



Ch. 3. Wave Properties of Particles



© 2005 Brooks/Cole - Thomson

Louis de Broglie (1892-1987)



Seoul National University

Center for Active Plasmonics

Application Systems



De Broglie's Matter Wave

Light

파동(전자파: Maxwell)으로 알았는데, →
입자의 성질도(Einstein)!!!

$$E = hf = pc$$

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

Electron

입자(Thomson)로 아는데,
파동의 성질도?
(위의 파동인가는 모르겠지만...)

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$f = \frac{E}{h}$$

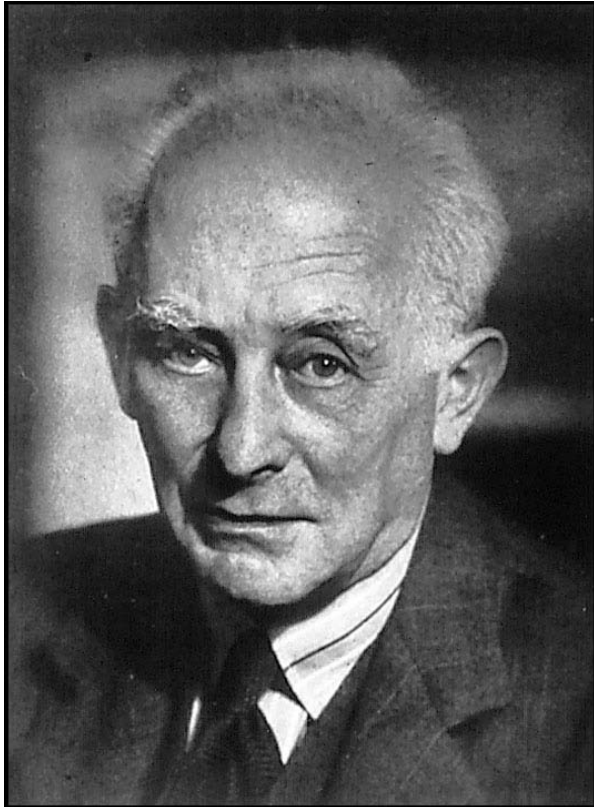
$$p = \gamma mv$$

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 = \gamma^2 m^2 c^4$$





Wave of What?



© 2005 Brooks/Cole - Thomson

Max Born (1882-1970)

Waves of probability

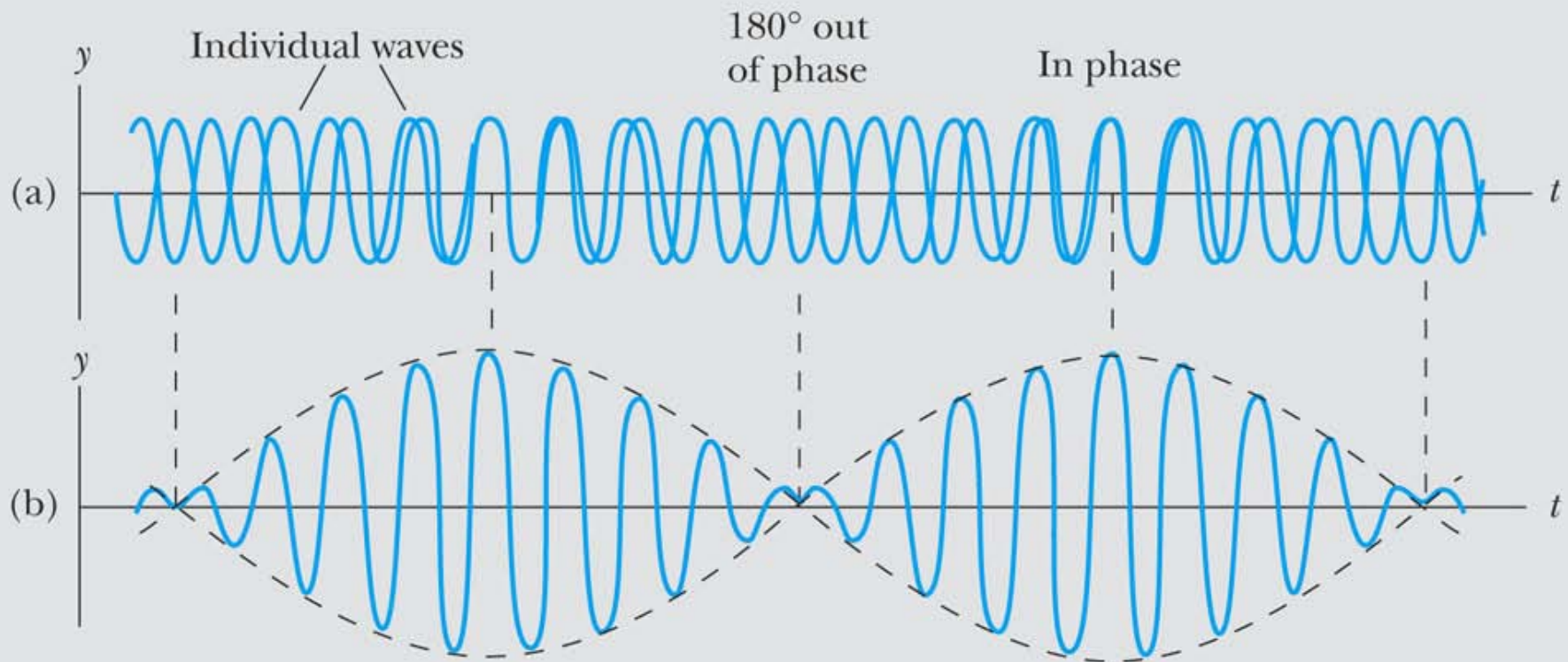
$|\Psi(x, y, z, t)|^2$ probability density function





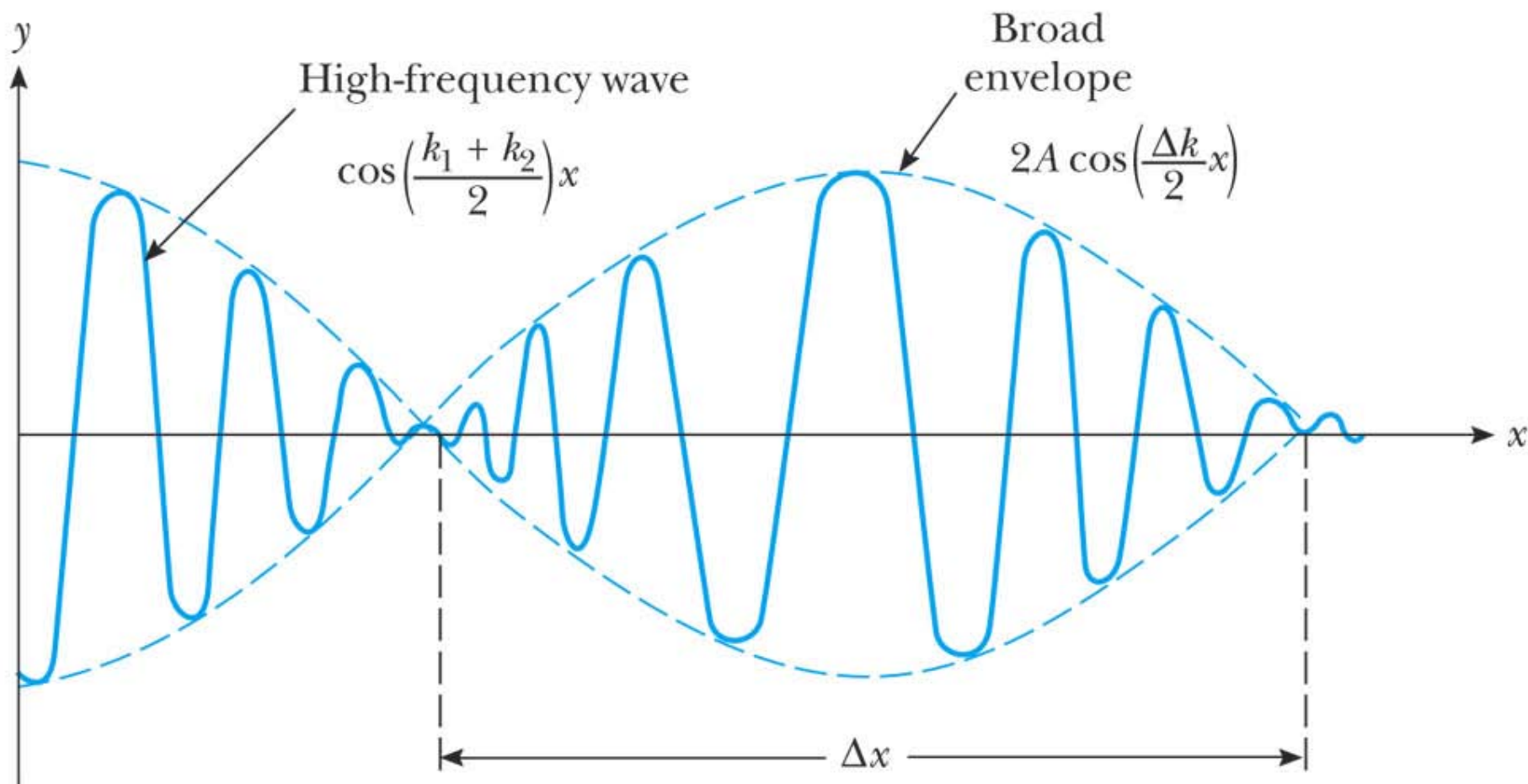
$$y = y_1 + y_2 = A\cos(k_1x - \omega_1t) + A\cos(k_2x - \omega_2t)$$

$$= 2A\cos\left(\frac{1}{2}[(k_2 - k_1)x - (\omega_2 - \omega_1)t]\right)\cos\left(\frac{1}{2}[(k_2 + k_1)x - (\omega_2 + \omega_1)t]\right)$$



