

[2009] [08]

Innovative ship design

-Trim & Stability -

Calculation of Stability in Barge ship

April, 2009

Prof. Kyu-Yeul Lee

Department of Naval Architecture and Ocean Engineering,
Seoul National University of College of Engineering



Seoul
National
Univ.



SDAL

Advanced Ship Design Automation Lab.
<http://asdal.snu.ac.kr>



Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

-Chap 1. Intact stability
(by classical hydrostatics)



Seoul
National
Univ.



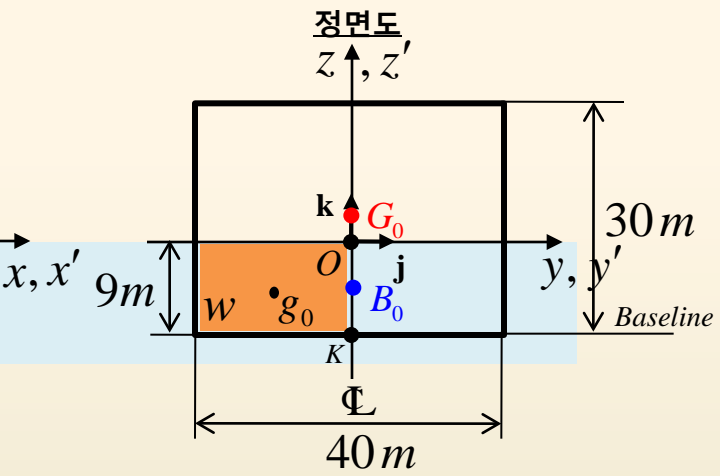
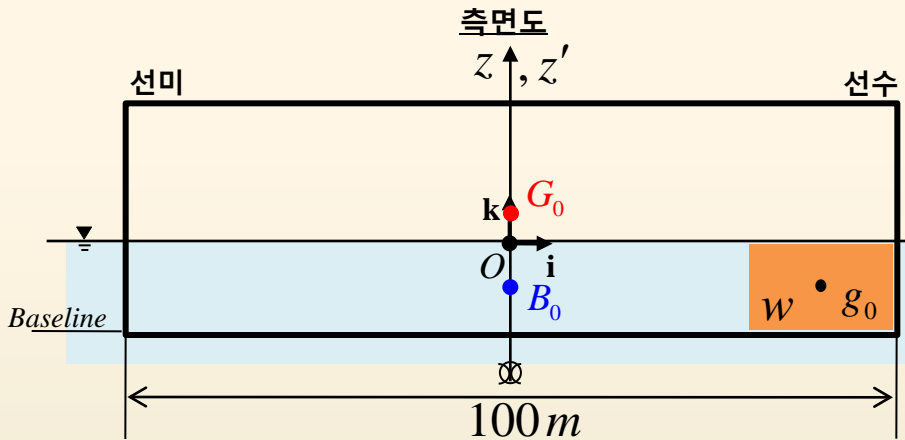
Advanced Ship Design Automation Lab.
<http://asdal.snu.ac.kr>



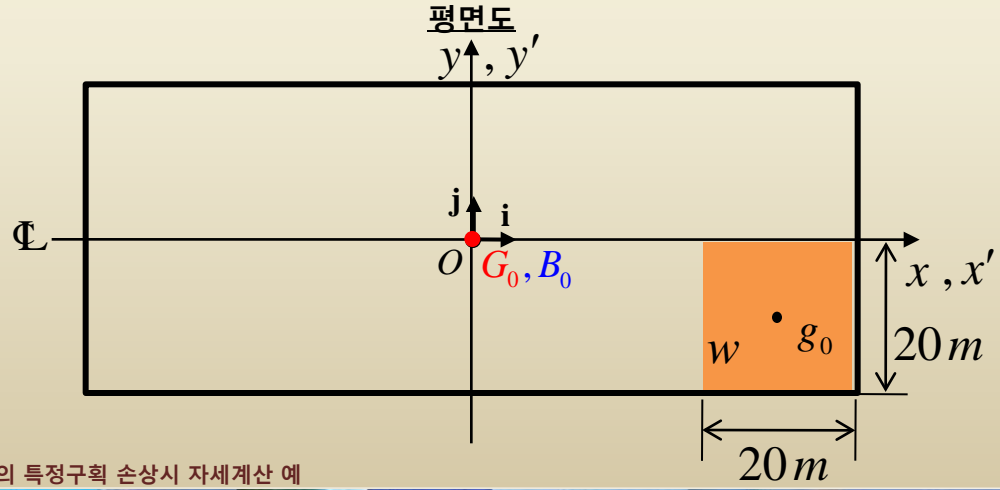
Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

-Intact stability

아래 그림과 같이 해상에 떠있는 직육면체 Barge의 **-y 방향, +x 방향 화물창에** 아래 그림과 같은 크기를 가지는 **중량물이 적재** 되었다. 중량물 적재로 인한 **Barge의 자세 변화(Immersion, Trim, Heel)**를 구하시오.
 $L = 100m, B = 40m, D = 30m, T = 9m, KG_0 = 15m, O_{g_0} = (40, -10, -4), w = 40,000[kN]$



중량물(w) 정보
 - l(길이) : 20 m
 - b(폭) : 20m
 - h(높이) : 9m
 - 무게 : 40,000 kN



- $O - xyz$: Global coordinate system
 → 초기 자세에서, Barge의 Centerline,
 → Midship, 수선면 상에 위치
- $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system
 → 초기 자세에서 Body fixed coordinate system
 과 Global coordinate system이 동일함
- G_0 : 중량물 적재 전 Barge의 무게 중심
- B_0 : 중량물 적재전 흘수 $T = 9m$ 에서의 부력 중심
- g_0 : 중량물의 무게 중심
- w : 중량물의 무게

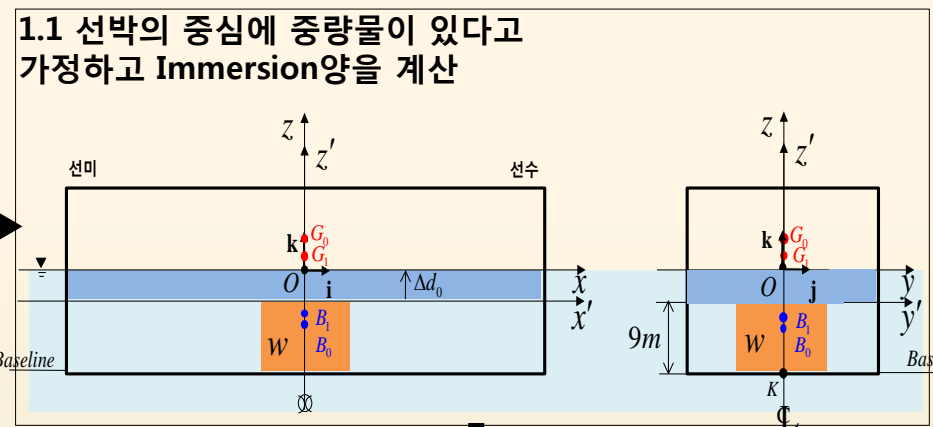
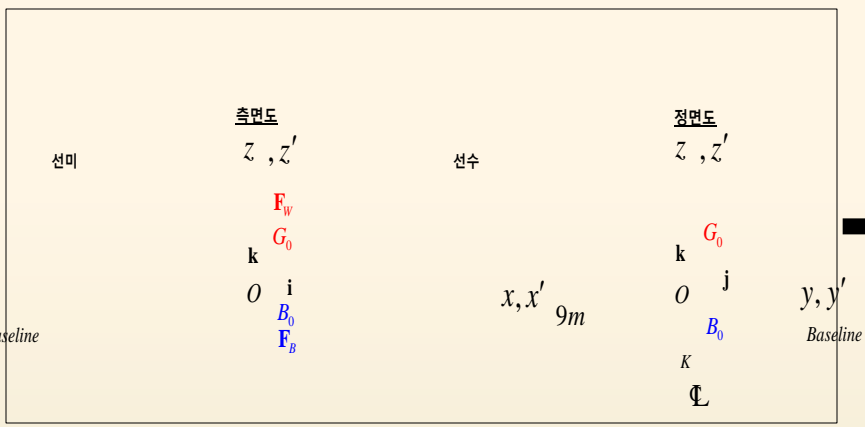
Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예



Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

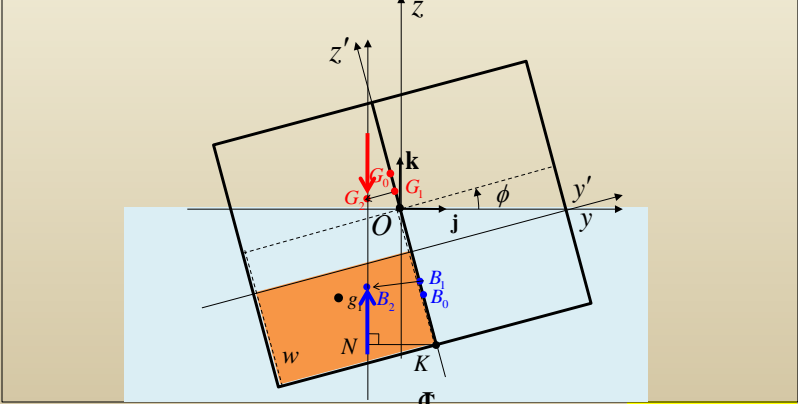
-Intact stability

방법 1. 선박의 중심에 중량물이 위치하였다고 가정하여 Immersion시킨 후, 중량물을 각각 -y 방향, +x 방향으로 이동한 것으로 생각하여 Trim, Heel 각을 구함



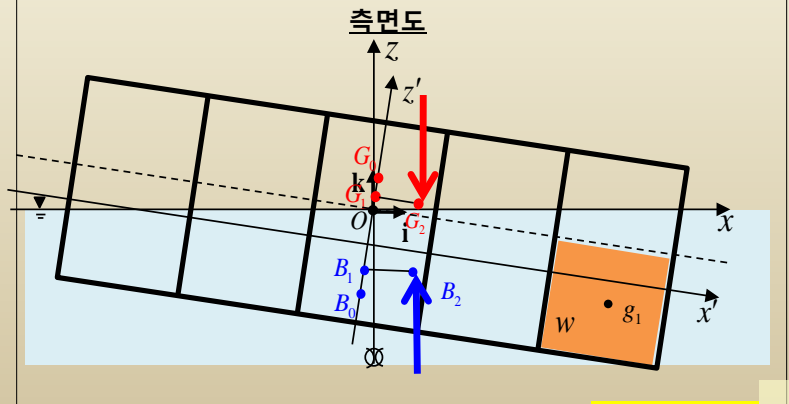
immersion 계산

1.2-1 Immersion된 상태에서, 중량물을 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 이때 Heel 각도를 계산



Heel 계산

1.2-2 Immersion된 상태에서, 중량물을 +x 방향으로 이동하였다고 가정하고 이때의 Trim 각도를 계산



Trim 계산

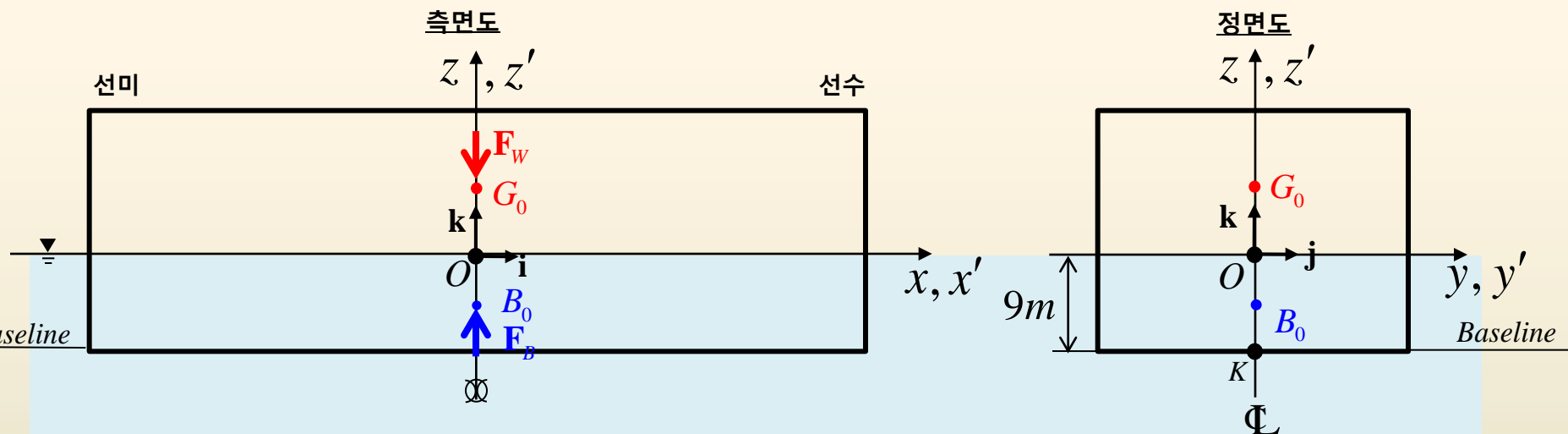
Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

-Intact stability

아래 그림과 같이 해상에 떠있는 직육면체 Barge의 **-y 방향, +x 방향 화물창에** 그림과 같은 크기를 가지는 중량물이 적재 되었다.중량물 적재로 인한 Barge의 자세 변화(Immersion, Trim, Heel)를 구하시오.
 $L = 100m, B = 40m, D = 30m, T = 9m, KG_0 = 15m, O_{g_0} = (40, -10, -4), w = 40,000[kN]$

방법 1. 선박의 중심에 중량물이 위치하였다고 가정하여 Immersion시킨 후, 침수 중량을 각각 -y 방향, +x 방향으로 이동한 것으로 생각하여 Trim, Heel 각을 구함

Immersion, k=0 Step 초기 자세에서 Static Equilibrium 상태라고 하자.



초기 자세에서 Static Equilibrium 상태라고 하자.

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_W^{(0)} + \mathbf{F}_B^{(0)}$$

$$\ddot{\mathbf{r}} = 0 \text{ 이므로, } \therefore \mathbf{F}_W^{(0)} + \mathbf{F}_B^{(0)} = 0$$

$O - xyz$: Global coordinate system
 $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system

$\mathbf{F}_W^{(0)}$: 초기자세에서의 전체 중량
 $\mathbf{F}_B^{(0)}$: 초기자세에서의 부력



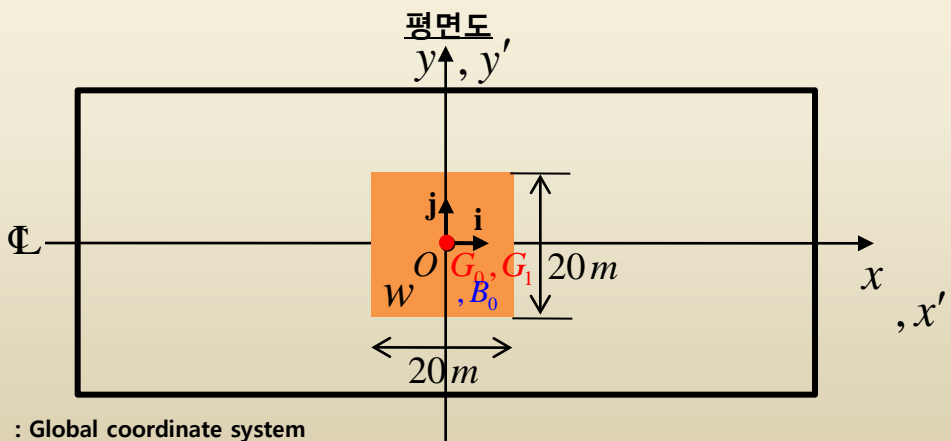
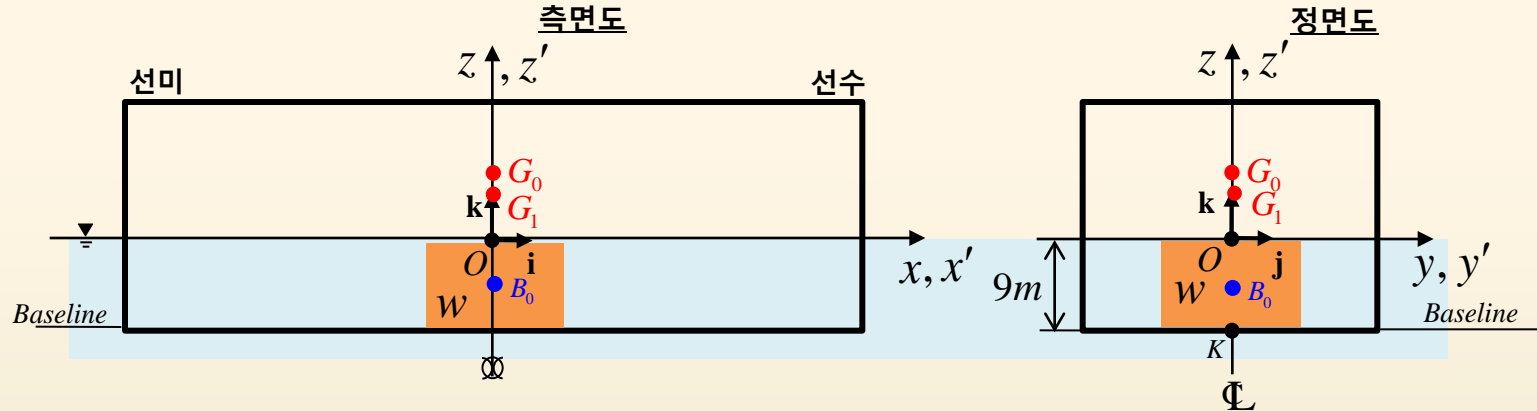
Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

-Intact stability

방법 1. 선박의 중심에 중량물이 위치하였다고 가정하여 Immersion시킨 후, 침수 중량을 각각 -y 방향, +x 방향으로 이동한 것으로 생각하여 Trim, Heel 각을 구함

1.1 선박의 Midship과 Centerline에 중량물이 있다고 가정하고 Immersion양을 계산

Immersion, $k=1/2$ Step 중량물이 선체 중심에 위치하였다고 하자. 이때 아직 자세변화는 일어나기 전이다.



중량물로 인한 무게 변화

$$F^{(1/2)} = F_W^{(1/2)} + F_B^{(1/2)}$$

$$= F_W^{(0)} + F_B^{(0)} + w = w, (w = -wk)$$

중량물로 인한 무게 중심 변화

- z방향 중량 1차 Moment를 중량으로 나누어 계산

$$OG_1 = \frac{M_W^{(1)}}{F_W^{(1)}} = \frac{F_W^{(0)} \cdot OG_0 + w \cdot Og_0}{F_W^{(0)} + w}$$

$$= \frac{-3.6 \times 10^5 \cdot (6) + (-4.0 \times 10^4) \cdot (-4)}{-3.6 \times 10^5 + (-4.0 \times 10^4)} = 5k \text{ [m]}$$

$$\therefore G_0(0, 0, 5) \rightarrow G_1(0, 0, 4)$$

O - xyz : Global coordinate system
O - x'y'z' : Body fixed coordinate system

$F_W^{(1/2)}$: 중량물 적재 후 전체중량
 $F_B^{(1/2)}$: 중량물 적재 후의 부력
w : 중량물 무게

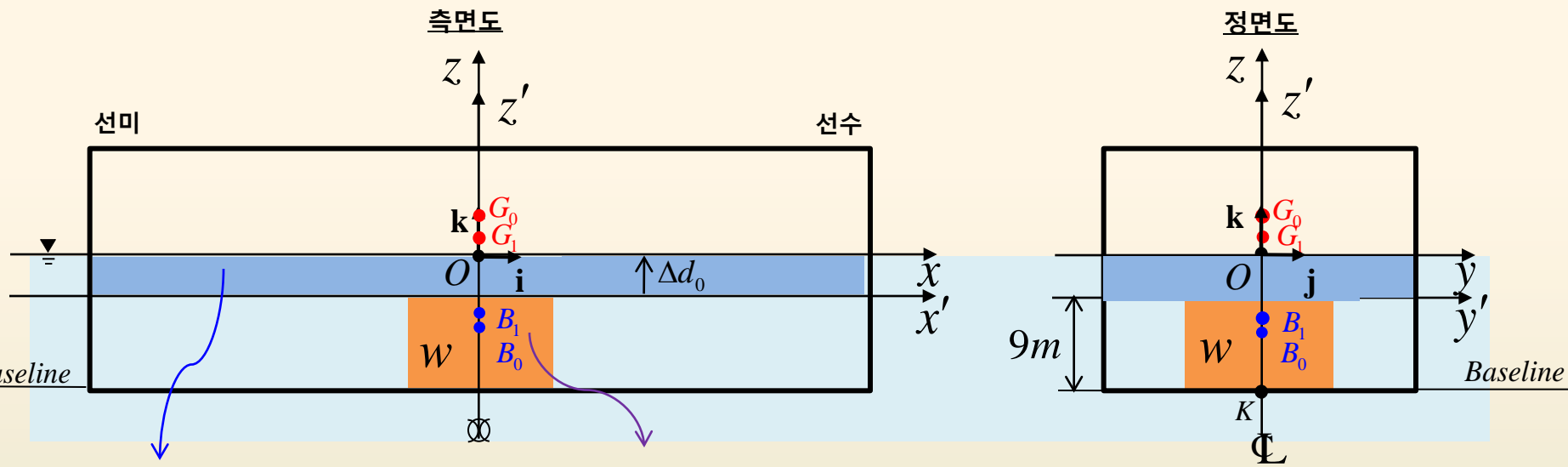
Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

-Intact stability

1.1 선박의 Midship과 Centerline에 중량물이 있다고 가정하고 Immersion양을 계산

Immersion, k=1 Step

중량물이 선체 중심에 위치하였다고 하자. 이때 아직 자세변화는 일어나기 전이다.



