

[2009][01]

# Innovative Ship Design -Design Equation-

March 2009

Prof. Kyu-Yeul Lee

Department of Naval Architecture and Ocean Engineering,  
Seoul National University of College of Engineering

Naval Architecture & Ocean Engineering



Seoul  
National  
Univ.



SDAL

Advanced Ship Design Automation Lab.  
<http://asdal.snu.ac.kr>

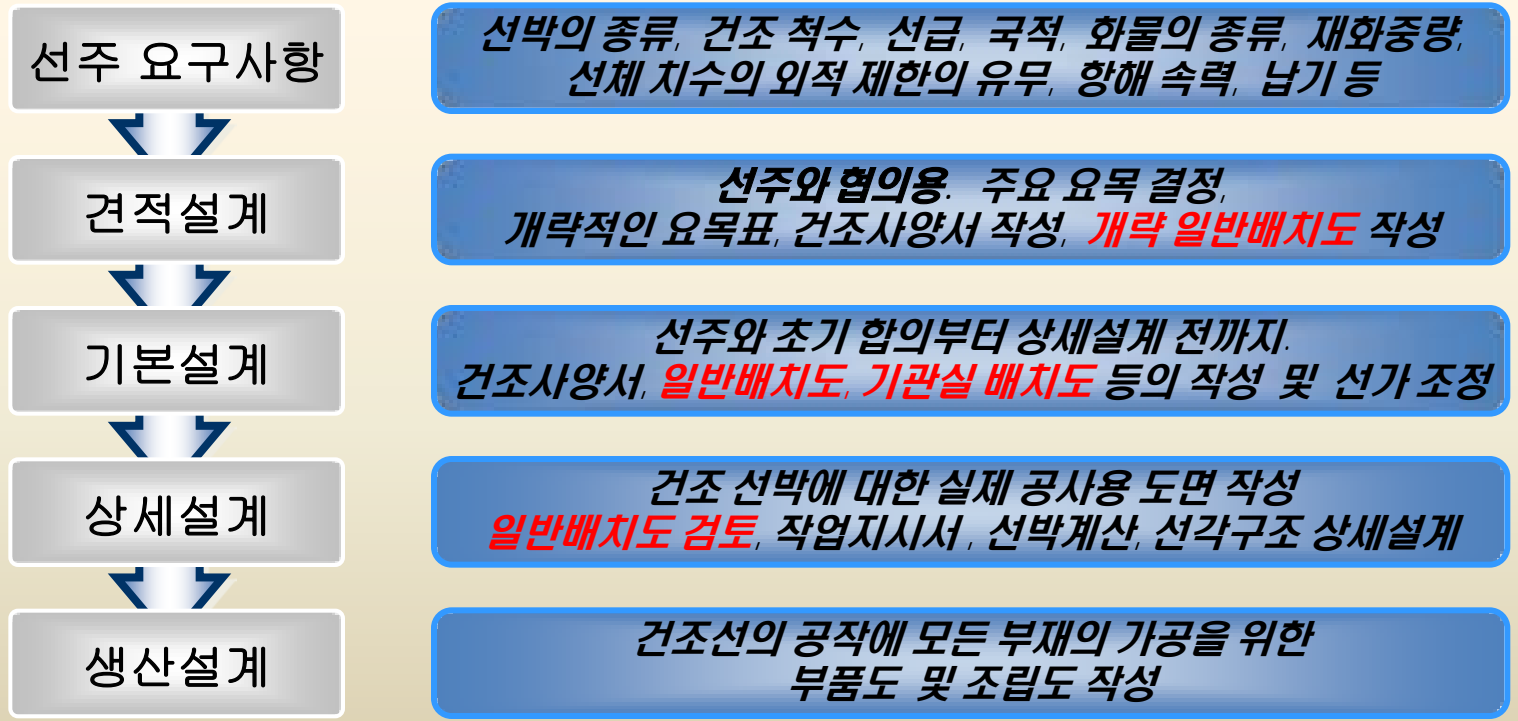


# 선박의 정의 :

바다에서 화물과 승객을 싣고, 떠서, 움직이는 대형 구조물

☑ 선박의 특성 : 적재성, 부양성, 이동성, 안전성

☑ 선박의 설계 과정



# 선박설계에서 고려해야 할 점

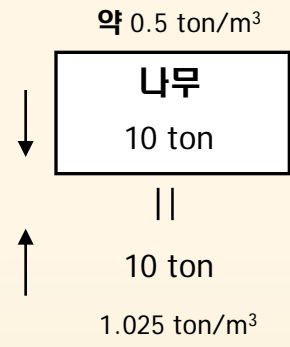
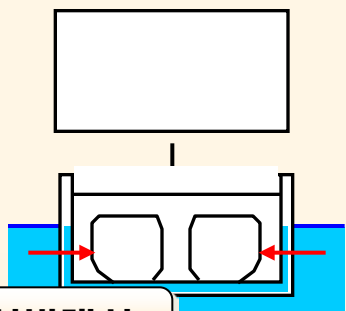
철의 밀도 = 7.85 ton/m<sup>3</sup>

## ■ 선박의 기본적인 요건

1) 물에 떠서 안정하게 있어야 한다

선박안정론

→ 선박의 무게 = 밀어낸 물의 무게\* (평형상태)



2) 짐을 실을 수 있어야 한다

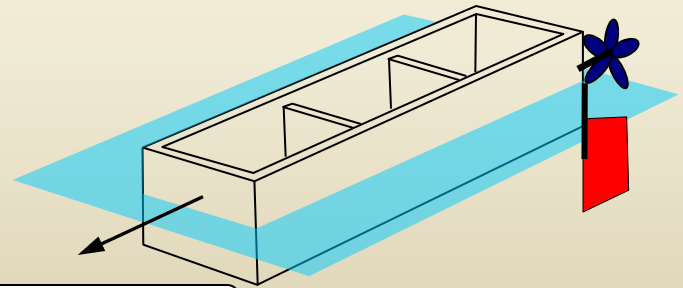
선박구획배치설계/선박계산

→ 최대한 많은 짐을 실을 수 있도록 내부가 비어있어야 함

선박형상설계,  
선박유체역학,  
추진기설계,  
선박운항제어론

3) 원하는 목적지로 빨리 갈 수 있어야 하고, 조종이 가능해야 한다

- 형상: 물의 저항이 작은 형태(ex. 유선형)
- 추진기관: 디젤 엔진, 나선형 프로펠러
- 조타기관: Steering gear, Rudder



4) 튼튼한 그릇으로서의 역할을 해야 한다

선박구조역학/구조설계.해석

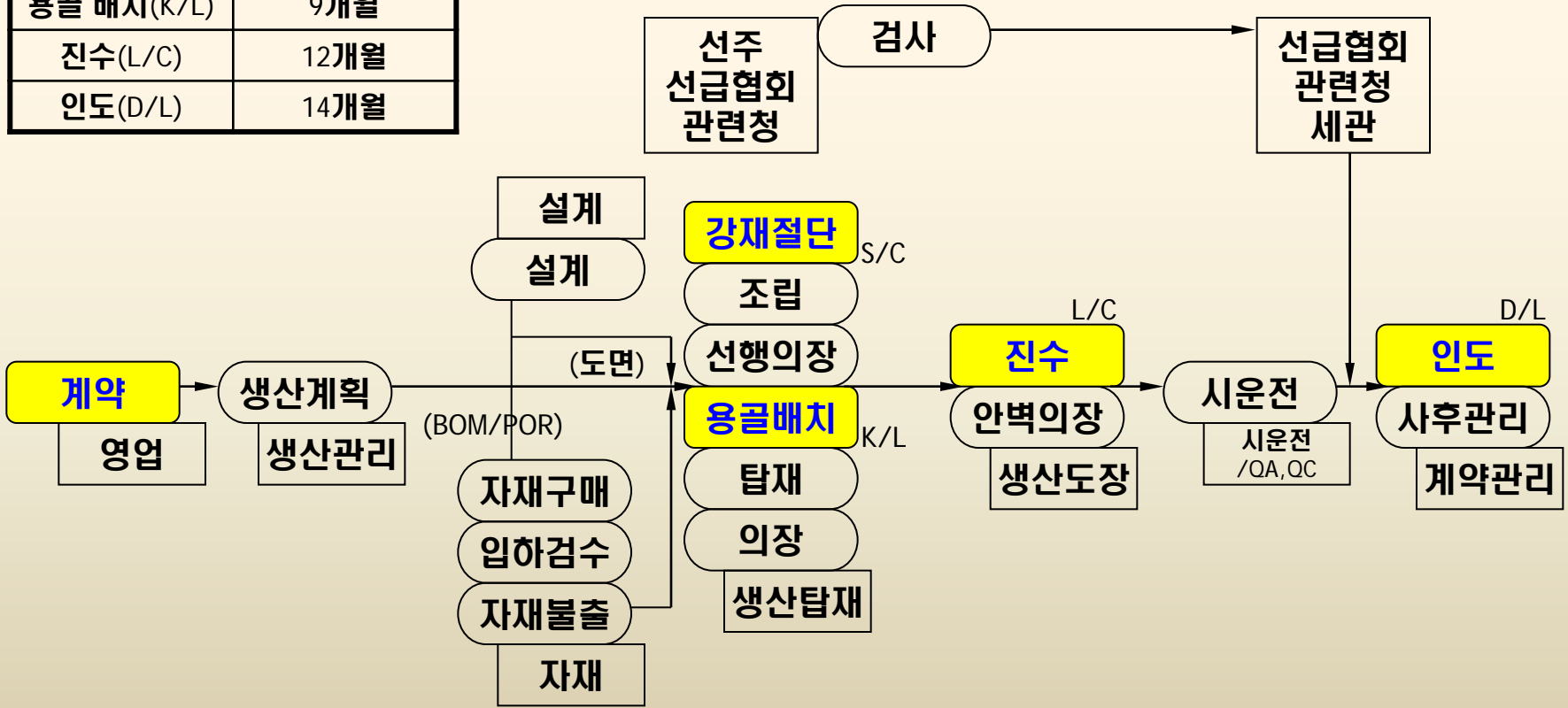
→ 철판(약 10~30 mm 두께)과 보강재를 용접한 구조물

\* 아르키메데스의 원리: 유체 속에 있는 물체(부유체)가 받는 부력의 크기는 그 물체가 밀어낸 유체의 무게와 같고 그 방향은 중력과 반대 방향이다



# 조선의 주요 과정(선박의 건조 과정)

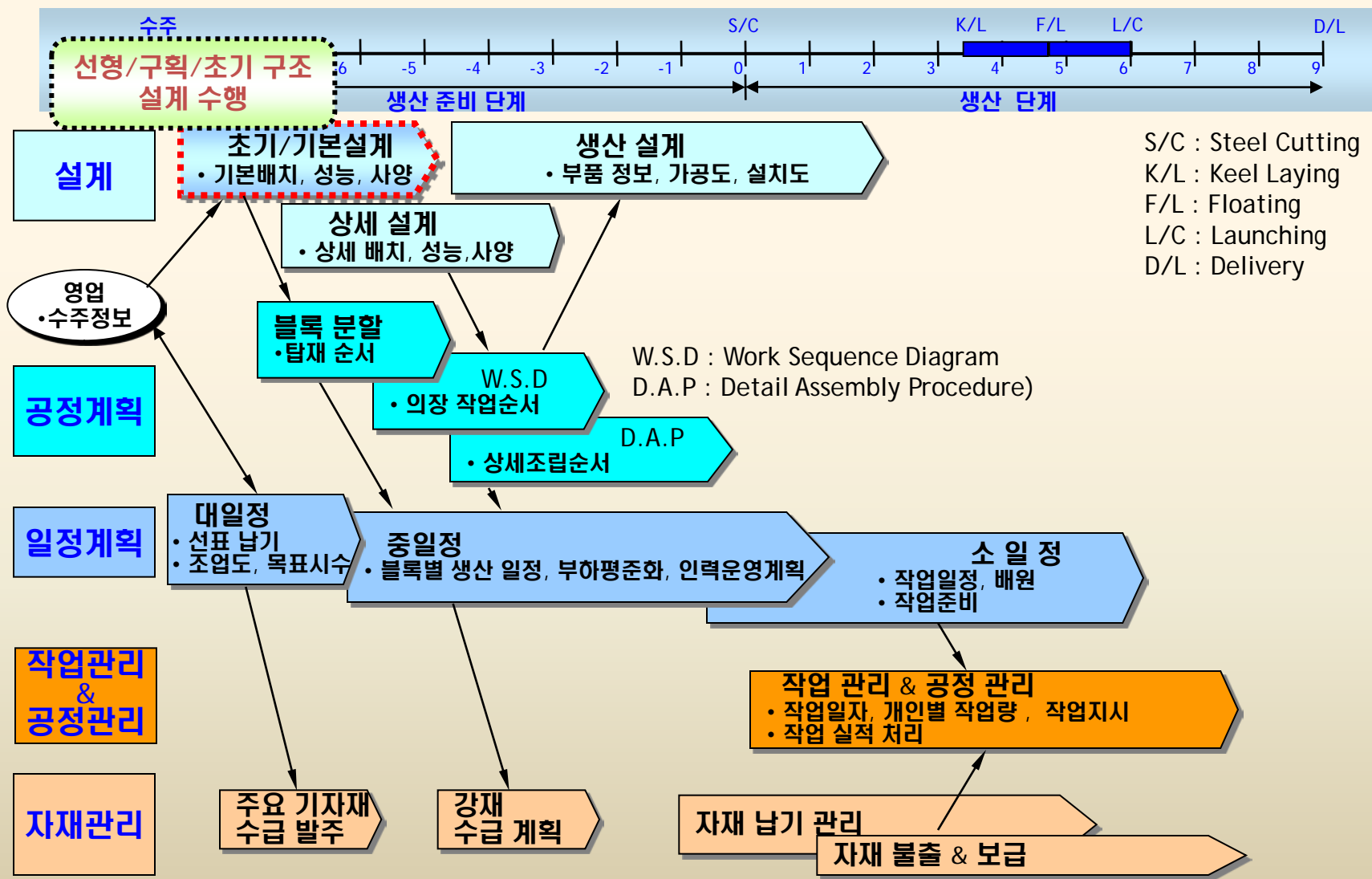
Event	시점(예)
계약	기준일
강재 절단(S/C)	6개월
용골 배치(K/L)	9개월
진수(L/C)	12개월
인도(D/L)	14개월