© 2005 Brooks/Cole - Thomson





© 2005 Brooks/Cole - Thomson



Seoul National University

Center for Active Plasmonics

Application Systems



Phase Velocity & Group Velocity

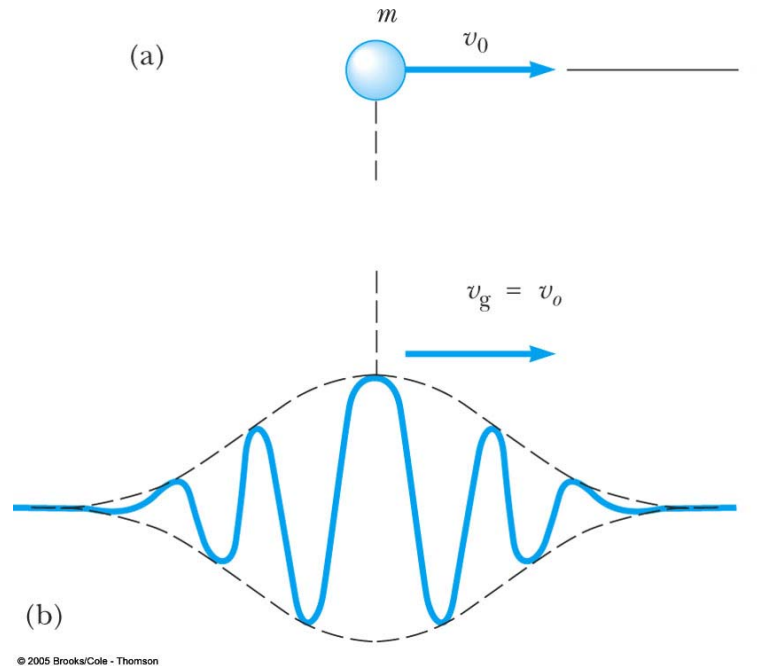
$$v_p = \frac{\omega}{k}$$

$$v_g = \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{k_0}$$





Wave Packet



실제 파동함수는 일반적으로 복소수.
확률밀도 함수는 파동함수의 절대값 제곱, 즉, 실수부 제곱
더하기 허수부 제곱

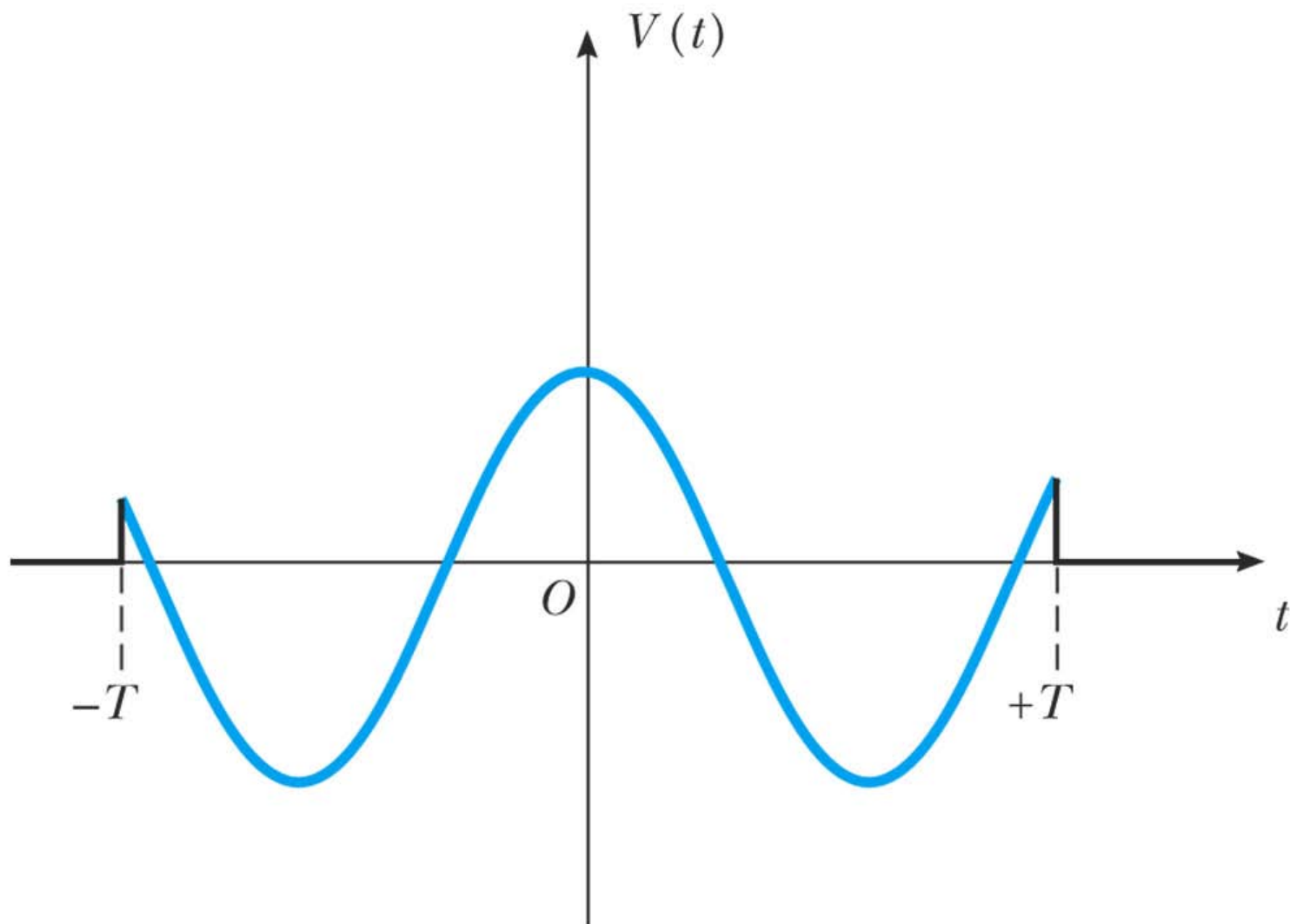


Fourier Transform & Inverse FT

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} a(k) e^{ikx} dk$$

$$a(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx} dx$$





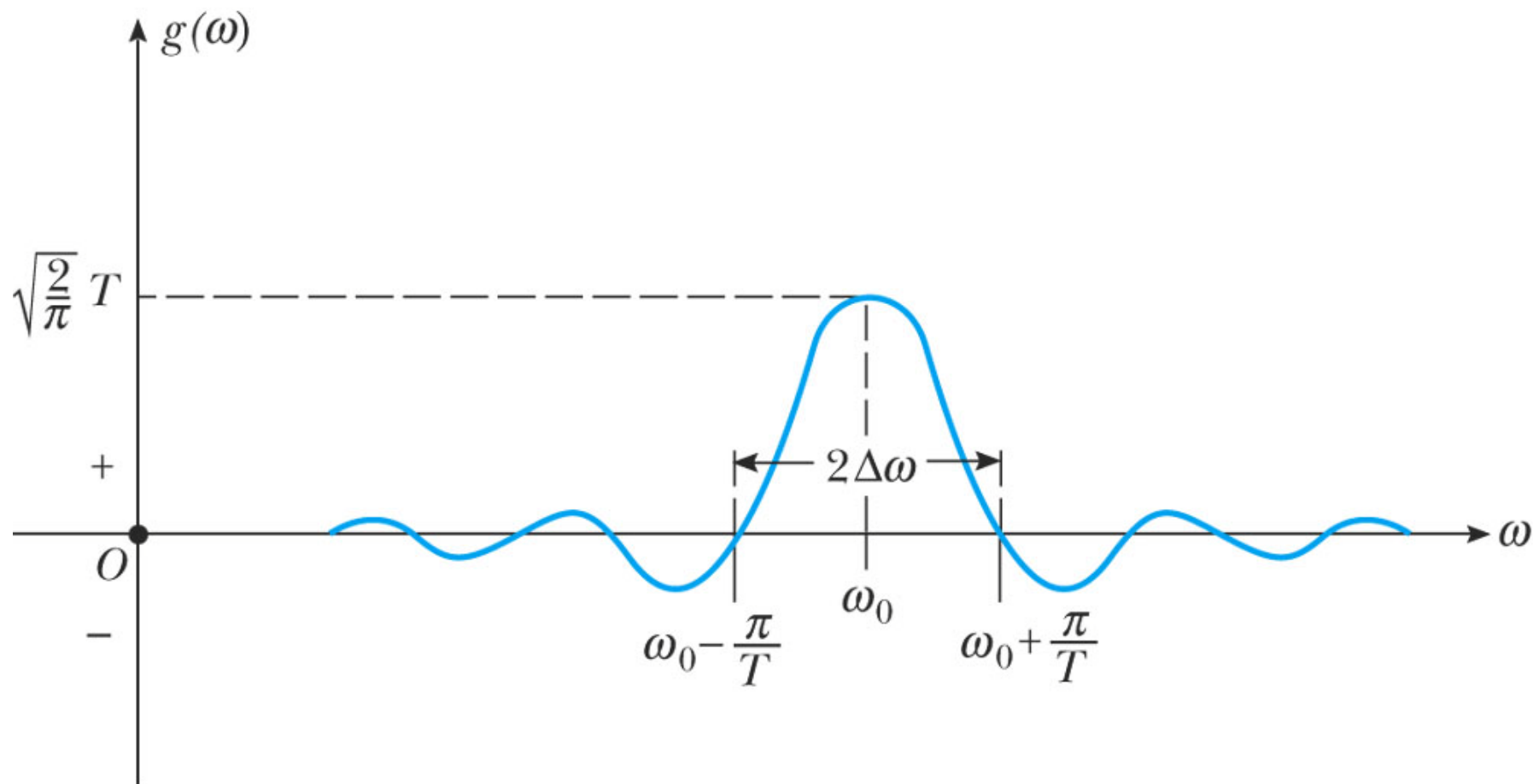
© 2005 Brooks/Cole - Thomson



Seoul National University

Center for Active Plasmonics

Application Systems



