 R(\vec{r})dV - \Sigma_a(t)N(t)\int_{V_R} R(\vec{r})dV \qquad 6.17$$

❑ 식(6.17)을 간략화 하기 위해 다음과 같은 동특성 변수를 정의

$$\ell = \text{열중성자 평균수명} = \frac{\frac{1}{v}\int_{V_R} R(\vec{r})dV}{-D(t)\int_{V_R} \nabla^2 R(\vec{r})dV + \Sigma_a(t)\int_{V_R} R(\vec{r})dV} \qquad 6.18$$

2.2 일점운동 방정식

$$k(t) = \text{증배계수} = \frac{\nu\Sigma_f(t)\int_{V_R} L(\vec{r},t)R(\vec{r})dV}{-D(t)\int_{V_R}\nabla^2 R(\vec{r})dV + \Sigma_a(t)\int_{V_R} R(\vec{r})dV} \qquad 6.19$$

- 단, $L(\vec{r},t) = (1-\beta)L_f(\vec{r},t) + \beta L_d(\vec{r},t)$ 6.20

- 위 식들에서 l (열중성자평균수명)과 k (증배계수)의 분모는 동일
  - 분모에 $N(t)$ 를 곱하게 되면 원자로 내에서 단위 시간당 없어지는 열 중성자수 (열 중성자 손실률)에 해당

- $L(\vec{r},t)$ 는 핵분열 시 생긴 중성자가 감속도중 원자로 밖으로 누설되거나 흡수되지 않고 무사히 열 중성자가 되는 확률
  - K 의 분자에 $N(t)$ 를 곱하면 열중성자 생성율이 됨
  - 따라서 식 (6.20)의 증배계수는 정상상태에서 정의한 것과 동일

- 열중성자 평균수명은 열 중성자 1개가 태어나서 흡수나 누설에 의해 없어지기까지 걸리는 평균 시간으로 정의

2.2 일점운동 방정식

❑ 식(6.17)의 양변을 $-D(t)\int_{V_R}\nabla^2 R(\vec{r})dV+\Sigma_a(t)\int_{V_R}R(\vec{r})dV$ 으로 나누고 정리

$$\ell\frac{dN(t)}{dt}=\left(\frac{1-\beta}{1-\beta+\beta\gamma}k-1\right)N(t)+\ell\sum_i\lambda_i C_i(t) \quad 6.21$$

- 단, $$C_i(t)=\frac{\int_{V_R}L_d(\vec{r},t)C_i(\vec{r},t)dV}{\frac{1}{v}\int_{V_R}R(\vec{r})dV} \quad 6.22$$

- 식 (6.22)의 분자는 방사붕괴 결과로서 열 중성자에 기여하는 i 군 지발중성자 선행핵의 총수임

- 따라서 $R(\vec{r})$ 을

$$\frac{1}{v}\int_{V_R}R(\vec{r})dV=1 \quad 6.23$$

과 같이 규격화하면 $C_i(t)$ 는 시각 t 에 노심에 존재하는 i 군 지발중성자 선행핵의 총수를 나타냄

2.2 일점운동 방정식

- 그리고 식 (6.15)의 양변을 $\frac{1}{\nu}$ 로 나누어 원자로 전체에 대해 적분하면,

$$\int_{V_R} \frac{1}{\nu}\phi(\vec{r},t)dV = \text{시각 } t\text{에서 원자로내의 열중성자 총수} = [\frac{1}{\nu}\int_{V_R} R(\vec{r})dV]N(t) \quad 6.24$$

❑ 식 (6.10)도 l (열중성자평균수명)과 k (증배계수) 대한 정의식 및 식 (6.22)를 써서 간략화

- 식 (6.10)의 양변에 $L_d(\vec{r},t)$ 를 곱하고 노심전체에 대해 적분하면,

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{V_R} (\vec{r},t)C_i(\vec{r},t)dV = \beta_i \nu\Sigma_f(t)\int_{V_R} L_d(\vec{r},t)R(r)dVN(t) - \lambda_i \int_{V_R} L_d(\vec{r},t)C_i(\vec{r},t)dV \quad 6.25$$

- 이 식의 양변을 $\frac{1}{\nu}\int_{V_R} R(\vec{r})dV$ 로 나누면,

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \beta_i(\frac{\nu\Sigma_f(t)\int_{V_R} L_d(\vec{r},t)R(r)dV}{\frac{1}{\nu}\int_{V_R} R(r)dV})N(t) - \lambda_i C_i(t) \quad 6.26$$

2.2 일점운동 방정식

- 그리고 식 (6.26)의 첫 항의 분모와 분자를 $-D(t)\int_{V_R}\nabla^2 R(\vec{r})dV+\Sigma_a(t)\int_{V_R}R(\vec{r})dV$ 로 나누고 식 (6.18)과 식 (6.19)를 이용하면,

$$\beta_i\frac{\nu\Sigma_f(t)\int_{V_R}L_d(\vec{r},t)R(r)dV}{\frac{1}{\nu}\int_{V_R}R(r)dV}=\frac{\beta_i\gamma k(t)}{\ell(t)} \qquad 6.27$$

- 따라서 식 (6.26)은 최종적으로 다음과 같이 간단히 나타냄

$$\frac{dC_i(t)}{dt}=\frac{\beta_i\gamma k(t)}{\ell(t)}N(t)-\lambda_i C_i(t) \qquad 6.28$$

(i = 1,2, … 6)

⇒ 식 (6.21)과 식 (6.28)을 일점 운동 방정식으로 부름

❑ 윗 식에서 γ 는 거의 1에 가까운 상수로 이를 1로 근사하면 일점 운동 방정식은

2.2 일점운동 방정식

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{(1-\beta)k(t)-1}{l(t)}N(t) + \sum_i \lambda_i C_i(t)$$

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i k(t)}{\ell(t)}N(t) - \lambda_i C_i(t) \quad ; \quad i = 1, 2, \cdots\cdots, 6$$

과 같이 나타낼 수 있음

6.29

- 일점 운동 방정식은 원자로 동특성 변수로 k(t) 대신에 반응도 ρ(t)를 쓰면 식 (6.29)와 약간 달리 표현할 수도 있음
  - 반응도 ρ(t)는 증배계수 k(t) 와는,

$$\rho(t) = \frac{k(t)-1}{k(t)}$$ 6.30

  - k(t) 가 중성자소모율(LR)에 대한 중성자생성율(PR)의 비로 정의되는 것을 생각하면 반응도는

$$\rho(t) = \frac{\frac{PR}{LR}-1}{\frac{PR}{LR}} = \frac{PR \quad LR}{PR} = \frac{\text{생성율} \quad \text{소모율}}{\text{생성율}}$$ 6.31