Immersion에 의한 부력 증가

$$\rho g A_{WP} \cdot \Delta d_0$$

중량물 무게

$$w$$

중량물 무게가 부력 증가량과 동일해 질때까지 흘수 증가

$$w = A_{WP} \cdot \Delta d \cdot \rho g$$

$$\therefore \Delta d_0 = \frac{w}{A_{WP} \rho g}, (\rho g = 1.025 \times 9.81 \approx 10.0)$$

$$= \frac{40,000}{100 \cdot 40 \cdot 10} = 1.0 \text{ [m]}$$

- $O - xyz$: Global coordinate system
- $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system
- G_0 : 중량물 적재 전 Barge의 무게 중심
- G_1 : 중량물 적재 후 전체 무게 중심
- B_0 : 중량물 적재 전 $T=9m$ 에서의 부력 중심
- B_1 : 중량물 적재 후 부력 중심
- w : 중량물의 무게
- A_{WP} : 수선면적
- Δd : 중량물에 의한 흘수 증가
- d : 최초의 흘수
- g_0 : 중량물의 무게 중심

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예

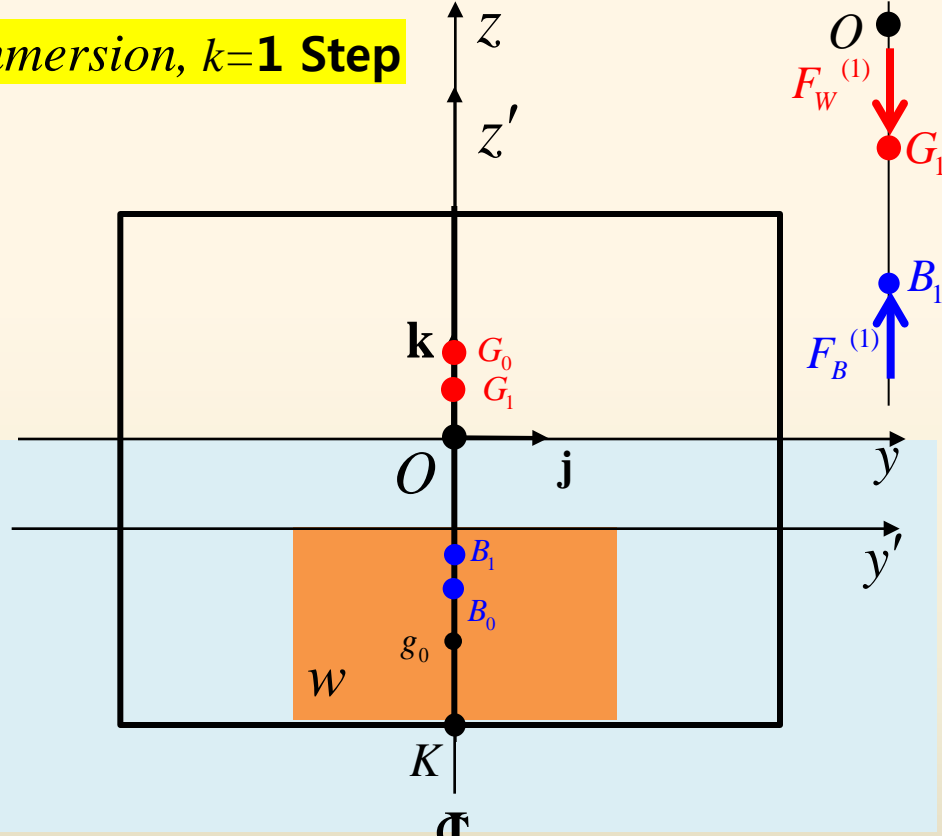


Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

-Intact stability

1.1 선박의 Midship과 Centerline에 중량물이 있다고 가정하고 Immersion양을 계산

Immersion, $k=1$ Step



$O - xyz$: Global coordinate system
 $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system

$F_W^{(1)}$: 자세 변화후 중량
 $F_B^{(1)}$: 자세 변화후 부력

흘수 증가(Δd)로 인한 부력중심과 무게중심을 계산하여 보자.

<부력중심 계산과정>

- Immersion에 의한 배수용적 증가량

$$v_1 = A_{WP} \cdot \Delta d_0 = 100 \cdot 40 \cdot 1 = 4.0 \times 10^3 \text{ [m}^3\text{]}$$

- Immersion 후, 배수용적

$$\begin{aligned} \nabla_1 &= \nabla + v_1 = 3.6 \times 10^4 + 4.0 \times 10^3 \\ &= 4.0 \times 10^4 \text{ [m}^3\text{]} \end{aligned}$$

- Immersion 후, 부력

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_B^{(1)} &= \rho g \cdot \nabla_1 \mathbf{k}, \quad \rho g = 1.025 \times 9.81 \approx 10.0 \\ &= 10.0 \cdot 4.0 \times 10^4 \mathbf{k} = 4.0 \times 10^5 \mathbf{k} \text{ [kN]} \end{aligned}$$

- 변화된 흘수

$$d_1 = d_0 + \Delta d_0 = 9 + 1 = 10 \text{ [m]}$$

- 변화된 부력중심은 흘수의 중심에 위치하므로

$$\begin{aligned} z_B^{(1)} &= -d_1 / 2 \\ &= -5.0 \mathbf{k} \text{ [m]} \end{aligned}$$

(Global coordinate system O 기준, 실제 선박의 경우 상세한 계산이 필요)

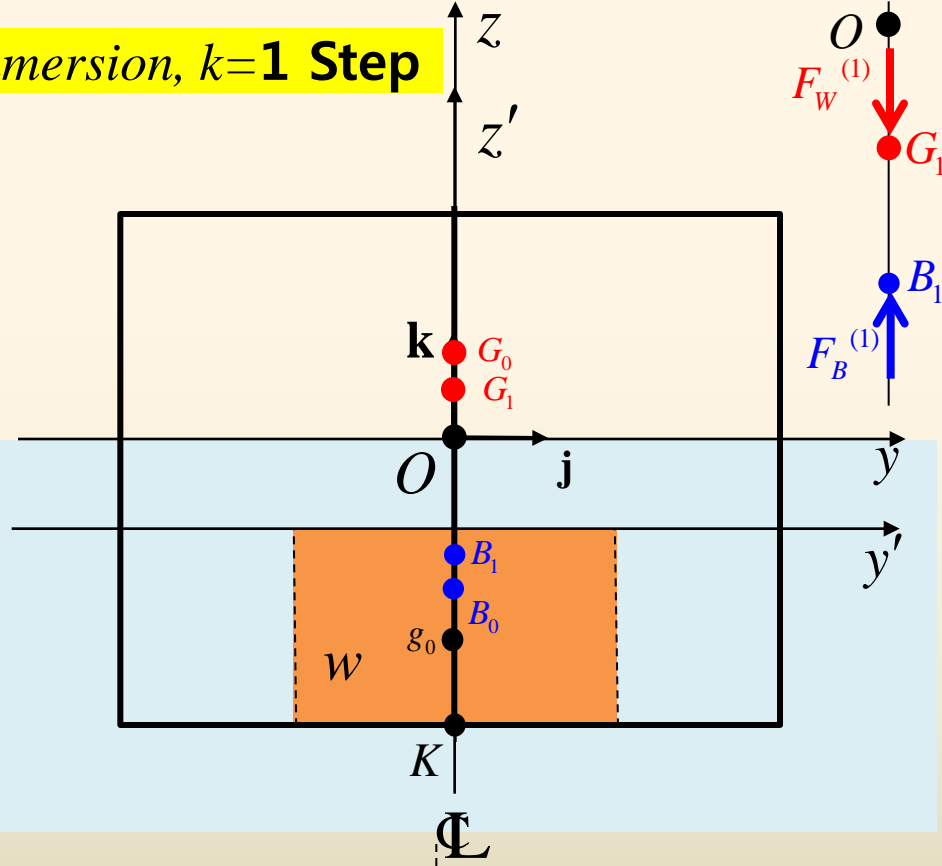


Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

-Intact stability

1.1 선박의 Midship과 Centerline에 중량물이 있다고 가정하고 Immersion양을 계산

Immersion, k=1 Step



$O-xyz$: Global coordinate system
 $O-x'y'z'$: Body fixed coordinate system
 G_0 : 중량물 적재 전 Barge의 무게중심
 G_1 : 중량물 적재 후 전체 무게중심
 B_0 : 중량물 적재 전 $T=9m$ 에서의 부력중심
 B_1 : 중량물 적재 후 부력중심
 w : 중량물의 무게
 Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예

F_{W0} : 초기자세에서의 중량,
 F_{B0} : 초기자세에서의 부력
 F_{W1} : 중량물 적재 후의 전체중량,
 F_{B1} : 중량물 적재 후의 부력
 Og_0 : 중량물의 z축 무게중심
 KG : 초기자세에서 높이방향 무게중심
 KG_1 : 중량물 적재 후 높이방향 무게중심

흘수 증가(Δd)로 인한 부력중심과 무게중심을 계산하여 보자.

<무게 계산>

- Immersion후, 부력과 중량이 평형을 이룬다고 하면,

$$F_B^{(1)} + F_W^{(1)} = 0$$

$$\therefore F_W^{(1)} = -F_B^{(1)} = -4.0 \times 10^5 k \text{ [kN]}$$

<수선면 고정 좌표계에서 무게 중심 변화>

- 흘수 증가로 인한 수선면 고정 좌표계에서 바라본 무게 중심의 좌표가 변한다.

$$G_1 = (0, 0, 5 - \Delta d)$$

$$\rightarrow (0, 0, 4)$$

<Immersion에 의한 부력중심의 이동>

- 앞서 계산한 바와 같이, 부력중심은 흘수의 중심에 위치

$$B_0 = (0, 0, -4.5)$$

$$\rightarrow B_1 = (0, 0, -5)$$

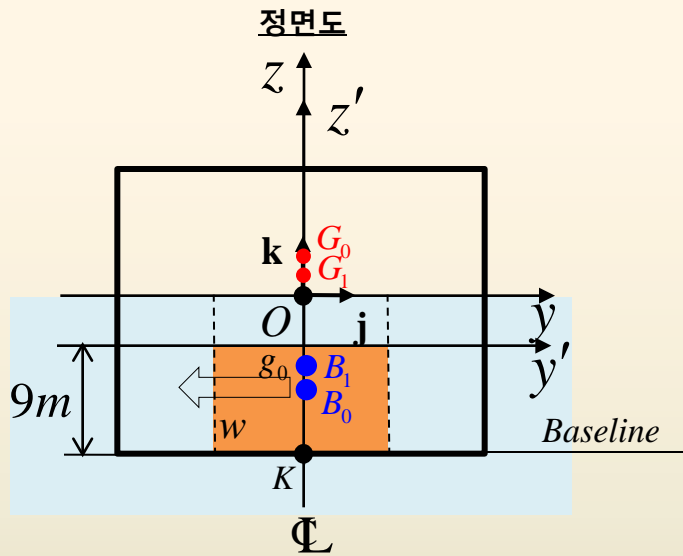
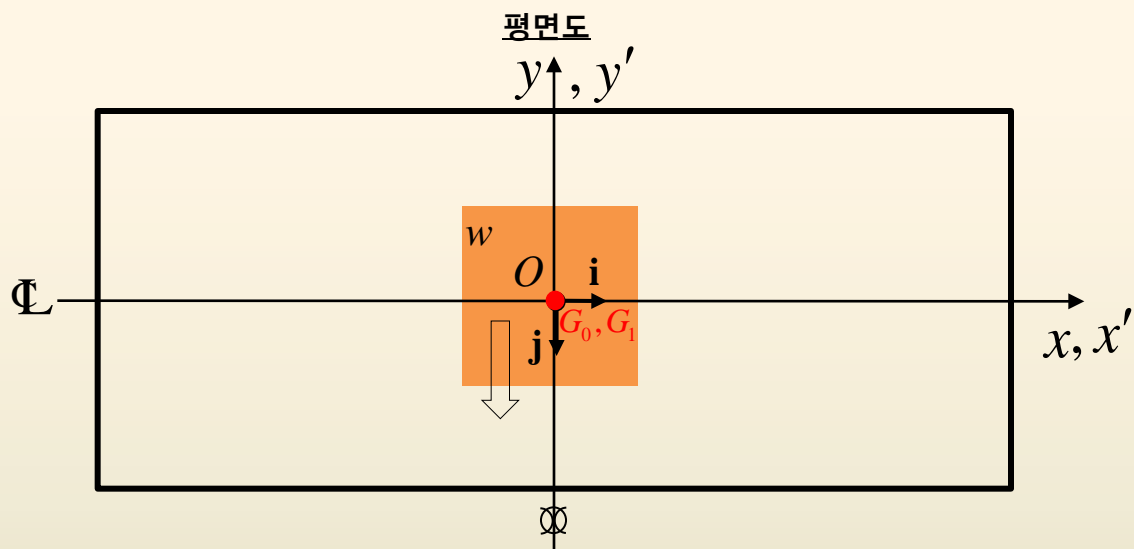
Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

-Intact stability

방법 1. 선박의 중심에 중량물이 위치하였다고 가정하여 Immersion시킨 후, 침수 중량을 각각 -y 방향, +x 방향으로 이동한 것으로 생각하여 Trim, Heel 각을 구함

1.2-1 Immersion된 상태에서, 중량물이 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

Heel, k=0 Step : 선박의 Centerline, Midship상에 중량물이 위치한 상태.



❖ Step의 정리

- $k = 0$ step : 선박의 Centerline, Midship상에 중량물이 위치하는 상태
- $k = 1/2$ step : 중량물이 -y축 방향으로 이동하였으나, 아직 자세변화는 없는 상태
- $k = 1$ step : 이전 자세($k=1/2$)에서의 힘과 모멘트에 의해 자세변화가 발생한 상태

- $O-xyz$: Global coordinate system
- $O-x'y'z'$: Body fixed coordinate system
- G_0 : 중량물 적재 전 Barge의 무게 중심
- G_1 : 중량물 적재 후 전체 무게 중심
- B_0 : 중량물 적재 전 $T=9m$ 에서의 부력중심
- B_1 : 중량물 적재 후 부력중심
- w : 중량물의 무게

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예

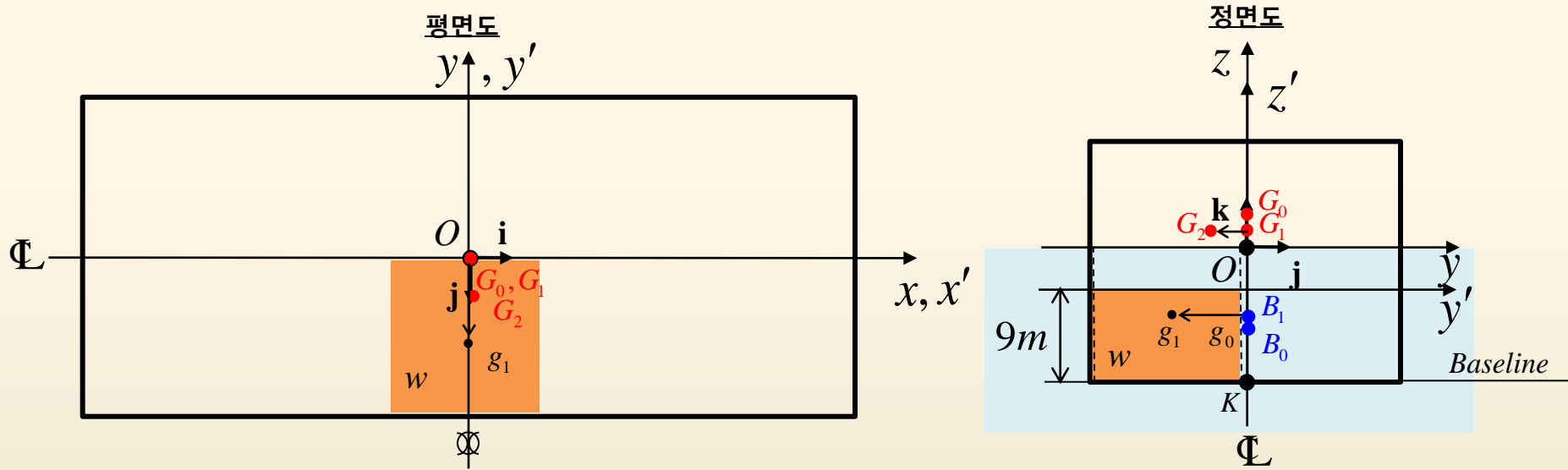


Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

-Intact stability

1.2-1 Immersion된 상태에서, 중량물이 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

Heel, $k=1/2$ Step : 중량물이 -y 방향으로 이동하였으나, 아직 자세변화는 없는 상태



중량물이 -y 방향으로 이동하여 중량중심 G가 -y 방향으로 이동하였으나, 아직 자세 변화는 없는 상태를 [$k=1/2$ step]으로 가정하여 보자.

이 때, 가상의 침수중량의 이동으로 무게중심은 변화하였지만, 자세 변화가 없다고 가정 하였으므로, 수선면 하부형상은 동일하다. 따라서, 부력중심의 변화는 없다.

변화한 [$k=1/2$ step]에서의 무게중심 $G_2(x_{G2}, y_{G2}, z_{G2})$ 을 중량 모멘트를 이용하여 구해보자.

$$y_{G2} = \frac{F_W^{(0)} \cdot y_{G1} + w \cdot y_{g1}}{F_W^{(0)} + w} = \frac{0 + w \cdot (-10)}{F_W^{(0)} + w}$$

$$= \frac{0 - 4.0 \times 10^4 \cdot (-10)}{-4.0 \times 10^5} = -1j \text{ [m]}$$

$$\therefore G_2(0, -1, 4)$$

Midship를 따라, y축 이동하였으므로, x_G, y_G 의 좌표는 변화가 없다.

- $O - xyz$: Global coordinate system
- $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system
- G_1 : 중량물 적재 후 전체의 무게 중심
- B_1 : 중량물 적재 후 부력중심

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예



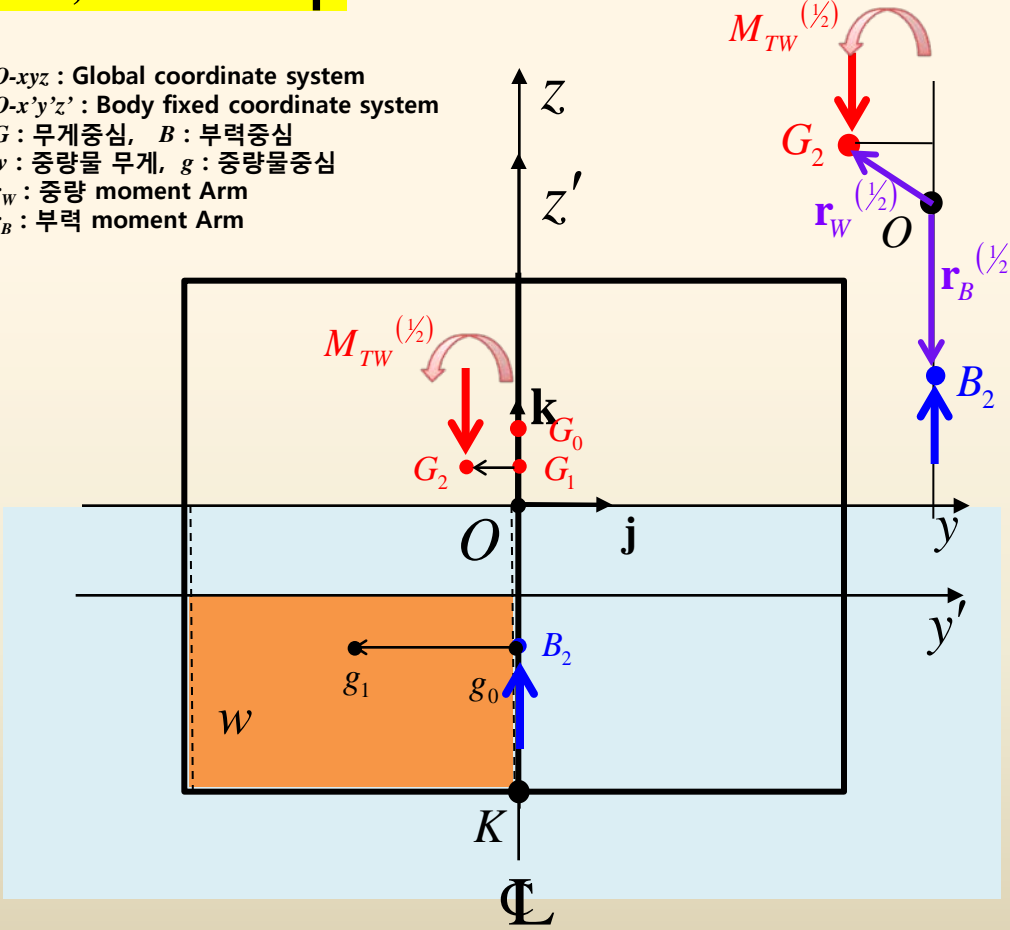
Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

-Intact stability

1.2-1 Immersion된 상태에서, 중량물이 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

Heel, $k=1/2$ Step : 중량물이 -y 방향으로 이동하였으나, 아직 자세변화는 없는 상태

- $O-xyz$: Global coordinate system
- $O-x'y'z'$: Body fixed coordinate system
- G : 무게중심, B : 부력중심
- w : 중량물 무게, g : 중량물중심
- r_w : 중량 moment Arm
- r_B : 부력 moment Arm



중량물이 선박에 작용하는 횡방향 모멘트를 계산하여 보자.
(점O를 통과하는 x축에 대한 모멘트)

-x축에 대한 중량의 1차 Moment 계산

$$M_{TW}^{(1/2)} = r_w^{(1/2)} \times F_w^{(1/2)}$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & -4.0 \times 10^5 \end{vmatrix} = 4.0 \times 10^5 \mathbf{i} \text{ kN} \cdot \text{m}$$

-x축에 대한 부력의 1차 Moment 계산

$$M_{TB}^{(1/2)} = r_B^{(1/2)} \times F_B^{(1/2)} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 4.0 \times 10^5 \end{vmatrix} = 0$$

[$k=1/2$ step]에서 중량에 의한 경사 모멘트만 존재하지만, 잠시 뒤 이를 보상하기 위한 부력모멘트가 발생할 것이다.

ϕ 가 증가함에 따라, 복원모멘트가 증가할 것이며, 모멘트 평형 상태까지 횡경사 각도 ϕ 가 증가하는 것을 예상할 수 있다.

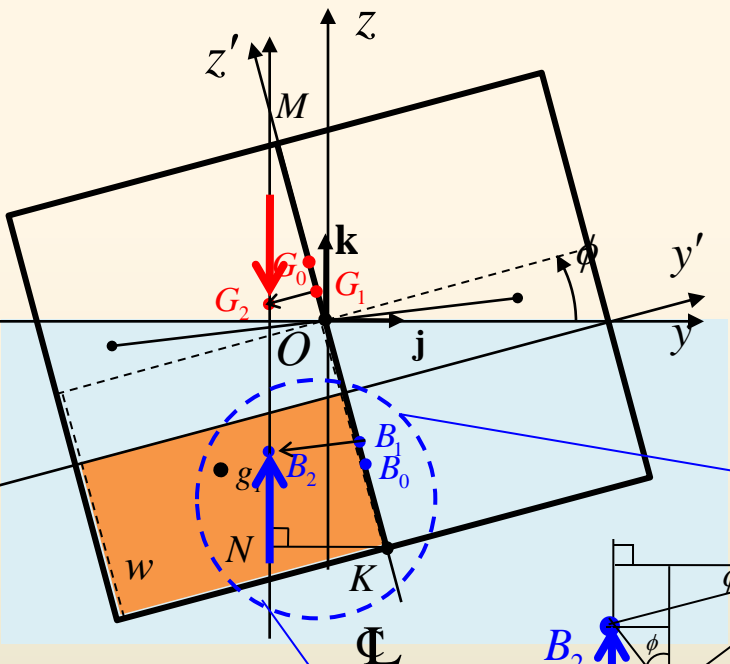


Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

-Intact stability

1.2-1 Immersion된 상태에서, 중량물이 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

Heel, k=1 Step : 이전 자세(k=1/2)에서의 힘과 모멘트에 의해 자세변화가 발생한 상태



[k=1 step]에서는 자세가 변화하여 평형상태에 도달 하였다고 가정한다.