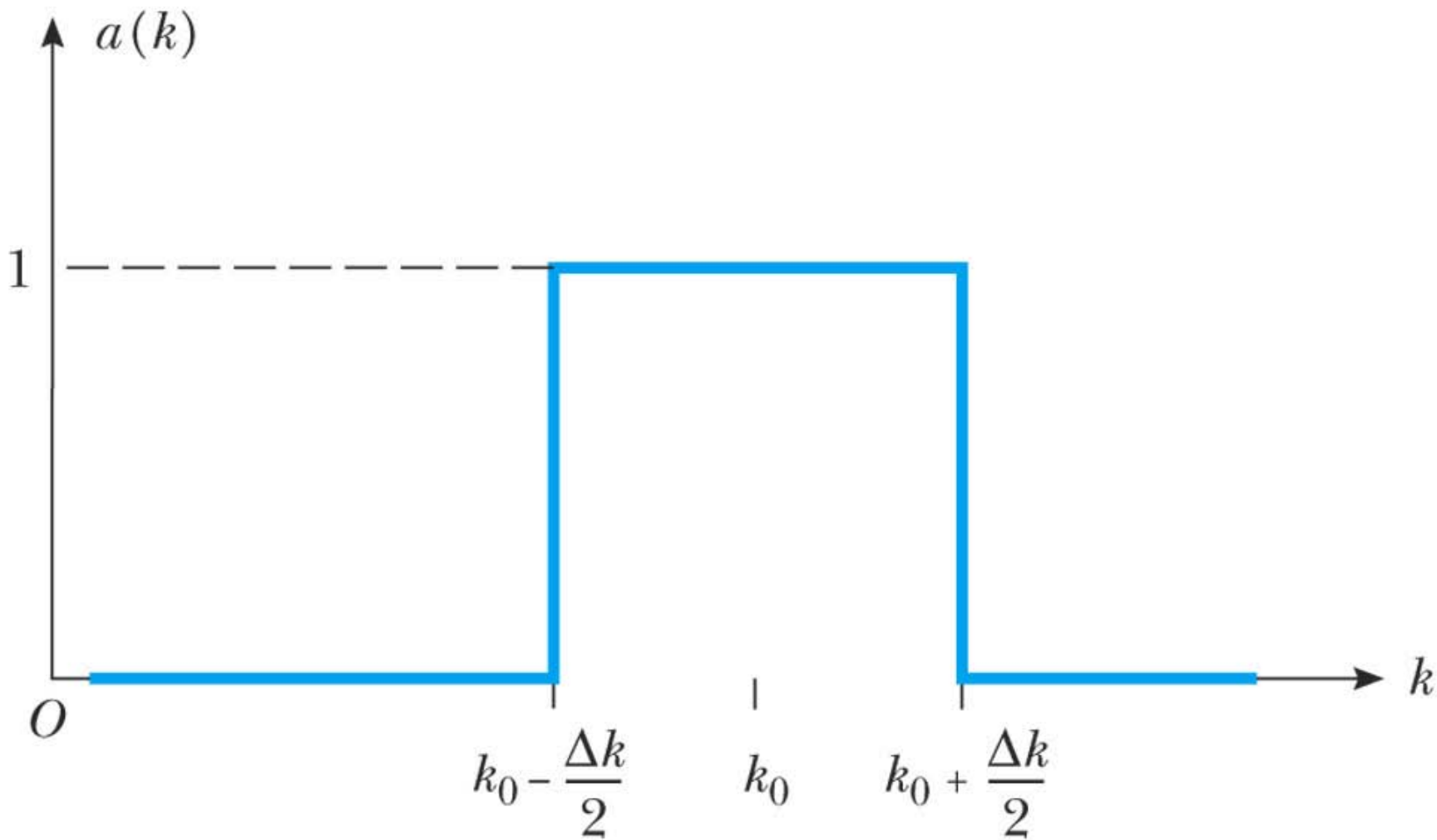
© 2005 Brooks/Cole - Thomson



Seoul National University

Center for Active Plasmonics

Application Systems

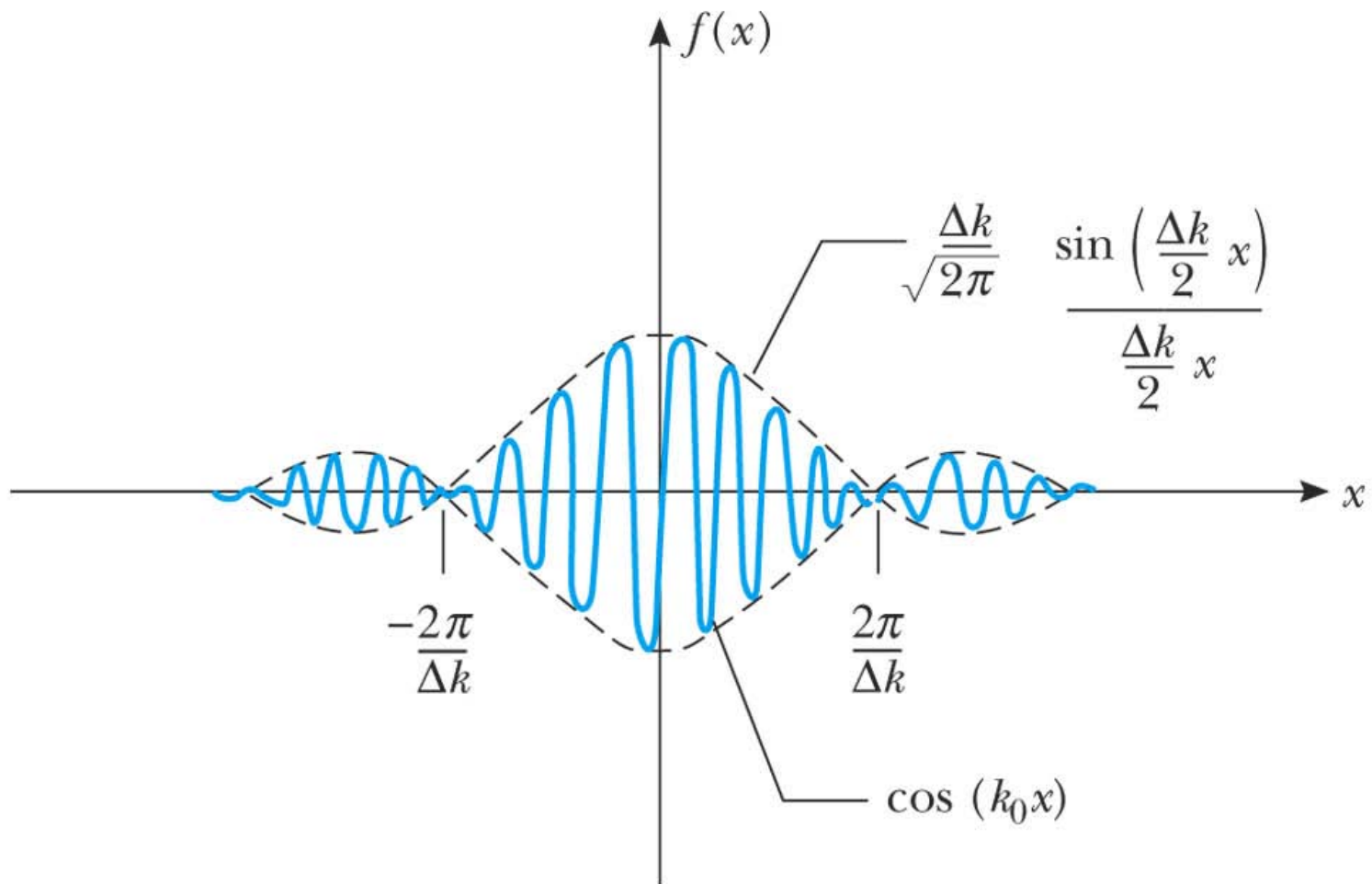


© 2005 Brooks/Cole - Thomson



Seoul National University

Center for **A**ctive **P**lasmonics
Application **S**ystems



© 2005 Brooks/Cole - Thomson



Widths in Fourier Representation

Δk 와 Δx 반비례

$\Delta \omega$ 와 Δt 반비례

→ Uncertainty Principle (불확정성의 원리)

Gaussian wave packet: $\Delta x \Delta k = \frac{1}{2}$
Minimum!





Davisson-Germer Experiment

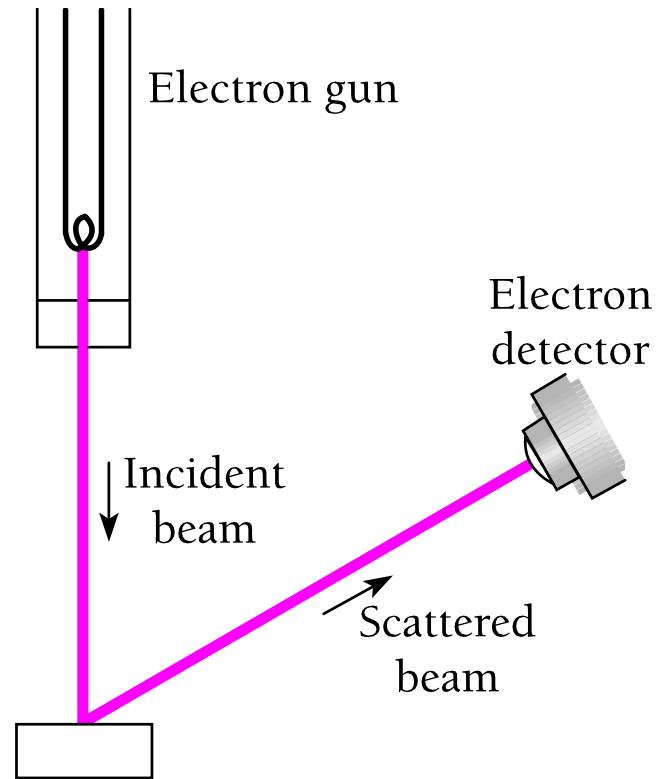


그림 3.6 Davisson-Germer 실험

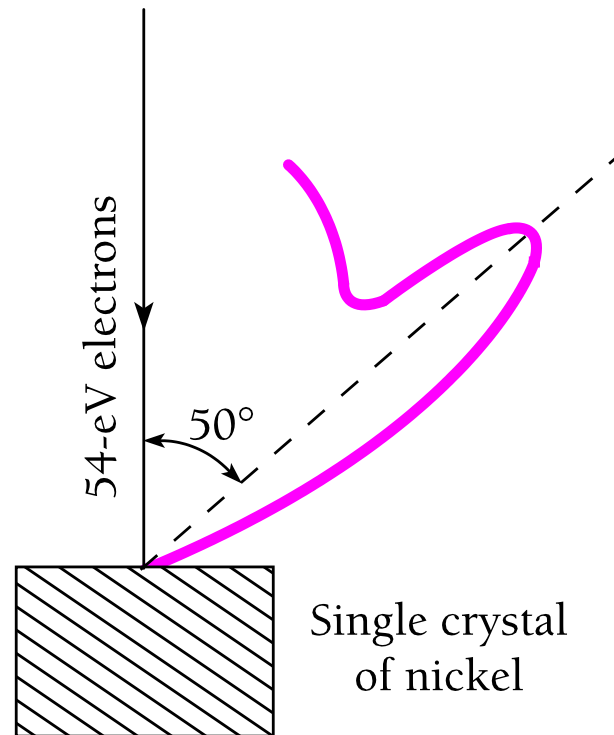
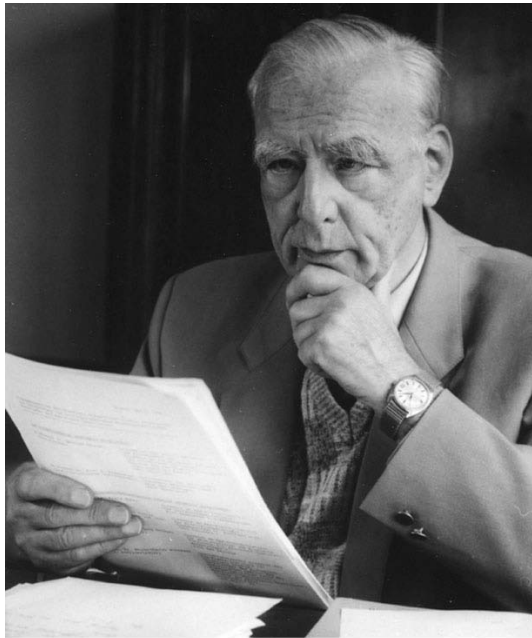


그림 3.8 표적에 의한 de Broglie 파의 회절이
Davisson- Germer 실험 결과가 있게 하는 원인이다.