2.2 일점운동 방정식

❑ 식 (6.29)의 k(t)를 ρ(t)로 대신하기 위해 우선 중성자 생성기간 Λ(t)를 다음과 같이 정의

$$\Lambda(t) = \text{중성자 생성시간} = \frac{\ell}{k(t)} \qquad 6.32$$

- 식 (6.30)과 식 (6.32) 때문에 식 (6.29)의 계수,

$$\frac{(1-\beta)k-1}{\ell} = \frac{k-1-\beta k}{\ell} = \frac{(k-1)/k-\beta}{\ell/k} = \frac{\rho(t)-\beta}{\Lambda(t)} \qquad 6.33$$

$$\frac{\beta_i k}{\ell} = \frac{\beta_i}{\ell/k} = \frac{\beta_i}{\Lambda(t)} \qquad 6.34$$

로 변형됨을 알 수 있고 이에 따라 식 (6.29)은,

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\rho(t)-\beta}{\Lambda(t)} N(t) + \sum_i \lambda_i C_i(t)$$

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda(t)} N(t) - \lambda_i C_i(t) \quad ; \quad i = 1, 2, \cdots\cdots, 6 \qquad 6.35$$

2.2.1. 동특성 변수

➢ 2.2.1. 동특성 변수

❑ 동특성 변수의 정리

ρ = 반응도

ℓ = 열중성자 평균 수명

Λ = 중성자 평균 생성시간

β = 지발중성자의 총생성비율

β_i = i군의 지발중성자 생성비율

λ_i = i군 지발중성자 선행핵의 유효붕괴상수($\sec^{-1}$)

(가) 반응도

- 반응도는 원자로의 중성자 증배계수로 표현할 수 있으며 k의 값에 따라 변화
  - 원자로의 임계도는 k(혹은 ρ)의 값에 따라 다음과 같이 구분

$k = 1 \ (\rho = 0)$: 임계상태

$k > 1 \ (\rho > 0)$: 초임계상태

$k < 1 \ (\rho < 0)$: 미임계상태

2.2.1. 동특성 변수

- 반응도의 표시
  - Ex) ρ =0.001이면 이를 0.001, 0.001 $\Delta k/k$, 0.1% $\Delta\rho$ 및 0.1% $\Delta k/k$ 으로 표시 가능
  - 반응도는 지발중성자의 생성비율 β 의 배수로 표한하기도 함
  - 이때 반응도를 dollar 또는 cent 단위로 부름
  - Ex) ρ = β 이면 반응도는 1dollar 또는 100cents 라고 함

- 원자로 상태는 반응도 ρ 에 따른 그림 6.1에 표시한 바와 같이 여러 가지 이름으로 불림

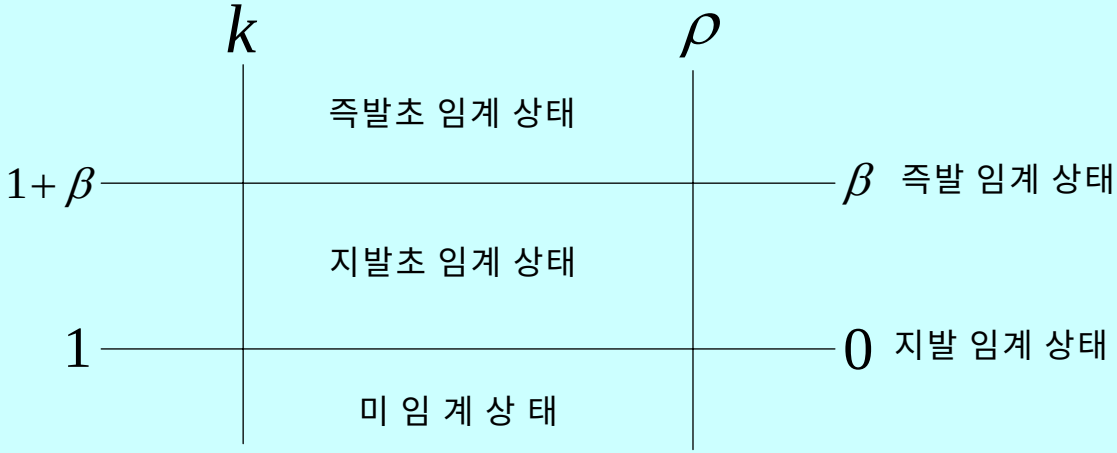


그림 6.1 ρ 에 따른 원자로 상태

2.2.1. 동특성 변수

즉발 임계 상태 $\rho = \beta$	지발중성자가 생성되지 않는다고 가정하더라도 원자로가 임계가 되는 상태임
초즉발임계상태 $\rho > \beta$	지발중성자가 생성되지 않는다고 가정하더라도 원자로가 초임계가 되는 상태임
지발임계상태 $\rho = 0$	지발중성자를 고려해야만 임계가 되는 상태
지발초임계상태 $\rho > 0$	지발중성자를 고려해야만 초임계가 되는 상태

(나) 지발중성자 생성비율

- 지발중성자 생성비율 β는 핵분열성 물질에 따라서 그 값이 다름
  - 핵분열성물질에 따라 지발중성자 선행핵의 종류와 그 양이 다르기 때문
- 지발중성자는 평균적으로 즉발중성자가 가지는 에너지의 약 절반에 해당하는 에너지를 가지고 생성
- 열중성자를 이용하는 열원자로에서 그 양은 작지만 에너지가 작으므로 핵분열을 일으키는데 있어서 즉발중성자보다 효과가 큼
- 따라서 실제 원자로 응용문제에서는 이의 효과를 고려한 유효지발중성자율, β_{eff}를 사용하게 되며 β_{eff}의 크기는 β 보다 약간 큼

2.2.1. 동특성 변수

❑ 표 6.1 U^{233}, U^{235} 및 Pu^{239} 의 지발중성자율과 유효지발중성자율

핵 종	지발중성자율 β	유효지발중성자율 β_{eff}
U^{233}	0.0026	0.003
U^{235}	0.0065	0.0070
Pu^{239}	0.0021	0.0023