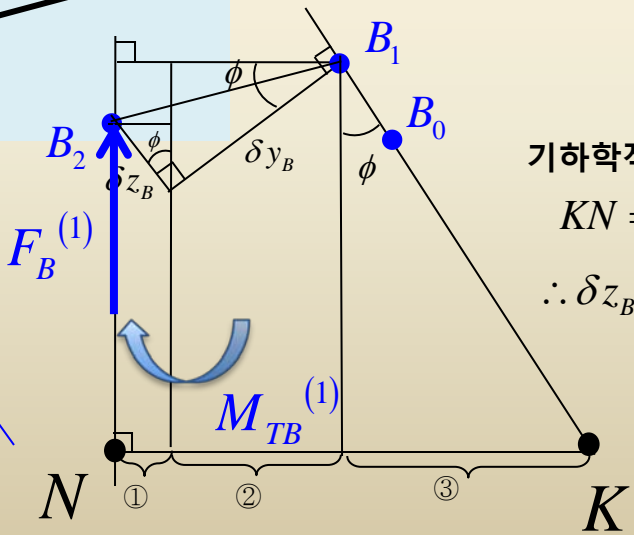
점 K (Keel)을 통과하고, k=1에서의 수선면에 수직한 축에 대한 횡 방향 모멘트를 구해보면 다음과 같다.

부력에 의한 모멘트 Arm KN 을 먼저 구해 보자.

$$KN = \textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3}$$

$$= \delta z_B \sin \phi + y_B \cos \phi + KB_1 \sin \phi$$

부력에 의한 모멘트 $M_{TB}^{(1)} = -F_B^{(1)} \cdot KN \cdot \mathbf{i}$ 음의 모멘트를 가진다.
(모든 scalar 값은 양수)



기하학적 형상에 의해 KN 을 다음과 같이 표현할 수도 있다.

$$KN = KG_1 \sin \phi + G_1 Z_1$$

$$\therefore \delta z_B \sin \phi + y_B \cos \phi + KB_1 \sin \phi = KG_1 \sin \phi + G_1 Z_1$$

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예



Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

-Intact stability

1.2-1 Immersion된 상태에서, 중량물이 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

Heel, k=1 Step : 이전 자세(k=1/2)에서의 힘과 모멘트에 의해 자세변화가 발생한 상태

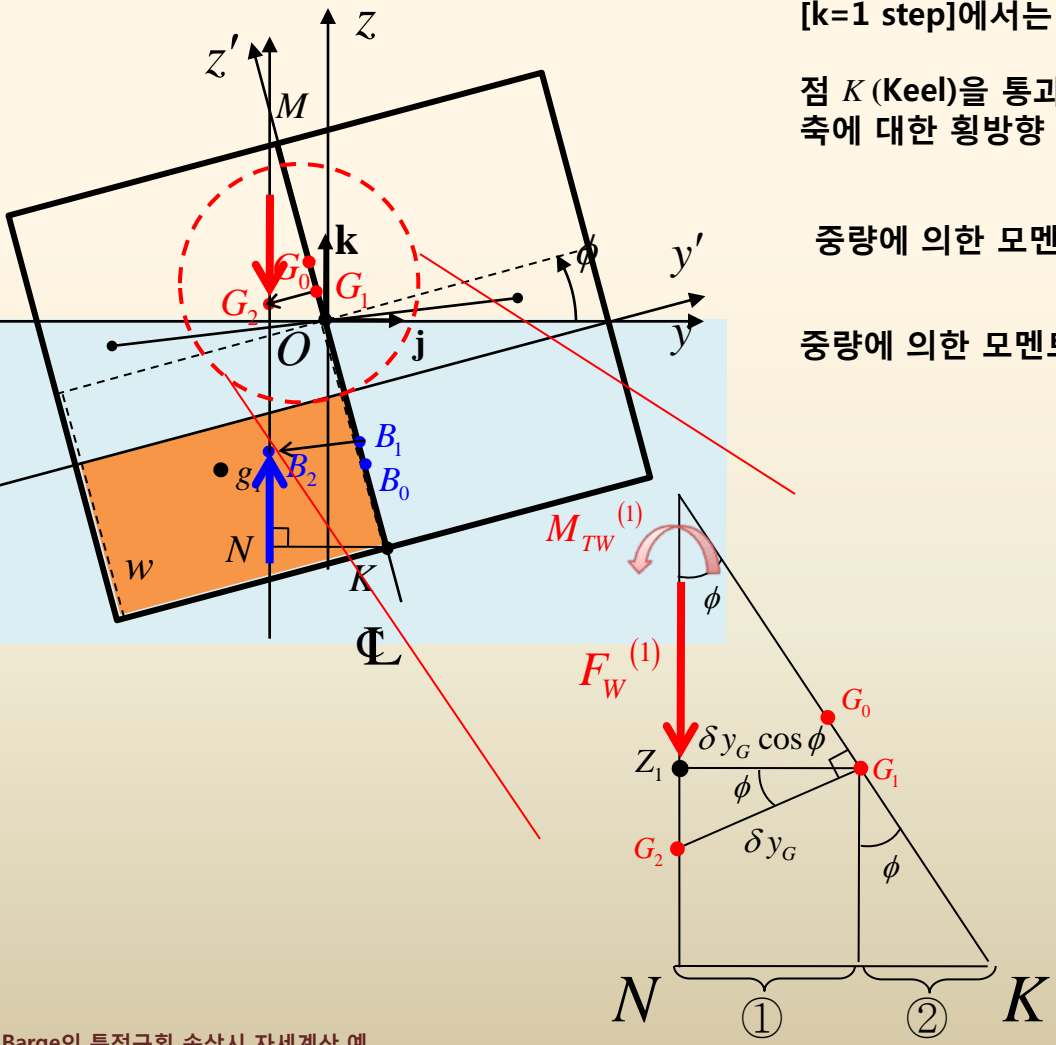
[k=1 step]에서는 자세가 변화하여 평형상태에 도달 하였다고 가정한다.

점 K (Keel)을 통과하고, k=1에서의 수선면에 수직한 축에 대한 횡방향 모멘트를 구해보면 다음과 같다.

중량에 의한 모멘트 Arm : $\delta y_G \cos \phi + KG_1 \sin \phi$

중량에 의한 모멘트: $M_{TW}^{(1)} = F_W^{(1)} \cdot (KG_1 \sin \phi + \delta y_G \cos \phi) \cdot \mathbf{i}$ (+)

(모든 scalar 값은 양수)



Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예

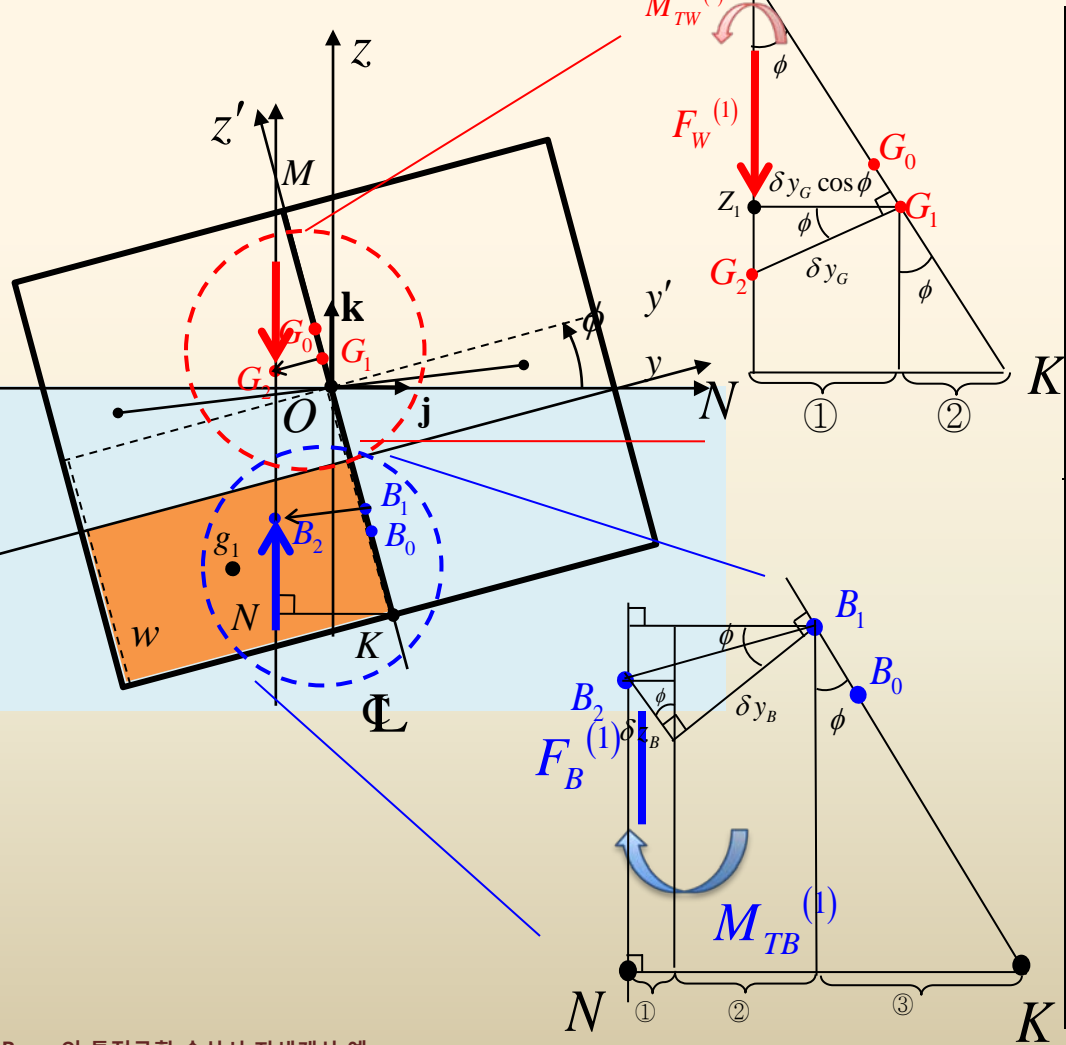


Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

-Intact stability

1.2-1 Immersion된 상태에서, 중량물이 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

Heel, k=1 Step : 이전 자세(k=1/2)에서의 힘과 모멘트에 의해 자세변화가 발생한 상태



[k=1 step]에서는 자세가 변화하여 평형상태에 도달하였다고 가정한다.

점 K (Keel)을 통과하고, k=1에서의 수선면에 수직한 축에 대한 횡방향 모멘트를 구해보면 다음과 같다.

$$\mathbf{M}_{TW}^{(1)} = F_W^{(1)} \cdot (KG_1 \sin \phi + \delta y_G \cos \phi) \cdot \mathbf{i} \quad (+)$$

(중량에 의한 모멘트)

$$\mathbf{M}_{TB}^{(1)} = -F_B^{(1)} \cdot KN \cdot \mathbf{i} \quad (-)$$

(부력에 의한 모멘트) 음의 모멘트를 가진다. (모든 scalar 값은 양수)

평형 상태

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_W^{(1)} + \mathbf{F}_B^{(1)} = (F_W^{(1)} - F_B^{(1)})\mathbf{i} = 0, \quad F_W^{(1)} = F_B^{(1)}$$

$$\sum \mathbf{M} = \mathbf{M}_{TW}^{(1)} + \mathbf{M}_{TB}^{(1)} = \{F_W^{(1)} (KG_1 \sin \phi + \delta y_G \cos \phi) + F_B^{(1)} \cdot KN\}\mathbf{i} = 0$$

$$\therefore KN = KG_1 \sin \phi + G_1 Z_1 = KG_1 \sin \phi + \delta y_G \cos \phi$$

$$\therefore G_1 Z_1 = \delta y_G \cdot \cos \phi$$

G1Z1값을 알면 phi를 계산할 수 있다.

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예

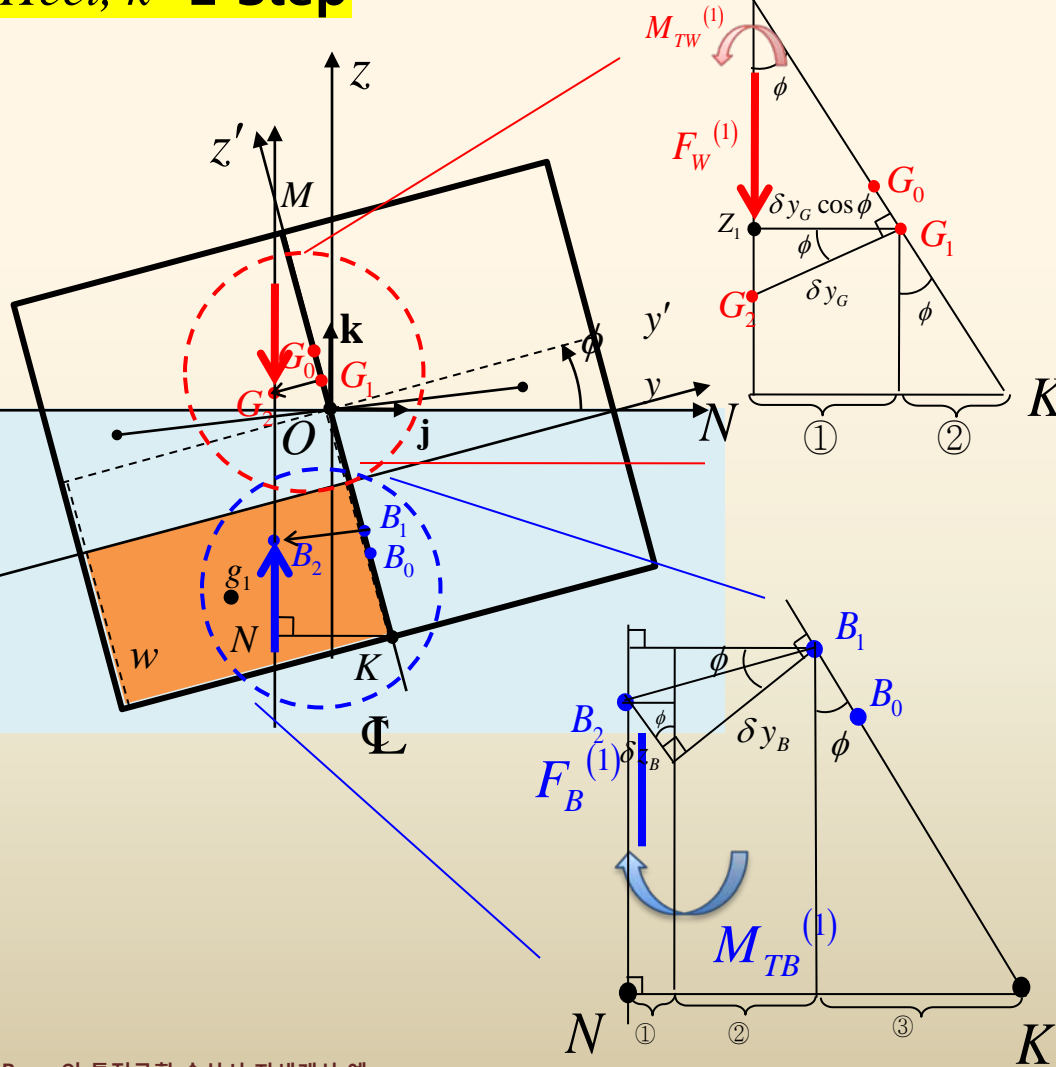


Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

-Intact stability

1.2-1 Immersion된 상태에서, 중량물이 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

Heel, k=1 Step : 이전 자세(k=1/2)에서의 힘과 모멘트에 의해 자세변화가 발생한 상태



[k=1 step] 경사각을 알기 위해, G_1Z_1 을 알아야 한다.

G_1Z_1 은 ϕ 가 미소하다 하면, 다음과 같이 근사화 할 수 있다

$$G_1Z_1 = G_1M_1 \sin \phi$$

일반적으로 G_1M_1 은 다음 식으로부터 계산할 수 있다.

$$G_1M_1 = KB_1 + B_1M_1 - KG_1$$

이전 step(k=1/2)의 수선면 좌표계를 기준으로 계산하면

$$KB_1 = 5m$$

$$B_1M_1 = \frac{I_T}{\nabla_1} = \frac{100 \cdot 40^3 / 12}{40,000} = 13.3333m$$

$$KG_1 = 14m$$

$$G_1M_1 = 5 + 13.3333 - 14 = 4.3333m$$

$$G_1Z_1 = G_1M_1 \sin \phi = \delta y_G \cos \phi$$

$$\tan \phi = \frac{\delta y_G}{G_1M_1} = \frac{1}{4.3333} = 0.2308 \text{ rad}$$

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예



Heel Angle $\phi = 13.2222^\circ$ 일 때, 경사모멘트와 복원모멘트가 평형을 이룰 것이다. [k=1 step]

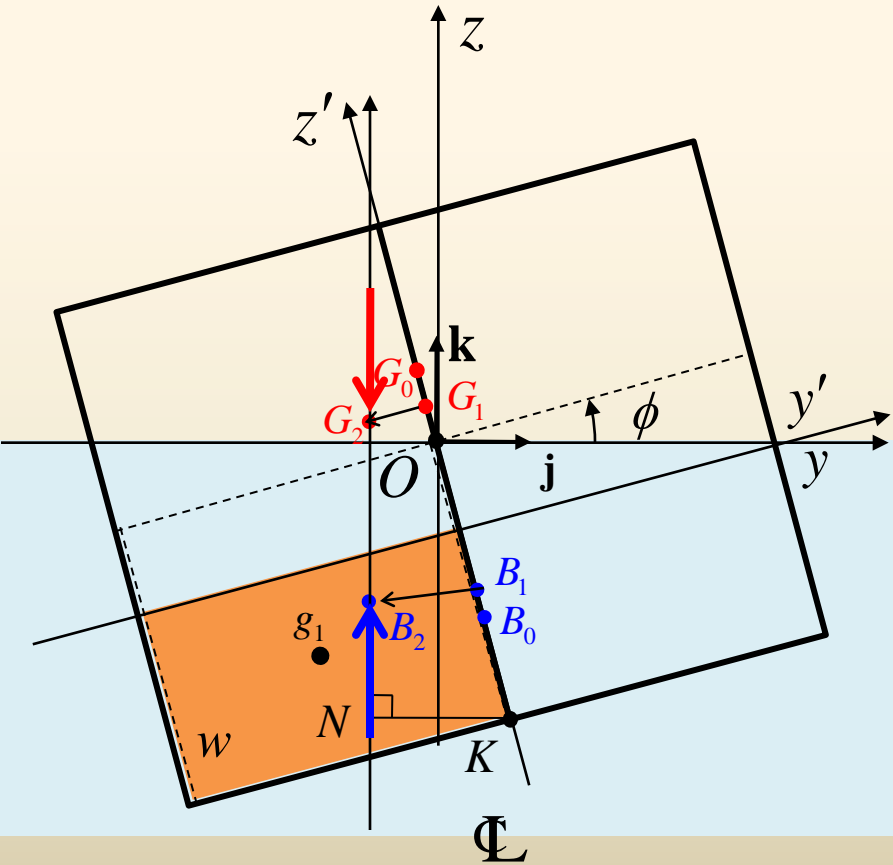
Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

-Intact stability

1.2-1 Immersion된 상태에서, 침수된 구획이 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

Heel, k=1 Step

: 1/2 step에서의 힘과 모멘트에 의해 자세변화가 발생한 상태



최종 자세를 구하기 위한 반복 계산의 필요성!

[k=1 step] 까지 계산을 마치면, "힘과 모멘트가 평형상태" 일까? 🤔

계산과정을 검토해 보면 GZ를 계산하기 위하여, GM_T를 이용하였다.

GM_T를 이용하여 계산시, 아래와 같은 가정(①~③)을 하며, 계산 과정 중에서도, 가정④가 포함되어, 1번만에 평형자세를 찾진 못한다.

- 가정 1. 배수량의 변화 없이 선박이 경사
- 가정 2. 수선 근처의 선측이 수직벽
- 가정 3. ϕ 가 작음
- 가정 4. 다음 단계에서 평형상태를 가정하지만, 계산시에는 현재 단계자세의 수선면을 이용하여 계산

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예



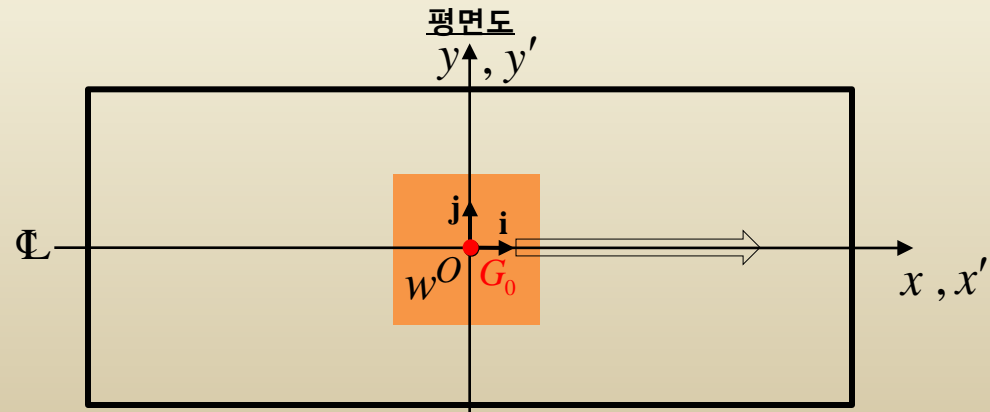
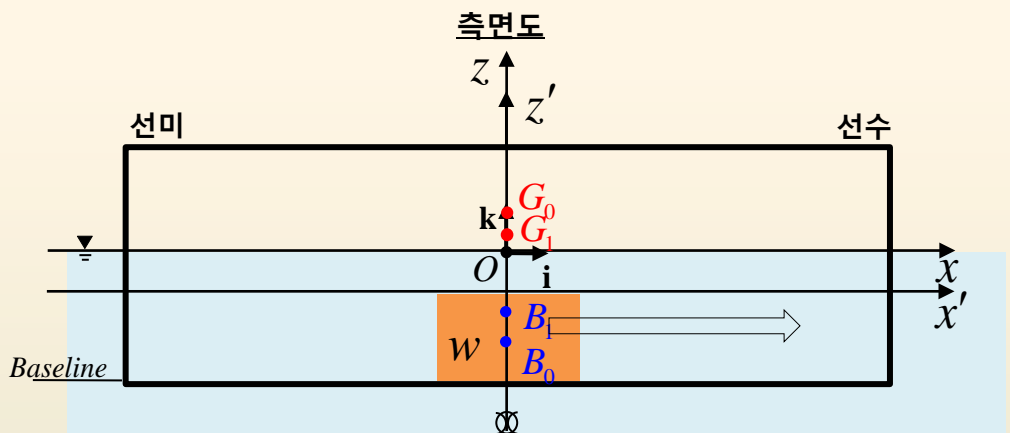
Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

-Intact stability

방법 1. 선박의 중심에 중량물이 위치하였다고 가정하여 Immersion시킨 후, 침수 중량을 각각 -y 방향, +x 방향으로 이동한 것으로 생각하여 Trim, Heel 각을 구함

1.2-2 Immersion된 상태에서, 중량물이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산

Trim, k=0 Step : 선박의 Centerline, Midship상에 중량물이 적재된 상태



- $O - xyz$: Global coordinate system
- $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system
- G_0 : 중량물 적재 전 Barge의 무게 중심
- G_1 : 중량물 적재 후 전체 무게 중심
- B_0 : 중량물 적재 전 $T=9m$ 에서의 부력 중심
- B_1 : 중량물 적재 후 부력중심
- w : 중량물의 무게