The Nobel Prize in Physics 1986

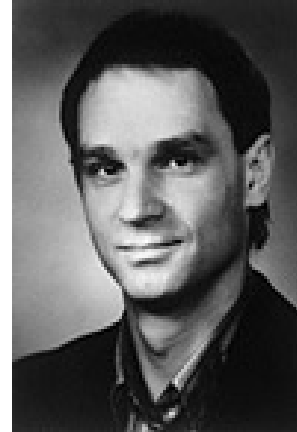
“for his fundamental work in electron optics, and for the design of the first electron microscope”



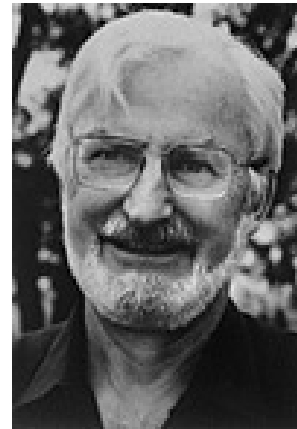
© 2005 Brooks/Cole - Thomson

Ernst Ruska (1906-1988)

“for their design of the scanning tunneling microscope”



Gerd Binnig
(1947-)



Heinrich Rohrer
(1933-)



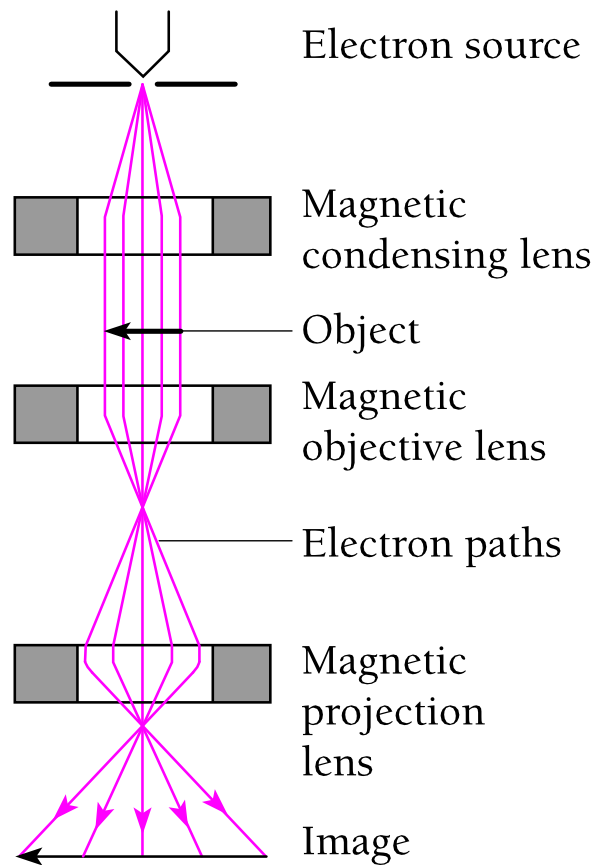
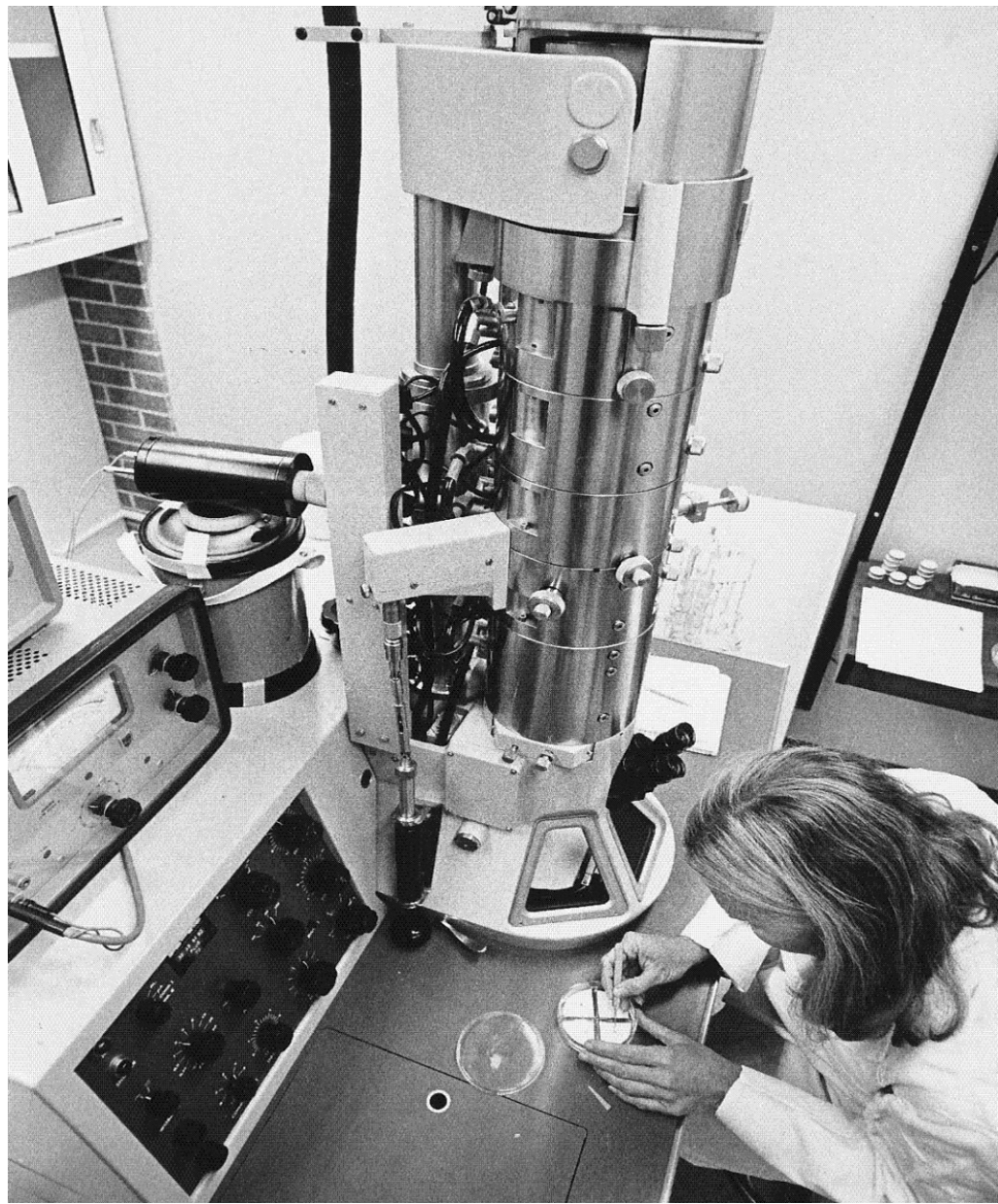


그림 3.5 전자현미경에서의 빠른 전자의 파장이 광학현미경에서의 빛의 파장보다 짧으므로, 전자현미경은 고 배율에서도 날카로운 상을 만들 수 있다. 전자 현미경에서의 전자빔은 자기장으로 집속시킨다.



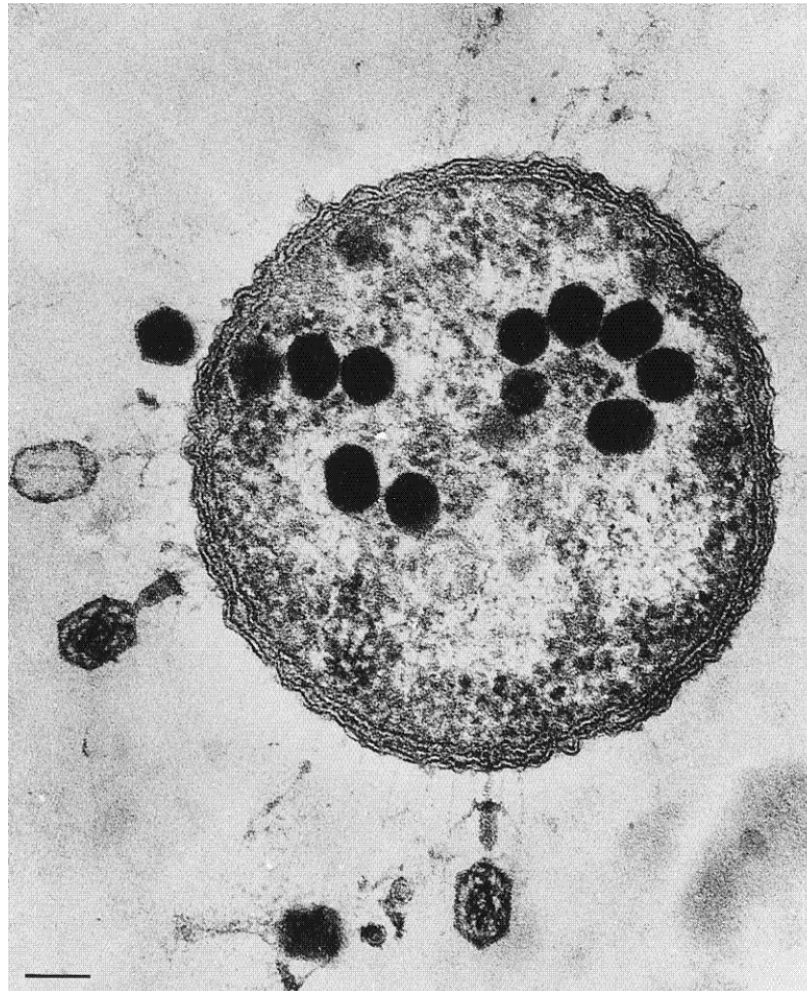
전자 현미경



Seoul National University

Center for **A**ctive **P**lasmonics

Application **S**ystems



이 전자 현미경 사진은 Escherichia coli 박테리아에 있는 세균분해 바이러스(bacteriophage virus)를 보여 주고 있다. 박테리아의 크기는 약1 um이다.





Particle in a Box

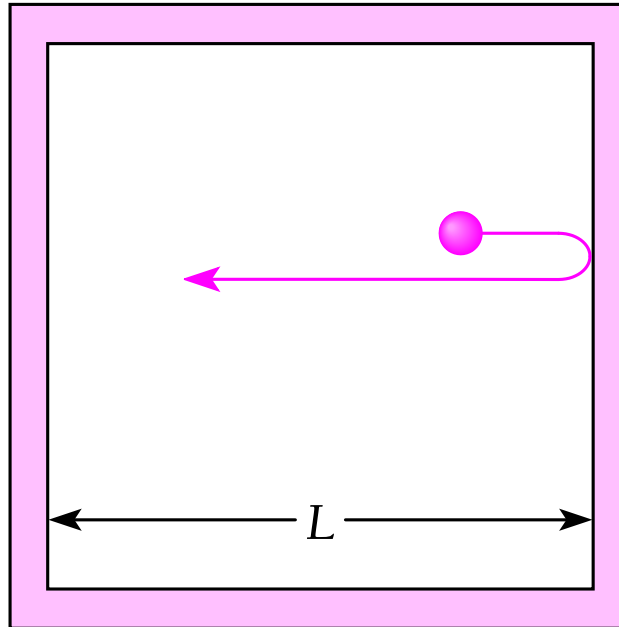


그림 3.9 너비 L 인 상자 안에 갇힌 입자. 입자는 상자 벽 사이에서 직선을 따라 좌우로만 움직인다고 가정한다.