\* S/C: Steel Cutting, K/L: Keel Laying, L/C: Launching, D/L: Delivery

\* BOM: Bill Of Material, POR: Purchase Order Request, QA: Quality Assurance, QC: Quality Control

# 선박 건조 전체 업무 흐름도



S/C : Steel Cutting  
 K/L : Keel Laying  
 F/L : Floating  
 L/C : Launching  
 D/L : Delivery

W.S.D : Work Sequence Diagram  
 D.A.P : Detail Assembly Procedure)

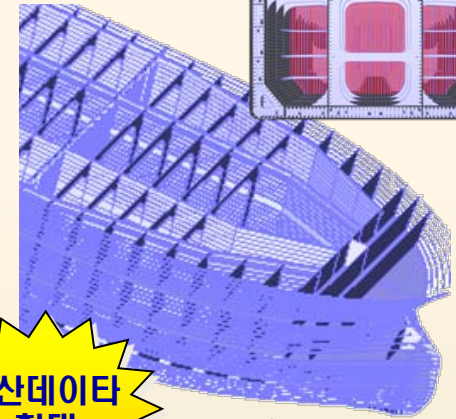
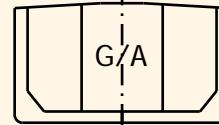
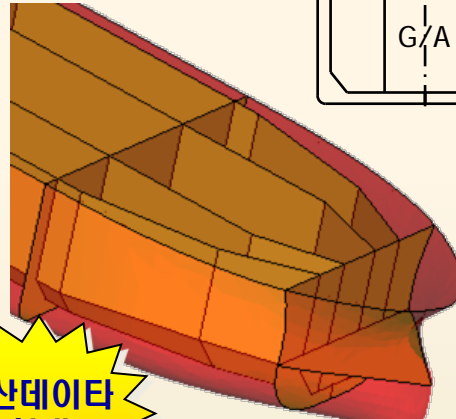
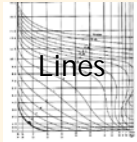
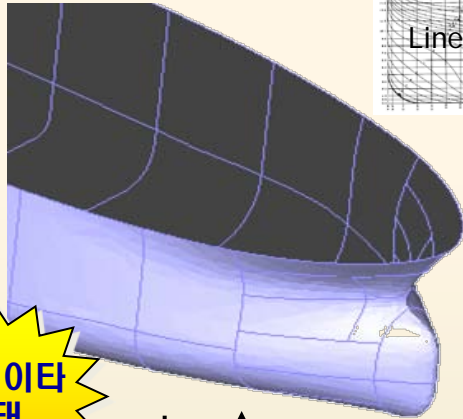


# 선박의 기본설계 과정

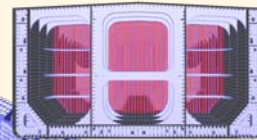
## 선박형상설계

## 선박구획설계

## 선박구조설계



M/S



전산데이터 형태  
↓  
형상 데이터

↑  
저항실험결과

전산데이터 형태  
↓  
형상 데이터

↑  
선박계산결과

전산데이터 형태  
↓  
형상 데이터

↑  
구조해석결과

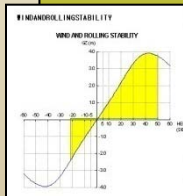
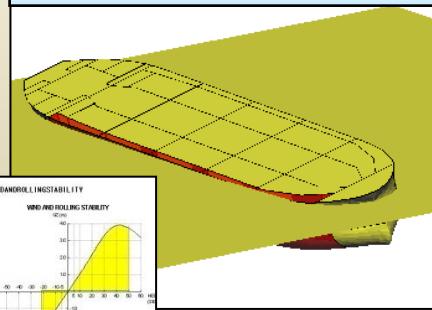
### 모형선 테스트



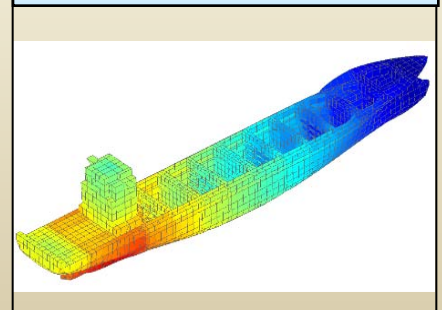
### 전산유체역학



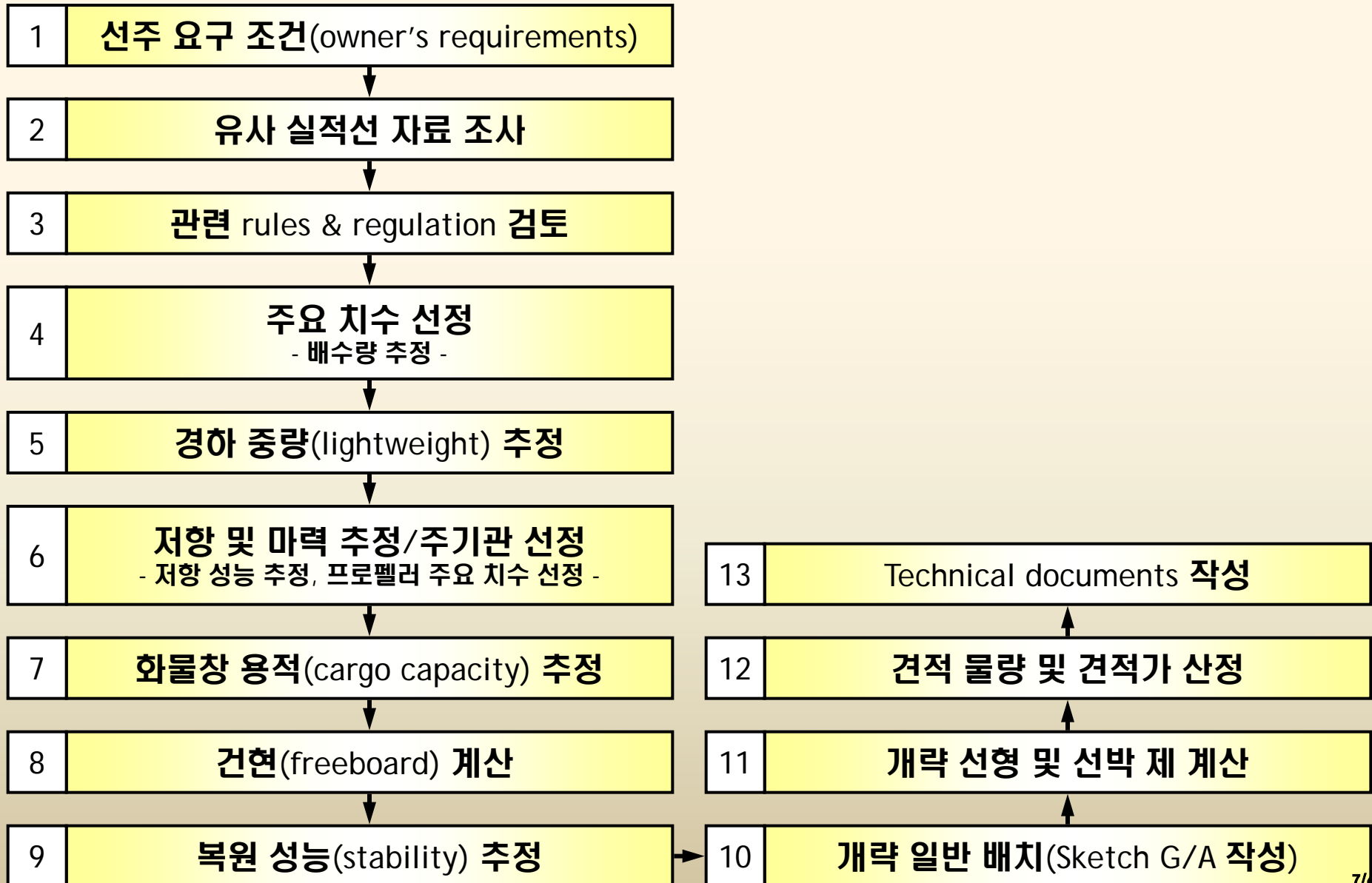
### 비손상 / 손상시 선박계산



### 유한요소 해석



# 선박 주요치수 결정 및 기본 성능 추정(선박의 “개념 설계”)

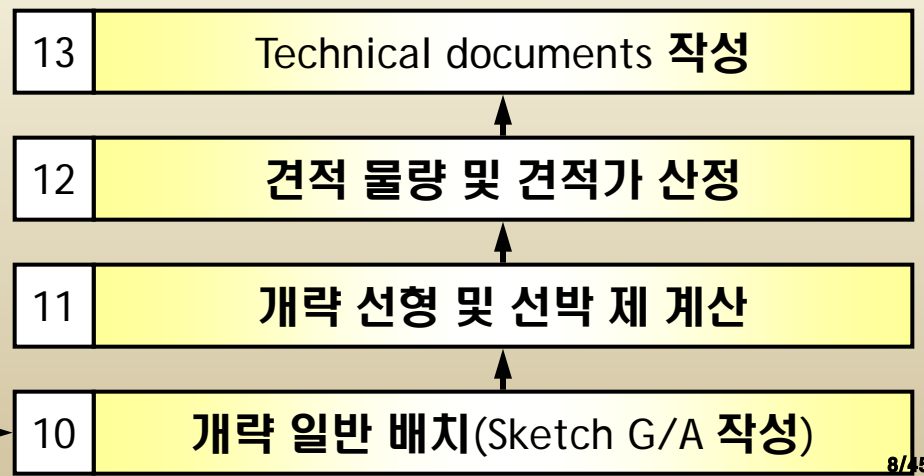




# (강의요약) 1주 1,2강 : 주요치수와 각종 성능과의 관계



- 선종
- 재화중량
- 화물창 용적
- 속력
- 항로(운하 및 수로 제한)
- 최대 흘수
- DFOC(Daily Fuel Oil Consumption)