- β 값의 크기는 원자로제어의 용이성과 밀접한 관계를 가짐
- U^{235} 와 Pu^{239} 를 핵연료로 하는 두 종류의 원자로에서 U^{235} 를 연료로 하는 원자로를 제어하기가 Pu^{239} 를 연료로 하는 원자로 보다 쉬움

2.2.1. 동특성 변수

(다) 중성자 평균수명

- 중성자 평균수명은 생성시부터 최종적으로 흡수되기까지 평균적으로 소요되는 시간을 말함
- 무한 열원자로에서 중성자평균수명은 즉발중성자가 열중성자로 에너지가 감속되는 시간과 열중성자가 된 다음 최종 흡수되는데 걸리는 시간으로 구성
  - 즉 열중성자의 에너지가 감속되는데 걸리는 시간과 열중성자가 되어 최종 흡수될 때까지 확산하는 확산시간의 합임

에너지 감속시간<<확산시간 ⇒ 열중성자의 확산시간으로 근사

- 따라서 무한 원자로 내에서 열중성자의 흡수평균자유행정거리(Absorption Mean Free Path)가 λ_a이고 이들 열중성자의 평균속도가 v 이면 무한계의 중성자 평균수명은

$$\ell_\infty = \frac{\lambda_a}{v} = \frac{1}{v\Sigma_a} \qquad 6.36$$

2.2.1. 동특성 변수

❑ 표 6.2 무한 크기 감속매질에서의 즉발중성자 평균수명

감 속 재	수 명 시 간 (sec)
경 수(H_2O)	2.1×10^{-4}
중 수(D_2O)	0.14
Be	3.9×10^{-3}
C	1.6×10^{-2}

- 경수로 중성자 수명시간은 10^{-4} 초 정도임에 비해 속중성자의 핵분열을 주로 이용하는 고속로는 중성자 에너지 감속이 필요 없으므로 즉발중성자의 수명 시간은 이보다 짧은 10^{-7} 초 정도임

2.2.1. 동특성 변수

- 유한크기의 원자로
  - 외부 누설때문에 중성자의 평균 수명시간은 무한크기의 원자로에 비해 짧음
  - 유한원자로에 대해서는 중성자비누설확율을 고려해야 함
  - 따라서 유한계의 중성자 수명시간은,

$$\ell = \frac{\ell_\infty}{1 + L^2 B_g^2} = \frac{1}{v\Sigma_a (1 + L^2 B_g^2)} \qquad 6.37$$

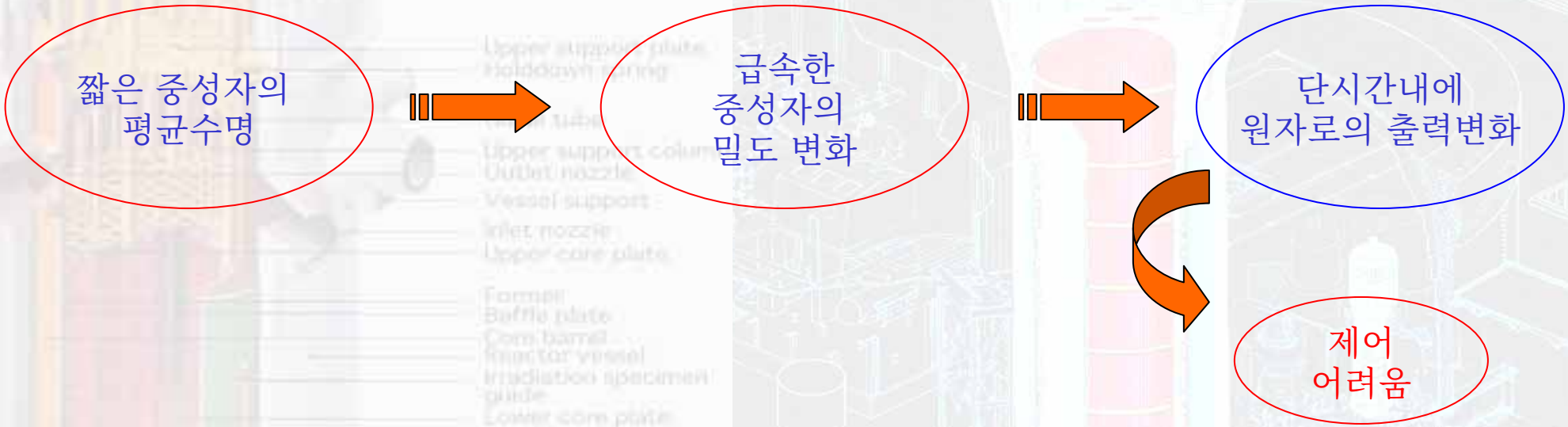
$1/(1+L^2B_g^2)$ ⟹ 열중성자의 비누설확율

  - 원자로가 과도상태가 되면 지발중성자의 역할이 매우 커지게 되므로 지발중성자의 존재에 의한 중성자 수명시간을 고려해야함
  - 중성자수명시간에 대한 즉발중성자와 지발중성자의 복합적인 효과는 각각의 생성율로 가중하여 구하게 되는데 이를 중성자유효수명시간 l_{eff} 이라고 부름

$$\ell_{eff} = (1-\beta)\ell + \sum_{i=1}^{6} \frac{\beta_i}{\lambda_i} \qquad 6.38$$

2.2.1. 동특성 변수

- 식 (6.38)을 이용하여 경수로의 l_{eff} 을 구해보면 l_{eff} = 0.08sec 로 즉발중성자의 평균 수명 l_{eff} = 10^{-4}sec 와 비교할 때 지발중성자의 효과가 매우 큼을 알 수 있음
- 중성자의 평균 수명시간은 원자로의 과도상태 시 중성자의 밀도 변화 즉, 원자로의 출력변화에 매우 큰 영향을 미침
- 즉,



중성자 수명시간이 길수록 제어면에서 유리

2.2.1. 동특성 변수

(라) 원자로 주기

- 원자로 주기 T는 출력과도 현상 시 원자로 출력이 얼마나 빨리 변하는가를 나타내는 척도
  - 이는 중성자 밀도(또는, 중성자속, 출력)가 e(지수)배 만큼 변화하는데 소요되는 시간으로 정의됨