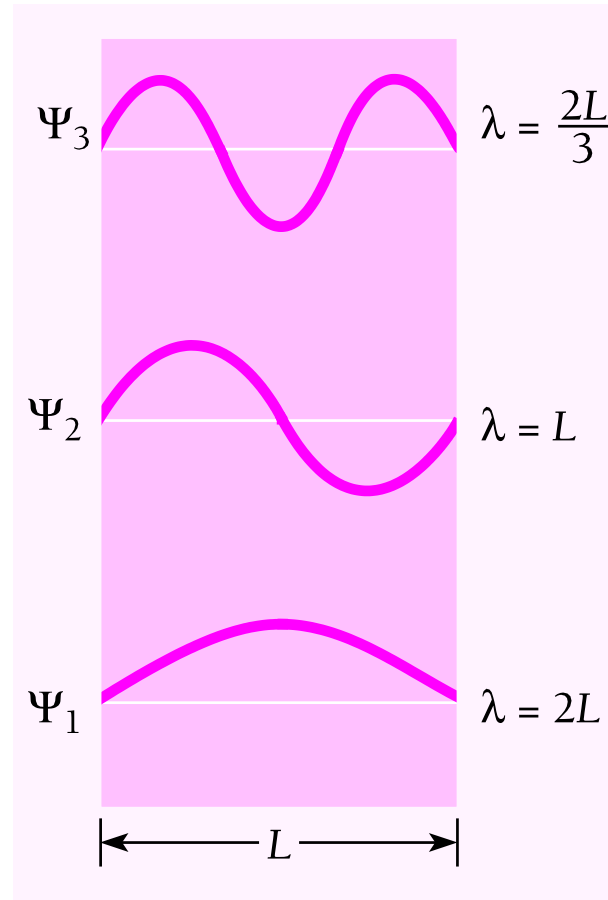
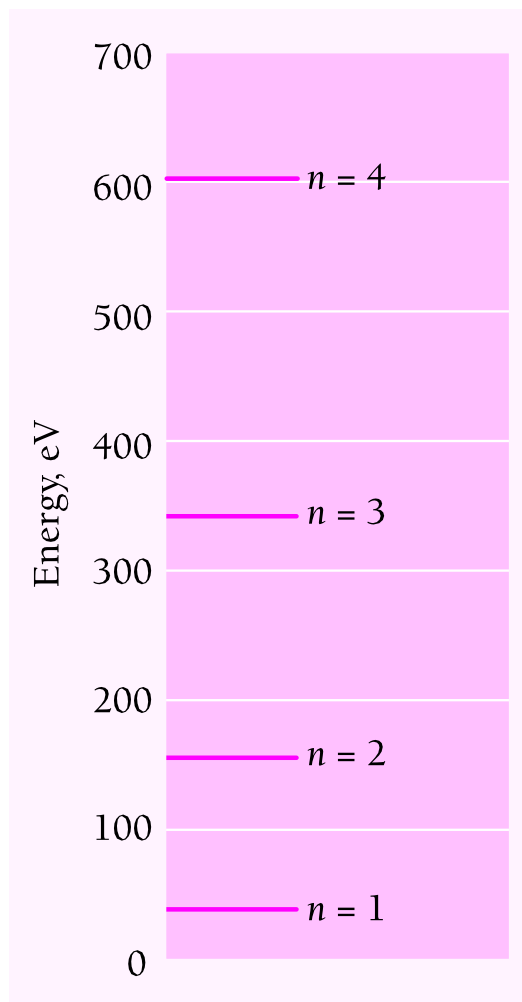


그림 3.10 너비 L 인 상자 안에 갇힌 입자의 파동함수들



$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$$\text{KE} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

$$E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

그림 3.11 너비 0.1nm인 상자 안에 갇힌 입자의 에너지 준위



Heisenberg



© 2005 Brooks/Cole - Thomson

Werner Heisenberg
(1901-1976)





Uncertainty Principle

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \quad \left(\Delta x \Delta k_x \geq \frac{1}{2} \right)$$

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

and more...



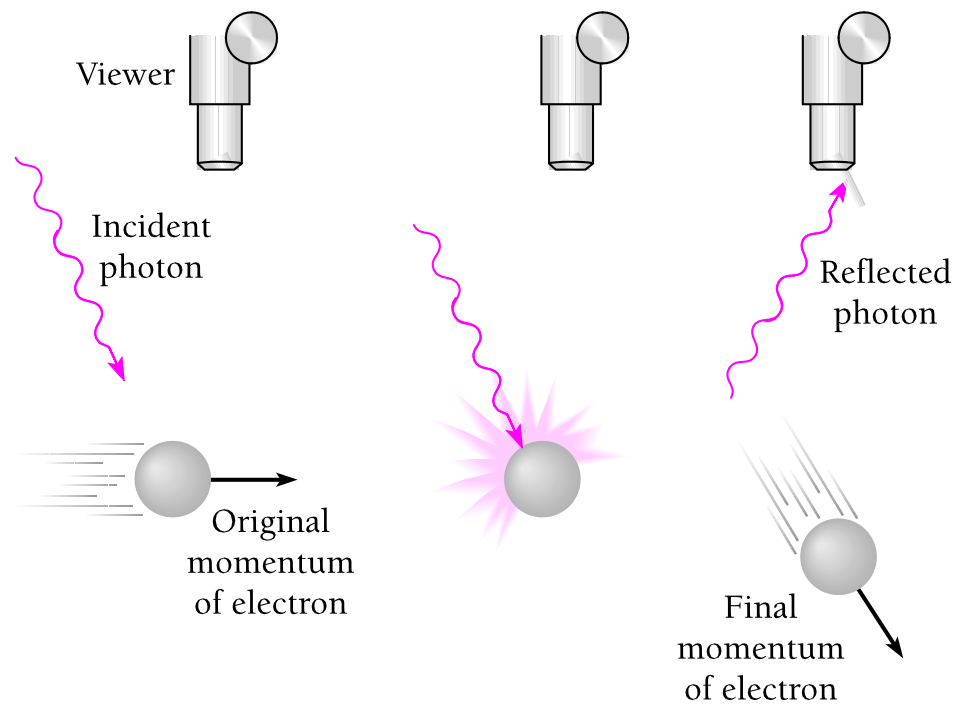
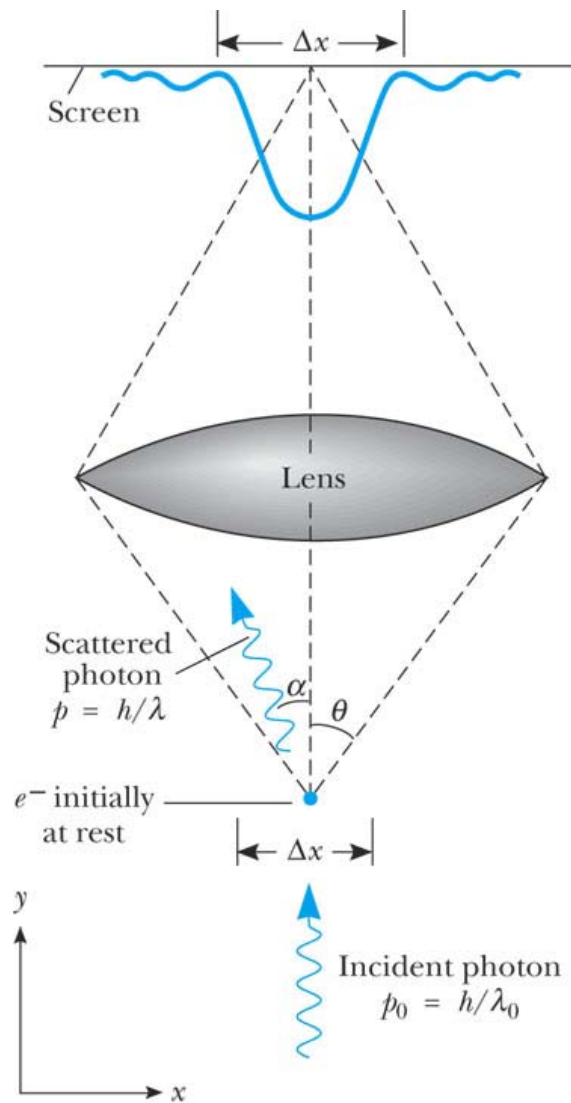


그림 3.17 운동량을 변화시키지 않고는 전자를 관측할 수 없다.



© 2005 Brooks/Cole - Thomson



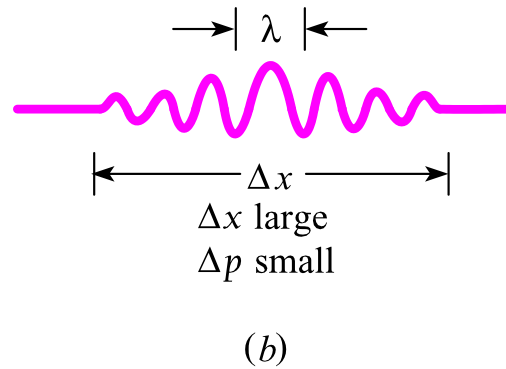
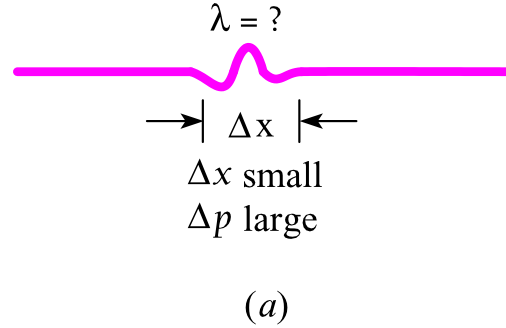


그림 3.12 (a) 좁은 de Broglie 파군. 입자의 위치는 정확히 결정될 수 있지만 파장, 즉 운동량은 그렇지 못하다. 왜냐하면, 파장을 측정할 만한 충분한 파가 없기 때문이다. (b) 넓은 파군. 파장은 정확히 측정할 수 있지만 위치는 그렇지 못하다.