# 1.선주의 요구조건

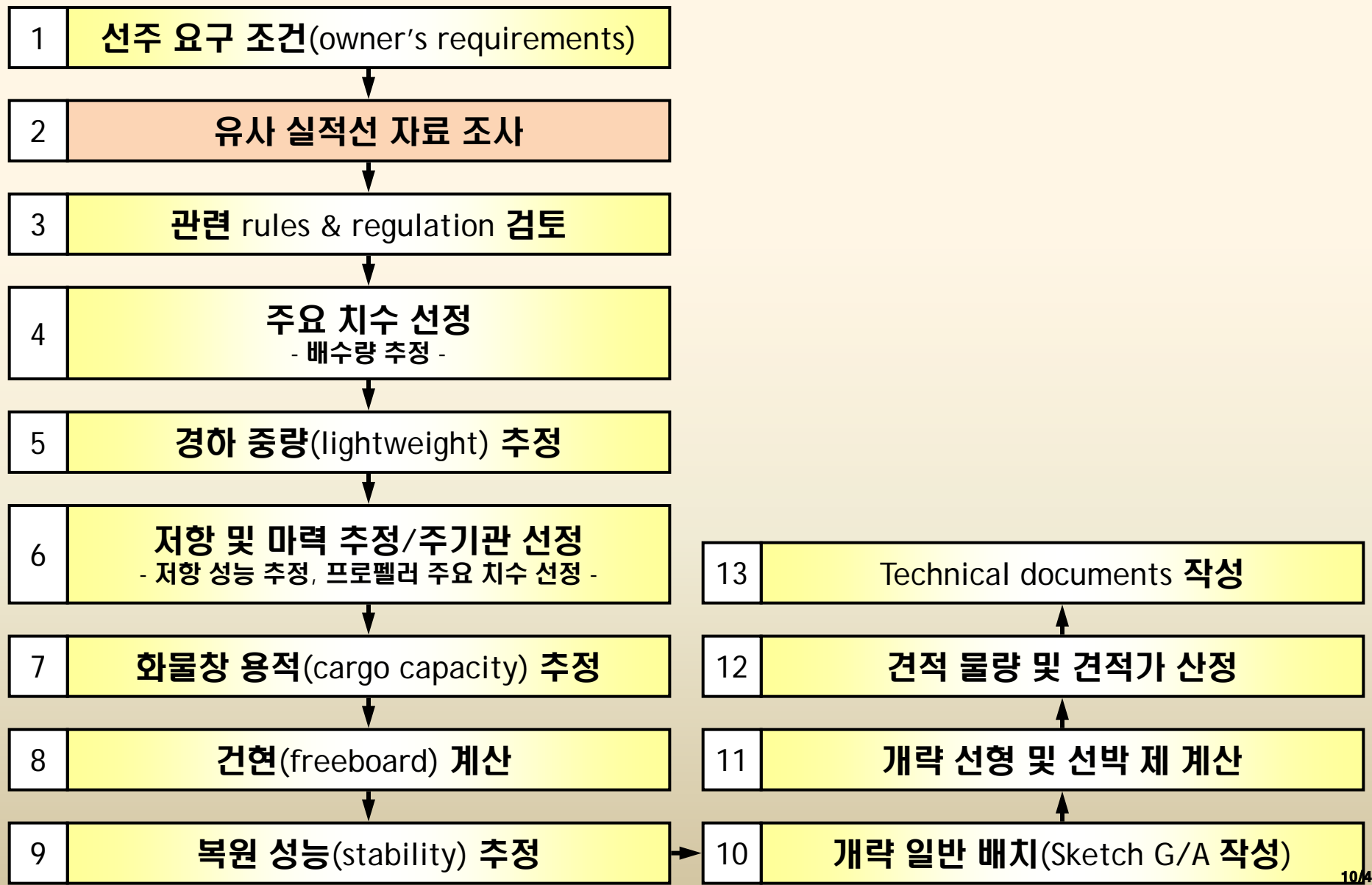
- ☑ 선주 요구 조건
  - 선종(Ship's Type)
  - 재화중량(Deadweight)
  - 화물용적(Cargo Capacity)
    - Cargo Capacity: Cargo Hold Volume/ Container in Hold & on Deck/ Car Deck Area
    - Water Ballast Capacity
  - 속력(Speed)
    - Service Speed at \_Draft with \_Sea Margin,\_ Engine Power & \_RPM , DFOC (Daily Fuel Oil Consumption)
  - 운하 및 수로 제한(Canal Limitations): Panama, Suez, Kiel, St. Lawrence Seaway, Port limitations
  - 최대 흘수(Max. Draft)
  - 연료 소모율 (DFOC : Daily Fuel Oil Consumption) : Related with ship's economy.
  - Special Requirements
    - Ice Class, Air Draft, Bow/Stern Thruster, Special Rudder, Twin Skeg

---

- 인도 납기일 (Delivery Day)
  - Delivery day, with ( )\$ delay penalty per day
  - Abt. 14 months from contract
- 선가 (The Price of a ship)
  - Material & Equipment Cost + Construction Cost + Additional Cost + Margin



# (강의요약) 1주 1,2강 : 주요치수와 각종 성능과의 관계



## 2. 유사 실적선 자료 조사

### ☑ 유사 실적선 자료 조사

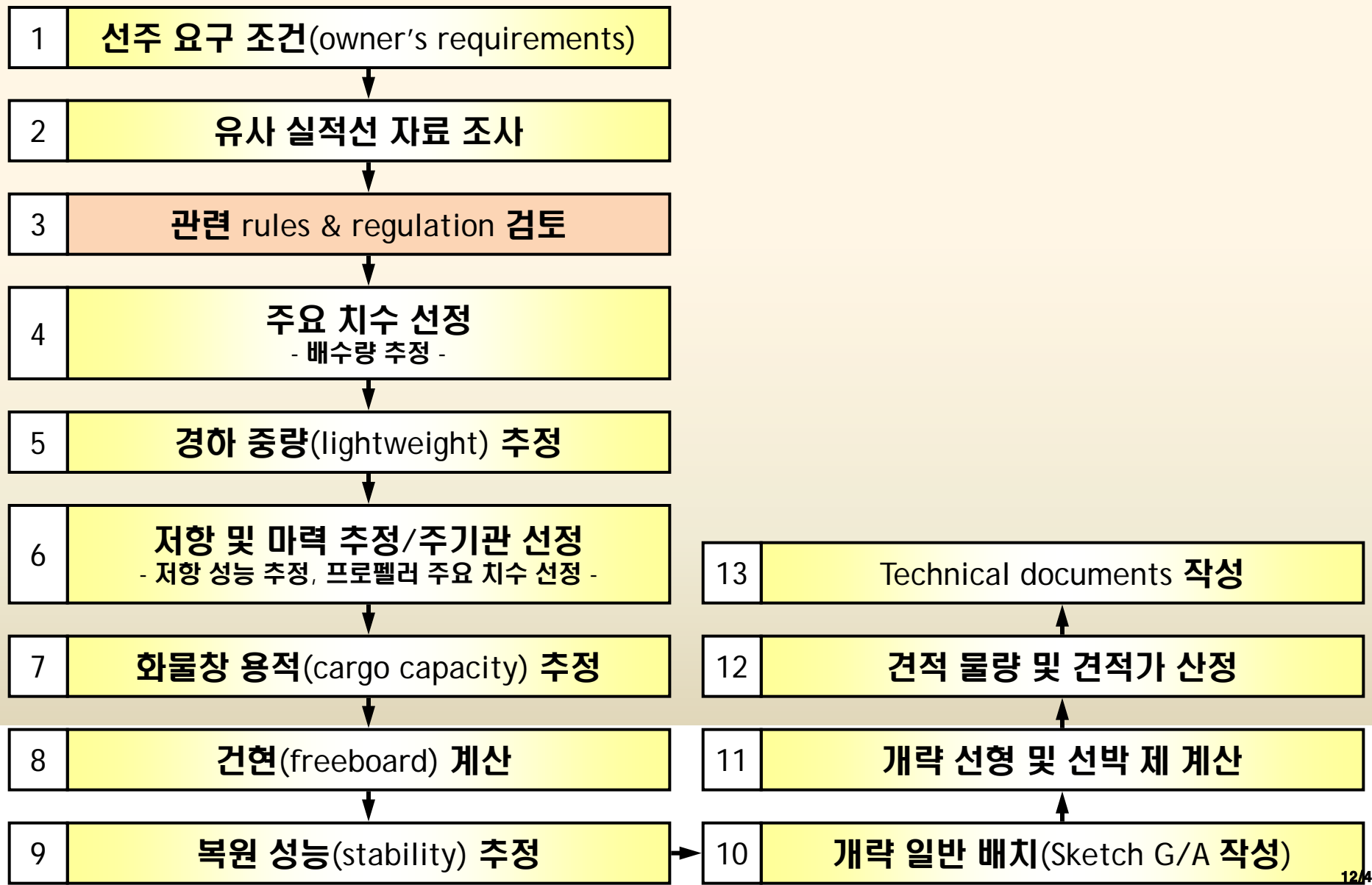
■ “선박 설계는 무에서 유를 창조하는 혁신적인 업무라기보다는 실적 자료를 토대로 한 개선이다”

#### ■ 유사 실적선 자료 조사

- 주요 치수: L/B, L/D, B/D, D/T,  $C_B$
  - 경하중량(Lightweight), Deadweight/Displacement
  - Capacity: Cargo, Ballast, F.O
  - Speed, Power, Propeller, etc.
- 관련 선급, 모형 시험소, 선주 및 유관 기관과의 업무 협의 및 자료 입수



# (강의요약) 1주 1,2강 : 주요치수와 각종 성능과의 관계



# 3. 관련 Rules & Regulation 검토

- International Maritime Organizations(IMO)
- International Labour Organizations (ILO)
- Regional Organizations (EU,...)
- Administrations (Flag, Port)
- Classification Societies
- International Standard Organizations (ISO)

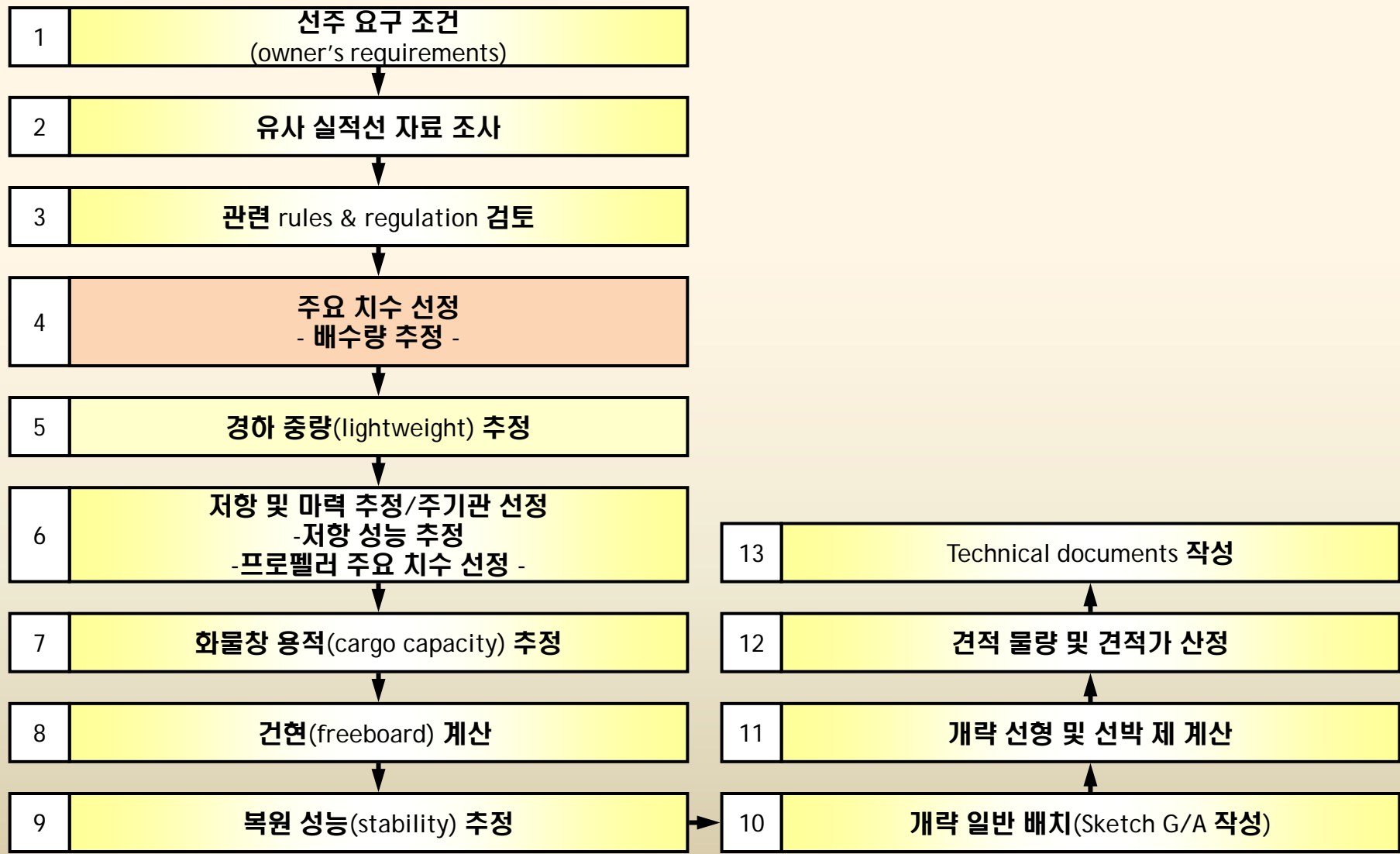


# Rules and Regulations – IMO Instruments

- ☑ **Conventions**
  - SOLAS / MARPOL / ICLL / COLREG / ITC / AFS / BWM .....
- ☑ **Protocols**
  - MARPOL Protocol 1977 / ICLL Protocol 1978
- ☑ **Codes**
  - ISM / LSA / IBC / IMDG / IGC / BCH / BC / GC .....
- ☑ **Resolutions**
  - Assembly / MSC / MEPC
- ☑ **Circulars**
  - MSC / MEPC / Sub-committees .....

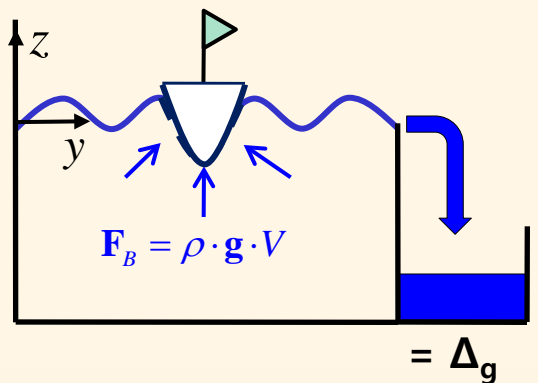


# (강의요약) 1주 1,2강 : 주요치수와 각종 성능과의 관계





# 부력과 중량



① Archimedes' Principle  
: 유체 중에 있는 물체는 그 물체에 의해 배제된 유체의 중량만큼 부력을 받는다.