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예

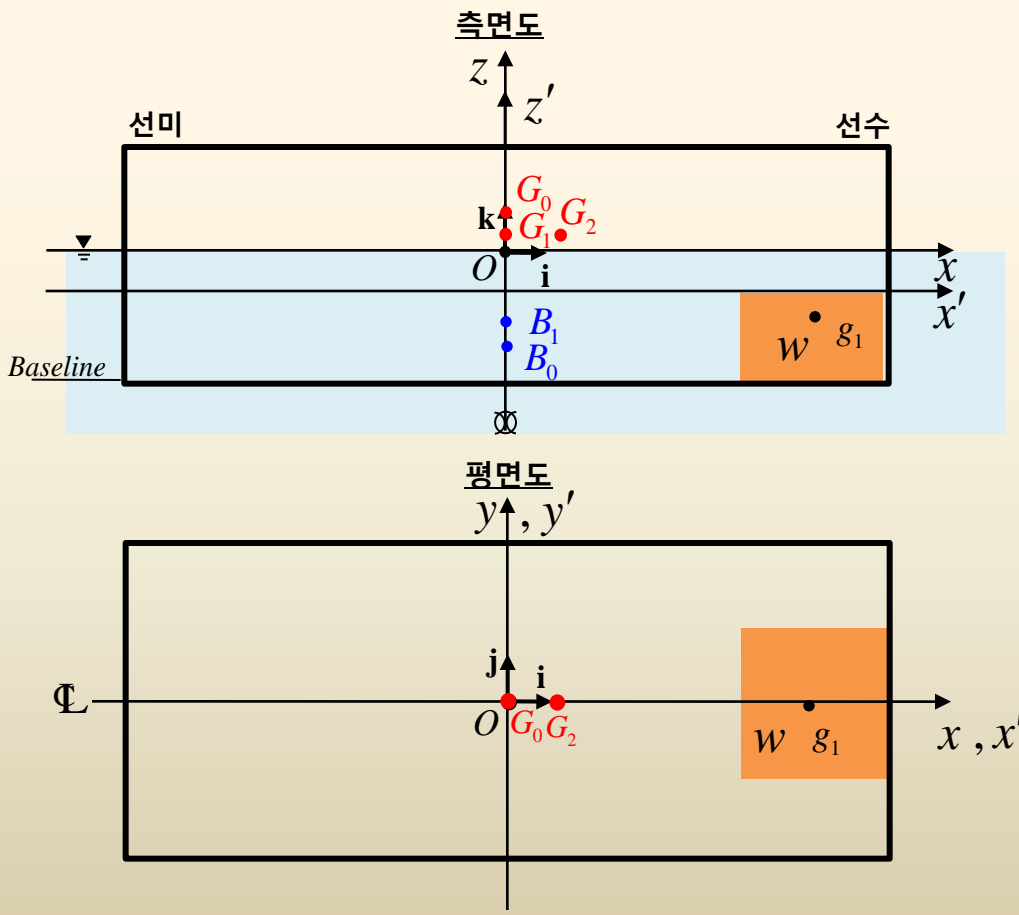


Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

-Intact stability

1.2-2 Immersion된 상태에서, 중량물이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산

Trim, k=1/2 Step : 중량물이 +x방향(선수 방향)으로 이동하였으나, 아직 자세변화는 없는 상태



침수구획이 x방향(선수방향)으로 이동하여 중량중심 G가 x축방향으로 이동

k=1/2 Step일 때, 무게중심 : $G_2^{(1/2)} = (x_G^{(1/2)}, y_G^{(1/2)}, z_G^{(1/2)})$,

$g_0^{(1/2)} (x_g^{(1/2)}, y_g^{(1/2)}, z_g^{(1/2)}) = (40, -10, -5)$ 이므로,

$$x_G^{(1/2)} = \frac{F_G^{(0)} \cdot x_G^{(0)} + v_0 \cdot x_g^{(1/2)}}{F_G^{(1/2)}} = \frac{0 - 4.0 \times 10^4 \cdot (40)}{-4.0 \times 10^5} = 4i \text{ [m]}$$

$\therefore G_2^{(1/2)} = (4, 0, 4)$ (y,z방향으로는 무게중심의 변화가 없음)

- 부력중심은 이동하지 않음

$$B_0^{(1/2)} = B_0^{(0)} = (0, 0, -5)$$

$F_w^{(k)}$: k번째 상태의 중량
 $F_B^{(k)}$: k번째 부력

$O-xyz$: Global coordinate system
 $O-x'y'z'$: Body fixed coordinate system
 G : 무게중심, B : 부력중심
 w : 중량물 무게,
 g : 중량물의 무게중심

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예

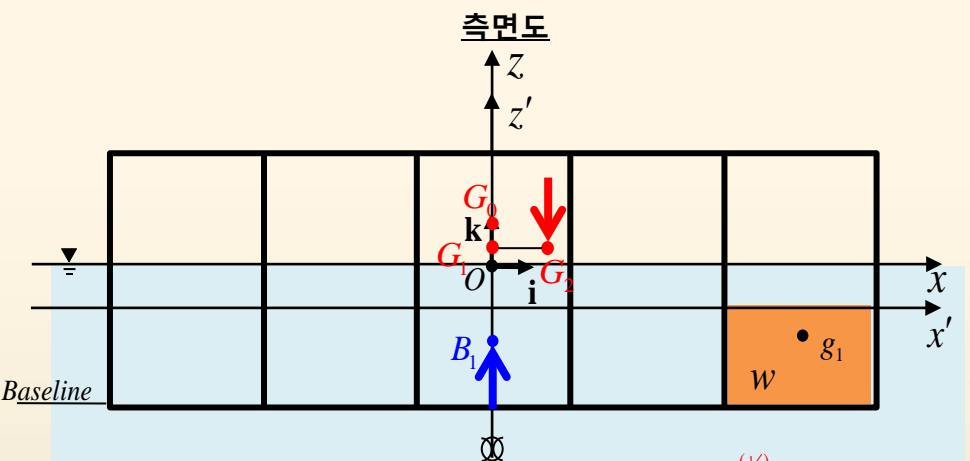


Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

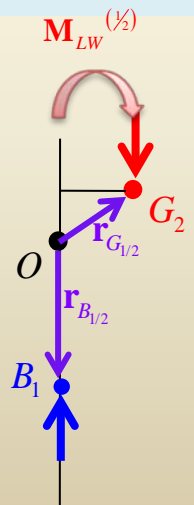
-Intact stability

1.2-2 Immersion된 상태에서, 중량물이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산

Trim, $k=1/2$ Step : 중량물이 +x방향(선수 방향)으로 이동하였으나, 아직 자세변화는 없는 상태



O -xyz : Global coordinate system
 O -x'y'z' : Body fixed coordinate system
 G : 무게중심, B : 부력중심
 w : 중량물 무게, g : 중량물의 무게중심
 rW : 중량 moment Arm
 rB : 부력 moment Arm



[$k=1/2$ step] 힘의 평형 상태를 알아보기 위해, 횡방향 모멘트를 계산하여 보자.
 (점O를 통과하는 x축 방향의 모멘트)

-중량에 의한 Moment 계산

$$M_{LW}^{(1/2)} = r_w^{(1/2)} \times F_w^{(1/2)}$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 4 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & -4.0 \times 10^5 \end{vmatrix} = 1.6 \times 10^6 \mathbf{j} \text{ kN} \cdot \text{m}$$

-부력에 의한 Moment 계산

$$M_{LB}^{(1/2)} = r_B^{(1/2)} \times F_B^{(1/2)} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 4.0 \times 10^5 \end{vmatrix} = 0$$

[$k=1/2$ step]에서 중량에 의한 경사 모멘트만 존재하지만, 이를 보상하기 위한 복원모멘트가 발생할 것이다.

θ 가 증가함에 따라, 복원모멘트가 증가하며, 모멘트 평형 상태에 이를때까지 θ 가 증가하는 것을 예상할 수 있다.



Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

-Intact stability

1.2-2 Immersion된 상태에서, 중량물이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산


Trim, k=1 Step : 이전 자세(k=1/2)에서의 힘과 모멘트에 의해 자세변화가 발생한 상태

[k=1 step]에서는 자세가 변화하여 평형상태에 도달 하였다고 가정한다.

점 K (Keel)을 통과하고, k=1에서의 수선면에 수직한 축에 대한 횡방향 모멘트를 구해보면 다음과 같다.
부력에 의한 모멘트 Arm KN 을 먼저 구해 보자.

$$KN = ①+②+③$$

$$= \delta z_B \sin \theta + x_B \cos \theta + KB_1 \sin \theta$$

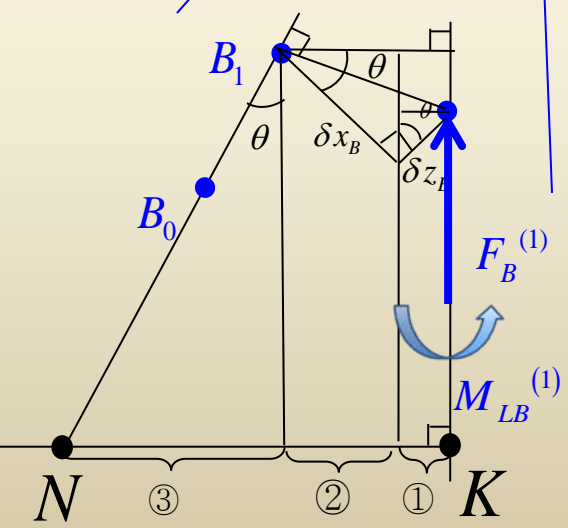
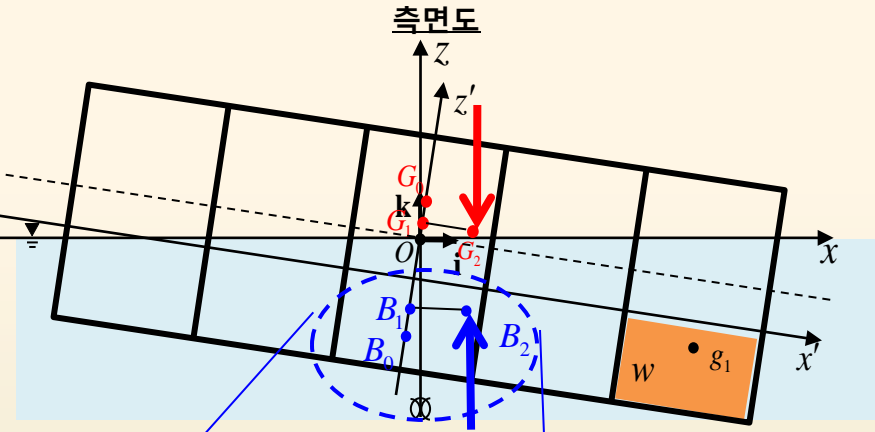
부력에 의한 모멘트 $M_{LB}^{(1)} = -F_B^{(1)} \cdot KN \cdot j$ 

음의 모멘트를 가진다.
(모든 scalar 값은 양수)

기하학적 형상에 의해 KN 을 다음과 같이 표현할 수도 있다.

$$KN = KG_1 \sin \theta + G_1 Z_1$$

$$\therefore \delta z_B \sin \theta + x_B \cos \theta + KB_1 \sin \theta = KG_1 \sin \theta + G_1 Z_1$$



Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예



Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

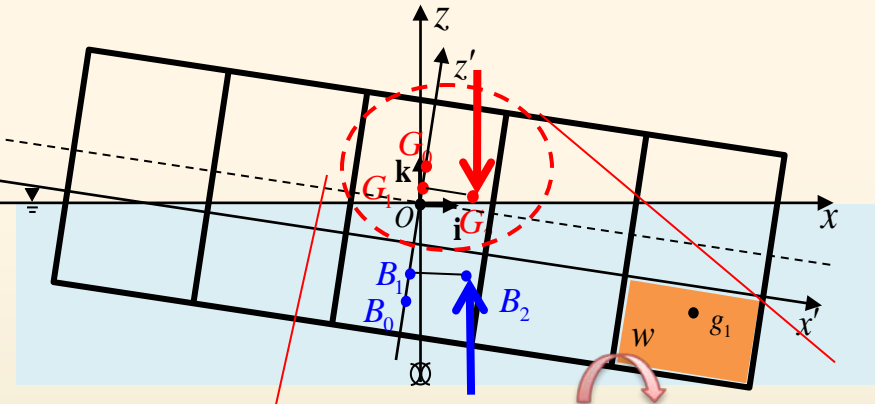
-Intact stability

1.2-2 Immersion된 상태에서, 중량물이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산

Trim, k=1 Step

: 이전 자세(k=1/2)에서의 힘과 모멘트에 의해 자세변화가 발생한 상태 측면도

[k=1 step]에서는 자세가 변화하여 평형상태에 도달 하였다고 가정한다.



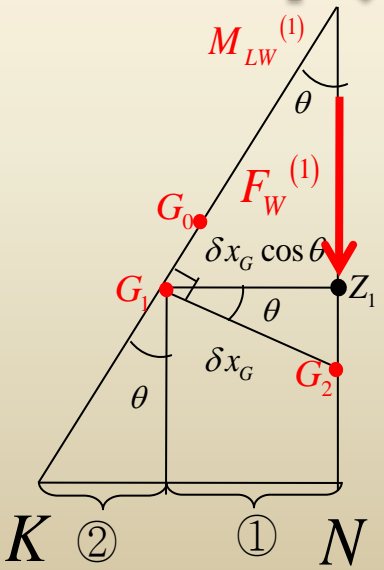
점 K (Keel)을 통과하고, k=1에서의 수선면에 수직한 축에 대한 횡방향 모멘트를 구해보면 다음과 같다.

중량에 의한 모멘트 Arm : $\delta y_G \cos \phi + KG_1 \sin \phi$

중량에 의한 모멘트:

$$\mathbf{M}_{LW}^{(1)} = F_W^{(1)} \cdot (KG_1 \sin \phi + \delta y_G \cos \phi) \cdot \mathbf{j} \quad (+)$$

(모든 scalar 값은 양수)



Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

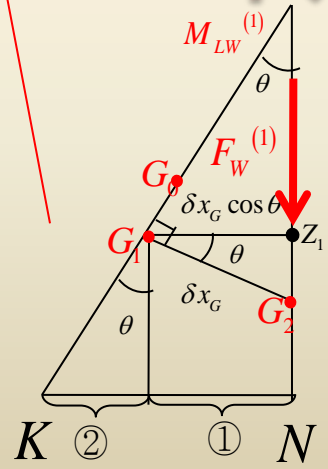
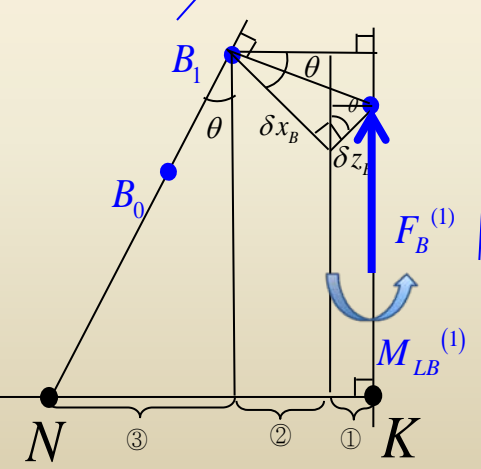
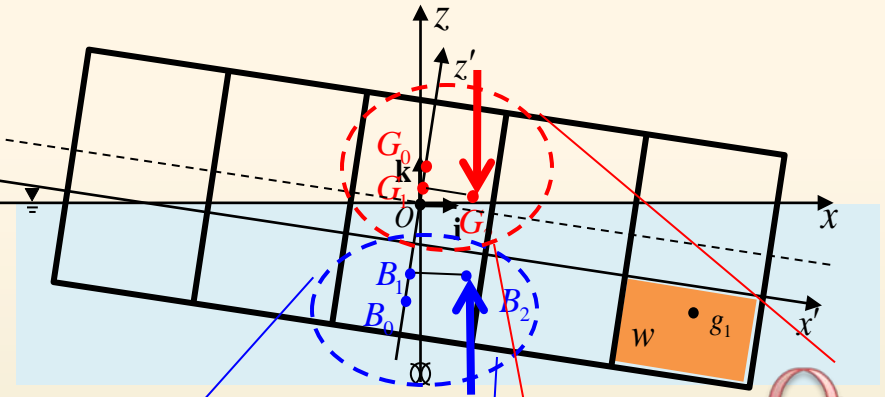
-Intact stability

1.2-2 Immersion된 상태에서, 중량물이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산

Trim, k=1 Step

: 이전 자세(k=1/2)에서의 힘과 모멘트에 의해 자세변화가 발생한 상태

측면도



[k=1 step]에서는 자세가 변화하여 평형상태에 도달하였다고 가정한다.

점 K (Keel)을 통과하고, k=1에서의 수선면에 수직한 축에 대한 횡방향 모멘트를 구해보면 다음과 같다.

$$\mathbf{M}_{LW}^{(1)} = F_W^{(1)} \cdot (KG_1 \sin \theta + \delta x_G \cos \theta) \cdot \mathbf{j} \quad (+)$$

(중량에 의한 모멘트)

$$\mathbf{M}_{LB}^{(1)} = -F_B^{(1)} \cdot KN \cdot \mathbf{j} \quad (-)$$

(부력에 의한 모멘트) 음의 모멘트를 가진다. (모든 scalar 값은 양수)

평형 상태

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_W^{(1)} + \mathbf{F}_B^{(1)} = (F_W^{(1)} - F_B^{(1)})\mathbf{i} = 0, \quad F_W^{(1)} = F_B^{(1)}$$

$$\sum \mathbf{M} = \mathbf{M}_{LW}^{(1)} + \mathbf{M}_{LB}^{(1)} = \{F_W^{(1)} (KG_1 \sin \theta + \delta x_G \cos \theta) + F_B^{(1)} \cdot KN\}\mathbf{i} = 0$$

$$\therefore KN = KG_1 \sin \theta + G_1 Z_1 = KG_1 \sin \theta + \delta x_G \cos \theta$$

$$\therefore G_1 Z_1 = \delta x_G \cdot \cos \theta$$

G₁Z₁값을 알면 theta를 계산할 수 있다.



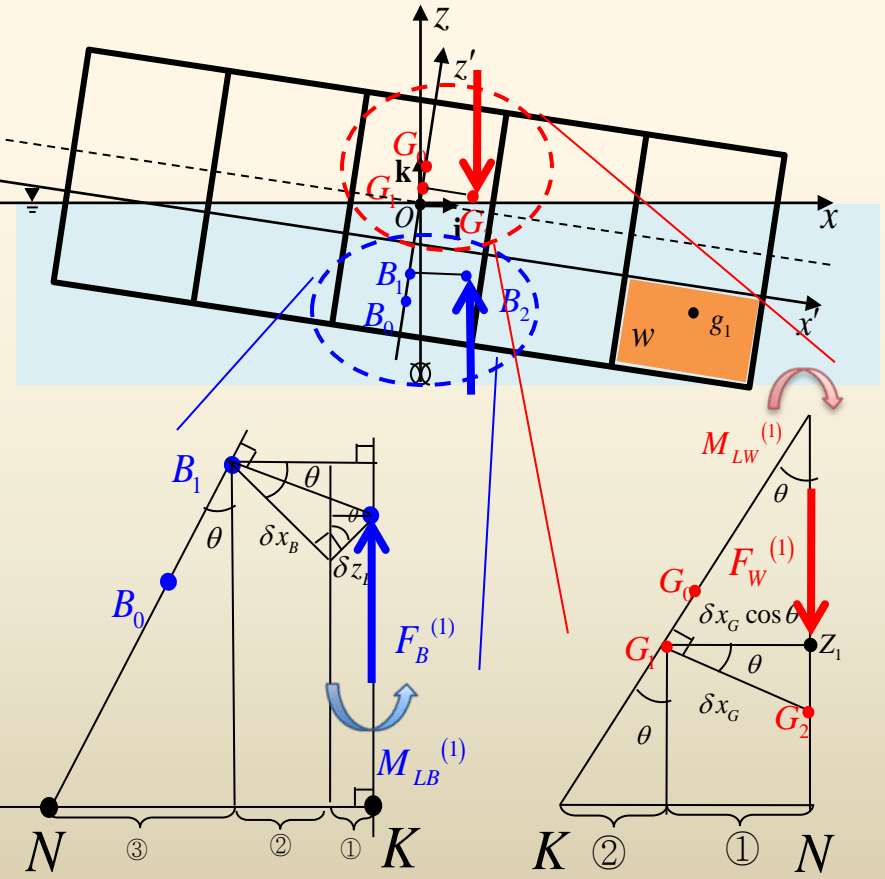
Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

-Intact stability

1.2-2 Immersion된 상태에서, 중량물이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산

Trim, k=1 Step

: 이전 자세(k=1/2)에서의 힘과 모멘트에 의해 자세변화가 발생한 상태 측면도



[k=1 step] 경사각을 알기 위해, G_1Z_1 을 알아야 한다.

G_1Z_1 은 θ 가 미소하다 하면, 다음과 같이 근사화 할 수 있다

$$G_1Z_1 = G_1M_1 \sin \theta$$

일반적으로 G_1M_1 은 다음 식으로부터 계산할 수 있다.

$$G_1M_1 = KB_1 + B_1M_1 - KG_1$$

이전 step(k=1/2)의 수선면 좌표계를 기준으로 계산하면

$$KB_1 = 5m$$

$$B_1M_1 = \frac{I_L}{\nabla_1} = \frac{100^3 \cdot 40 / 12}{40,000} = 83.3333 m$$

$$KG_1 = 14m$$

$$G_1M_1 = 5 + 83.3333 - 14$$

$$= 74.3333 m$$

$$G_1Z_1 = G_1M_1 \sin \theta = \delta x_G \cos \theta$$

$$\tan \theta = \frac{\delta x_G}{G_1M_1} = \frac{4}{74.3333} = 0.0538 \text{ rad}$$

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예




Trim Angle $\theta = 3.08^\circ$ 일 때, 경사모멘트와 복원모멘트가 평형을 이룰 것이다. [k=1 step]

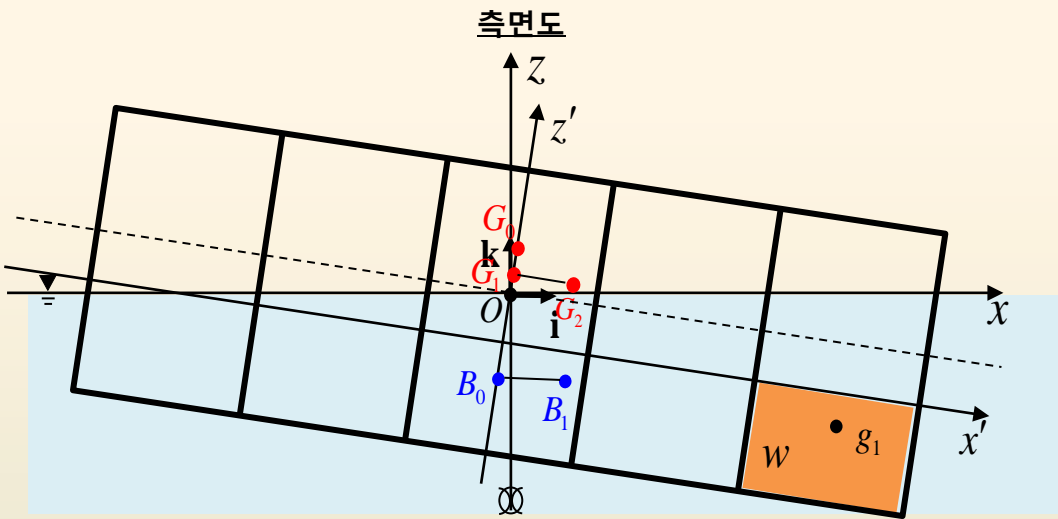
Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산

-Intact stability

1.2-2 Immersion된 상태에서, 중량물이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산

Trim, k=1 Step : 이전 자세($k=1/2$)에서의 힘과 모멘트에 의해 자세변화가 발생한 상태

[k=1 step] 까지 계산을 마치면, 자세변화에 따른 중량증가를 제외하면, "힘과 모멘트가 평형상태"일까? 