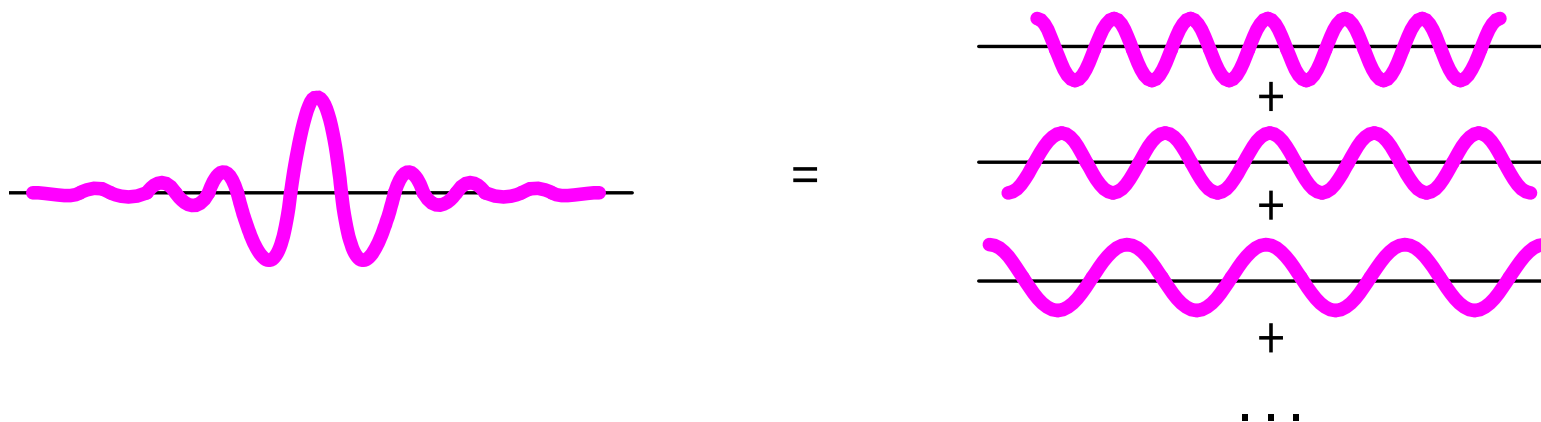


그림 3.13 고립된 파군은 다른 파장을 가진 무한개 파동들의 중첩의 결과이다. 파군이 좁으면 좁을수록 관계하는 파장 영역은 넓어진다. 좁은 de Broglie 파군에서는 입자의 위치는 잘 정의되지만 파장은 잘 정의되지 않는다. 따라서, 좁은 파군이 나타내는 입자의 운동량에는 많은 불확정성이 포함되어 있음을 의미한다. 넓은 파군은 정확한 운동량을 그러나 정밀하지 않은 위치를 의미한다.

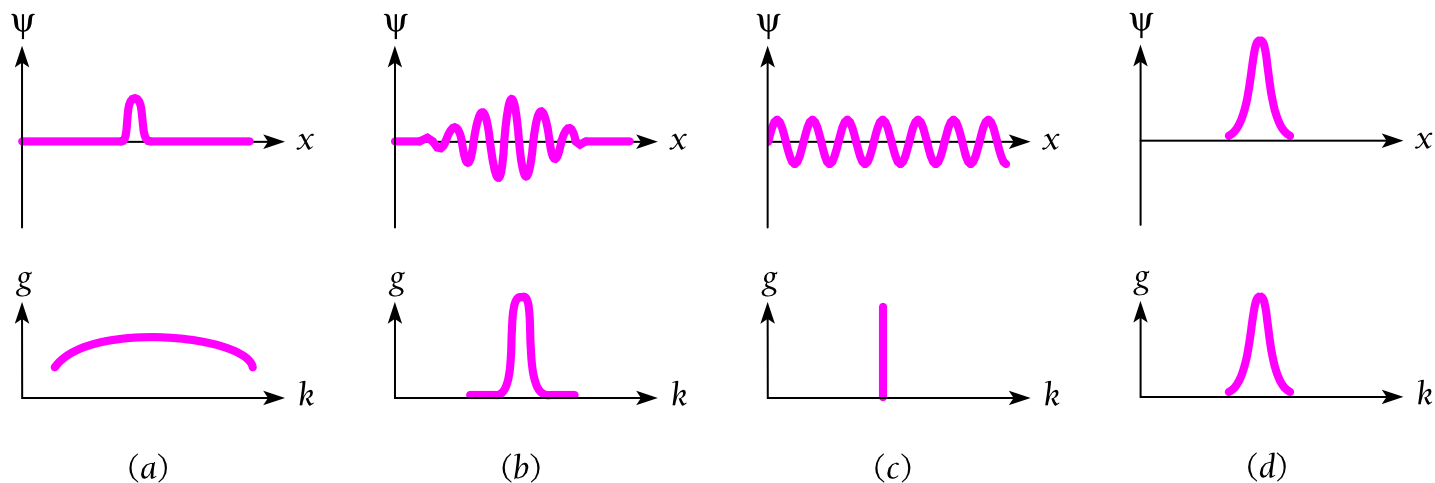


그림 3.14 파동함수와 Fourier 변환. (a) 펄스, (b) 파군, (c) 파열(wave train), (d) Gauss 분포. 짧은 시간동안의 교란을 나타내기 위해서는 긴 시간동안의 교란을 나타내는 것 보다 더 넓은 영역의 진동수가 필요하다. Gauss 함수의 Fourier 변환 역시 Gauss 함수이다.

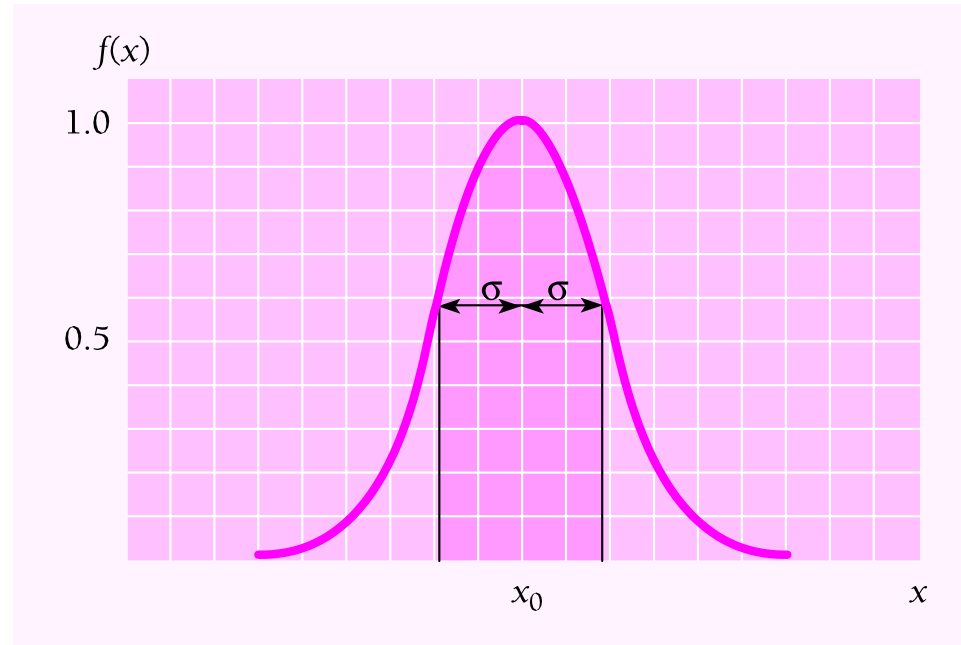


그림 3.15 Gauss 분포.

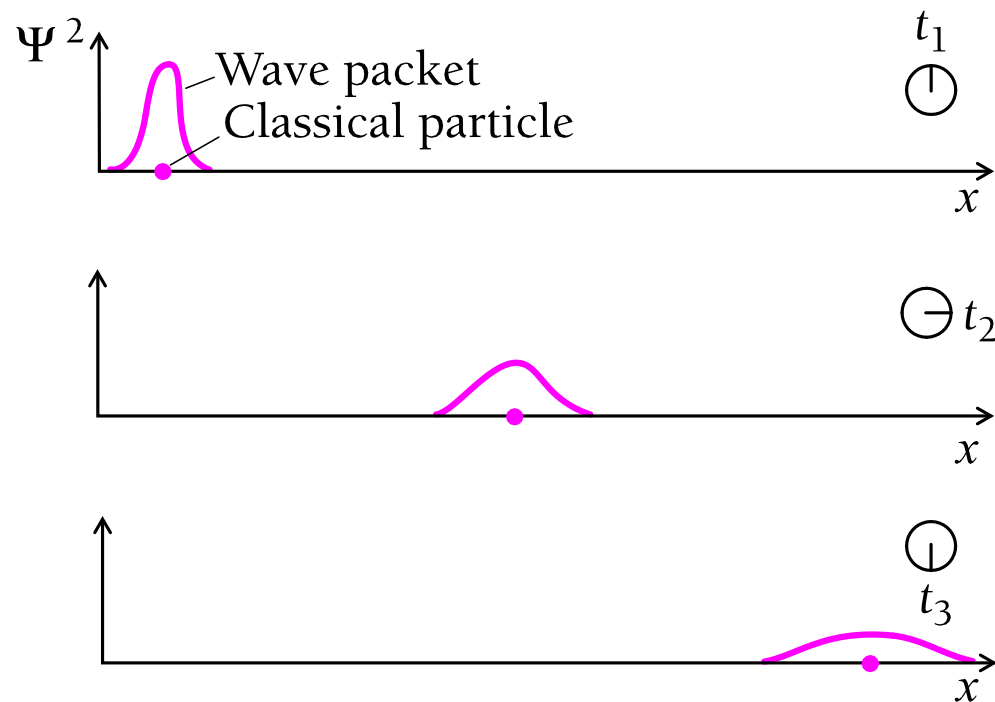
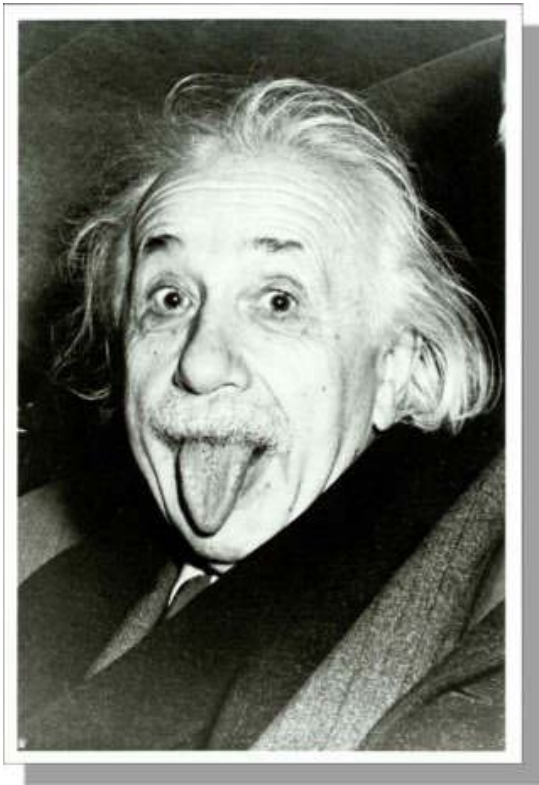


그림 3.16 그림 3.13과 마찬가지로, 움직이는 파동묶음도 많은 독립된 파들로 구성되어 있다. 각 독립된 파들의 위상속도는 파장에 따라서 서로 다르게 변한다. 그 결과로 입자가 움직임에 따라서 파동묶음은 공간에서 퍼진다. 처음의 파동묶음이 좁을수록, 즉 처음의 위치를 정확하게 알면 알수록 더 넓게 퍼진다. 왜냐하면, 위상속도가 서로 다른 더 많은 파들로 구성되어 있었기 때문이다.