- $F_B$ : 선박이 받는 부력
- $V$ : 배제된 부피 (displacement volume: m<sup>3</sup>)
- $\rho$ : 유체의 밀도
- $g$ : 중력가속도
- $\Delta_g$ : 배제된 유체의 중량 (displacement : ton)

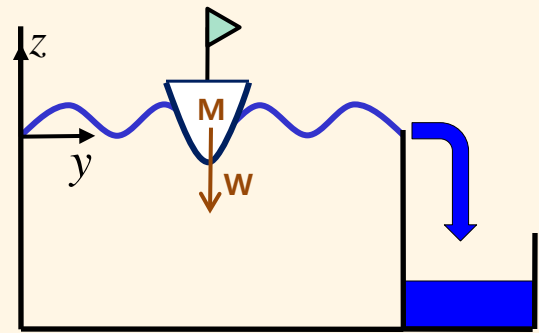
$F_B = \rho g V$  과제 : 2학년 유체역학을 기반으로 하여 증명할 것\*

이때,  $\rho g V$ 를 "배수량(displacement)"라고 하고 다음과 같이 표현한다.

$$\rho g V = \Delta_g$$

따라서 부력 = 배수량이다.

$$\therefore F_B = \Delta_g$$



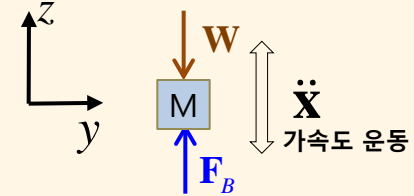
② 선박의 질량을  $M$  이라 하면, 선박의 중량  $W$ 는

$$W = -Mg$$

- $M$ : 선박의 전체 질량
- $g$ : 중력 가속도

선박의 중량은 아래 방향으로 작용하는데, Z축의 양의 방향을 위쪽 방향으로 잡았기 때문에, 앞에 (-)부호가 붙어 있다.

③ 자유 물체에 작용하는 힘 성분을 표시 하여 Newton 제 2 법칙을 적용해 보자.



$$M \ddot{x} = \sum F = \rho g V - Mg$$

④ 부력과 중량의 평형 상태 "선박의 전체 중량 = 선박이 받는 부력"

만약 선박이 운동을 하지 않으면,

$$\ddot{x} = 0 \text{ 이므로}$$

$$0 = \rho g V - Mg$$

$$\therefore \rho g V = Mg$$

$$\Delta_g = Mg$$

# 부력 중량의 평형상태

## ☑ 부력 = 중량

$$\rho g V = Mg \cdots (1)$$

(L.H.S)

① 직육면체 모양의 선체가 물속에 잠겨 있으면, 물 속에 잠긴 부피는 다음과 같다.

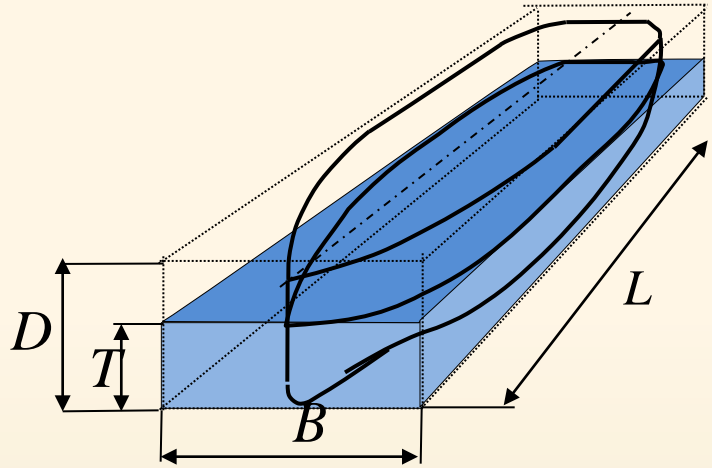
$$V_{rect} = L \cdot B \cdot T$$

② 저항 성능이 좋도록 직육면체의 가장자리를 잘라 내면, 잘라낸 후의 부피와 직육면체의 부피와의 비를  $C_B$ 라 한다.

$$\frac{V}{L \cdot B \cdot T} = C_B \quad \therefore V = L \cdot B \cdot T \cdot C_B$$

따라서 식 (1)의 왼쪽 항은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\rho g V = L \cdot B \cdot T \cdot C_B \cdot \rho \cdot g \cdot (1 + \alpha),$$



$\rho$ : 유체의 밀도로  
해수의 경우 1.025 Mg/m<sup>3</sup>

$\alpha$ : 부가 배수량을 나타내는 계수로서 프로펠러, 타, 축등의 moulded line 바깥의 배수량.  
약 0.02~0.025의 값을 가진다.



# 부력 중량의 평형상태

☑ 부력 = 중량

$$\rho g V = Mg \cdots (1)$$

(L.H.S)

$$\rho g V = L \cdot B \cdot T \cdot C_B \cdot \rho \cdot \mathbf{g} \cdot (1 + \alpha)$$

(R.H.S)

선박의 무게를 선박 자체의 무게(LWT)와 선박이 최대로 실을 수 있는 화물의 무게(DWT)로 나누어 표현해 보자.

$$\mathbf{Mg} = LWT + DWT$$

\*실제 DWT는 Payload(화물의 무게)+ Fuel oil + Diesel oil+ Fresh water +etc. 로 구성되어 있다.

(L.H.S)=(R.H.S)

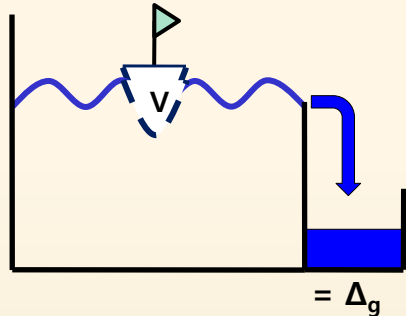
$$L \cdot B \cdot T \cdot C_B \cdot \rho \cdot (1 + \alpha) = LWT + DWT \cdots (2)$$

 LWT,DWT의 단위는?



# (참고) 배수량의 단위

배수량(displacement) : 물체가 유체속에 잠겨 있을 때 물체가 배제한 유체의 중량 [ton]



$$\Delta_g \equiv \rho g V,$$

- $V$  : 배제된 부피  
(displacement volume:  $m^3$ )
- $\rho$  : 유체의 밀도
- $g$  : 중력가속도
- $\Delta_g$  : 배제된 유체의 중량  
(displacement : ton)

$$L \cdot B \cdot T \cdot C_B \cdot \rho \cdot (1 + \alpha) = LWT + DWT \dots (2)$$

$$\rho V = \frac{\Delta_g}{g}$$

좌변은 배수량을 중력가속도  $g$ 로 나누어 준 것과 같다. 이 값을  $\Delta$ 라고 정의 하자.  $\Delta \equiv \frac{\Delta_g}{g}$

이때  $\Delta$ 는 배제된 유체의 질량을 나타내고 [Mg](mega gram)의 단위를 가진다.

우변의 LWT와 DWT도 좌변과 같이 질량을 나타낸다.

**조선분야에서는 일반적으로  $\Delta$ 를 배수량 이라고 한다.**

$\Delta$ 는 실제로는 질량의 단위이지만, 조선에서는 무게인 것처럼 취급한다. 따라서 실제 힘을 계산할 때는  $\Delta$ 에 중력가속도  $g$ 를 곱해서 계산해야 한다.

# 선박 주요 치수(L,B,D,T,C<sub>B</sub>) 결정 문제의 수학적 모델

☑ 부력(Buoyancy)-중량(Weight) 평형 조건 <물리 법칙>

$$L \cdot B \cdot T \cdot C_B \cdot \rho \cdot (1 + \alpha) = DWT_{given} + LWT \dots (2)$$

☑ 요구 화물창 용적  $V_{H\_req}$  <선주 요구사항>

화물창 용적은 L,B,D,C<sub>B</sub>의 함수라 하자.

$$V_{H\_req} = f(L, B, D, C_B) \dots (3)$$

**Given:**  $DWT, T$

(선주 요구조건)

**Find :**  $L, B, D, C_B, LWT$

미지수 5(L,B,D,C<sub>B</sub>)개, 식 2개 ( (2),(3) ) 의 비선형 부정방정식

⇒ 미지수 5개중 2개를 가정하면 비선형 방정식을 풀 수 있다.

먼저 식 (2)의 우변이 주어져야 방정식을 풀 수 있으므로 LWT부터 가정한다.



LWT는 어떻게 가정할 수 있을까?



# 선박 주요 치수(L,B,D,T,C<sub>B</sub>) 결정 문제의 수학적 모델

## -LWT추정 방법; (1) DWT와 Displacement 비율로 추정

부력(Buoyancy)-중량(Weight) 평형 조건 <물리 법칙>

요구 화물창 용적 <선주 요구사항>

$$L \cdot B \cdot T \cdot C_B \cdot \rho \cdot (1 + \alpha) = DWT_{given} + LWT \dots (2)$$

$$V_{H\_req} = f(L, B, D, C_B) \dots (3)$$

Given:  $DWT, T$

(선주 요구조건)

Find:  $L, B, D, C_B, LWT$



LWT는 어떻게 가정할 수 있을까?

### 방법 ① : LWT를 기준선의 배수량으로부터 추정

기준선의 DWT와 Displacement 비율을 설계선에도 같이 적용하여 설계선의 배수량을 추정한다.

$$\frac{DWT_B}{\Delta_B} = \frac{DWT_{given}}{\Delta} \rightarrow \Delta = \frac{\Delta_B}{DWT_B} \cdot DWT_{given}$$

아래첨자B : 기준선(Basis Ship)

$$\therefore L \cdot B \cdot T \cdot C_B \cdot \rho \cdot (1 + \alpha) = \Delta \dots (2.1)$$

미지수 4개(L,B,D,C<sub>B</sub>), 식 2개( (2.1),(3) ) 의 비선형 부정방정식

⇒ 무수히 많은 해가 있다. 따라서 그 해를 선정하는 기준이 있어야 한다.

⇒ "목적함수"



# 목적 함수의 예: 건조비(Building cost)

목적 함수(주요 치수 선정 기준)

$$\begin{aligned} \text{Building Cost} &= C_{PS} \cdot C_s \cdot L^{1.6} (B + D) + C_{PO} \cdot C_o \cdot L \cdot B + C_{PM} \cdot C_{ma} \cdot NMCR \\ &= C_{PS} \cdot C_s \cdot L^{1.6} (B + D) + C_{PO} \cdot C_o \cdot L \cdot B \\ &\quad + C_{PM} \cdot C_{power} \cdot (L \cdot B \cdot T \cdot C_B)^{2/3} \cdot V^3 \end{aligned}$$

$C_{PS}$  : 선박 강재비 관련 계수  
 $C_{PO}$  : 의장부 비용 관련 계수 ← 실적선 data로부터 추정된 값  
 $C_{PM}$  : 기관부 비용 관련 계수





# 선박 주요 치수 결정 문제의 수학적 모델

## -LWT추정 방법; (2) LWT는 L·B·D에 비례한다고 가정

부력(Buoyancy)-중량(Weight) 평형 조건 <물리 법칙>

요구 화물창 용적 <선주 요구사항>

$$L \cdot B \cdot T \cdot C_B \cdot \rho \cdot (1 + \alpha) = DWT_{given} + LWT \dots (2)$$

$$V_{H\_req} = f(L, B, D, C_B) \dots (3)$$

Given:  $DWT, T$

(선주 요구조건)

Find :  $L, B, D, C_B, LWT$



LWT는 어떻게 가정할 수 있을까?

### 방법 ②: 경하중량(LWT)이 L·B·D(선체의 Volume)에 비례한다고 가정

$$LWT \propto L \cdot B \cdot D$$

$$LWT = C_{LWT} \cdot L \cdot B \cdot D, C_{LWT} \text{는 기준선으로부터 구함}$$

$$\therefore L \cdot B \cdot T \cdot C_B \cdot \rho \cdot (1 + \alpha) = DWT_{given} + C_{LWT} \cdot L \cdot B \cdot D \dots (2.2)$$

따라서 미지수 4개 ( $L, B, D, C_B$ ), 식 2개 ( (2.2),(3) )의 비선형 부정방정식 이다.

⇒ 최적화 문제 ⇒ 목적 함수를 최소화 (ex. 건조비 최소화)하는 문제로 풀 수 있다.