계산과정을 검토해 보면 GZ를 계산하기 위하여, GM_L 을 이용하였다.

GM_L 를 이용하여 계산시, 아래와 같은 가정(①~③)을 하며, 계산 과정 중에서도, 가정④가 포함되어, 1번만에 평형자세를 찾진 못한다.

- 가정 1. 배수량의 변화 없이 선박이 경사
- 가정 2. 수선 근처의 선측이 수직벽
- 가정 3. ϕ 가 작음
- 가정 4. 다음 단계에서 평형상태를 가정하지만, 계산시에는 현재 단계자세의 수선면을 이용하여 계산



Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예 - Chapter 2.

Intact stability by pressure integration technique



Seoul
National
Univ.



Advanced Ship Design Automation Lab.
<http://asdal.snu.ac.kr>

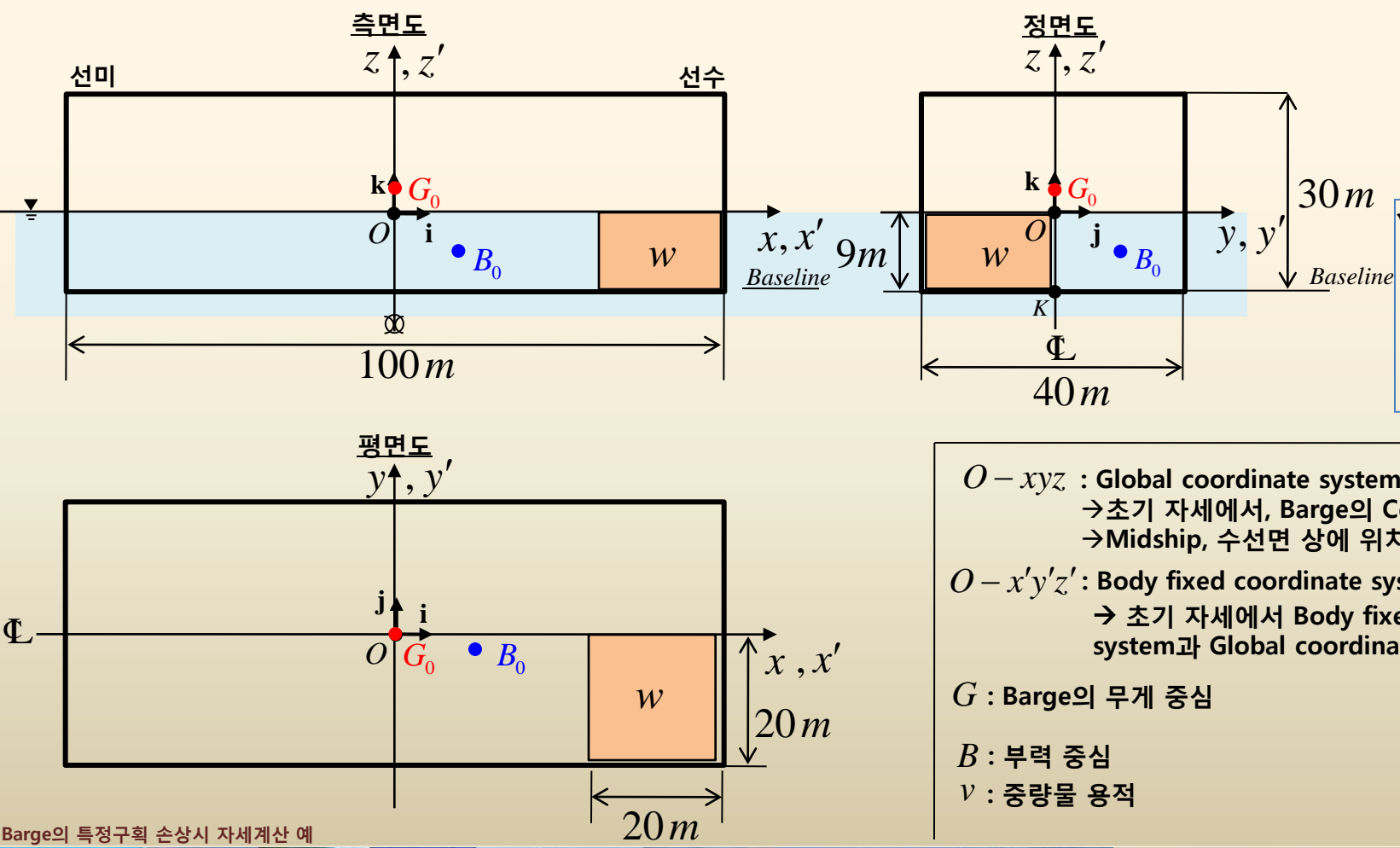


Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

아래 그림과 같이 해상에 떠있는 직육면체 Barge의 **-y 방향, +x 방향에 고체 중량물을 적재**하였다. 중량물 적재로 인한 **Barge의 자세 변화(Immersion, Trim, Heel)**를 구하시오.

$L = 100m, B = 40m, D = 30m, T = 9m, KG_0 = 15m,$



- ✓ 중량물(w) 정보
- l(길이) : 20 m
 - b(폭) : 20m
 - h(높이) : 9m
 - 무게 : 40,000 kN
 - 무게중심 : (40,-10,-4)

- $O - xyz$: Global coordinate system
→ 초기 자세에서, Barge의 Centerline, Midship, 수선면 상에 위치
- $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system
→ 초기 자세에서 Body fixed coordinate system과 Global coordinate system이 동일함
- G : Barge의 무게 중심
- B : 부력 중심
- v : 중량물 용적

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예



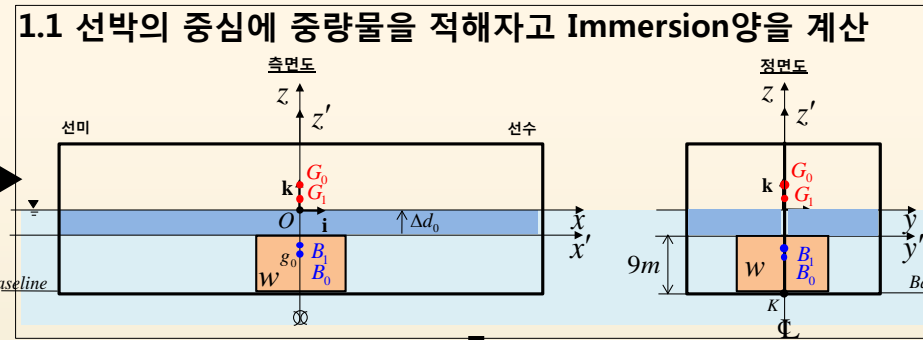
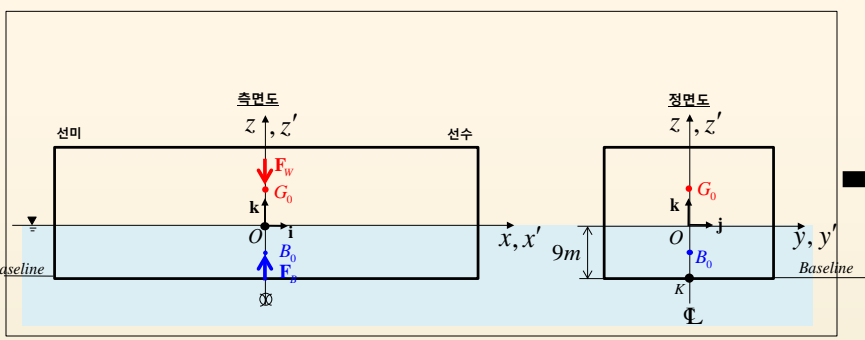
Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

아래 그림과 같이 해상에 떠있는 직육면체 Barge의 **-y 방향, +x 방향에 고체 중량물(w)을 적재** 하였다. 중량물 적재로 인한 Barge의 자세 변화(Immersion, Trim, Heel)를 구하시오.

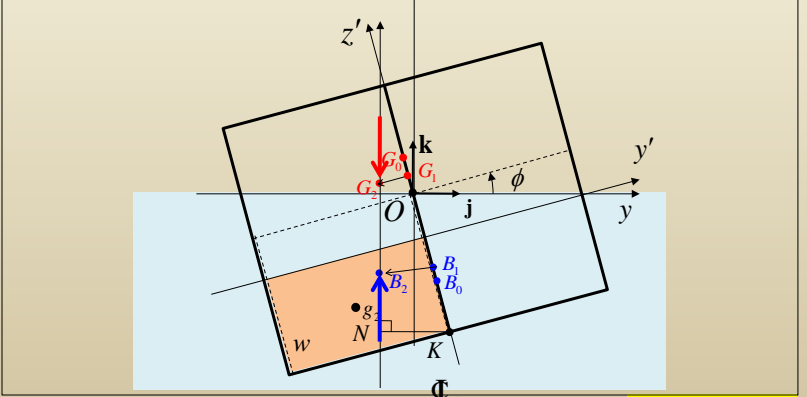
$L = 100m, B = 40m, D = 30m, T = 9m, KG_0 = 15m$

방법 1. 선박의 중심에 중량물(w)을 적재한 것하고, Immersion시킨 후, 중량물(w)을 각각 -y 방향, +x 방향으로 이동한 것으로 생각하여 Trim, Heel 각을 구함



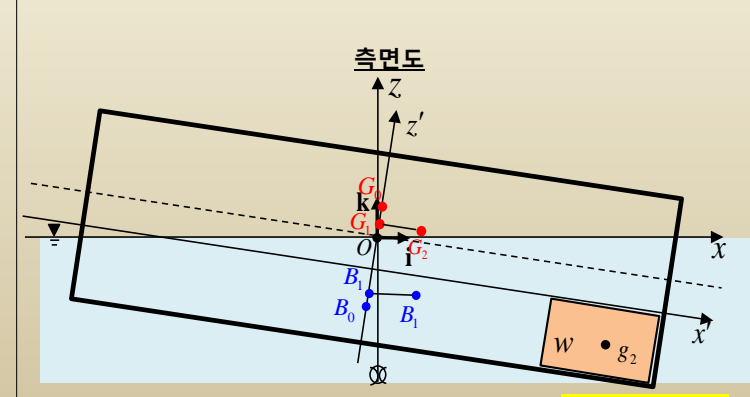
immersion 계산

1.2-1 Immersion된 상태에서, 중량물(w)을 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 이때 Heel 각도를 계산



Heel 계산

1.2-2 Immersion된 상태에서, 중량물(w)을 선수로 이동하였다고 가정하고 이때의 Trim 각도를 계산



Trim 계산

Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

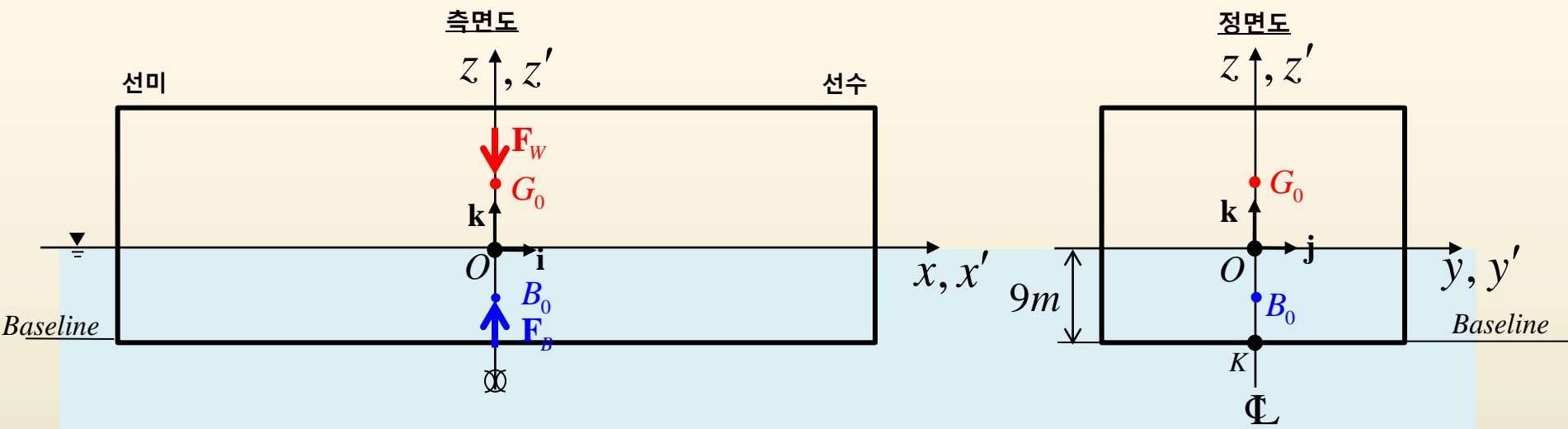
아래 그림과 같이 해상에 떠있는 직육면체 Barge의 -y 방향, +x 방향에 고체 중량물(w)을 적재 하였다. 중량물 적재로 인한 Barge의 자세 변화(Immersion, Trim, Heel)를 구하시오.

$L = 100m, B = 40m, D = 30m, T = 9m, KG_0 = 15m$

방법 1. 선박의 중심에 중량물(w)를 적재한 것하여 Immersion시킨 후, 중량물을 각각 -y 방향, +x 방향으로 이동한 것으로 생각하여 Trim, Heel 각을 구함

Immersion, $k=0$ Step

초기 자세에서 Static Equilibrium 상태라고 하자.



초기 자세에서 Static Equilibrium 상태라고 하자.

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_W + \mathbf{F}_B$$

$$\ddot{\mathbf{r}} = 0 \text{ 이므로, } \therefore \mathbf{F}_W + \mathbf{F}_B = 0$$

$O - xyz$: Global coordinate system
 $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system

\mathbf{F}_W : 초기자세에서의 중량
 \mathbf{F}_B : 초기자세에서의 부력

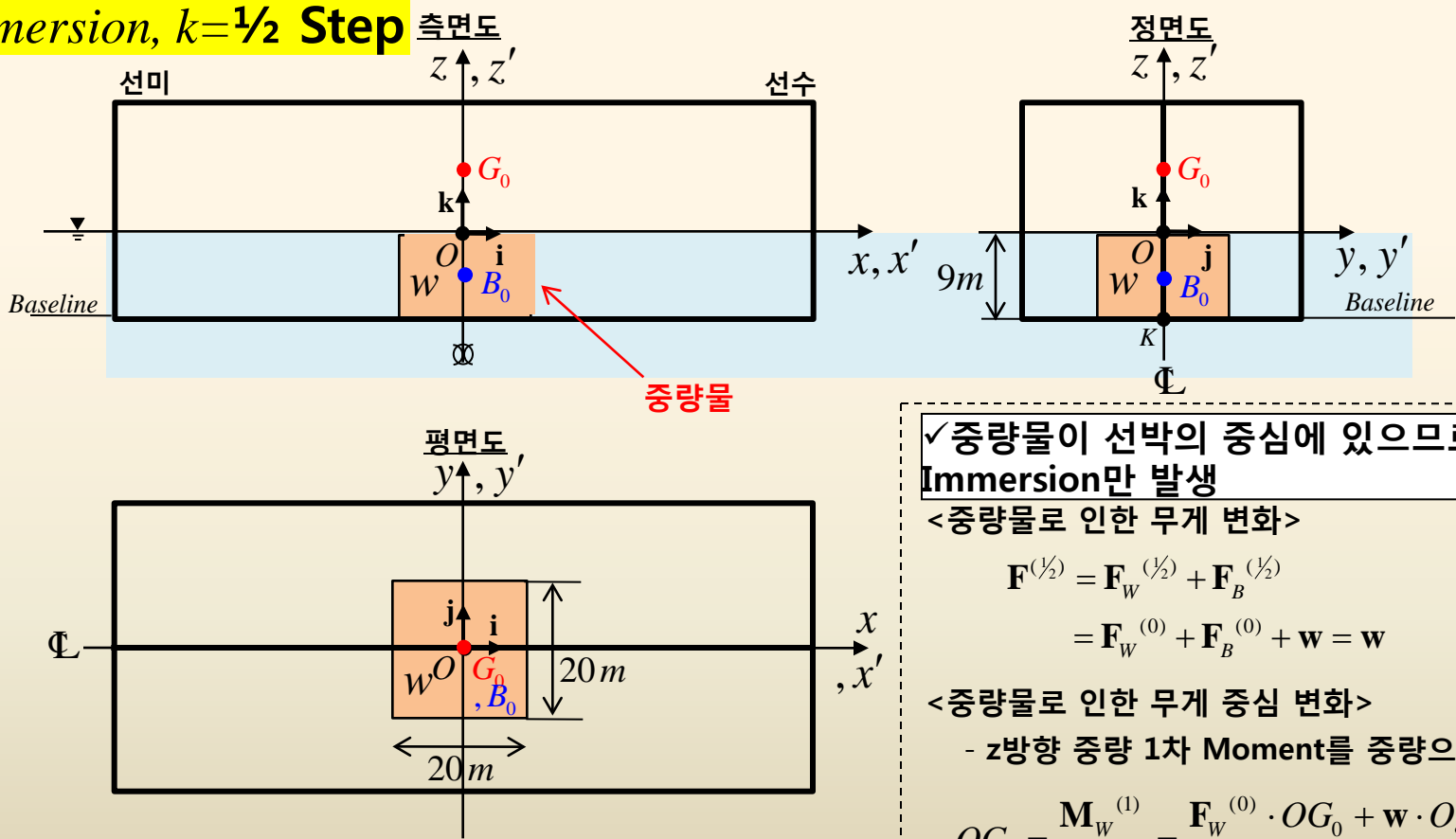


Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

1.1 선박의 Midship과 Centerline에 중량물(w)를 적재 하였다고 가정하고 Immersion양을 계산

Immersion, $k=1/2$ Step



✓ 중량물이 선박의 중심에 있으므로 Immersion만 발생

<중량물로 인한 무게 변화>

$$\begin{aligned} \mathbf{F}^{(1/2)} &= \mathbf{F}_W^{(1/2)} + \mathbf{F}_B^{(1/2)} \\ &= \mathbf{F}_W^{(0)} + \mathbf{F}_B^{(0)} + \mathbf{w} = \mathbf{w} \end{aligned}$$

<중량물로 인한 무게 중심 변화>

- z방향 중량 1차 Moment를 중량으로 나누어 계산

$$\begin{aligned} OG_1 &= \frac{\mathbf{M}_W^{(1)}}{\mathbf{F}_W^{(1)}} = \frac{\mathbf{F}_W^{(0)} \cdot OG_0 + \mathbf{w} \cdot OG_w}{\mathbf{F}_W^{(0)} + \mathbf{w}} \\ &= \frac{-3.6 \times 10^5 \cdot (6) + (-4.0 \times 10^4) \cdot (-4)}{-3.6 \times 10^5 + (-4.0 \times 10^4)} = 5\text{k} [\text{m}] \end{aligned}$$

$$\therefore G_0(0,0,6) \rightarrow G_1(0,0,5)$$

$O - xyz$: Global coordinate system
 $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system

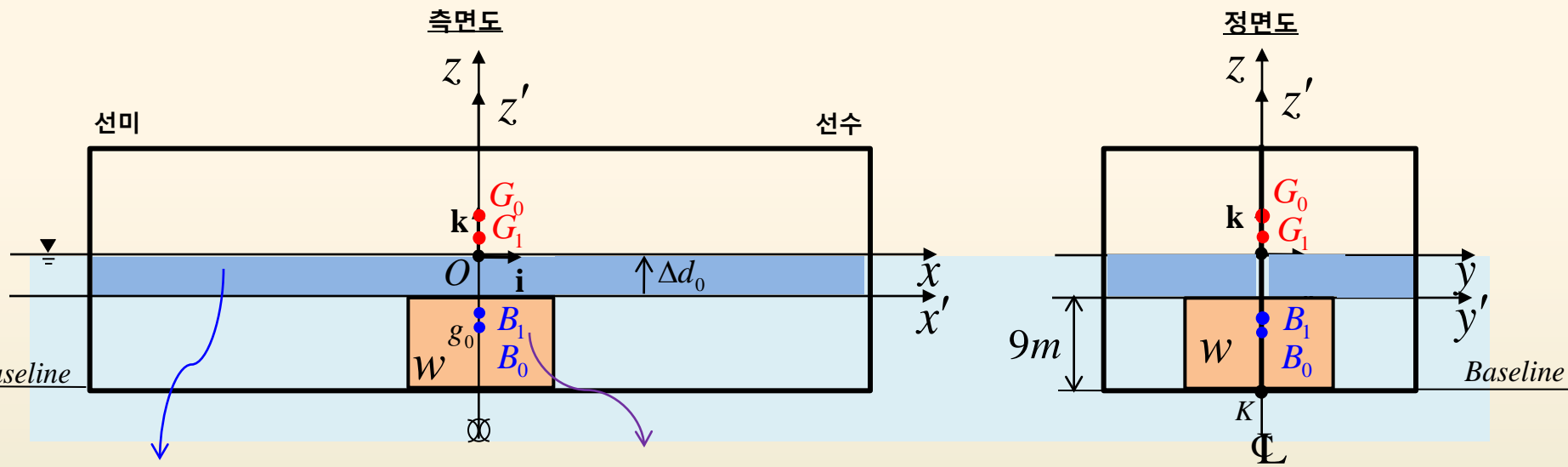
$\mathbf{F}_W^{(1/2)}$: 중량물 적재 후 전체중량
 $\mathbf{F}_B^{(1/2)}$: 중량물 적재 후의 부력
 \mathbf{w} : 중량물 무게

Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

1.1 선박의 Midship과 Centerline에 중량물이 있다고 가정하고 Immersion양을 계산

Immersion, k=1 Step



Immersion에 의한 부력 증가

$$\rho g A_{WP} \cdot \Delta d_0$$

중량물

$$w$$

적재중량이 부력 증가량과 동일해 질때까지 흘수 증가

$$w = \rho g \cdot A_{WP} \cdot \Delta d$$

$$\therefore \Delta d_0 = \frac{w}{\rho g A_{WP}}$$

$$= \frac{20 \cdot 20 \cdot 9}{100 \cdot 40 - 20 \cdot 20} = 1.0 \text{ m (구획 적재시 흘수 증가)}$$

- $O - xyz$: Global coordinate system
- $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system
- G_0 : 적재전 Barge의 무게 중심
- G_1 : 중량물 적재 후 전체 무게 중심
- B_0 : 초기 흘수 $T=9m$ 에서의 부력 중심
- B_1 : 중량물 적재 후 부력중심
- A_{WP} : 전체 수선면적
- Δd : 적재에 의한 흘수 증가
- d : 최초의 흘수
- w : 중량물 무게
- g_0 : 중량물의 무게 중심

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예

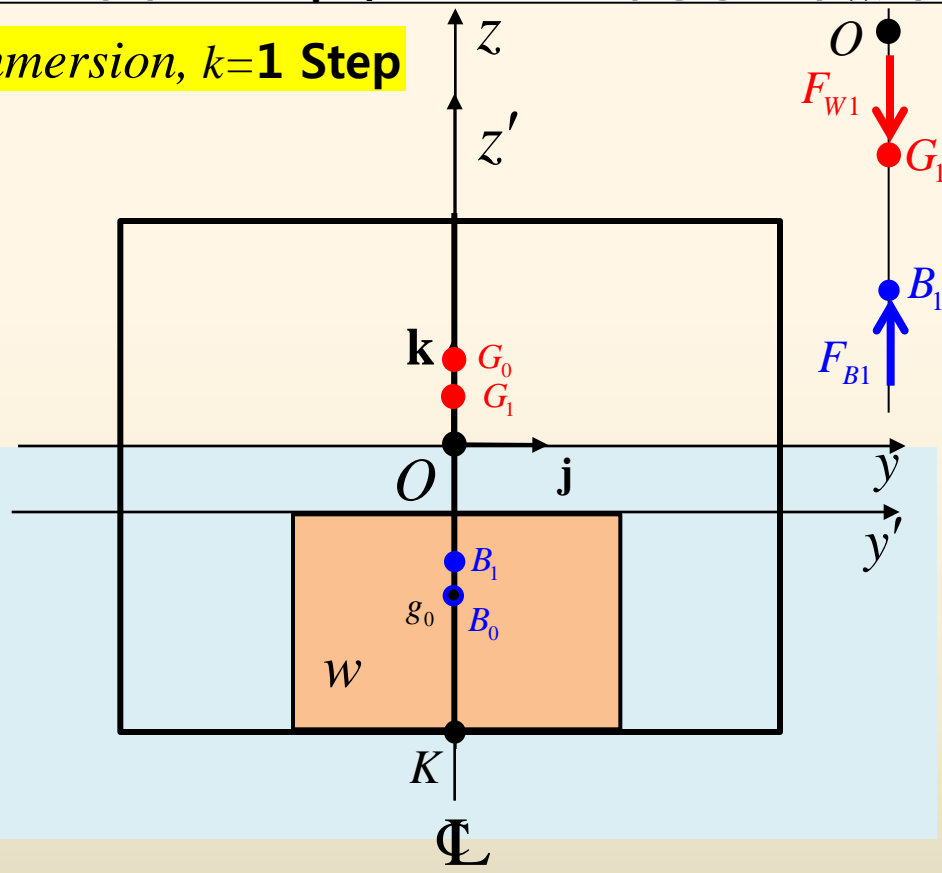


Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

1.1 선박의 Midship과 Centerline에 중량물이 있다고 가정하고 Immersion양을 계산

Immersion, $k=1$ Step



흘수 증가(Δd)로 인한 부력중심과 무게중심을 계산하여 보자.