- 일점운동방정식의 일반해 N(t) 와의 관계

$$N(t) \propto \exp(\omega t) \qquad 6.39$$

  - t 는 반응도 변화가 이루어진 직후부터 측정되는 시간임

- 원자로 주기 T

$$T = 1/\omega \qquad 6.40$$

- 식(6.39)를 보면 ω 값이 작을 때 즉, 원자로의 주기가 클 때 중성자 밀도 또는 원자로의 출력변화는 서서히 일어남

⇒ 주기가 클수록 제어에 용이함

2.2.1. 동특성 변수

- 중성자의 평균 수명과 원자로 주기간의 관계
  - 식 (6.39)에서 지발 중성자가 없는 경우를 가정 ($\beta = 0$, $C_i = 0$)
  - 식 (6.39)는,

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\rho}{\Lambda} N(t) \qquad 6.41$$

  - 그 해는,

$$N(t) = A \exp(\rho t / \Lambda) \quad (\text{단 } A\text{는 상수임}) \qquad 6.42$$

  - 이와 식 (6.40)을 비교하면 중성자밀도를 e배만큼 변화시키는데 걸리는 시간 즉, 원자로 주기 T는,

$$T = \frac{\Lambda}{\rho} \qquad 6.43$$

  - 식 (6.43)에 의해 같은 양의 반응도 변화에 대하여 원자로 주기는 중성자의 생성시간 Λ 에 따라 크게 달라짐을 알 수 있음
  - 또한 식 (6.38)로부터 지발중성자가 원자로 주기 뿐만 아니라 중성자의 밀도와 원자로의 출력변화에 영향을 끼치고 있음도 알 수 있음

2.2.2 일점 운동 방정식의 해

(가) 일점 운동 방정식의 해석해

- ρ(t) 가 특수한 형의 시간의존함수일 때 일점 운동 방정식 (6.35)의 해석해를 구할 수 있음
  - ρ(t) 가 계단함수 혹은 선형함수일 때 지발중성자를 1군으로 근사함
  - ρ(t) 가 그림 6.2와 같은 계단함수일 때를 고려해 봄

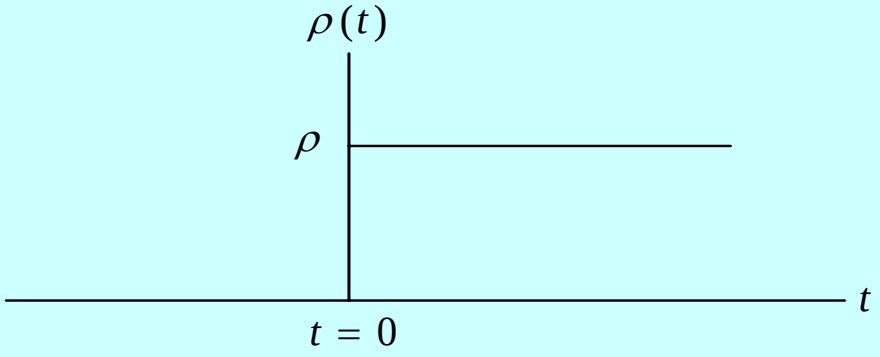


그림 6.2 계단형 반응도 변화

  - 지발중성자 선행핵을 1군으로 근사하면 식 (6.35)는 다음과 같이 나타냄

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} N(t) + \lambda C(t) \qquad 6.44a$$

$$\frac{dC(t)}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda} N(t) - \lambda C(t) \qquad 6.44b$$

2.2.2 일점 운동 방정식의 해

- 여기서 λ는 지발중성자 선행핵의 붕괴상수로 이는 λ_i , β_i로부터 다음과 같이 구함

$$\frac{\beta}{\lambda} = \sum_i \frac{\beta_i}{\lambda_i} \qquad 6.45$$

- 식 (6.44)를 풀기 위해서는 초기조건이 필요
  - 원자로는 $t < 0$ 에서 정상 임계 상태에 있었다고 가정
  - $t \geq 0$ 에 그림 6.2와 같은 계단형 반응도 ρ 를 주입함으로써 과도상태가 유발되었다고 가정
  - 정상상태에서의 중성자 수와 선행핵수를 각각 N_0 와 C_0 라 가정하고 이들을 식 (6.44)의 초기조건으로 나타냄

$$N(t=0) = N_0 \qquad 6.46a \qquad\qquad C(t=0) = C_0 \qquad 6.46b$$

  - N_0 와 C_0 는 정상상태에서 다음 관계가 있음

$$C_0 = \frac{\beta_i}{\lambda \Lambda} N_0 \qquad 6.47$$

2.2.2 일점 운동 방정식의 해

- 식 (6.44)는 Laplace 변환을 포함해서 여러 가지 방법으로 풀 수 있음
  - N(t) 와 C(t) 에 대해 다음과 같은 시험함수를 가정에서 문제를 품

$$N(t) = Ne^{\omega t} \quad 6.48a \qquad C(t) = Ce^{\omega t} \quad 6.48b$$

  - 식 (6.48)을 식 (6.44)에 대입하면,

$$\omega N = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} N + \lambda C$$

$$\omega C = \frac{\beta}{\Lambda} N - \lambda C \qquad 6.49$$

행렬 형으로 정리

$$\begin{bmatrix} \frac{\rho - \beta}{\Lambda} - \omega & \lambda \\ \frac{\beta}{\Lambda} & -(\lambda + \omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ C \end{bmatrix} = 0 \qquad 6.50$$

2.2.2 일점 운동 방정식의 해

- 윗 식 (6.50)에서 N과 C가 0이 아닌 값을 가지려면,

$$\det\begin{bmatrix} \frac{\rho-\beta}{\Lambda}-\omega & \lambda \\ \frac{\beta}{\Lambda} & -(\lambda+\omega) \end{bmatrix}=0 \qquad 6.51a$$

Or

$$\omega^2-(\frac{\rho-\beta}{\Lambda}-\lambda)\omega-\frac{\lambda\rho}{\Lambda}=0 \qquad 6.51b$$

- 식 (6.51)은 일점 운동 방정식 (6.44)의 특성 방정식으로 이 방정식의 해는,

$$\omega_{1,2}=\frac{1}{2}(\frac{\rho-\beta}{\Lambda}-\lambda)\mp\sqrt{\frac{1}{4}(\frac{\rho-\beta}{\Lambda}-\lambda)^2+\frac{\lambda\rho}{\Lambda}} \qquad 6.52$$