# 선박 주요 치수(L,B,D,T,C<sub>B</sub>) 결정 문제의 수학적 모델

-LWT추정 방법; (3) LWT를 선각중량 W<sub>s</sub>, 의장중량 W<sub>o</sub>, 기관부 중량 W<sub>m</sub> 으로 세분화

부력(Buoyancy)-중량(Weight) 평형 조건 <물리 법칙>

요구 화물창 용적 <선주 요구사항>

$$L \cdot B \cdot T \cdot C_B \cdot \rho \cdot (1 + \alpha) = DWT_{given} + LWT \dots (2)$$

$$V_{H\_req} = f(L, B, D, C_B) \dots (3)$$

Given: DWT, T

(선주 요구조건)

Find: L, B, D, C<sub>B</sub>, LWT



LWT는 어떻게 가정할 수 있을까?

## 방법 ③: 경하중량(LWT)을 선각중량 W<sub>s</sub>, 의장중량 W<sub>o</sub>, 기관부 중량 W<sub>m</sub> 으로 세분화

W<sub>s</sub> ∝ L<sup>α</sup> (B + D)<sup>β</sup> 라고 가정하면, W<sub>s</sub> = C<sub>S</sub> L<sup>α</sup> (B + D)<sup>β</sup>

C<sub>S</sub>, α, β 는 우수한 실적선의 Data를 바탕으로 Regression analysis를 통하여 구할 수 있다.

대수 함수(Logarithm)로 표현하면,

$$\ln W_s = \ln C_s + \alpha \ln L + \beta \ln(B + D)$$

Y
A<sub>0</sub>
X<sub>1</sub>
X<sub>2</sub>

다시 쓰면, Y = A<sub>0</sub> + α X<sub>1</sub> + β X<sub>2</sub>

실적선에 대해 X<sub>1i</sub>, X<sub>2i</sub>; Y<sub>i</sub> 가 존재하고, 오차가 최소가 되는 평면을 구하면 C<sub>S</sub>, α, β 를 구할 수 있다.

우수한 실적선에 대하여 계산한 결과 C<sub>S</sub>, α = 1.6, β = 1의 값이 나왔다. ∴ W<sub>s</sub> = C<sub>S</sub> L<sup>1.6</sup> (B + D)



# 선박 주요 치수 (L, B, D, T, C<sub>B</sub>) 결정 문제의 수학적 모델

-LWT추정 방법; (3) LWT를 선각중량  $W_s$ , 의장중량  $W_o$ , 기관부 중량  $W_m$  으로 세분화

부력(Buoyancy)-중량(Weight) 평형 조건 <물리 법칙>

요구 화물창 용적 <선주 요구사항>

$$L \cdot B \cdot T \cdot C_B \cdot \rho \cdot (1 + \alpha) = DWT_{given} + LWT \dots (2)$$

$$V_{H\_req} = f(L, B, D, C_B) \dots (3)$$

Given:  $DWT, T$

(선주 요구조건)

Find:  $L, B, D, C_B, LWT$



LWT는 어떻게 가정할 수 있을까?

방법 ③: 경하중량(LWT)을 선각중량  $W_s$ , 의장중량  $W_o$ , 기관부 중량  $W_m$  으로 세분화

$W_o \propto L \cdot B$  라고 가정하면,  $W_o = C_o \cdot L \cdot B$ ,  $C_o$ 는 기준선으로부터 구함



# 선박 주요 치수 (L,B,D,T,C<sub>B</sub>) 결정 문제의 수학적 모델

-LWT추정 방법; (3) LWT를 선각중량  $W_s$ , 의장중량  $W_o$ , 기관부 중량  $W_m$  으로 세분화

부력(Buoyancy)-중량(Weight) 평형 조건 <물리 법칙>

요구 화물창 용적 <선주 요구사항>

$$L \cdot B \cdot T \cdot C_B \cdot \rho \cdot (1 + \alpha) = DWT_{given} + LWT \dots (2)$$

$$V_{H\_req} = f(L, B, D, C_B) \dots (3)$$

Given:  $DWT, T$

(선주 요구조건)

Find:  $L, B, D, C_B, LWT$



LWT는 어떻게 가정할 수 있을까?

방법 ③ 경하중량(LWT)을 선각중량  $W_s$ , 의장중량  $W_o$ , 기관부 중량  $W_m$  으로 세분화

$W_m \propto NMCR^*$  라고 가정하면,  $W_m = C_m \cdot NMCR$ ,  $C_m$ 은 기준선으로부터 구함

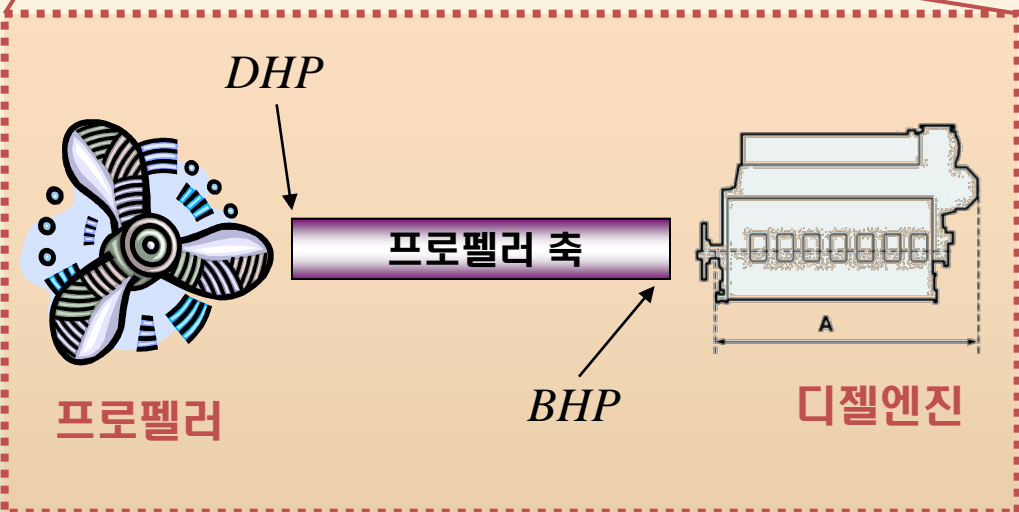
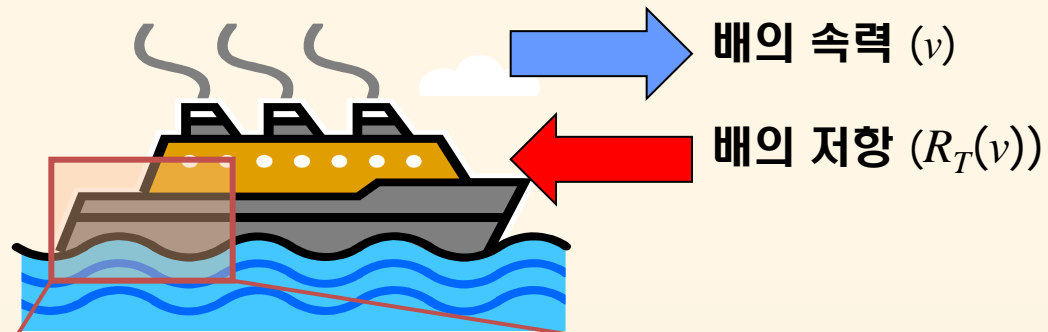
\*NMCR : 해당 엔진이 낼 수 있는 최대 마력으로서 엔진의 크기, 무게, 용적 및 가격의 기준이 된다.



NMCR은 어떻게 추정할까?



# 주기관 마력 추정



① EHP (Effective Horse Power)

$$EHP = R_T(v) \cdot v \quad (\text{In Calm Water})$$

② DHP (Delivered Horse Power)

$$DHP = \frac{EHP}{\eta_D} \quad (\eta_D: \text{추진효율})$$

③ BHP (Brake Horse Power)

$$BHP = \frac{DHP}{\eta_T} \quad (\eta_T: \text{축전달 효율})$$

④ NCR (Normal Continuous Rating)

$$NCR = BHP \left(1 + \frac{\text{Sea Margine}}{100}\right)$$

⑤ DMCR (Derated Maximum Continuous Rating)

$$DMCR = \frac{NCR}{\text{Engine Margin}}$$

⑥ NMCR (Nominal Maximum Continuous Rating)

$$NMCR = \frac{DMCR}{\text{Derating rate}}$$



마력 주기 기관	저항 및 마력 추정
	프로펠러 주요 치수
	주기관 선정

# 디젤엔진의 특성

## ☑ 디젤엔진의 출력

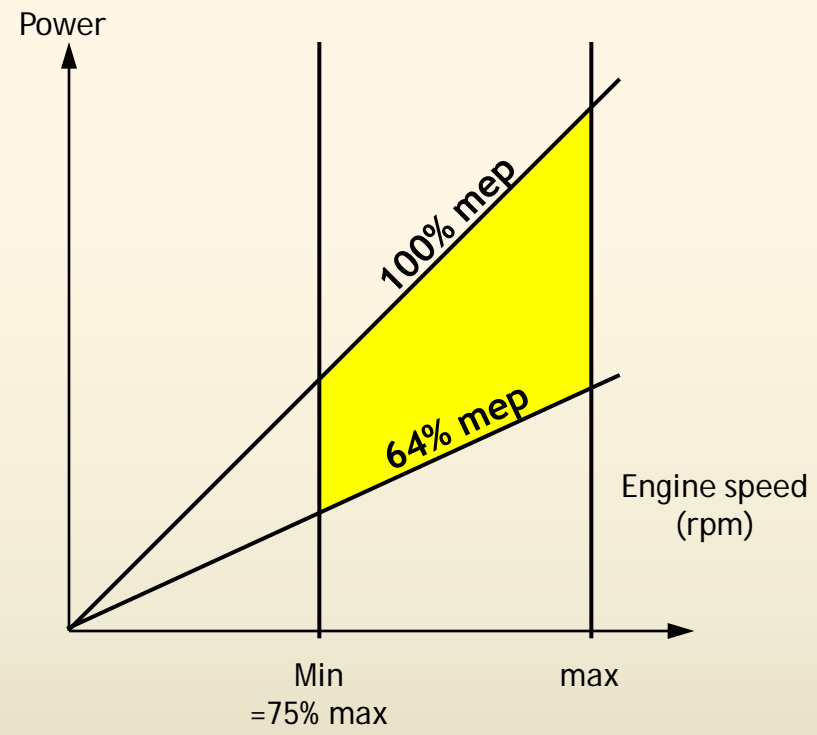
$$BHP = P_{me} \cdot L \cdot A \cdot n \cdot Z$$

여기서, BHP: Brake Horse Power(kW)  
 $P_{me}$  : Mean Effective Pressure  
 평균 유효 압력 (kN / m<sup>2</sup>)  
 $L$ : 피스톤 행정 (Stroke)(m)  
 $A$ : 실린더 단면적 (m<sup>2</sup>)  
 $n$ : 매초회전수 (1/s)  
 $Z$ : 실린더수