<부력중심 계산과정>

- Immersion에 의한 배수용적 증가량

$$v_1 = A_{WP} \cdot \Delta d_0 = 100 \cdot 40 \cdot 1 = 4.0 \times 10^3 \text{ m}^3$$

- Immersion 후, 배수용적

$$\begin{aligned} \nabla_1 &= \nabla + \Delta v = 3.6 \times 10^4 + 4.0 \times 10^3 \\ &= 4.0 \times 10^4 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

- Immersion 후, 부력

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_B^{(1)} &= \rho g \cdot \nabla_1 \mathbf{k}, \quad (\rho g = 1.025 \times 9.81 \approx 10.0) \\ &= 10.0 \cdot 4.0 \times 10^4 \mathbf{k} = 4.0 \times 10^5 \mathbf{k} \text{ [kN]} \end{aligned}$$

- 변화된 흘수

$$d_1 = d_0 + \Delta d_0 = 9 + 1 = 10 \text{ m}$$

- 변화된 부력중심은 흘수의 중심에 위치하므로

$$\begin{aligned} z_B^{(1)} &= -d_1 / 2 \\ &= -5.0 \mathbf{k} \text{ [m]} \end{aligned}$$

(Global coordinate system O 기준, 실제 선박의 경우 상세한 계산이 필요)

$O-xyz$: Global coordinate system
 $O-x'y'z'$: Body fixed coordinate system

F_W : 초기자세에서의 중량
 F_B : 초기자세에서의 부력

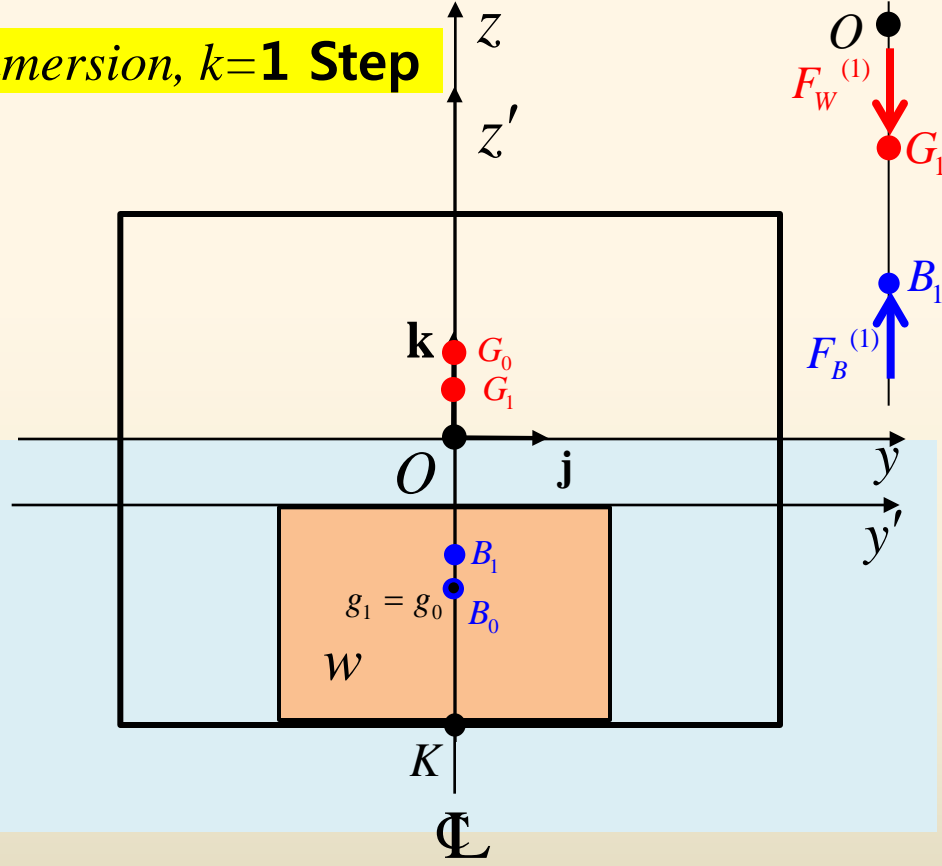


Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

1.1 선박의 Midship과 Centerline에 중량물이 있다고 가정하고 Immersion양을 계산

Immersion, k=1 Step



- F_{W0} : 초기자세에서의 중량,
- F_{B0} : 초기자세에서의 부력
- F_{W1} : 적재후의 중량,
- F_{B1} : 적재후의 부력
- Og_1 : 적재용적의 z축 무게중심
- KG : 초기자세에서 높이방향 무게중심
- KG_1 : 적재 후 높이방향 무게중심

흘수 증가(Δd)로 인한 부력중심과 무게중심을 계산하여 보자.

<무게 계산>

- Immersion후, 부력과 중량이 평형을 이룬다고 하면,

$$\mathbf{F}_B^{(1)} + \mathbf{F}_W^{(1)} = 0$$

$$\therefore \mathbf{F}_W^{(1)} = -\mathbf{F}_B^{(1)} = -4.0 \times 10^5 \mathbf{k} \text{ [kN]}$$

<수선면 고정 좌표계에서 무게 중심 변화>

- 흘수 증가로 인한 수선면 고정 좌표계에서 바라본 무게 중심의 좌표가 변한다.

$$G_1 = (0, 0, 5 - \Delta d)$$

$$\rightarrow (0, 0, 4)$$

<Immersion에 의한 부력중심의 이동>

- 앞서 계산한 바와 같이, 부력중심은 흘수의 중심에 위치

$$B_0 = (0, 0, -4.5)$$

$$\rightarrow B_1 = (0, 0, -5)$$



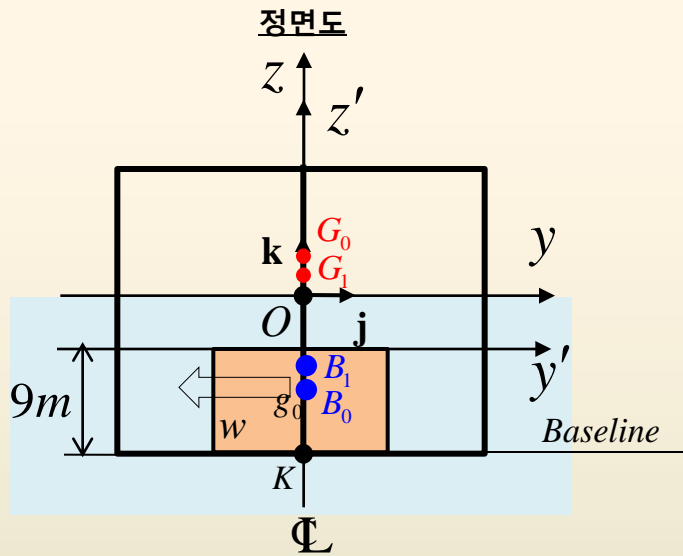
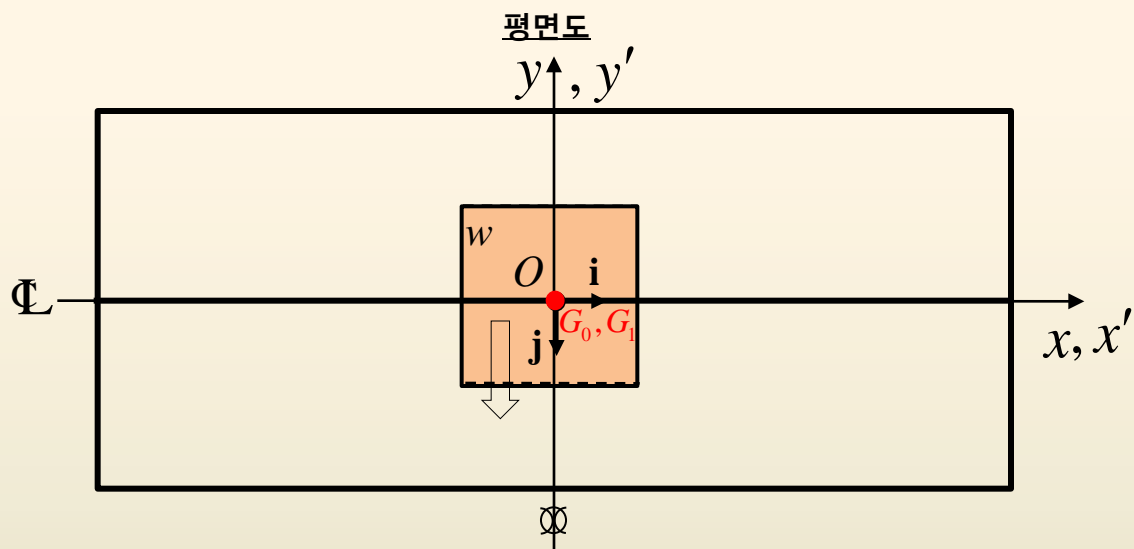
Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

방법 1. 선박의 중심에 중량물 적재하고 Immersion시킨 후, 중량물을 각각 -y 방향, +x 방향으로 이동한 것으로 생각하여 Trim, Heel 각을 구함

1.2-1 Immersion된 상태에서, 중량물이 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

Heel, k=0 Step : 선박의 Centerline, Midship상에 중량물이 적재된 상태



❖Step의 정리

- $k = 0$ step : 선박의 Centerline, Midship상의 중량물이 적재된 상태
- $k = \frac{1}{2}$ step : 중량물이 -y 방향으로 이동하였으나, 아직 자세변화는 없는 상태
- $k = 1$ step : 이전 자세($k=\frac{1}{2}$)에서의 힘과 모멘트에 의해 자세변화가 발생한 상태

- $O - xyz$: Global coordinate system
- $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system
- G_0 : 적재전 Barge의 무게 중심
- G_1 : 중량물 적재 후 무게 중심
- B_0 : 초기 흘수 $T = 9m$ 에서의 부력 중심
- B_1 : 중량물 적재 후 부력 중심
- v_0 : 초기 흘수 $T = 9m$ 에서의 적재 부피

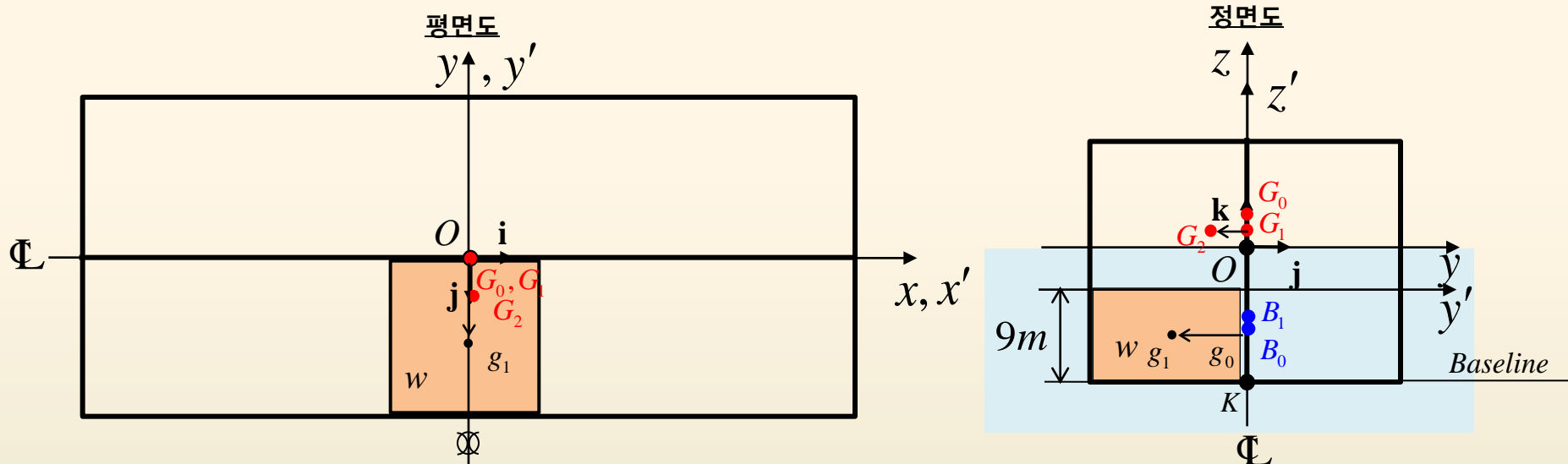


Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

1.2-1 Immersion된 상태에서, 중량물이 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

Heel, k=1/2 Step : 중량물이 -y 방향으로 이동하였으나, 아직 자세변화는 없는 상태



중량물을 -y 방향으로 이동하여 중량중심 G가 -y 방향으로 이동하였으나, 아직 자세 변화는 없는 상태를 [k=1/2 step]으로 가정하여 보자.

이 때, 적재중량의 이동으로 무게중심은 변화하였지만, 자세 변화가 없다고 가정하였으므로, 수선면 하부형상은 동일하다. 따라서, 부력중심의 변화는 없다.

변화한 [k=1/2 step]에서의 무게중심 $G_2(x_{G2}, y_{G2}, z_{G2})$ 을 중량 모멘트를 이용하여 구해보자.

$$y_{G2} = \frac{F_W^{(0)} \cdot y_{G1} + w \cdot y_{g1}}{F_W^{(1/2)}} = \frac{0 + w \cdot (-10)}{F_W^{(0)} + w}$$

$$= \frac{0 - 4.0 \times 10^4 \cdot (-10)}{-4.0 \times 10^5} = -1 \text{ j [m]}$$

$$\therefore G_2(0, -1, 4)$$

Midship를 따라, y축 이동하였으므로, x_G, y_G 의 좌표는 변화가 없다.

- $O - xyz$: Global coordinate system
- $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system
- G_0 : 적재전 Barge의 무게 중심
- G_1 : 중량물 적재 후 무게 중심
- B_0 : 초기 흘수 $T=9m$ 에서의 부력 중심
- B_1 : 중량물 적재 후 부력중심
- v_0 : 초기 흘수 $T=9m$ 에서의 적재 부피

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예



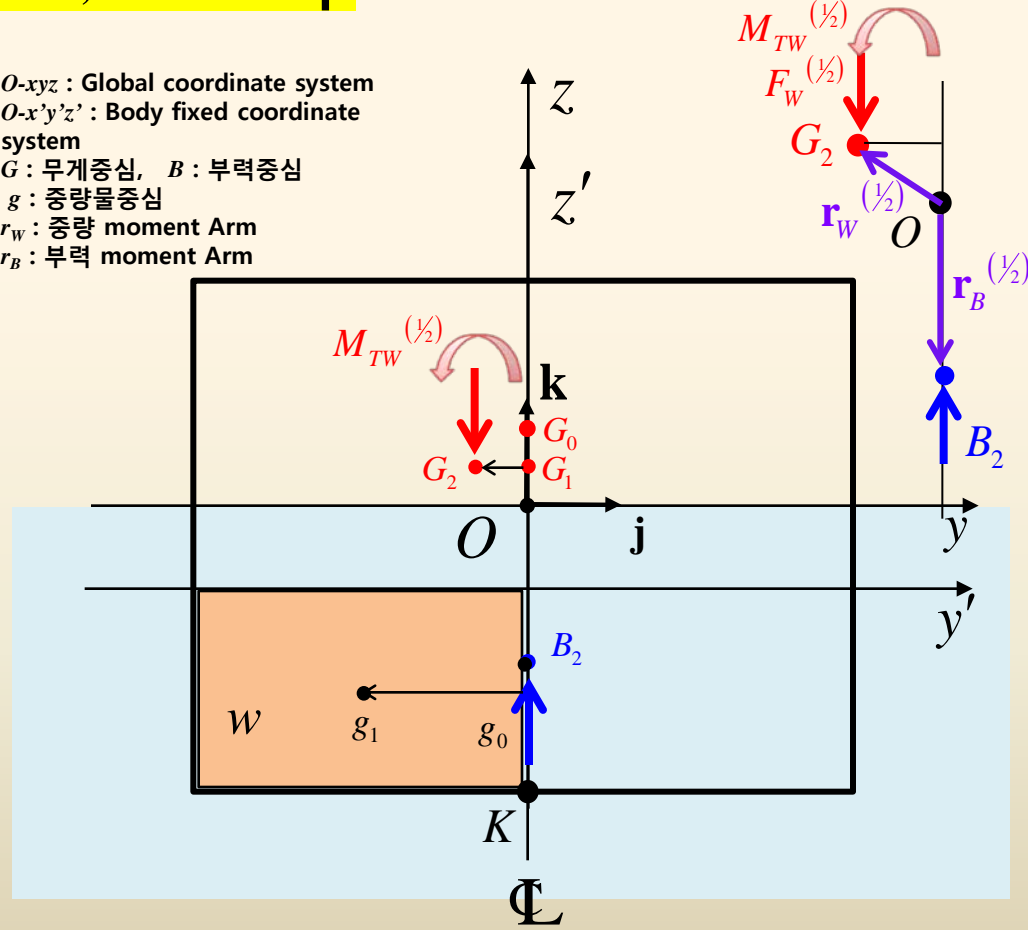
Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

1.2-1 Immersion된 상태에서, 중량물이 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

Heel, k=1/2 Step : 중량물이 -y방향으로 이동하였으나, 아직 자세변화는 없는 상태

0-xyz : Global coordinate system
 0-x'y'z' : Body fixed coordinate system
 G : 무게중심, B : 부력중심
 g : 중량물중심
 r_w : 중량 moment Arm
 r_B : 부력 moment Arm



Heel만 발생할 경우 미소자세와 미소힘/모멘트 관계식

$$\Delta M_T^{(1/2)} = [-\rho g I_T(\phi^{(1/2)}) - \rho g V(\phi^{(1/2)}) z_B^{(1/2)} + m g \cdot z_G^{(1/2)}] \cdot \Delta \phi^{(1/2)}$$

$M_T^* = 0$,(평형 상태 에서의 모멘트)

$\Delta M_T^{(1/2)} = M_T^{(1)} - M_T^{(1/2)}$,(다음 값과 현재 값과의 차이)

$M_T^{(1)} = M_T^*$ 라고 하면, 다음자세에서 모멘트평형일 것이라 가정한 것이다.

$$\begin{aligned} \text{따라서, } \Delta M_T^{(1/2)} &= M_T^* - M_T^{(1/2)} \\ &= 0 - M_T^{(1/2)} \\ &= -M_T^{(1/2)} \end{aligned}$$

하지만 위의 미소힘/모멘트 관계식은 선형화 한 식이기 때문에, 실제로 다음자세 ($k=1$)에서 M_T 는 0이 아니다.

따라서 반복 계산을 하여, 평형 자세를 찾아 가야 한다.