2.2.2 일점 운동 방정식의 해

- 저농축 UO_2 를 핵연료로 하는 원자로에서 동특성 변수들은 대략 다음과 같음

$$\beta = 0.0075, \quad \Lambda = 10^{-3}\,\text{sec}, \quad \lambda = 0.08\,\text{sec}^{-1}$$

- 그리고 반응도 ρ 도 β 와 같은 자리수로 볼 때 위의 식 (6.52)에서,

$$\beta - \rho >> \Lambda\lambda \quad or \quad \beta - \rho >> \lambda\rho \qquad 6.53$$

- 윗 식을 써서 ω_1 과 ω_2 를 구해보면,

$$\omega_{1,2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\rho-\beta}{\Lambda} - \lambda\right)\left\{1 \pm \sqrt{1 + \frac{4\lambda\rho\Lambda}{(\rho-\beta-\lambda\Lambda)^2}}\right\} \cong \frac{1}{2}\left(\frac{\rho-\beta}{\Lambda} - \lambda\right)\left\{1 \pm \left(1 + \frac{2\lambda\rho\Lambda}{(\rho-\beta-\lambda\Lambda)^2}\right)\right\}$$

6.54

- 이에 따라,

$$\omega_1 \cong \frac{-\lambda\rho}{(\rho-\beta-\lambda\Lambda)} \cong -\frac{\lambda\rho}{\beta-\rho} \qquad 6.55$$

로 근사됨

$$\omega_2 \cong \frac{\rho-\beta}{\Lambda} - \lambda \cong -\frac{\beta-\rho}{\Lambda} \qquad 6.56$$

2.2.2 일점 운동 방정식의 해

- 특성근 ω_1과 ω_2를 쓰면 식 (6.44)의 해는

$$N(t) = N_1 e^{\omega_1 t} + N_2 e^{\omega_2 t} \qquad 6.57a$$

$$C(t) = C_1 e^{\omega_1 t} + C_2 e^{\omega_2 t} \qquad 6.57b$$

- 그리고 N_1, N_2, C_1, C_2 는 미정계수임
- 식 (6.51)의 N(t) 와 C(t)는 식 (6.44)를 만족해야 하므로 식 (6.44b)에 이들을 대입해 보면,

$$C_1\omega_1 e^{\omega_1 t} + C_2\omega_2 e^{\omega_2 t} = \frac{\beta}{\Lambda}(N_1 e^{\omega_1 t} + N_2 e^{\omega_2 t}) - \lambda(C_1 e^{\omega_1 t} + C_2 e^{\omega_2 t})$$

가 성립되고 이에 따라 N_1, N_2, C_1, C_2 사이에는 다음 관계가 있음을 알 수 있음

$$C_1 = \frac{\beta}{\Lambda(\omega_1 + \lambda)} N_1 \qquad 6.58$$

$$C_2 = \frac{\beta}{\Lambda(\omega_2 + \lambda)} N_2 \qquad 6.59$$

2.2.2 일점 운동 방정식의 해

- 또한 초기 조건식 (6.46)과 식 (6.47)에 의하여 N_1, N_2, C_1, C_2 등 상수는,

$$N_0 = N_1 + N_2$$

$$C_0 = \frac{\beta}{\lambda\Lambda} N_0 = C_1 + C_2 = \frac{\beta}{\Lambda(\omega_1 + \lambda)} N_1 + \frac{\beta}{\Lambda(\omega_2 + \lambda)} N_2 \qquad 6.61$$

- 식 (6.60)과 식 (6.61)를 풀면 N_1 과 N_2 를 구할 수 있으며 또한 식 (6.58)과 식 (6.59)로부터 C_1 과 C_2 도 구할 수 있음

- 이로부터 상수는 다음과 같이 유도됨

$$N_1 \cong \frac{\beta}{\beta - \rho} N_0 \qquad N_2 \cong -\frac{\rho}{\beta - \rho} N_0 \qquad C_1 = \frac{\beta}{\Lambda\lambda} N_0 \qquad C_2 = \frac{\rho\beta}{(\beta - \rho)^2} N_0$$

6.62

2.2.2 일점 운동 방정식의 해

- 이에 따라 최종식은,

$$N(t) = N_0 \left\{ \frac{\beta}{\beta - \rho} e^{\frac{\lambda\rho}{\beta-\rho}t} - \frac{\rho}{\beta - \rho} e^{-\frac{\beta-\rho}{\Lambda}t} \right\}$$

$$C(t) = N_0 \left\{ \frac{\beta}{\Lambda\lambda} e^{\frac{\lambda\rho}{\beta-\rho}t} + \frac{\rho\beta}{(\beta-\rho)^2} e^{-\frac{\beta-\rho}{\Lambda}t} \right\}$$

6.63

2.2.2 일점 운동 방정식의 해

(나) 양의 반응도 삽입

- 정상임계상태로 운전되고 있는 원자로에 시간 t=0에서 양의 반응도가 계단형으로 순간적으로 삽입되었다고 가정하면,
  - 원자로의 출력은 식 (6.63)에 따라 변화하게 되는데 이를 정량적으로 살펴보기 위해서 다음과 같은 경우를 생각해 봄

$$\Lambda = 6\times10^{-5} \quad \text{sec}$$
$$\lambda = 0.08 \quad \text{sec}^{-1}$$
$$\beta = 0.0075$$
$$\rho = 0.0015$$