A와 Z가 일정하다고 하면

$$BHP = C_{DE} \cdot P_{me} \cdot n$$

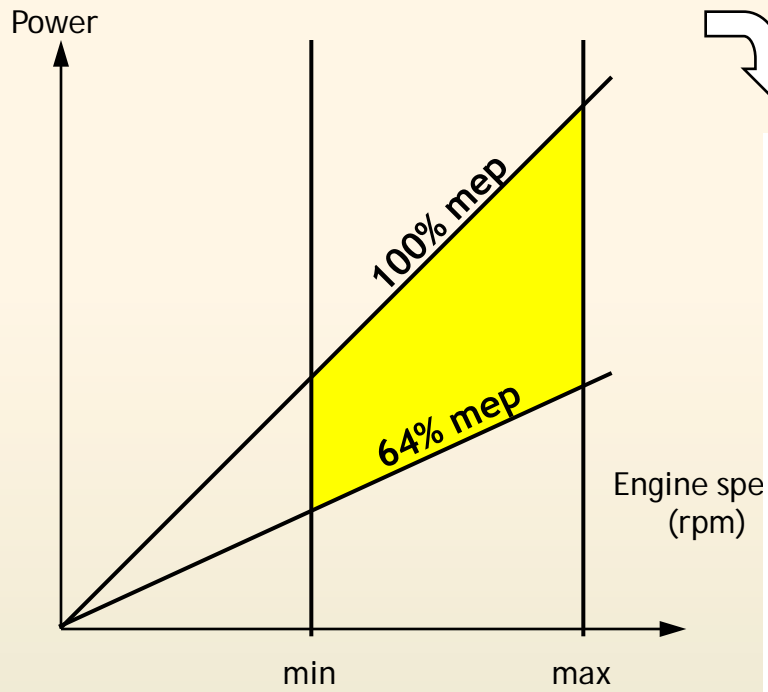
이므로 디젤엔진의 출력은 디젤엔진의 회전수와 평균 유효 압력에 비례함



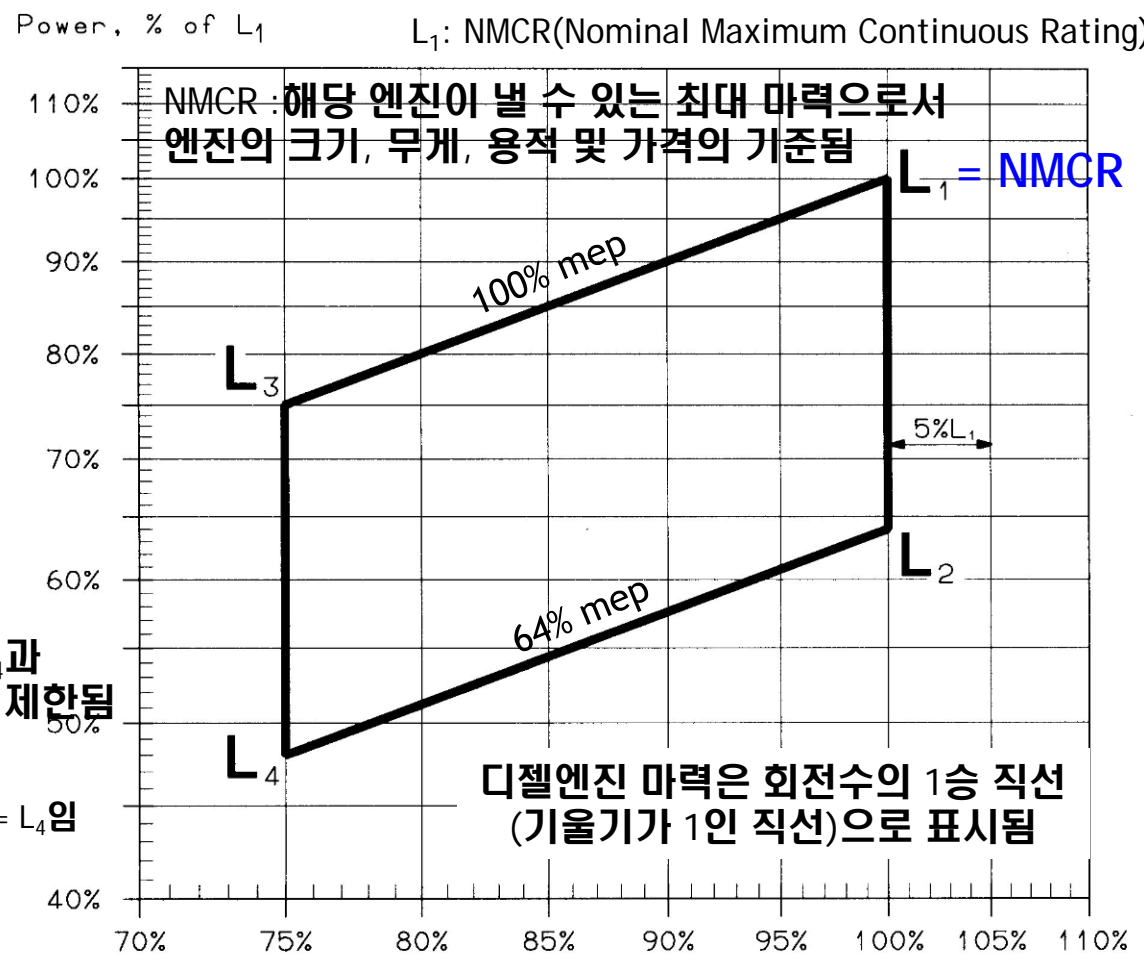
마력 주기 기관	저항 및 마력 추정
	프로펠러 주요 치수
	주기관 선정

# 디젤엔진의 특성(2)

## -디젤엔진의 작동 범위(layout diagram)



대수 함수(logarithm)로 표현



B&W/MAN 엔진의 경우

두 개의 일정 평균 유효 압력 직선  $L_1-L_3, L_2-L_4$  과  
 두 개의 일정 회전수 직선  $L_1-L_2, L_3-L_4$  에 의해 제한됨

Sulzer 엔진의 경우,  $R_1, R_2, R_3, R_4$  로 표현하며,  
 $R_1$  은 NMCR에 해당하고,  $R_1 = L_1, R_2 = L_3, R_3 = L_2, R_4 = L_4$  임

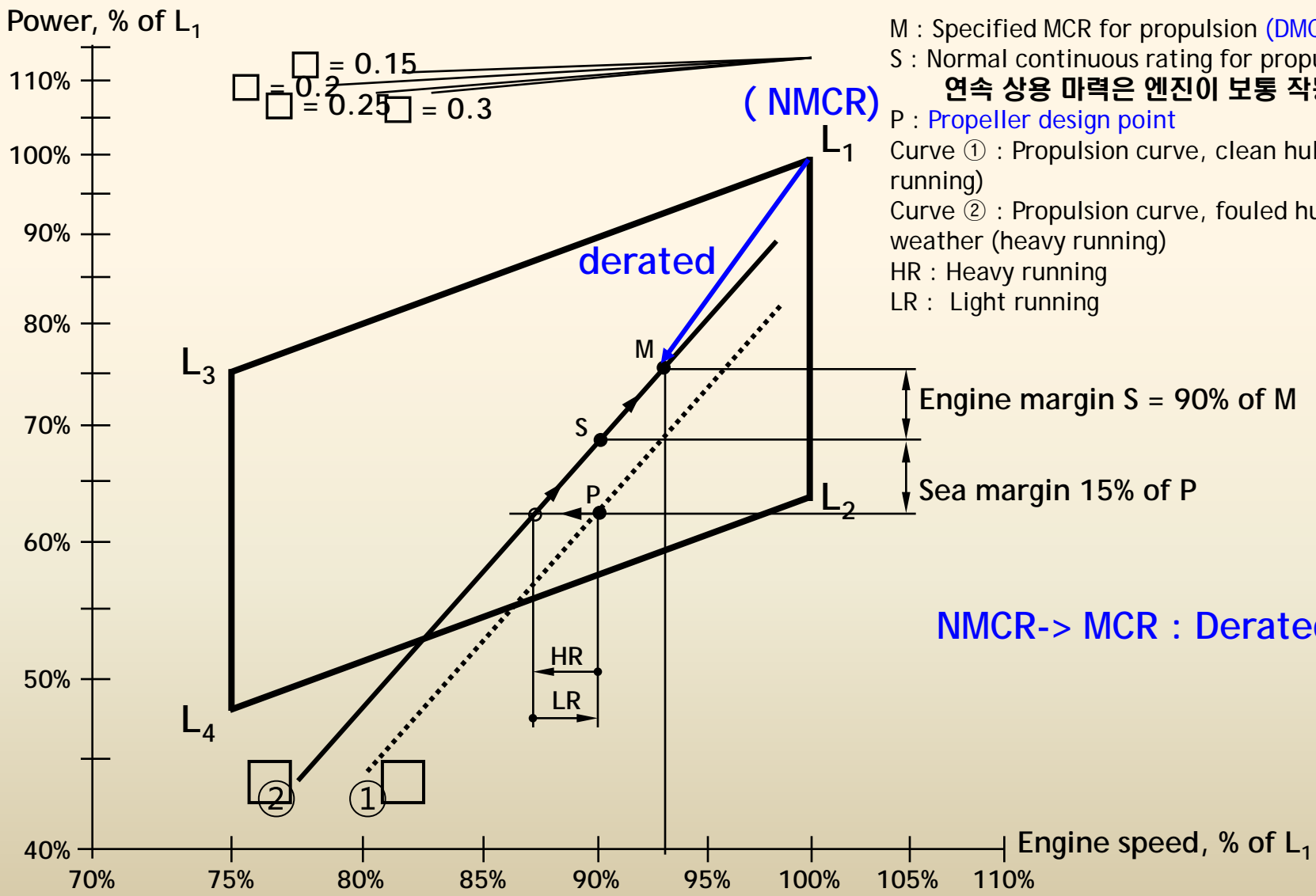




마력 주기 관	저항 및 마력 추정
	프로펠러 주요 치수
	주기관 선정

# 마력정의(2)

## -디젤엔진의 작동 범위와 프로펠러 곡선




M : Specified MCR for propulsion (DMCR 또는 MCR)  
 S : Normal continuous rating for propulsion (NCR)  
**연속 상용 마력은 엔진이 보통 작동되는 마력임**  
 P : Propeller design point  
 Curve ① : Propulsion curve, clean hull (light running)  
 Curve ② : Propulsion curve, fouled hull and heavy weather (heavy running)  
 HR : Heavy running  
 LR : Light running

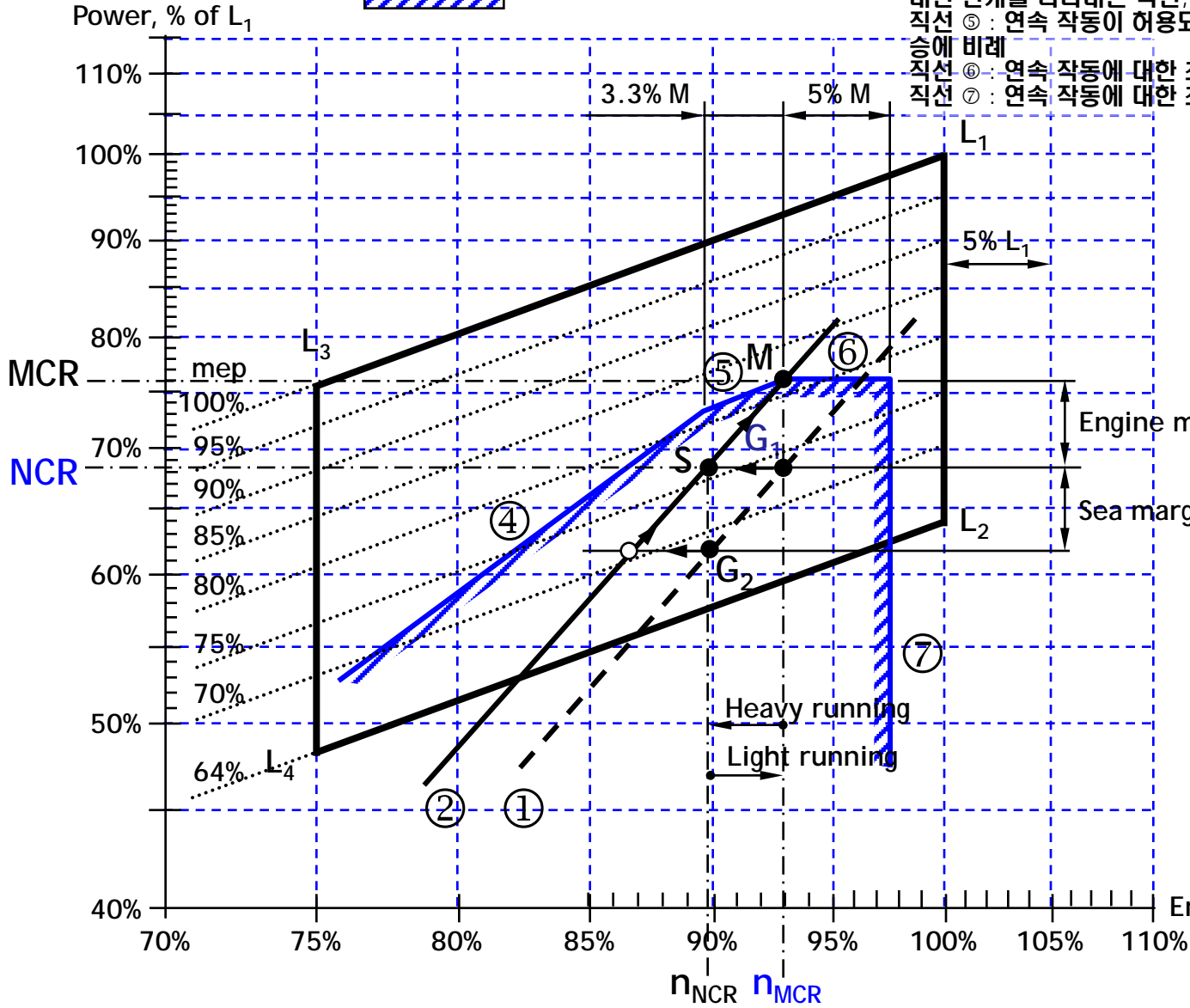
**NMCR- $\rightarrow$  MCR : Derated MCR**



# 디젤엔진의 부하범위와 프로펠러와의 Matching

M : Maximum continuous rating (DMCR 또는 MCR)  
 S : Normal continuous rating (NCR)  
 G<sub>1</sub>, G<sub>2</sub> : Propeller design point  
 곡선 ① : 신조시 선박의 저항을 기준으로 한 프로펠러의 마력-회전수 곡선(light running)  
 곡선 ② : Sea margin을 고려한 선박 저항 증가시 프로펠러의 마력-회전수 곡선(heavy running), 회전수의 3승에 비례  
 직선 ④ : 연소시 풍부한 공기 공급이 가능하고 최대 토크/회전수에 대한 한계를 나타내는 직선, 회전수의 2승에 비례  
 직선 ⑤ : 연속 작동이 허용되는 최대 평균 유효 압력 직선, 회전수의 1승에 비례  
 직선 ⑥ : 연속 작동에 대한 최대 마력 직선  
 직선 ⑦ : 연속 작동에 대한 최대 회전수 직선

 디젤 기관의 연속 작동 범위



✓ 프로펠러가 흡수하는 마력 :  $P_{prop.} \propto n^3$   
 ✓ 디젤엔진이 내는 마력 :  $P_{D.E.} \propto n$

# 선박 주요 치수 (L,B,D,T,C<sub>B</sub>) 결정 문제의 수학적 모델

$$W_m = C_m \cdot NMCR$$

NMCR을 추정하기 위해서는 먼저 DHP를 알아야 한다.