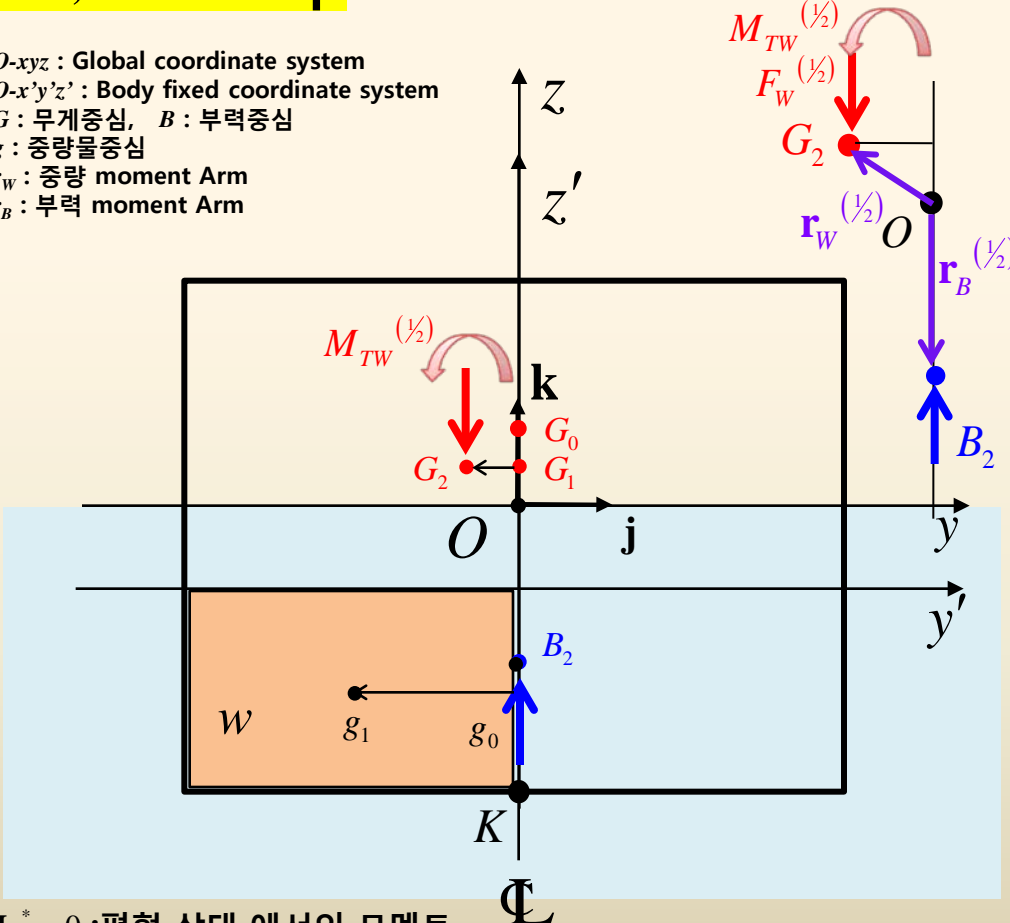
Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

1.2-1 Immersion된 상태에서, 중량물이 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

Heel, k=1/2 Step : 중량물이 -y방향으로 이동하였으나, 아직 자세변화는 없는 상태

O-xyz : Global coordinate system
 O-x'y'z' : Body fixed coordinate system
 G : 무게중심, B : 부력중심
 g : 중량물중심
 r_w : 중량 moment Arm
 r_B : 부력 moment Arm



Heel만 발생할 경우 미소자세와 미소힘/모멘트 관계식

$$\Delta M_T^{(1/2)} = [-\rho g I_T(\phi^{(1/2)}) - \rho g V(\phi^{(1/2)}) z_B^{(1/2)} + mg \cdot z_G^{(1/2)}] \cdot \Delta \phi^{(1/2)}$$

-x축에 대한 중량의 1차 Moment 계산

$$M_{TW}^{(1/2)} = r_w^{(1/2)} \times F_w^{(1/2)}$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & -4.0 \times 10^5 \end{vmatrix} = 4.0 \times 10^5 \mathbf{i} \text{ kN} \cdot \text{m}$$

-x축에 대한 부력의 1차 Moment 계산

$$M_{TB}^{(1/2)} = r_B^{(1/2)} \times F_B^{(1/2)} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 4.0 \times 10^5 \end{vmatrix} = 0$$

- 중량, 부력에 의한 Moment의 변화량 계산

$$\Delta M_T^{(1/2)} = M_T^* - M_T^{(1/2)}$$

$$= 0 - (M_{TW}^{(1/2)} + M_{TB}^{(1/2)})$$

$$= 0 - (4.0 \times 10^5 + 0)$$

$$= -4.0 \times 10^5 \text{ [kN} \cdot \text{m]}$$

$M_T^* = 0$: 평형 상태에서의 모멘트
 $\Delta M_T^{(1/2)} = M_T^{(1)} - M_T^{(1/2)}$: 다음 값과 현재 값과의 차이
 $M_T^{(1)} = M_T^*$ 라고 가정함

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예



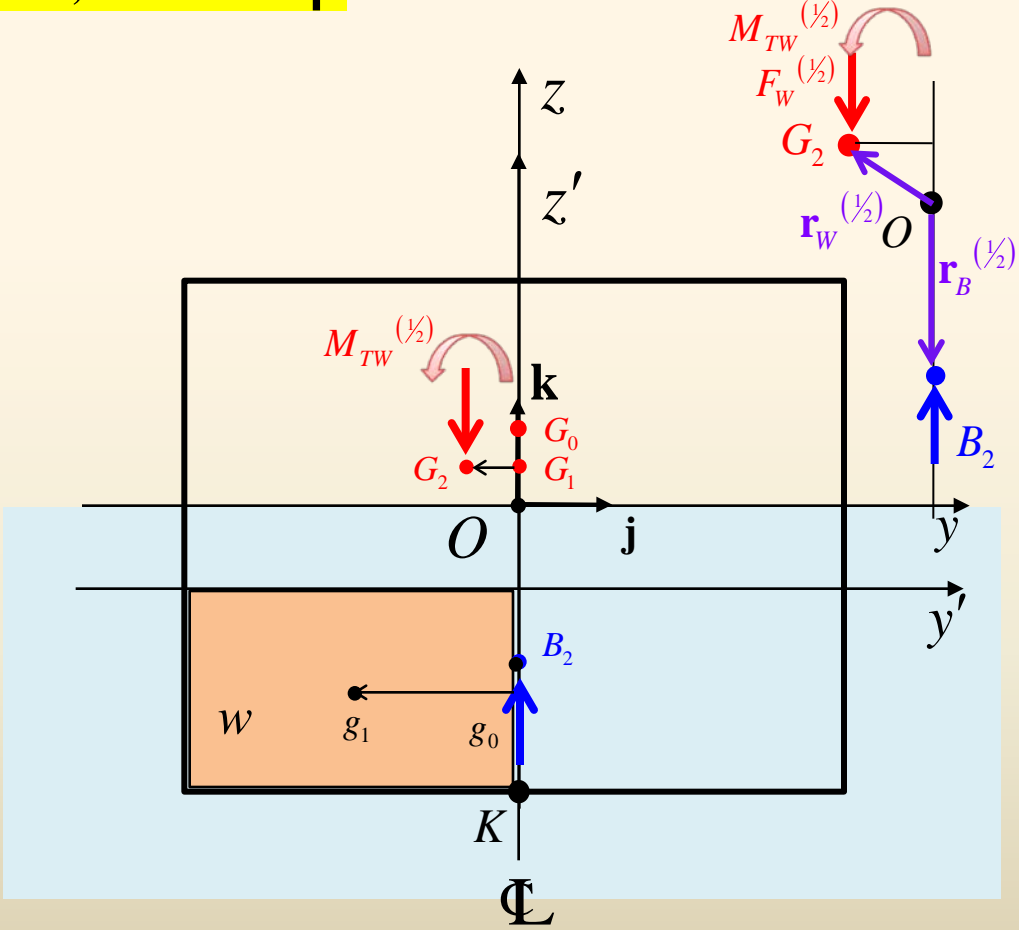
[k=1/2 step]에서 중량에 의한 경사 모멘트만 존재하지만, 이를 보상하기 위한 복원모멘트가 발생할 것이다. ϕ 가 증가함에 따라, 복원모멘트가 증가할 것이며, 모멘트 평형 상태(가정함)까지 횡경사 각도 ϕ 가 증가하는 것을 예상할 수 있다.

Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

1.2-1 Immersion된 상태에서, 중량물이 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

Heel, k=1/2 Step : 중량물이 -y방향으로 이동하였으나, 아직 자세변화는 없는 상태



Heel만 발생할 경우 미소자세와 미소힘/모멘트 관계식

$$\Delta M_T^{(1/2)} = [-\rho g I_T(\phi^{(1/2)}) - \rho g V(\phi^{(1/2)}) z_B^{(1/2)} + m g \cdot z_G^{(1/2)}] \cdot \Delta \phi^{(1/2)}$$

- 미소자세와 미소힘/모멘트 변환 matrix계산

$$I_T = \frac{B^3 \cdot L}{12} = \frac{40^3 \cdot 100}{12} = 5.3333 \times 10^5 \text{ [m}^4\text{]}$$

I_T : y축에 대한 수선면 횡방향 2차 모멘트

$$\rho g V \cdot z_B = 1.0 \cdot 10.0 \cdot 4.0 \times 10^4 \cdot (-5) = -2.0 \times 10^6 \text{ [kN} \cdot \text{m]}$$

$$m g \cdot z_G = 4.0 \times 10^4 \cdot (4) = 1.6000 \times 10^6 \text{ [kN} \cdot \text{m]}$$

$$\therefore -\rho g I_T(\phi^{(1/2)}) - \rho g V(\phi^{(1/2)}) z_B^{(1/2)} + m g \cdot z_G^{(1/2)} = -1.6 \times 10^6$$

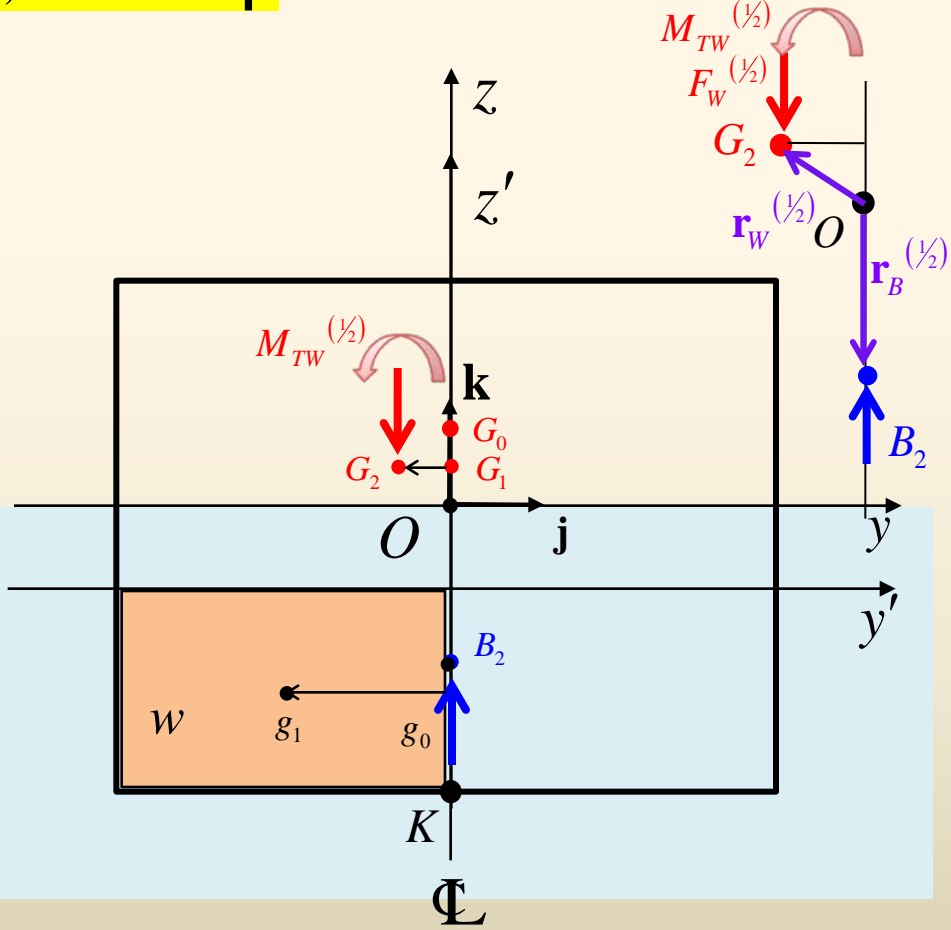


Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

1.2-1 Immersion된 상태에서, 중량물이 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

Heel, k=1/2 Step : 중량물이 -y방향으로 이동하였으나, 아직 자세변화는 없는 상태



Heel만 발생할 경우 미소자세와 미소힘/모멘트 관계식

$$\Delta M_T^{(1/2)} = \left[-\rho g I_T(\phi^{(1/2)}) - \rho g V(\phi^{(1/2)}) z_B^{(1/2)} + m g \cdot z_G^{(1/2)} \right] \cdot \Delta \phi^{(1/2)}$$

- 미소자세 변화량 계산

$$\begin{aligned} \Delta \phi^{(1/2)} &= \left[-\rho g I_T(\phi^{(1/2)}) - \rho g V(\phi^{(1/2)}) z_B^{(1/2)} + m g \cdot z_G^{(1/2)} \right]^{-1} \cdot \Delta M_T^{(1/2)} \\ &= \frac{-4.0 \times 10^5}{-1.6 \times 10^6} \\ &= 0.2308 \text{ rad } (13.2221^\circ) \end{aligned}$$

- Heel angle 계산

$$\begin{aligned} \phi^{(1/2)} &= \phi^{(0)} + \Delta \phi^{(1/2)} = 0 + 0.2308 \\ &= 0.2308 \text{ rad } (13.2221^\circ) \end{aligned}$$



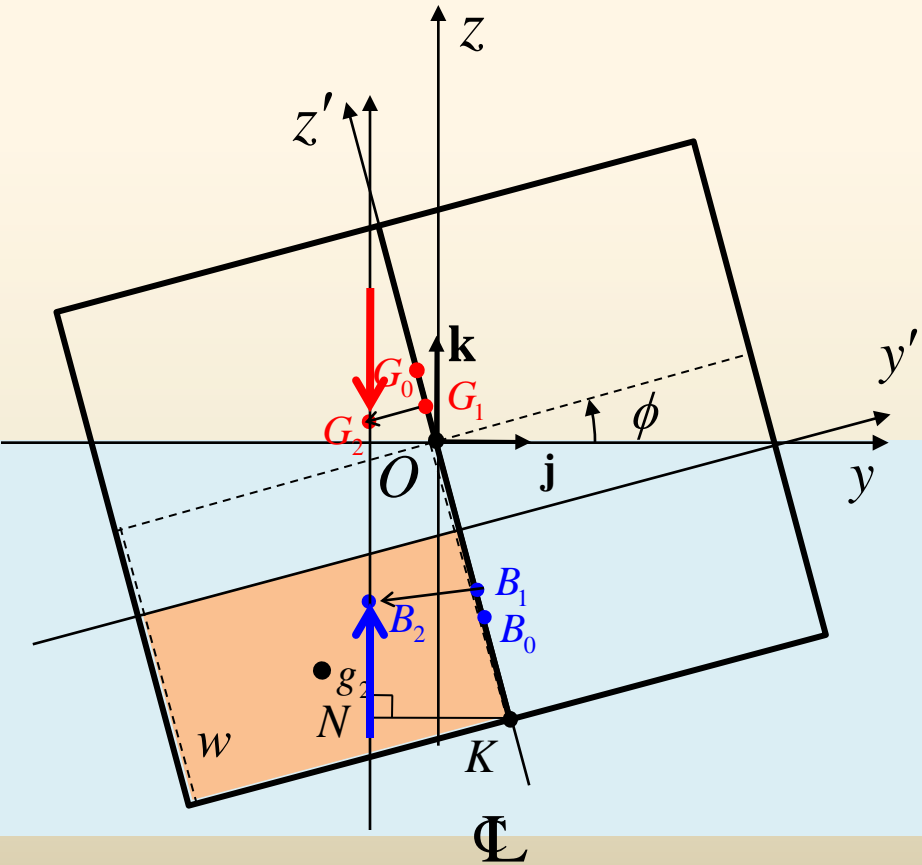
Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

1.2-1 Immersion된 상태에서, 중량물(w)이 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

Heel, k=1 Step

: 1/2 step에서의 힘과 모멘트에 의해 자세변화가 발생한 상태



최종 자세를 구하기 위한 반복 계산의 필요성!

[k=1 step] 까지 계산을 마치면, "힘과 모멘트가 평형상태" 일까?



계산과정을 검토해 보면

$$\Delta M_T^{(1/2)} = \left[-\rho g I_T(\phi^{(1/2)}) - \rho g V(\phi^{(1/2)}) z_B^{(1/2)} + mg \cdot z_G^{(1/2)} \right] \cdot \Delta \phi^{(1/2)}$$

위 식을 적용하면서, Box안 식의 의미는 일반적인 선박계산에서의 GM_T를 의미한다. ▶

GM_T를 이용하여 계산시, 아래와 같은 가정(①~③)을 하며, 계산 과정 중에서도, 가정④가 포함되어, 1회 계산으로 평형자세를 찾긴 어렵다.

- 가정 1. 배수량의 변화 없이 선박이 경사
- 가정 2. 수선 근처의 선측이 수직벽
- 가정 3. ϕ 가 작음
- 가정 4. 다음 단계에서 평형상태를 가정하지만, 계산시에는 현재 단계 자세의 수선면을 이용하여 계산

따라서, 다른 자세 변화와 연성되지 않은 문제에 대해서도, **추가적인 iteration 계산이 필요하다.**

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예



Heel만 발생할 경우의 미소자세와 미소힘/모멘트 관계식

※ k번째 평형상태 방정식

$$\begin{pmatrix} \Delta F^{(k)} \\ \Delta M_T^{(k)} \\ \Delta M_L^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho g A_{WP}(d^{(k)}) & -\rho g T_{WP}(d^{(k)}) & \rho g L_{WP}(d^{(k)}) \\ -\rho g T_{WP}(\phi^{(k)}) & -\rho g I_T(\phi^{(k)}) - \rho g V(\phi^{(k)}) z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} & \rho g I_P(\phi^{(k)}) \\ \rho g L_{WP}(\theta^{(k)}) & \rho g I_P(\theta^{(k)}) & -\rho g I_L(\theta^{(k)}) - \rho g V(\theta^{(k)}) z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta d^{(k)} \\ \Delta \phi^{(k)} \\ \Delta \theta^{(k)} \end{pmatrix}$$

1/2 Step에서의 평형상태 방정식

$$\begin{pmatrix} \Delta F^{(1/2)} \\ \Delta M_T^{(1/2)} \\ \Delta M_L^{(1/2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho g A_{WP}^{(1/2)} & -\rho g T_{WP}^{(1/2)} & \rho g L_{WP}^{(1/2)} \\ -\rho g T_{WP}^{(1/2)} & -\rho g I_T^{(1/2)} - \rho g V^{(1/2)} z_B^{(1/2)} + mg \cdot z_G^{(1/2)} & \rho g I_P^{(1/2)} \\ \rho g L_{WP}^{(1/2)} & \rho g I_P^{(1/2)} & -\rho g I_L^{(1/2)} - \rho g V^{(1/2)} z_B^{(1/2)} + mg \cdot z_G^{(1/2)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta d^{(1/2)} \\ \Delta \phi^{(1/2)} \\ \Delta \theta^{(1/2)} \end{pmatrix}$$

1/2 Step에서는 $\Delta d, \Delta \theta$ 는 발생하지 않으므로

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \Delta M_T^{(1/2)} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho g A_{WP}^{(1/2)} & -\rho g T_{WP}^{(1/2)} & \rho g L_{WP}^{(1/2)} \\ -\rho g T_{WP}^{(1/2)} & -\rho g I_T^{(1/2)} - \rho g V^{(1/2)} z_B^{(1/2)} + mg \cdot z_G^{(1/2)} & \rho g I_P^{(1/2)} \\ \rho g L_{WP}^{(1/2)} & \rho g I_P^{(1/2)} & -\rho g I_L^{(1/2)} - \rho g V^{(1/2)} z_B^{(1/2)} + mg \cdot z_G^{(1/2)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta \phi^{(1/2)} \\ 0 \end{pmatrix}$$

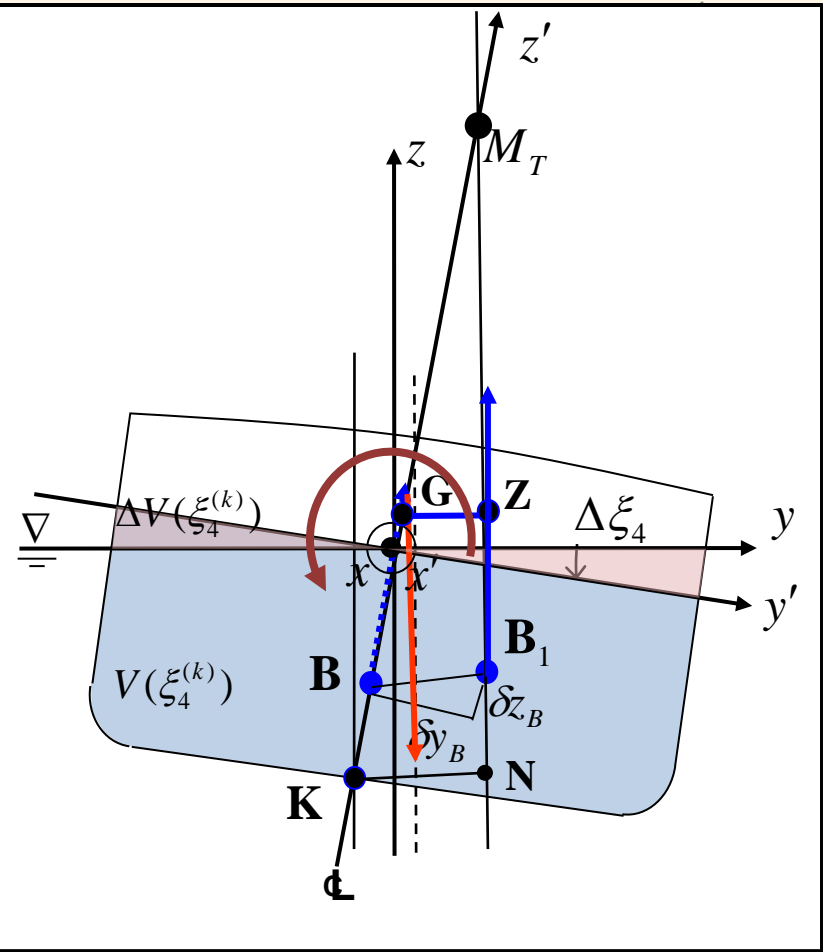
Matrix를 전개하면

$$\Delta M_T^{(1/2)} = \left[-\rho g I_T(\phi^{(1/2)}) - \rho g V(\phi^{(1/2)}) z_B^{(1/2)} + mg \cdot z_G^{(1/2)} \right] \cdot \Delta \phi^{(1/2)}$$



Heel만 발생할 경우의 미소자세와 미소힘/모멘트 관계식의 의미

$$\begin{pmatrix} \Delta F^{(k)} \\ \Delta M_T^{(k)} \\ \Delta M_L^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho g A_{WP}(\xi_3^{(k)}) & -\rho g T_{WP}(\xi_3^{(k)}) & \rho g L_{WP}(\xi_3^{(k)}) \\ -\rho g T_{WP}(\xi_4^{(k)}) & \boxed{-\rho g I_T(\xi_4^{(k)}) - \rho g V(\xi_4^{(k)}) z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)}} & \rho g I_P(\xi_4^{(k)}) \\ \rho g L_{WP}(\xi_5^{(k)}) & \rho g I_P(\xi_5^{(k)}) & -\rho g I_L(\xi_5^{(k)}) - \rho g V(\xi_5^{(k)}) z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta \xi_3^{(k)} \\ \Delta \xi_4^{(k)} \\ \Delta \xi_5^{(k)} \end{pmatrix}$$



$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{M}_T &= \mathbf{i} \left[-\rho g V(\xi_4^{(k)}) z_B^{(k)} - \rho g I_T(\xi_4^{(k)}) + mg z_G^{(k)} \right] \Delta \xi_4^{(k)} \\ &= \mathbf{i} \left[-\rho g V(\xi_4^{(k)}) z_B^{(k)} - \rho g I_T(\xi_4^{(k)}) + \rho g V(\xi_4^{(k)}) z_G^{(k)} \right] \Delta \xi_4^{(k)} \quad (mg = \rho g V) \\ &= \mathbf{i} \rho g V(\xi_4^{(k)}) \cdot \Delta \xi_4 \left[-z_B^{(k)} - \frac{I_T(\xi_4^{(k)})}{V(\xi_4^{(k)})} + z_G^{(k)} \right] \\ &= \mathbf{i} \rho g V(\xi_4^{(k)}) \cdot (-\Delta \xi_4) \left[z_B^{(k)} + \frac{I_T(\xi_4^{(k)})}{V(\xi_4^{(k)})} - z_G^{(k)} \right] \\ &= \mathbf{i} \rho g V(\xi_4^{(k)}) \cdot (-\Delta \xi_4) \cdot [\mathbf{KB} + \mathbf{BM}_T - \mathbf{KG}] \quad \mathbf{BM}_T = \frac{I_T}{V} \\ &= \boxed{\mathbf{i} \rho g V(\xi_4^{(k)}) \cdot \mathbf{GM}_T} \cdot (-\Delta \xi_4^{(k)}) \end{aligned}$$

Heel만 고려했을 때, 횡경사각을 결정하는 것은 \mathbf{GM}_T 과 경사모멘트와의 관계이다.