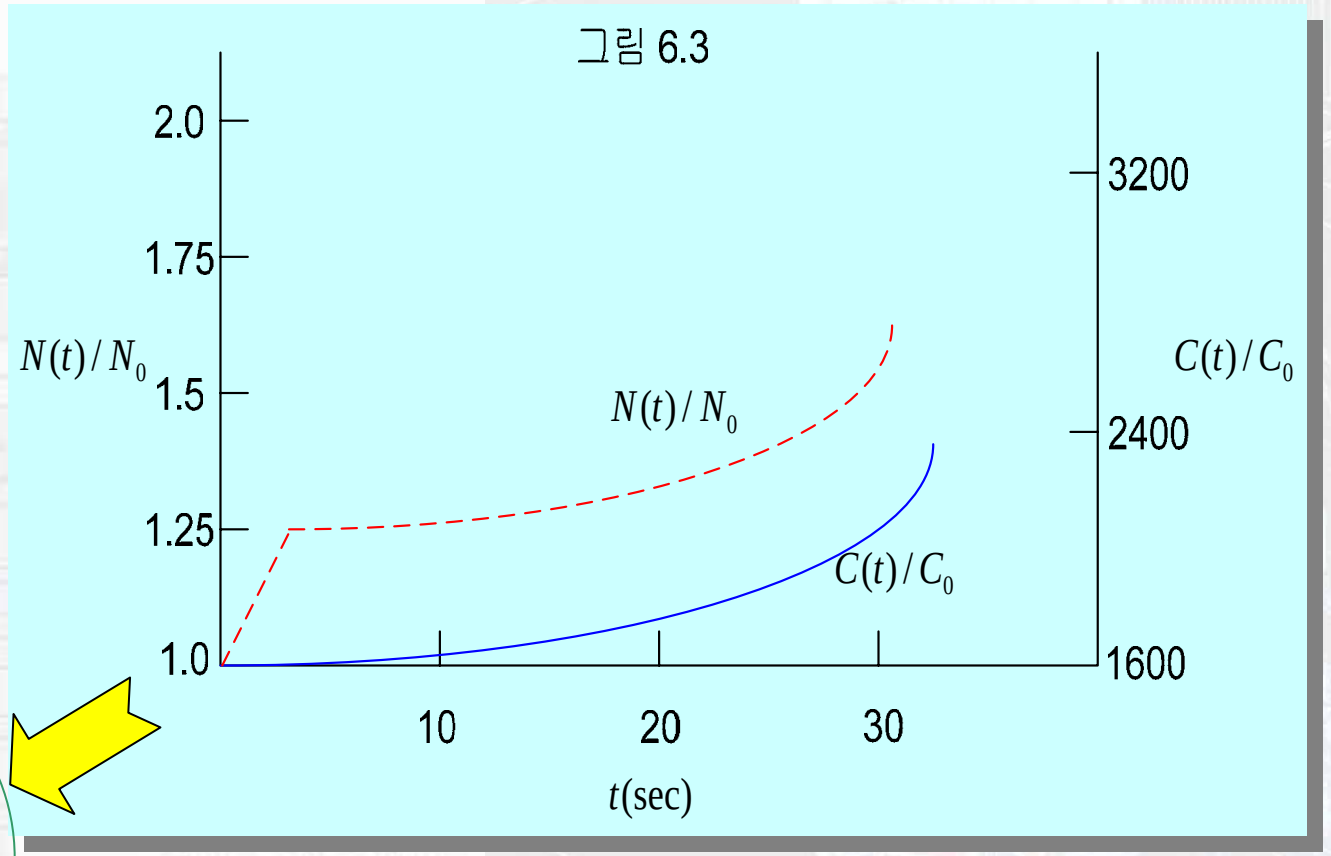
식 (6.63)에 대입

$$N(t) = N_0[1.25\exp(0.02t) - 0.25\exp(-100t)]$$
$$C(t) = N_0[1562.5\exp(0.02t) + 0.313\exp(-100t)]$$

6.64

2.2.2 일점 운동 방정식의 해

- (6.64)식을 그래프로 표시해보면,



즉발 도약
(Prompt Jump)

2.2.2 일점 운동 방정식의 해

- 즉발 중성자의 순간적인 증가로 인한 중성자수의 증가현상을 즉발 도약(Prompt Jump)라 함
  - 양의 반응도 삽입직후 핵분열 반응의 증가로 즉발중성자가 갑자기 증가하고 이들의 짧은 수명으로 인하여 중상자수가 짧은 시간 내에 급증하기 때문

- 지발중성자가 생성되는데는 시간적인 지연 존재
  - 양의 반응도 삽입 직후 짧은 시간 이내에서는 중성자수의 증가에 지발중성자수가 기여하지 않음

- 그러나 짧은 과도상태를 경과한 후 부터는 지발중성자의 기여로 중성자의 평균수명이 길어지고 이에 따라 중성자밀도 변화가 완만해짐
  - 수학적으로는 식 (6.64)에서 시간의 경과에 따라 N(t) 의 두 번째 항은 급속히 0으로 감쇄하고 첫 번째항에 따라 N(t) 가 변화함

2.2.2 일점 운동 방정식의 해

- 따라서 이 예제의 경우 즉발도약 후 중성자수의 시간변화는 두번째 항에 의해서 다음과 같이,

$$N(t) \cong N_0 \frac{\beta}{\beta - \rho} e^{\frac{\lambda\rho}{\beta-\rho}t} = 1.25 N_0 e^{0.02t}$$ 6.65 과 같이 근사되고

- 이 때의 원자로 주기는

$$T = \frac{1}{\omega} = \frac{\beta - \rho}{\lambda\rho} = \frac{1}{0.02} = 50(\text{sec})$$

중성자수 변화를 주도하는 원자로 주기를
안정주기(Stable Period)로 정의

2.2.2 일점 운동 방정식의 해

(다) 음의 반응도 삽입

- 원자로의 출력준위를 낮추거나 또는 원자로를 정지시키고자 할 때
  - 중성자의 손실률을 생성율보다 증가시켜 중성자의 밀도를 감소시킴
  - 즉, 원자로를 미임계상태(k<1)가 되도록 함

⇒ 음의 반응도를 삽입한 경우

- 음의 반응도 삽입의 예

$$\Lambda = 6\times10^{-5} \quad \text{sec}$$
$$\lambda = 0.08 \quad \text{sec}^{-1}$$
$$\beta = 0.0075$$
$$\rho = -0.05$$

⇒ 식 (6.63)에 대입

$$N(t) = N_0[0.13\exp(-0.068t) + 0.87\exp(-985t)]$$
$$C(t) = N_0[1563\exp(-0.068t) - 0.113\exp(-985t)]$$