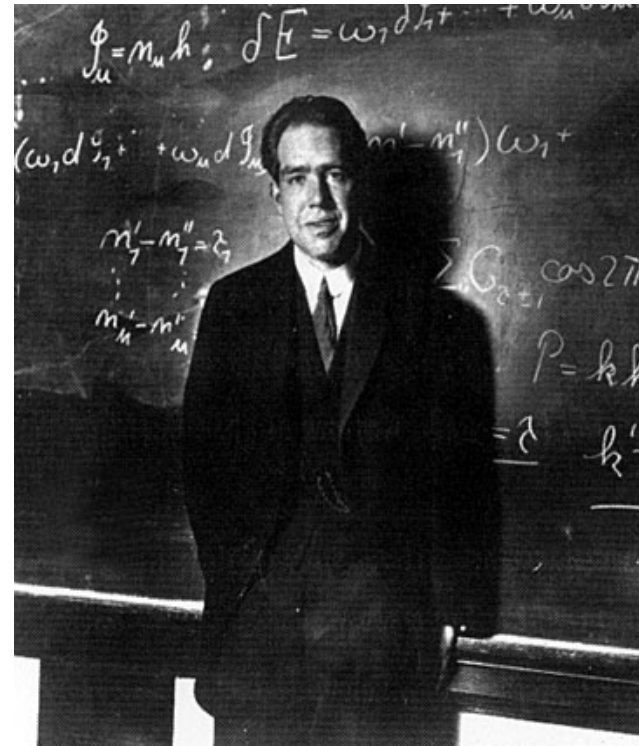


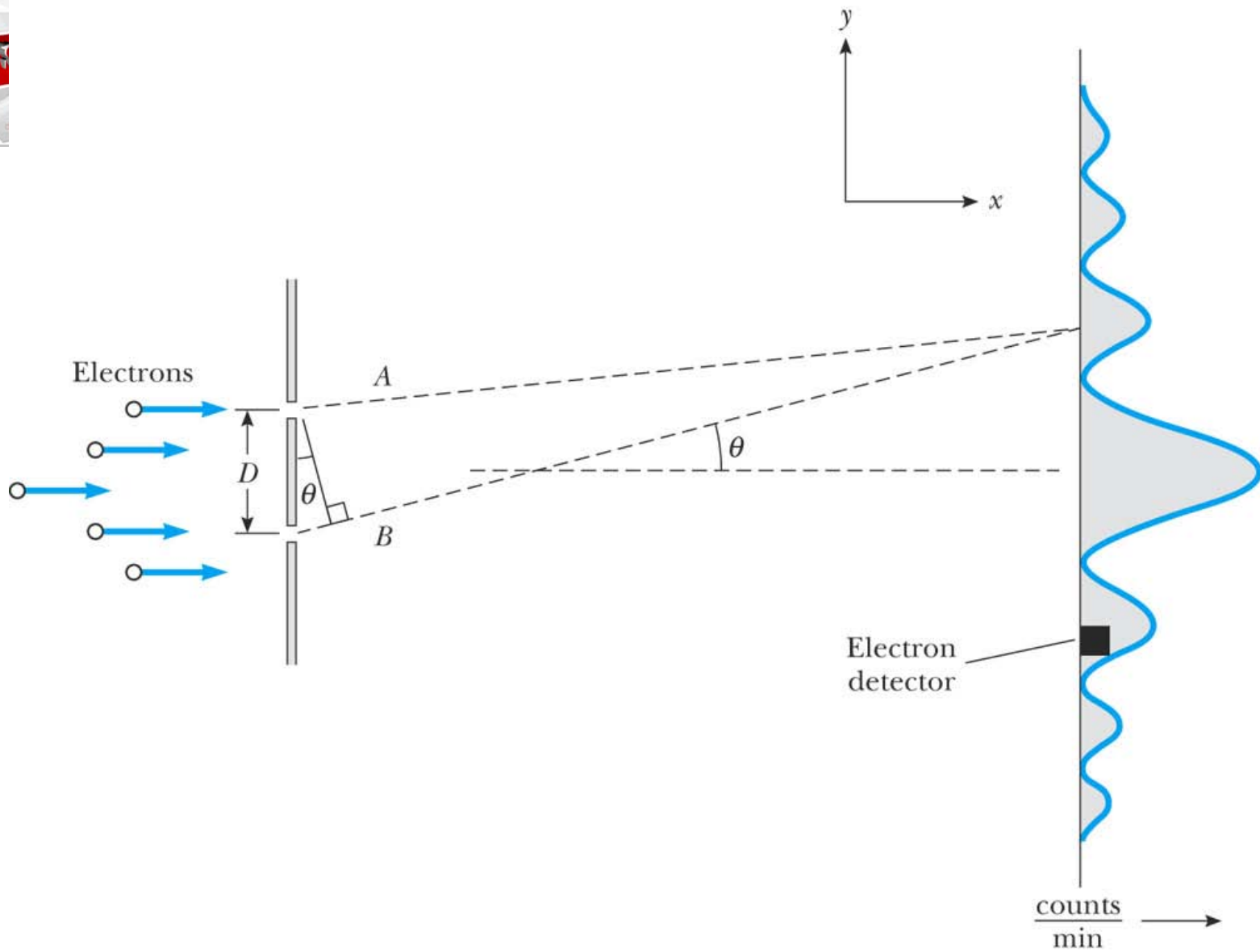
Einstein vs. Bohr

“God does not play
dice with the universe.”

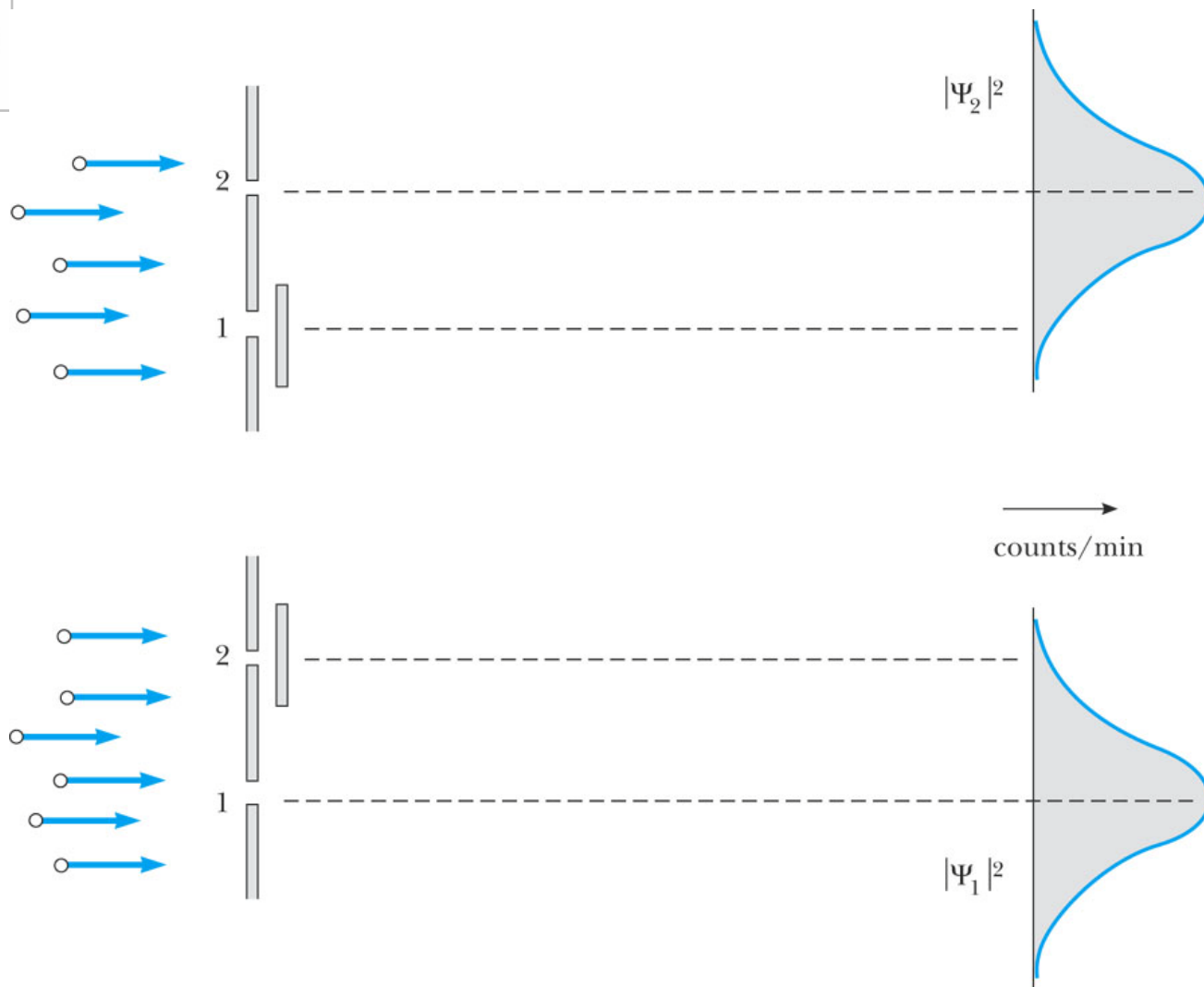


“Don’t tell God what to do!”