DHP는 저항 및 마력 추정을 통해 결정해야 하나 초기 단계에서는 정수중(Calm water)의 DHP를 다음의 가정을 통해 개략적으로 추정할 수 있음

$$DHP_{Calm\ water} \propto \Delta^{2/3} \cdot V^3 \quad \text{라고 가정하면,} \quad DHP_{Calm\ water} = C_{DHP} \Delta^{2/3} \cdot V^3$$

이때,  $\frac{1}{C_{DHP}} = C_{ad}$  라 하고 "Admiralty 계수" 라고 한다.

$$C_{ad} = \frac{\Delta^{2/3} \cdot V^3}{DHP_{Calm\ water}}$$

- $C_{ad}$ 의 분자  $\Delta^{2/3} \times V^3$  은 마력에 비례하므로 Admiralty계수는 **일종의 추진 계수**에 비례하는 계수임
- 주요치수가 결정 되면, DHP는 저항과 추진계수를 상세히 추정해 결정 해야 한다. (2주차 강의 내용)



# DHP와 NMCR과의 관계

① BHP (Brake Horse Power) (In Calm Water)

$$BHP = \frac{DHP}{\eta_T} \quad (\eta_T: \text{축전달 효율})$$

② NCR (Normal Continuous Rating)

$$NCR = BHP \cdot \left(1 + \frac{\text{Sea Margine}}{100}\right)$$

③ DMCR (Derated Maximum Continuous Rating)

$$MCR = \frac{NCR}{\text{Engine Margin}}$$

④ NMCR (Nominal Maximum Continuous Rating)

$$NMCR = \frac{MCR}{\text{Derating ratio}}$$

$$\begin{aligned} \therefore NMCR &= \frac{1}{\eta_T} \cdot \left(1 + \frac{\text{Sea Margine}}{100}\right) \cdot \frac{1}{\text{Engine Margin}} \cdot \frac{1}{\text{Derating ratio}} \cdot DHP \\ &= C_1 \cdot DHP \end{aligned}$$



# 선박 주요 치수 (L,B,D,T,C<sub>B</sub>) 결정 문제의 수학적 모델

$$W_m = C_m \cdot NMCR$$

$$NMCR = C_1 \cdot DHP$$

$$DHP_{Calm\ water} = \frac{\Delta^{2/3} \cdot V^3}{C_{ad}}$$

$$NMCR = \frac{C_1}{C_{ad}} \Delta^{2/3} \cdot V^3$$

$$\therefore W_m = C_m \cdot \frac{C_1}{C_{ad}} \cdot (L \cdot B \cdot T \cdot C_B)^{2/3} \cdot V^3, \quad C_m \cdot \frac{C_1}{C_{ad}} = C_{power} \text{ 라 하면}$$

$$W_m = C_{power} \cdot (L \cdot B \cdot T \cdot C_B)^{2/3} \cdot V^3$$

- 기관마력은 주요치수가 일단 선정되면, 좀 더 상세한 기관마력을 추정할 수 있음
- 즉 저항 추정 -> 마력 추정 -> MCR추정 -> 프로펠러 효율 추정 -> 마력 추정
- 이에 따라 기관부 중량이 변하고 다시 경하중량이 변하게 되어 변경된 값으로 다시 추정해야 함



# 선박 주요 치수 (L, B, D, T, C<sub>B</sub>) 결정 문제의 수학적 모델

-LWT추정 방법; (3) LWT를 선각중량  $W_s$ , 의장중량  $W_o$ , 기관부 중량  $W_m$  으로 세분화

부력(Buoyancy)-중량(Weight) 평형 조건 <물리 법칙>

요구 화물창 용적 <선주 요구사항>

$$L \cdot B \cdot T \cdot C_B \cdot \rho \cdot (1 + \alpha) = DWT_{given} + LWT \dots (2)$$

$$V_{H\_req} = f(L, B, D, C_B) \dots (3)$$

Given:  $DWT, T$

(선주 요구조건)

Find :  $L, B, D, C_B, LWT$



LWT는 어떻게 가정할 수 있을까?

## 방법 ③ 경하중량(LWT)을 선각중량 $W_s$ , 의장중량 $W_o$ , 기관부 중량 $W_m$ 으로 세분화

$$LWT = W_s + W_o + W_m$$

$$W_s = C_s \cdot L^{1.6} (B + D),$$

$$W_o = C_o \cdot L \cdot B,$$

$$W_m = C_m \cdot NMCR$$

$$= C_{power} \cdot (L \cdot B \cdot T \cdot C_B)^{2/3} \cdot V^3,$$

$$L \cdot B \cdot T \cdot C_B \cdot \rho \cdot C_\alpha = DWT_{given} + C_s \cdot L^{1.6} (B + D) + C_o \cdot L \cdot B + C_{power} \cdot (L \cdot B \cdot T \cdot C_B)^{2/3} \cdot V^3 \dots (2.3)$$

따라서 미지수 4개 ( $L, B, D, C_B$ ), 식 2개( (2.3),(3) ) 의 비선형 부정방정식 이다.

⇒ 최적화 문제 ⇒ 목적 함수를 최소화(ex.건조비 최소화)하는 문제로 풀 수 있다.



# 선박 주요 치수 결정 (L,B,D,T,C<sub>B</sub>) 문제의 수학적 모델

## - 요구 화물창 용적 조건

### ■ 요구 화물창 용적 조건

선주는 최대 화물의 중량 뿐만 아니라, 화물을 운송하기 위해서 필요한 화물창의 용적을 요구한다.

$$V_{H\_req} = f(L, B, D, C_B) \cdots (3)$$

일반적으로 화물창 용적을 만족하기 위해서는 D를 가정한다.

화물창 용적은 초기 단계에서 다음과 같이 간략하게 가정할 수 있다.

$$V_{H\_req} \propto L \cdot B \cdot D \quad (\text{선박의 Volume에 비례한다고 가정})$$

$$V_{H\_req} = C_H \cdot L \cdot B \cdot D \cdots (3.1)$$

위의 식 (3.1)은 개략적 추정식 이므로 추후 구획 배치가 진행됨에 따라 화물창 용적을 다시 추정해야 한다.

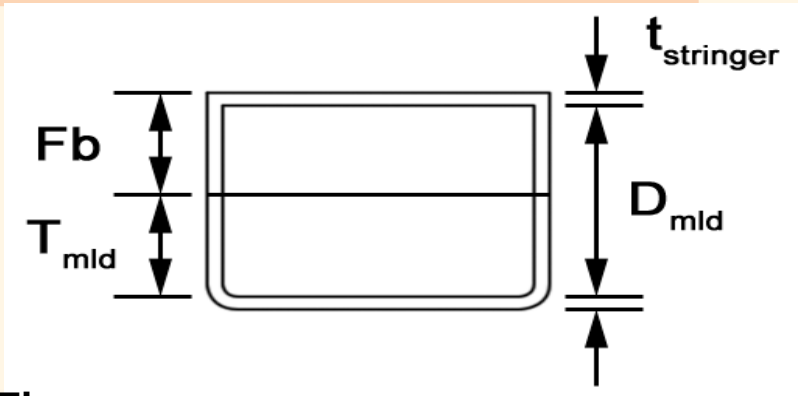




# 선박 주요 치수 결정 (L,B,D,T,C<sub>B</sub>) 문제의 수학적 모델

## - D에 대한 제약 조건 (ICLL 1966 요구 건현)

- 건현 (Free board; Fb)
  - 흘수로부터 Upper Deck 의 두께를 포함한 높이



### ■ 최소 요구 건현 조건

- 선박이 운동을 하다 보면 갑판이 물에 잠길 수 있다.
- 선박이 Roll 운동을 할 때에도 횡경사가 심할 경우 Sheer strake(갑판의 측면)이 물에 잠길 수 있다.
- 따라서 예비 부력으로 건현을 두어야 한다.

$$D \geq T + Fb$$

건현

건현은 Depth에 비례하는 것으로 가정할 수 있다.  $Fb \propto D$   
따라서 초기 설계 단계에서 아래와 같이 개략적으로 계산할 수 있다

$$D \geq T + C_{FB} \cdot D \dots (4)$$

실제로는 다음과 같은 식으로부터 계산을 해야 함 (2주차 강의 내용)

ICLL(International Convention on Load Line) 1966 요구 건현

$$Fb = f(L_f, D, C_B, Superstructure_{Length}, Superstructure_{Height}, Sheer)$$



# 선박 주요 치수 (L,B,D,T,C<sub>B</sub>) 결정 문제의 수학적 모델(요약)

## - “개념설계 방정식”

구하는 값(설계 변수)

$L, B, D, C_B$   
길이 폭 깊이 방형 계수

주어진 값(선주 요구 조건)

$DWT, V_{H\_req}, T_{max} (=T), V$   
재화 중량 요구 화물창 용적 최대 흘수 선속

### 물리적 제한 조건

→ 부력(buoyancy)-중량(Weight) 평형 조건(등호 제약 조건)

$$\begin{aligned}
 L \cdot B \cdot T \cdot C_B \cdot \rho_{sw} \cdot C_\alpha &= DWT_{given} + LWT(L, B, D, C_B) \\
 &= DWT_{given} + C_s \cdot L^{1.6} (B + D) + C_o \cdot L \cdot B \\
 &\quad + C_{power} \cdot (L \cdot B \cdot T \cdot C_B)^{2/3} \cdot V^3 \quad \dots (2.3)
 \end{aligned}$$

### 선주 요구 조건(인위적 제한 조건)

→ 요구되는 화물창 용적(cargo capacity) 조건(등호 제약 조건)

$$V_{H\_req} = C_H \cdot L \cdot B \cdot D \quad \dots (3.1)$$

- DFOC(Daily Fuel Oil Consumption)  
+ 저항 추진과 관련이 있음
- 납기일(Delivery Date)  
+ 생산 공정과 관련이 있음

### 국제 규약 조건

→ 최소 요구 건현 조건(1966 ICLL)(부등호 제약 조건)

$$D \geq T + C_{FB} \cdot D \quad \dots (4)$$

### 목적 함수(주요 치수 선정 기준)

$$Building\ Cost = C_{PS} \cdot C_s \cdot L^{1.6} (B + D) + C_{PO} \cdot C_o \cdot L \cdot B + C_{PM} \cdot C_{power} \cdot (L \cdot B \cdot T \cdot C_B)^{2/3} \cdot V^3$$

▶ 미지수 4개(L,B,D,C<sub>B</sub>), 등호 제약 조건 2개 ((2.3),(3.1)) 부등호 제약 조건 1개((4))인 최적화 문제

# 참고 슬라이드

## Lagrange Multiplier를 이용한 제약 비선형 최적화 기법 - 선박의 주요치수 결정문제



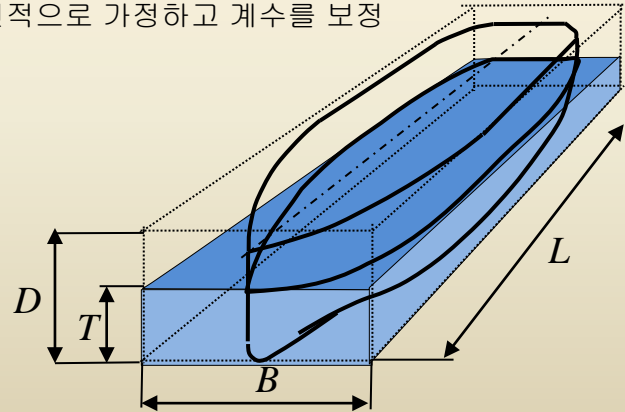
# Lagrange Multiplier를 이용한 제약 비선형 최적화 기법

## - 선박의 주요치수 결정문제

- Given:  $DWT, V_{H.req}, D, T_s, T_d, C_{B.d}$
- Find :  $L, B, C_{B.s}$ 
  - 부력·중량 평형조건

$$\begin{aligned}
 L \cdot B \cdot T_s \cdot C_{B.s} \cdot \rho_{sw} \cdot C_\alpha &= DWT_{given} + LWT(L, B, D, C_{B.d}) \\
 &= DWT_{given} + \boxed{C_s \cdot L^{1.6} \cdot (B+D)} + C_o \cdot L \cdot B + \boxed{C_{power} \cdot (L \cdot B \cdot T_d \cdot C_{B.d})^{2/3} \cdot V^3} \quad \dots (a) \\
 &\xrightarrow{\text{가정①}} C'_s \cdot L^{2.0} \cdot (B+D) \qquad \xrightarrow{\text{가정②}} C'_{power} \cdot (2 \cdot B \cdot T_d + 2 \cdot L \cdot T_d + L \cdot B) \cdot V^3
 \end{aligned}$$

$(L \cdot B \cdot T \cdot C_B)^{2/3}$  는  $\text{Volume}^{2/3}$  이고, 이는 침수된 면적을 고려한 것이므로, 이를 직육면체의 침수면적으로 가정하고 계수를 보정



- 화물창 요구조건
- $$V_{H.req} = C_H \cdot L \cdot B \cdot D \quad \dots (b)$$
- 조종성능을 고려한 비만계수

$$\frac{C_{B.S}}{(L/B)} < 0.15 \quad \dots (c)$$

미지수 3개(L, B, C<sub>B.s</sub>), 등호제약조건 2개((a), (b))인 비선형 부정방정식 이다.