6.66

2.2.2 일점 운동 방정식의 해

- 식 (6.66)을 그림으로 나타내면 그림 6.4와 같음

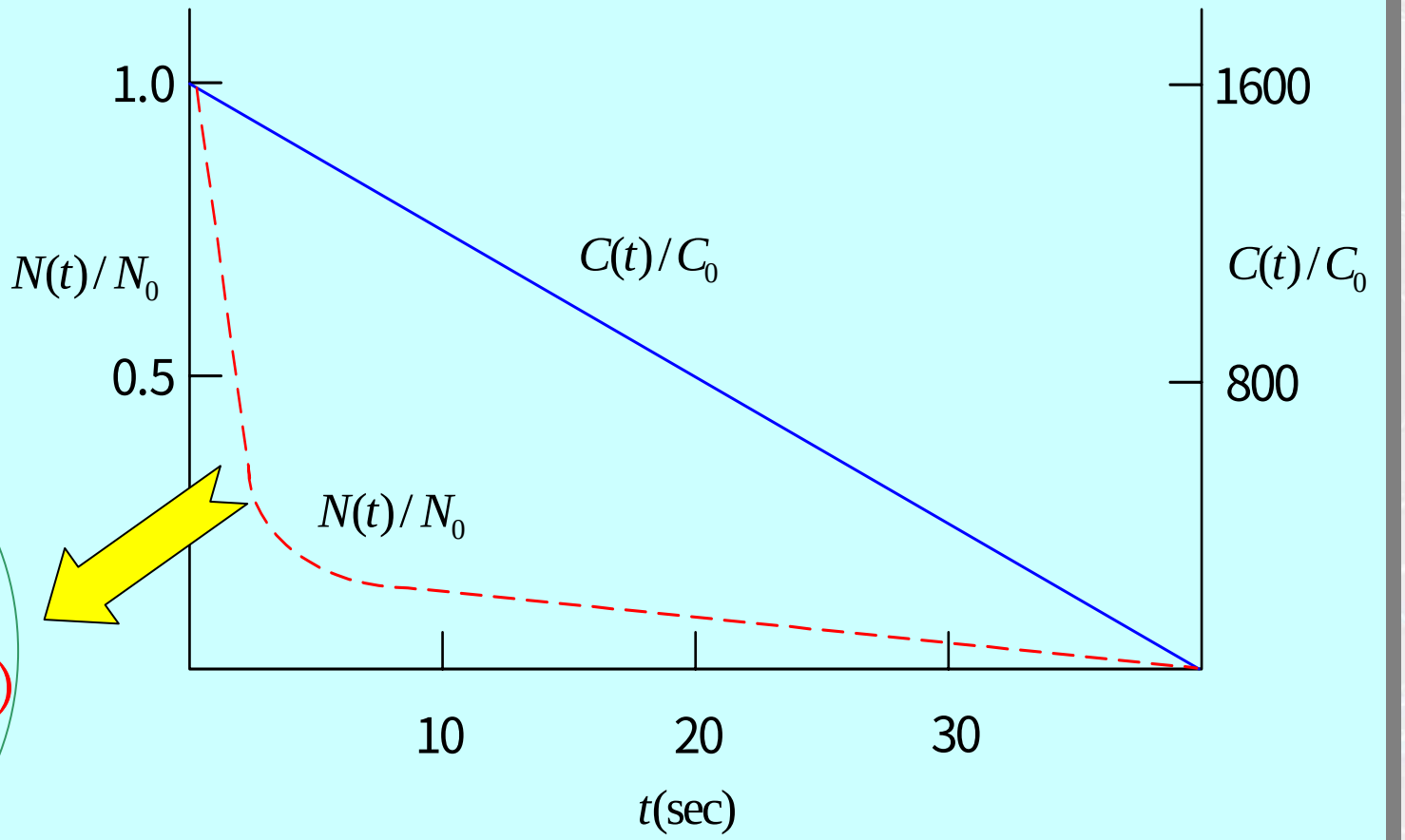


그림 6.4 음의 반응도 삽입에 따른 N(t) 및 C(t)의 시간 변화

즉발 낙하
(Prompt Drop)

2.2.2 일점 운동 방정식의 해

- 음의 반응도가 삽입된 경우 그림 6.4에서 볼 수 있는 바와 같이 중성자수는 0.01초 내에 13%까지 급격히 줄어들며 그 후부터는 N(t)의 첫번째 항에 따라 중성자수는 천천히 감소함

- 즉발 낙하 후 중성자수는,

$$N(t) \cong 0.13 N_0 e^{-0.68t} \qquad 6.67$$

- 이로부터 원자로 주기 T는,

$$T = \frac{1}{|\omega|} = \frac{\beta - \rho}{\lambda \rho} = \frac{1}{0.068} = 14.7(\text{sec}) \qquad 6.68$$

이 경우 중성자수는 T=14.7초가 지날때마다 e배만큼 감소하므로 이를 감소주기(Decay Period)라 정의함

2.2.2 일점 운동 방정식의 해

(라) 반응도와 원자로 주기

❑ 과도상태 원자로의 주기는 원자로 구성물질의 특성과 삽입 반응도의 양에 의해 결정

- 일점 운동 방정식을 중심으로,
- N(t) 와 $C_i(t)$ 는 지수함수형으로 변한다고 가정

$$N(t) = Ne^{\omega t}$$
$$C_i(t) = C_i e^{\omega t} \qquad 6.69$$

- 식 (6.69)를 식 (6.35)에 대입하면 다음식을 얻음

$$\omega N = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} N + \sum_{i=1}^{6} \lambda_i C_i$$
$$\omega C_i = \frac{\beta_i}{\Lambda} N - \lambda_i C_i \ : \ i = 1, 2 \cdots\cdots, 6 \qquad 6.70$$

2.2.2 일점 운동 방정식의 해

- 식 (6.70)식의 두번째식을 C_i 에 대해서 정리한 후 그 결과를 첫번째식에 대입하면,

$$\omega = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} + \sum_{i=1}^{6} \frac{\lambda_i \beta_i}{\Lambda(\omega + \lambda_i)} \qquad 6.71$$

- 여기서 $\beta = \sum_i \beta_i$ 임을 고려하여 식 (6.71)을 반응도 ρ에 대해서 정리하면,

$$\rho = \omega\Lambda + \sum_{i=1}^{6} \frac{\beta_i \omega}{\omega + \lambda_i} \qquad 6.72$$

- (6.72)식은 변수 ω와 원자로의 동특성 변수의 관계를 나타내는 일점 운동방정식의 특성방정식이며 이 식으로부터 주어진 반응도에 대한 ω값을 구할 수 있음

2.2.2 일점 운동 방정식의 해

- 식 (6.72) 을 그래프를 통해 검토해보면, (좌변을 f(ω) 로 놓음)