© 2005 Brooks/Cole - Thomson



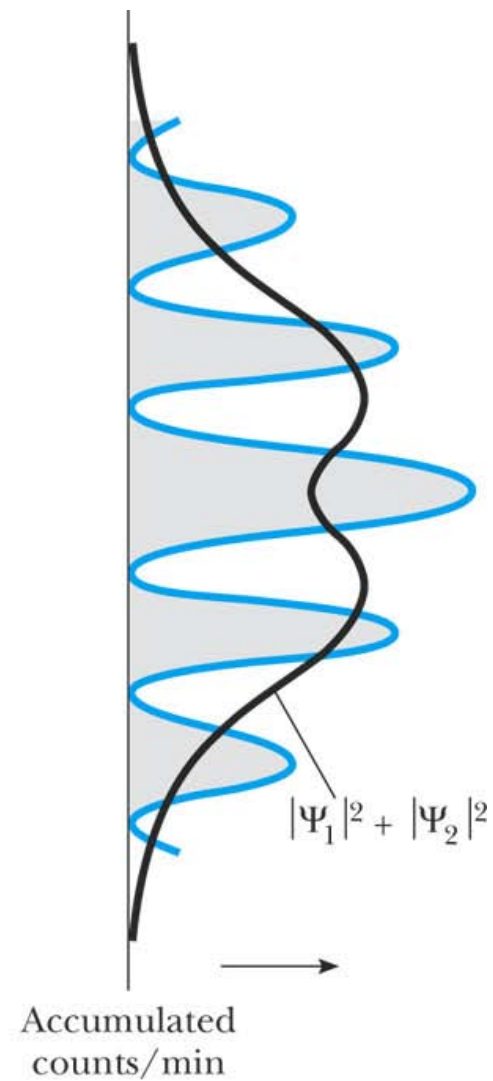
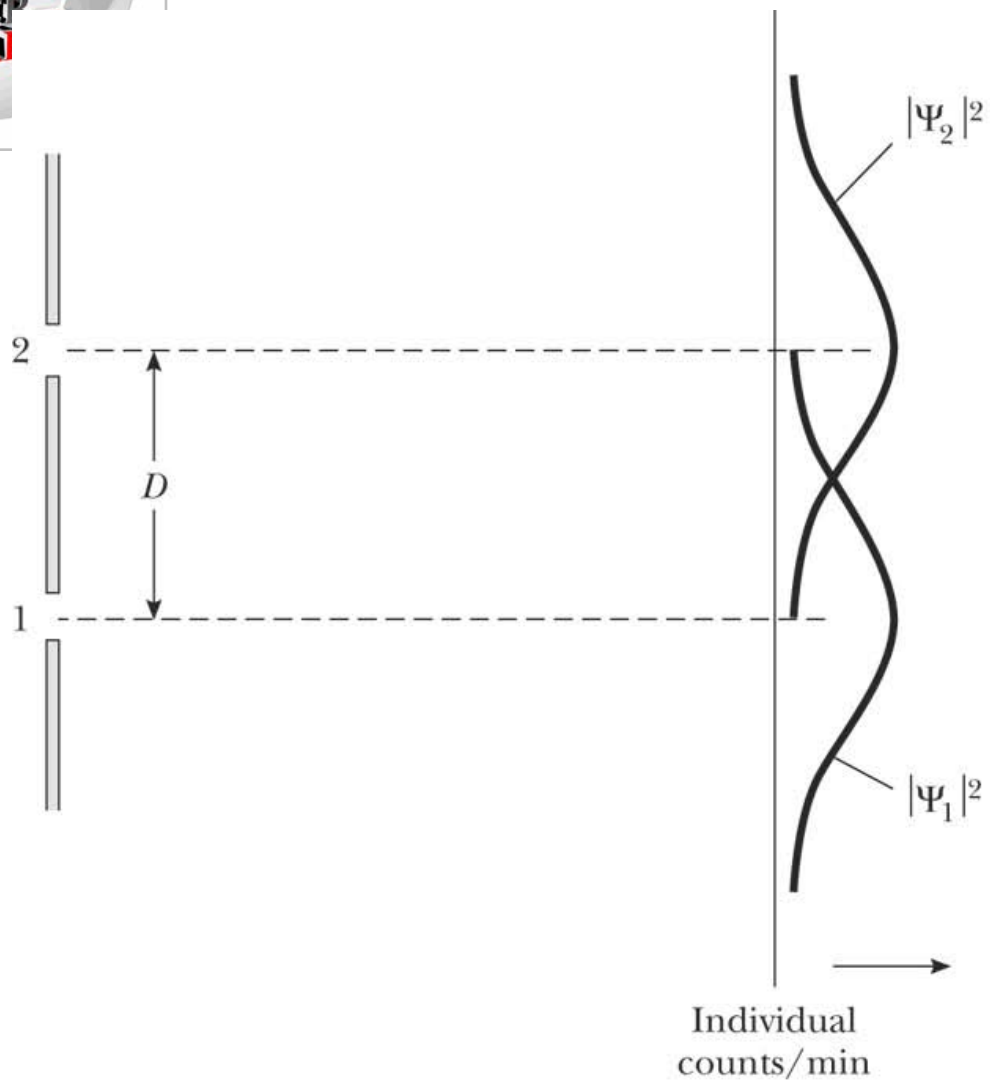
© 2005 Brooks/Cole - Thomson



Seoul National University

Center for Active Plasmonics

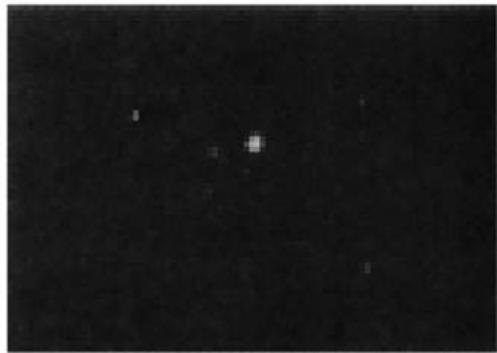
Application Systems



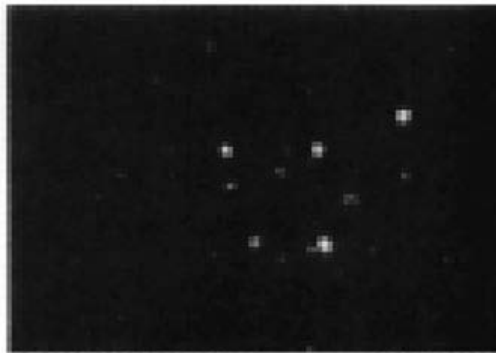
© 2005 Brooks/Cole - Thomson



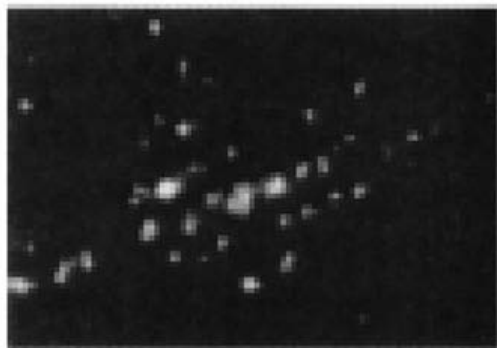
(a)



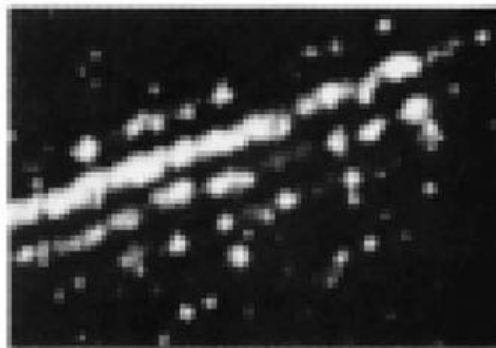
(b)



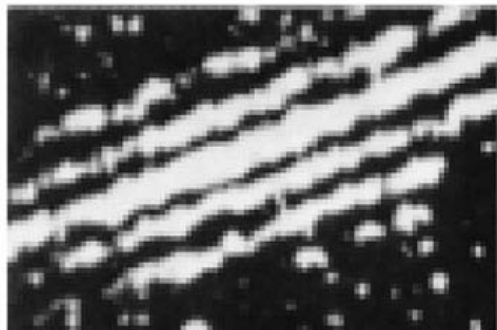
(c)



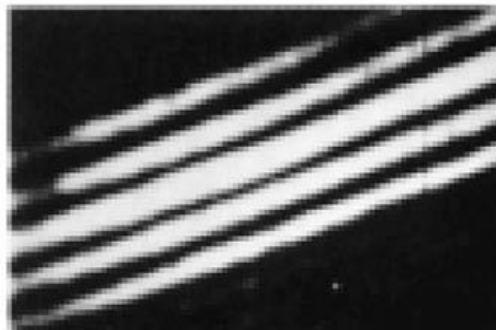
(d)



(e)



(f)



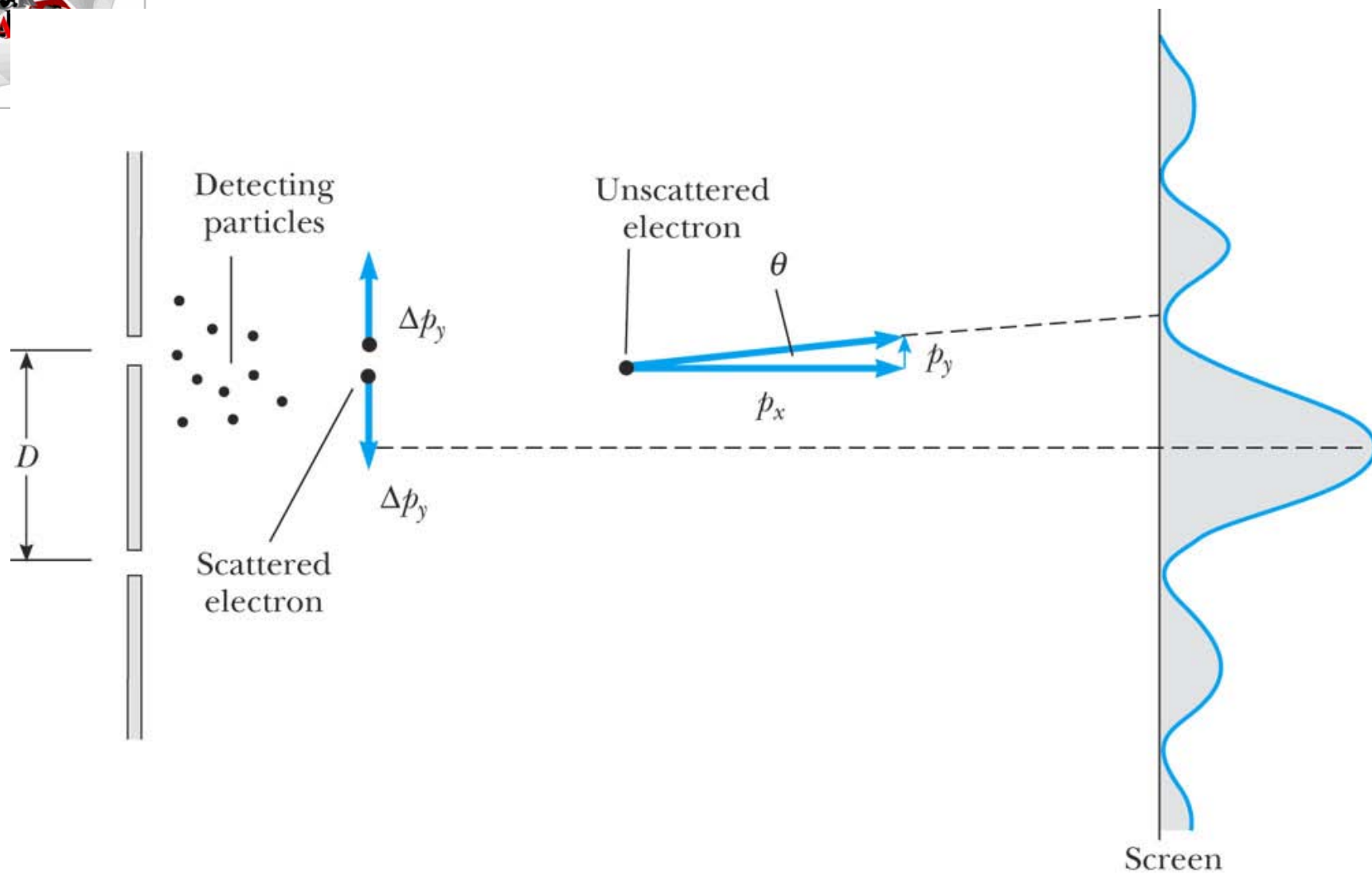
© 2005 Brooks/Cole - Thomson



Seoul National University

Center for Active Plasmonics

Application Systems



© 2005 Brooks/Cole - Thomson



The quantum skier. To highlight just how strange the behaviour of quantum particles really is, it would be as though a skier, faced with having to go round a tree blocking his path, decided instead to go both ways at once. Clearly, this would be regarded, in our everyday world of trees and skiers, as some kind of hoax. But it really does happen in the quantum world.



J. Al-Khalili, *Quantum – A Guide for the Perplexed*, Weidenfeld & Nicolson, UK, 2003





Einstein vs. Bohr