➡ 목적함수를 최소화 하는 최적화 문제로 풀 수 있다.

# Lagrange Multiplier를 이용한 제약 비선형 최적화 기법

## - 선박의 주요치수 결정문제

- **Given:**  $DWT, V_{H.req}, D, T_s, T_d, C_{B.d}$
- **Find :**  $L, B, C_{B.s}$
- **Minimize :** Building Cost

$$f(L, B, C_{B.s}) = C_{PS} \cdot C_s' \cdot L^{2.0} \cdot (B + D) + C_{PO} \cdot C_o \cdot L \cdot B + C_{PM} \cdot C_{power}' \cdot (2 \cdot B \cdot T_d + 2 \cdot L \cdot T_d + L \cdot B) \cdot V^3 \dots(e)$$

- **Subject to**
  - 부력 • 중량 평형조건

$$L \cdot B \cdot T_s \cdot C_B \cdot \rho_{sw} \cdot C_\alpha = DWT_{given} + LWT(L, B, D, C_B)$$

$$= DWT_{given} + C_s' \cdot L^{2.0} \cdot (B + D) + C_o \cdot L \cdot B + C_{power}' \cdot (2 \cdot B \cdot T_d + 2 \cdot L \cdot T_d + L \cdot B) \cdot V^3 \dots(b)$$

- 화물창 요구조건
- $$V_{H.req} = C_H \cdot L \cdot B \cdot D \dots(c)$$
- 조종성능을 고려한 비만계수
- $$\frac{C_{B.s}}{(L/B)} < 0.15 \dots(d)$$



# Lagrange Multiplier를 이용한 제약 비선형 최적화 기법

## - 선박의 주요치수 결정문제

- Lagrange multiplier  $\lambda_1, \lambda_2, u$ 를 도입하여 (a), (b), (c), (d)로 부터

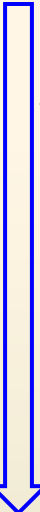
$$H(L, B, C_{B.s}, \lambda_1, \lambda_2, u, s) = f(L, B, C_{B.s}) + \lambda_1 \cdot h_1(L, B, C_{B.s}) + \lambda_2 \cdot h_2(L, B, D) + u \cdot g(L, B, C_{B.s}, s) \quad \dots e)$$

$$f(L, B, C_{B.s}) = C_{PS} \cdot C_s' \cdot L^2 \cdot (B + D) + C_{PO} \cdot C_o \cdot L \cdot B + C_{PM} \cdot C_{power}' \cdot \{2 \cdot (B + L) \cdot T_d + L \cdot B\} \cdot V^3$$

$$h_1(L, B, C_{B.s}) = L \cdot B \cdot T_s \cdot C_B \cdot \rho_{sw} \cdot C_\alpha - DWT_{given} - C_s' \cdot L^{2.0} \cdot (B + D) - C_o \cdot L \cdot B - C_{power}' \cdot \{2 \cdot (B + L) \cdot T_d + L \cdot B\} \cdot V^3$$

$$h_2(L, B, D) = C_H \cdot L \cdot B \cdot D - V_{H\_req}$$

$$g(L, B, C_{B.s}, s) = \frac{C_{B.s}}{(L/B)} - 0.15 + s^2$$



$$L \rightarrow x_1, B \rightarrow x_2, C_B \rightarrow x_3$$

$$H(x_1, x_2, x_3, \lambda_1, \lambda_2, u, s)$$

$$= C_{PS} \cdot C_s' \cdot x_1^2 (x_2 + D) + C_{PO} \cdot C_o \cdot x_1 \cdot x_2 + C_{PM} \cdot C_{power}' \cdot \{2 \cdot (x_2 + x_1) \cdot T_d + x_1 \cdot x_2\} \cdot V^3$$

$$+ \lambda_1 \cdot [x_1 \cdot x_2 \cdot T_s \cdot x_3 \cdot \rho_{sw} \cdot C_\alpha - DWT_{given} - C_s \cdot x_1^2 \cdot (x_2 + D) - C_o \cdot x_1 \cdot x_2 - C_{power}' \cdot \{2 \cdot (x_2 + x_1) \cdot T_d + x_1 \cdot x_2\} \cdot V^3]$$

$$+ \lambda_2 \cdot (C_H \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot D - V_{H\_req})$$

$$+ u \cdot \left\{ x_3 / (x_1 / x_2) - 0.15 + s^2 \right\} \quad \dots(f)$$



# Lagrange Multiplier를 이용한 제약 비선형 최적화 기법

## - 선박의 주요치수 결정문제

$$L \rightarrow x_1, B \rightarrow x_2, C_B \rightarrow x_3$$

$$\begin{aligned}
 H(x_1, x_2, x_3, \lambda_1, \lambda_2, u, s) = & C_{PS} \cdot C_s' \cdot x_1^2(x_2 + D) + C_{PO} \cdot C_o \cdot x_1 \cdot x_2 + C_{PM} \cdot C_{power}' \cdot \{2 \cdot (x_2 + x_1) \cdot T_d + x_1 \cdot x_2\} \cdot V^3 \\
 & + \lambda_1 \cdot [x_1 \cdot x_2 \cdot T_s \cdot x_3 \cdot \rho_{sw} \cdot C_\alpha - DWT_{given} - C_s \cdot x_1^2 \cdot (x_2 + D) - C_o \cdot x_1 \cdot x_2 - C_{power}' \cdot \{2 \cdot (x_2 + x_1) \cdot T_d + x_1 \cdot x_2\} \cdot V^3] \\
 & + \lambda_2 \cdot (C_H \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot D - V_{H\_req}) + u \cdot \{x_3 / (x_1 / x_2) - 0.15 + s^2\} \quad \dots(f)
 \end{aligned}$$

▪ (f)식으로부터 Lagrange function H가 상점이 되는 점  $x_1, x_2, x_3$  를 결정하기 위해

$\nabla H(x_1, x_2, x_3, \lambda_1, \lambda_2, u, s) = 0$  를 구하면

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial H}{\partial x_1} = & 2C_{PS} \cdot C_s' \cdot x_1 \cdot (x_2 + D) + C_{PO} \cdot C_o \cdot x_2 + C_{PM} \cdot C_{power}' \cdot (2 \cdot T_d + x_2) \cdot V^3 \\
 & + \lambda_1 \cdot (x_2 \cdot T_s \cdot x_3 \cdot \rho_{sw} \cdot C_\alpha - [2 \cdot C_s \cdot x_1 \cdot (x_2 + D) + C_o \cdot x_2 + C_{power}' \cdot (2 \cdot T_d + x_2) \cdot V^3]) \\
 & + \lambda_2 \cdot (C_H \cdot x_2 \cdot D) + u \cdot (-x_3 \cdot x_2 / x_1^2) = 0 \quad \dots(1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial H}{\partial x_2} = & C_{PS} \cdot C_s' \cdot x_1^2 + C_{PO} \cdot C_o \cdot x_1 + C_{PM} \cdot C_{power}' \cdot (2 \cdot T_d + x_1) \cdot V^3 \\
 & + \lambda_1 \cdot [x_1 \cdot T_s \cdot x_3 \cdot \rho_{sw} \cdot C_\alpha - C_s' \cdot x_1^2 - C_o \cdot x_1 - C_{power}' \cdot (2 \cdot T_d + x_1) \cdot V^3] \\
 & + \lambda_2 \cdot (C_H \cdot x_1 \cdot D) + u \cdot (x_3 / x_1) = 0 \quad \dots(2)
 \end{aligned}$$



# Lagrange Multiplier를 이용한 제약 비선형 최적화 기법

## - 선박의 주요치수 결정문제

$$L \rightarrow x_1, B \rightarrow x_2, C_B \rightarrow x_3$$

$$\begin{aligned}
 H(x_1, x_2, x_3, \lambda_1, \lambda_2, u, s) = & C_{PS} \cdot C_s' \cdot x_1^2 (x_2 + D) + C_{PO} \cdot C_o \cdot x_1 \cdot x_2 + C_{PM} \cdot C_{power}' \cdot \{2 \cdot (x_2 + x_1) \cdot T_d + x_1 \cdot x_2\} \cdot V^3 \\
 & + \lambda_1 \cdot [x_1 \cdot x_2 \cdot T_s \cdot x_3 \cdot \rho_{sw} \cdot C_\alpha - DWT_{given} - C_s \cdot x_1^2 \cdot (x_2 + D) - C_o \cdot x_1 \cdot x_2 - C_{power}' \cdot \{2 \cdot (x_2 + x_1) \cdot T_d + x_1 \cdot x_2\} \cdot V^3] \\
 & + \lambda_2 \cdot (C_H \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot D - V_{H\_req}) + u \cdot \{x_3 / (x_1 / x_2) - 0.15 + s^2\} \quad \dots(f)
 \end{aligned}$$

▪  $\nabla H(x_1, x_2, x_3, \lambda_1, \lambda_2, u, s) = 0$  를 구하면

$$\frac{\partial H}{\partial x_3} = \lambda_1 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot T_s \cdot \rho_{sw} \cdot C_\alpha + u \cdot (x_2 / x_1) = 0 \quad \dots(3)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial H}{\partial \lambda_1} = & x_1 \cdot x_2 \cdot T_s \cdot x_3 \cdot \rho_{sw} \cdot C_\alpha - DWT_{given} - C_s \cdot x_1^2 \cdot (x_2 + D) - C_o \cdot x_1 \cdot x_2 \\
 & - C_{power}' \cdot \{2 \cdot (x_2 + x_1) \cdot T_d + x_1 \cdot x_2\} \cdot V^3 \quad \dots(4)
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda_2} = C_H \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot D - V_{H\_req} = 0 \quad \dots(5)$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = x_3 \cdot x_2 / x_1 - 0.15 + s^2 = 0 \quad \dots(6)$$

$$\frac{\partial H}{\partial s} = 2 \cdot u \cdot s = 0, \quad (u \geq 0) \quad \dots(7)$$

▪  $\nabla H(x_1, x_2, x_3, \lambda_1, \lambda_2, u, s)$  : 미지수 7개, (1)~(7) 식 7개, 비선형 연립방정식

수치적 방법으로 해를 구할 수 있다!





# Lagrange Multiplier를 이용한 제약 비선형 최적화 기법

## - 선박의 주요치수 결정문제

$$L \rightarrow x_1, B \rightarrow x_2, C_B \rightarrow x_3$$

Matlab을 이용한 프로그래밍

```
syms L B Cb ram1 ram2 u1 s2
```

```
D=31.0
T=22.3
```

```
f1=2*Cps*Cs*L*(B+D) + Cpo*Co*B + Cpm*Cpower*(2*21+B)*V^3
+ 0.6119*ram1*B*D + ram2*( B*T*Cb*rho - 2*Cs*L*(B+D)
- Co*B - Cpower*(2*21+B)*V^3) +u1*(-Cb*B/(L^2));
```

```
f2= Cps*Cs*(L^2) + Cpo*Co*L + Cpm*Cpower*(2*21+L)*V^3
+ 0.6119*ram1*L*D + ram2*( L*T*Cb*rho - Cs*L^2
- Co*L - Cpower*(2*21+L)*V^3) +u1*(Cb/L);
```

```
f3=ram2*L*B*T*rho + u1*B/L;
```

```
f4=0.6119*L*B*D-360000;
```

```
f5=L*B*T*Cb*rho-320000-(Cs*(L^2)*(B+D)
+Co*L*B+Cpower*(2*(B+L)*21+L*B)*V^3);
```

```
f6=Cb*B/L-0.1513+(s1^2);
```

```
f7=2*u1*s1;
```

```
[y1 y2 y3 y4 y5 y6 y7]=solve(f1,f2,f3,f4,f5,f6,f7);
```

Symbolic 변수 선언: 변수 7개

변수 이외는 상수값 입력

$$\rightarrow \frac{\partial H}{\partial x_1} \dots(1)$$

$$\rightarrow \frac{\partial H}{\partial x_2} \dots(2)$$

$$\rightarrow \frac{\partial H}{\partial x_3} \dots(3)$$

$$\rightarrow \frac{\partial H}{\partial \lambda_1} \dots(4)$$

$$\rightarrow \frac{\partial H}{\partial \lambda_2} \dots(5)$$

$$\rightarrow \frac{\partial H}{\partial u} \dots(6)$$

$$\rightarrow \frac{\partial H}{\partial s} \dots(7)$$

연립방정식을 해를 구하는 명령어 'solve' 실행