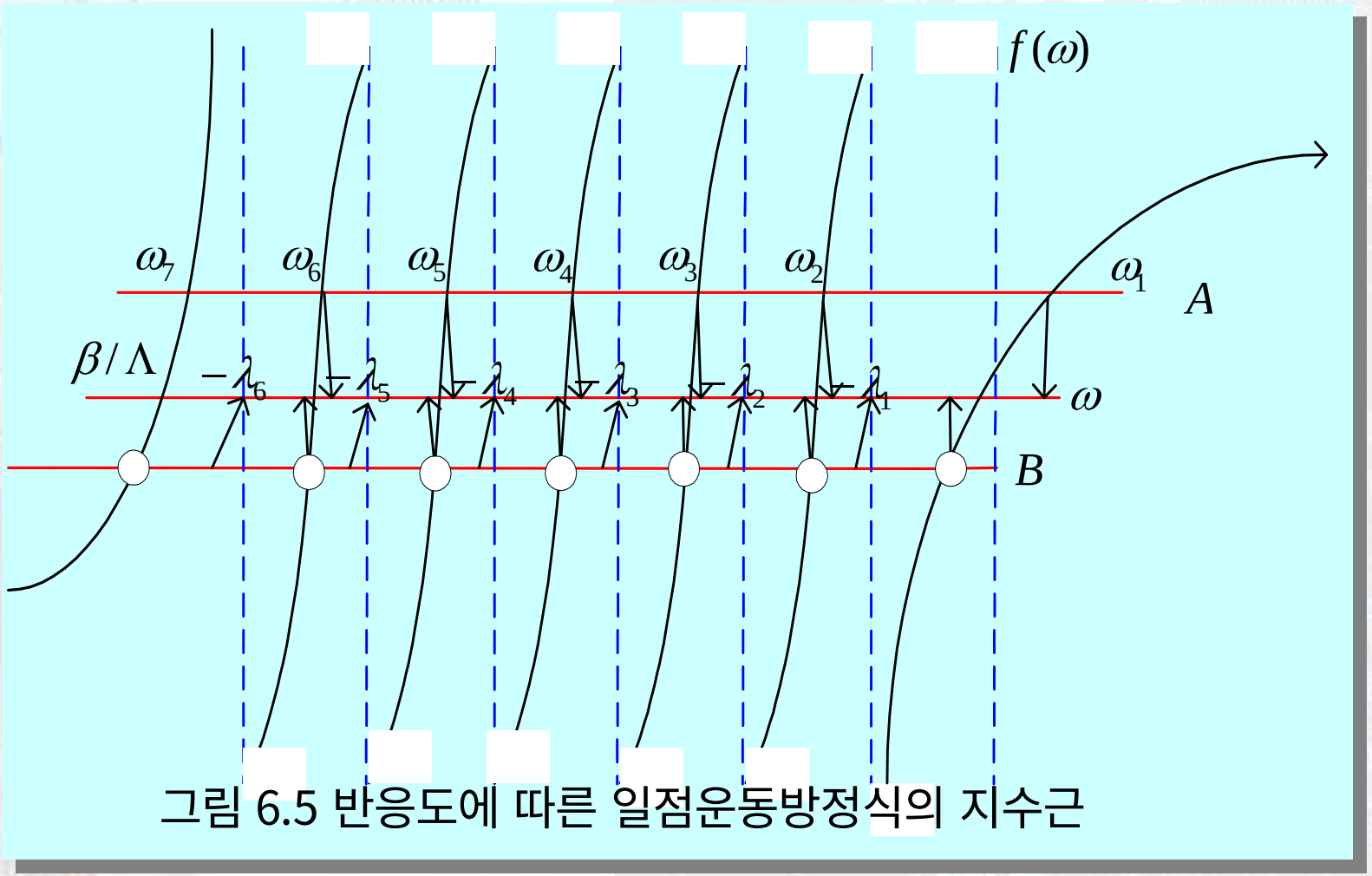


그림 6.5 반응도에 따른 일점운동방정식의 지수근

2.2.2 일점 운동 방정식의 해

- 식 (6.72)를 만족하는 ω는 ρ 값에 따라 다른데 ρ<0 일 때의 직선 A와 ρ>0 일 때 직선 B와 f(ω) 의 교점이 식 (6.72)의 해에 해당

- 값이 음,양에 관계없이 식 (6.72)를 만족하는 ρ는 모두 7개임을 보여줌7개의 근 ω를 ω_i(i=1,2,…7) 이라 하면 N(t) 는 다음과 같이 나타냄

$$N(t) = \sum_{i=1}^{7} N_i e^{\omega_i t} \qquad 6.73$$

3) 그림 6.5에서 ρ>0 일 경우 ω_1 만이 양수이고 나머지 ω_2 ~ ω_7 은 모두 음수임 ρ>0 일 경우 식 (6.73)의 $e^{\omega_1 t}$ 항 때문에 노심내 중성자는 시간에 따라 증가하게 되고, ρ>0 일 경우 $e^{\omega_i t}$ (i = 1,2,…7) 모두가 시간이 가면서 0으로 근접하기 때문에 노심내 중성자는 시간에 따라 감소함

4) 식 (6.73)에서 N(t) 는 반응도가 주입되고 난 바로 직후에는 7개의 지수항에 의한 결합에 의해 결정이 되지만 시간이 지나면서 음수로서 절대치가 큰 ω_i 를 가진 지수항부터 점차 0에 접근하기 때문에 한동안이 경과되고 난 이후 N(t) 는 $e^{\omega_1 t}$ 만에 의해 변하게 됨 즉,

$$N(t) \cong N_1 e^{\omega_1 t}$$ 로 근사됨

2.2.2 일점 운동 방정식의 해

- 따라서 원자력 주기는 윗 식으로부터 다음과 같이 결정됨

$$T = \frac{1}{|\omega_1|} \qquad 6.74$$

표 6.3 반응도 변화에 따른 원자로 주기

반응도	원자로 주기 (초)		
	즉발중성자 평균수명 (초)		
	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
0.001	60	60	60
0.003	10	10	10
0.004	3.5	2.5	2.5
0.007	0.8	0.2	0.14
0.010	0.3	0.04	0.0003

a) 반응도 변화가 작을 때:
주기는 평균 수명과
관계없이 일정
b) 반응도 변화가 클수록:
주기는 즉발중성자
평균수명에 크게 의존

반응도 변화가 작을 때:
과도출력 변화에 지발중성자의 영향이 큼

반응도 변화가 커지면:
과도출력 변화에 즉발중성자의 영향이 커짐