\mathbf{GM}_T 와 횡 경사 모멘트를 고려하는 것은, Pressure Integration Technique의 미소자세·미소 힘,모멘트 관계식에서 Matrix의 2행 2열 항을 독립적으로 고려한 것과 같다.

xyz : Global coordinate system
x'y'z' : Body-fixed coordinate system.

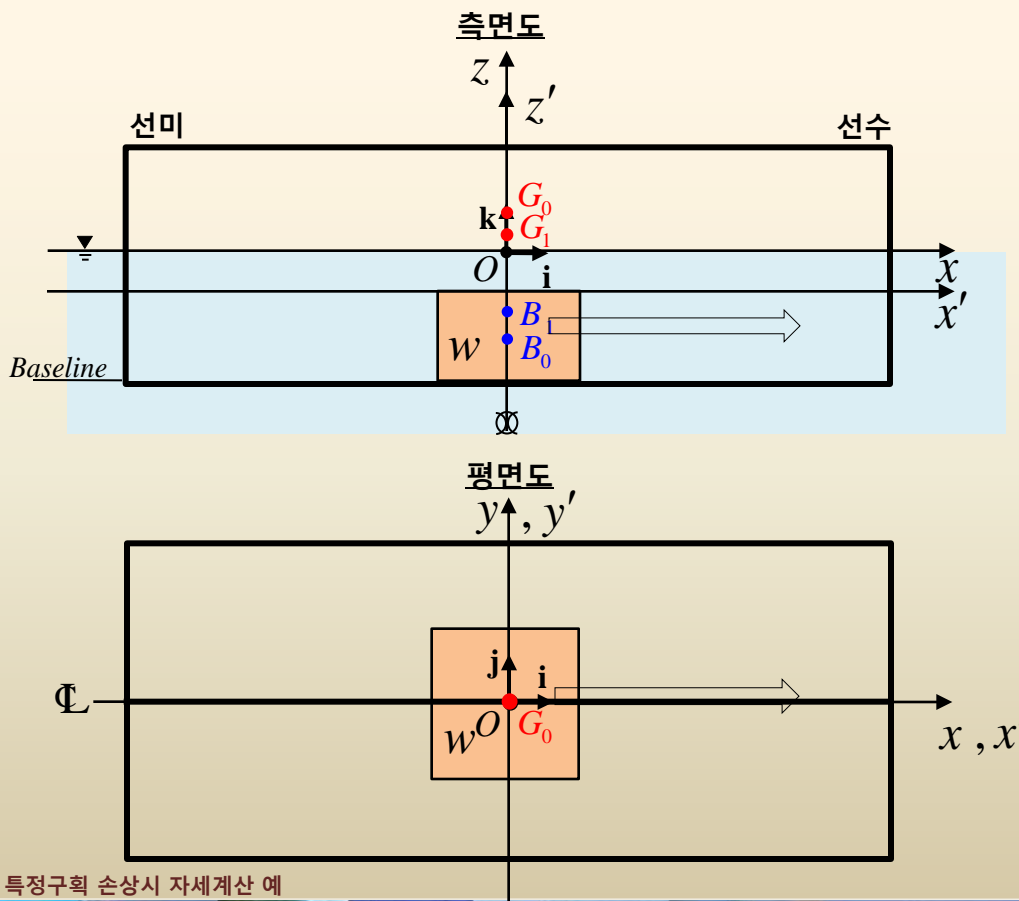
Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

방법 1. 선박의 중심에 중량물을 적재하여 Immersion시킨 후, 중량물을 각각 -y 방향, +x 방향으로 이동한 것으로 생각하여 Trim, Heel 각을 구함

1.2-2 Immersion된 상태에서, 중량물이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산

Trim, k=0 Step: 선박의 Centerline, Midship상의 중량을 적재한 상태



<흘수 증가(Δd)로 인한 부력중심과 무게중심을 계산>
- Immersion 경우와 동일한 흘수 증가.

<부력중심 계산 과정>

- Immersion 후, 부력

$$\mathbf{F}_B^{(1)} = \rho g \cdot \nabla_1 \mathbf{k} \quad , \quad \rho g = 1.025 \times 9.81 \square 10.0$$

$$= 10.0 \cdot 4.0 \times 10^4 \mathbf{k} = 4.0 \times 10^5 \mathbf{k} \text{ [kN]}$$

- 변화된 흘수

$$d_1 = d_0 + \Delta d_0 = 9 + 1 = 10 \text{ [m]}$$

- 변화된 부력중심은 흘수의 중심에 위치하므로

$$z_B^{(0)} = -d_1 / 2$$

$$= -5.0 \mathbf{k} \text{ [m]}$$

(Global coordinate system O 기준, 실제 선박의 경우 상세한 계산이 필요)

- $O - xyz$: Global coordinate system
- $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system
- G_0 : 적재전 Barge의 무게 중심
- G_1 : 중량물 적재 후 무게 중심
- B_0 : 초기 흘수 $T = 9m$ 에서의 부력 중심
- B_1 : 중량물 적재 후 부력중심

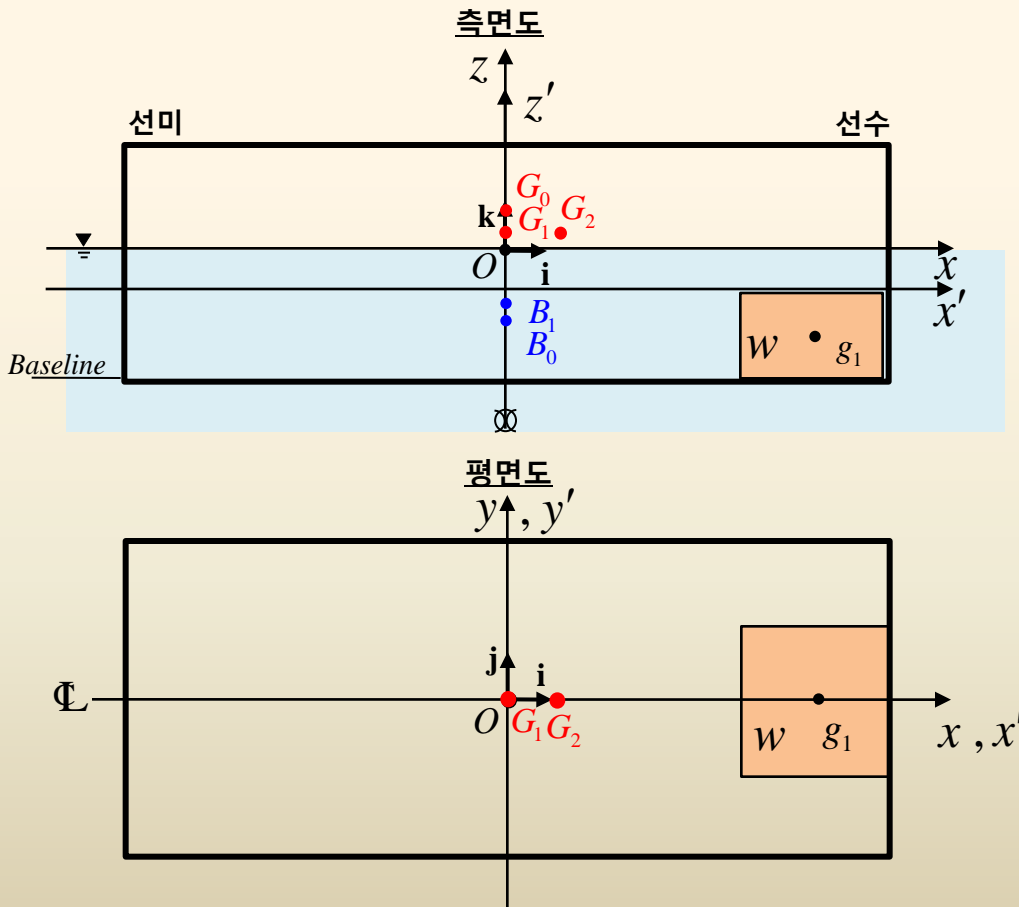
Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예

Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

1.2-2 Immersion된 상태에서, 중량물이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산

Trim, k=1/2 Step : 중량물이 +x방향(선수 방향)으로 이동하였으나, 아직 자세변화는 없는 상태



<무게중심 계산 과정>
 중량물이 x방향(선수방향)으로 이동하여 중량중심 G가 x축방향으로 이동하였으나, 아직 자세 변화는 없는 상태를 [k=1/2]으로 가정하여 보자.

k=1/2 Step일 때, 무게중심 :

$$G_2 = (x_{G2}, y_{G2}, z_{G2}),$$

$$g_1 (x_{g1}, y_{g1}, z_{g1}) = (40, 0, -5) \text{ 이므로,}$$

$$x_{G2} = \frac{F_W^{(0)} \cdot x_{G1} + w \cdot x_{g1}}{F_W^{(1/2)}} = \frac{0 - 4.0 \times 10^4 \cdot (40)}{-4.0 \times 10^5} = 4i \text{ [m]}$$

$$\therefore G_2 = (4, 0, 4) \quad (\text{y, z방향으로는 무게중심의 변화가 없음})$$

- 부력중심은 이동하지 않음

$$B_1 = (0, 0, -5)$$

O - xyz : Global coordinate system
 O - x'y'z' : Body fixed coordinate system

$F_W^{(k)}$: k step 상태의 중량
 $F_B^{(k)}$: k step 상태의 부력

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예



Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

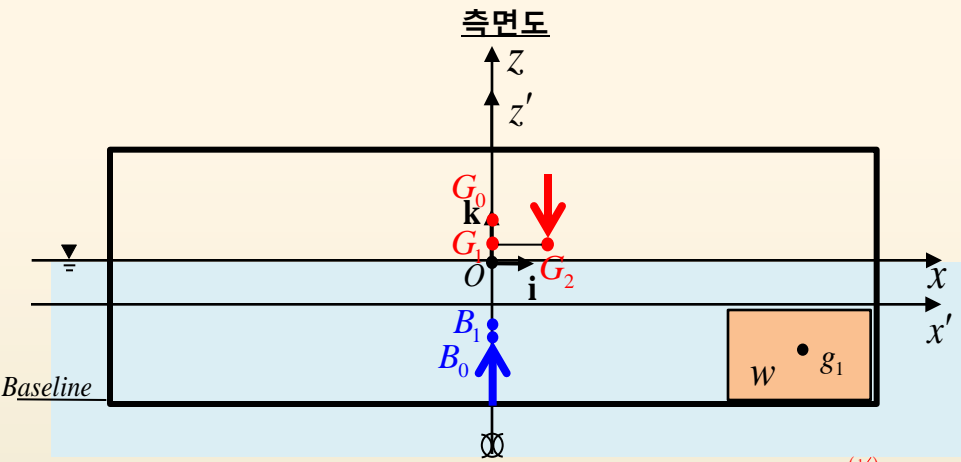
-Intact stability (by Pressure integration)

1.2-2 Immersion된 상태에서, 중량물이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산

Trim, $k=1/2$ Step : 중량물이 +x방향(선수 방향)으로 이동하였으나, 아직 자세변화는 없는 상태

Trim만 발생할 경우 미소자세와 미소힘/모멘트 관계식

$$\Delta M_L^{(1/2)} = \left[-\rho g I_L(\theta^{(1/2)}) - \rho g V(\theta^{(1/2)}) z_B^{(1/2)} + mg \cdot z_G^{(1/2)} \right] \cdot \Delta \theta^{(1/2)}$$



$M_L^* = 0$ (평형 상태에서의 모멘트)

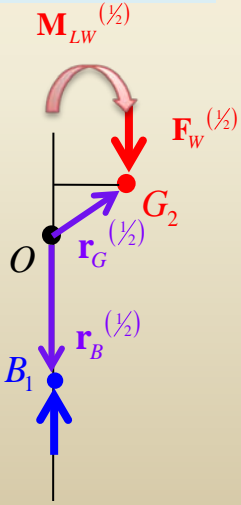
$\Delta M_L^{(1/2)} = M_L^{(1)} - M_L^{(1/2)}$ (다음 값과 현재 값과의 차이)

$M_L^{(1)} = M_L^*$ 라고 하면, 다음자세에서 모멘트평형일 것이라 가정한 것이다.

$$\begin{aligned} \text{따라서, } \Delta M_L^{(1/2)} &= M_L^* - M_L^{(1/2)} \\ &= 0 - M_L^{(1/2)} \\ &= -M_L^{(1/2)} \end{aligned}$$

하지만 위의 미소힘/모멘트 관계식은 선형화 한 식이기 때문에, 실제로 다음자세 ($k=1$)에서 M_L 는 0이 아니다.

따라서 반복 계산을 하여, 평형 자세를 찾아 가야 한다.



- $O-xyz$: Global coordinate system
- $O-x'y'z'$: Body fixed coordinate system
- r_w : 중량 moment Arm
- r_B : 부력 moment Arm

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예



Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

1.2-2 Immersion된 상태에서, 중량물이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산

Trim, $k=1/2$ Step : 중량물이 +x방향(선수 방향)으로 이동하였으나, 아직 자세변화는 없는 상태

Trim만 발생할 경우 미소자세와 미소힘/모멘트 관계식

$$\Delta M_L^{(1/2)} = \left[-\rho g I_L(\theta^{(1/2)}) - \rho g V(\theta^{(1/2)}) z_B^{(1/2)} + mg \cdot z_G^{(1/2)} \right] \cdot \Delta \theta^{(1/2)}$$

-중량에 의한 Moment 계산

$$\mathbf{M}_{LW}^{(1/2)} = \mathbf{r}_W^{(1/2)} \times \mathbf{F}_W^{(1/2)}$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 4 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & -4.0 \times 10^5 \end{vmatrix} = 1.6 \times 10^6 \mathbf{j} \text{ [kN} \cdot \text{m]}$$

-부력에 의한 Moment 계산

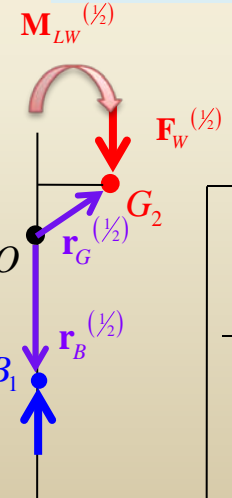
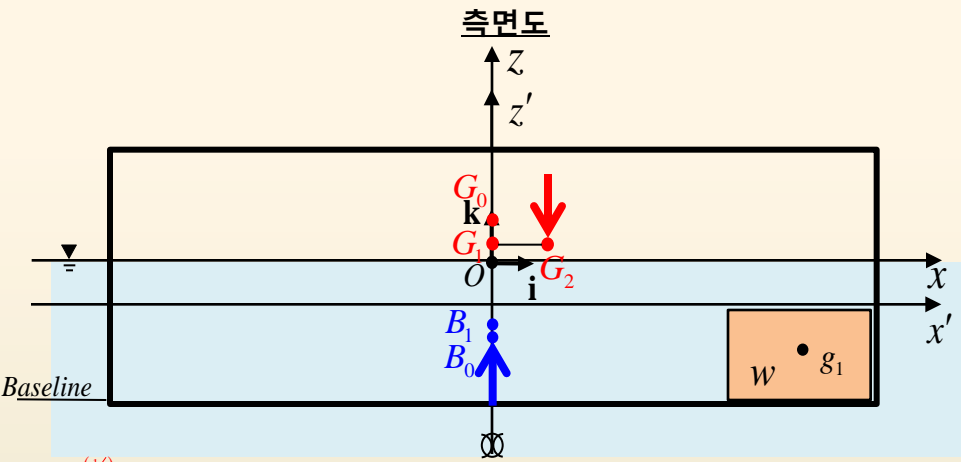
$$\mathbf{M}_{LB}^{(1/2)} = \mathbf{r}_B^{(1/2)} \times \mathbf{F}_B^{(1/2)} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 4.0 \times 10^5 \end{vmatrix} = 0$$

[$k=1/2$ step]에서 중량에 의한 경사 모멘트만 존재하지만, 이를 보상하기 위한 복원모멘트가 발생할 것이다.

θ 가 증가함에 따라, 복원모멘트가 증가하며, 모멘트 평형 상태에 이를때까지 θ 가 증가하는 것을 예상할 수 있다.

- 중량,부력에 의한 Moment의 변화량 계산

$$\begin{aligned} \Delta M_L^{(0)} &= M_L^* - M_L^{(1/2)} \\ &= 0 - (M_{LW}^{(1/2)} + M_{LB}^{(1/2)}) \\ &= 0 - (1.6 \times 10^6 + 0) \\ &= -1.6 \times 10^6 \mathbf{j} \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$



O -xyz : Global coordinate system
 O -x'y'z' : Body fixed coordinate system
 r_W : 중량 moment Arm
 r_B : 부력 moment Arm

$M_L^* = 0$: 평형 상태에서의 모멘트
 $\Delta M_L^{(1/2)} = M_L^{(1)} - M_L^{(1/2)}$: 다음 값과 현재 값과의 차이
 $M_L^{(1)} = M_L^*$ 라고 가정함

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예

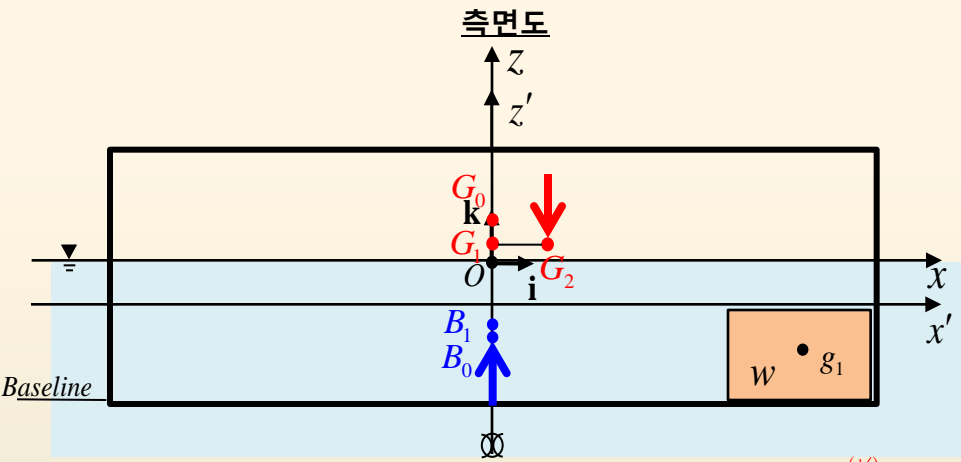


Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

1.2-2 Immersion된 상태에서, 중량물이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산

Trim, $k=1/2$ Step : 중량물이 +x방향(선수 방향)으로 이동하였으나, 아직 자세변화는 없는 상태



Trim만 발생할 경우 미소자세와 미소힘/모멘트 관계식

$$\Delta M_L^{(1/2)} = \left[-\rho g I_L(\theta^{(1/2)}) - \rho g V(\theta^{(1/2)}) z_B^{(1/2)} + mg \cdot z_G^{(1/2)} \right] \cdot \Delta \theta^{(1/2)}$$

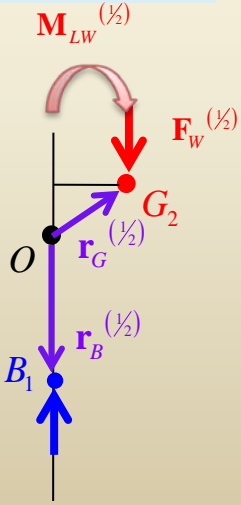
- 미소자세와 미소힘/모멘트 변환 matrix계산

$$I_L = \frac{B \cdot L^3}{12} = \frac{40 \cdot 100^3}{12} = 3.3333 \times 10^6 \text{ [m}^4\text{]}$$

$$\rho g V \cdot z_B = 1.0 \cdot 10.0 \cdot 4.0 \times 10^4 \cdot (-5) = -2.0 \times 10^6 \text{ [kN} \cdot \text{m]}$$

$$mg \cdot z_G = 4.0 \times 10^4 \cdot (4 - 0.3333) = 1.60 \times 10^6 \text{ [kN} \cdot \text{m]}$$

$$\left[-\rho g I_L(\theta^{(1/2)}) - \rho g V(\theta^{(1/2)}) z_B^{(1/2)} + mg \cdot z_G^{(1/2)} \right] = -2.9733 \times 10^7$$



O -xyz : Global coordinate system
 O -x'y'z' : Body fixed coordinate system
 r_w : 중량 moment Arm
 r_b : 부력 moment Arm

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예

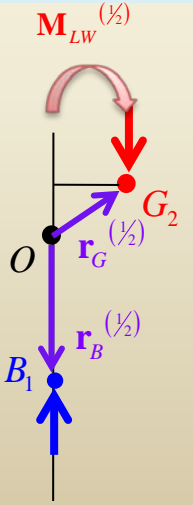
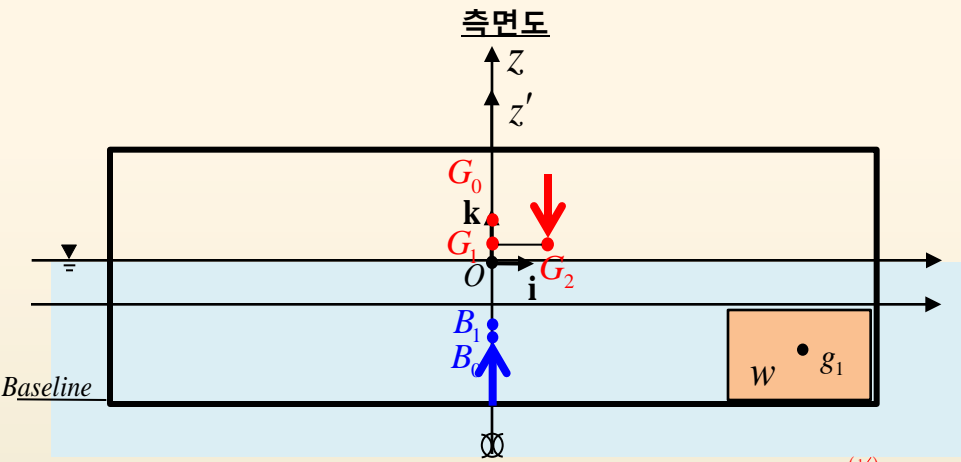


Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

1.2-2 Immersion된 상태에서, 중량물이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산

Trim, $k=1/2$ Step : 중량물이 +x방향(선수 방향)으로 이동하였으나, 아직 자세변화는 없는 상태



Trim만 발생할 경우 미소자세와 미소힘/모멘트 관계식

$$\Delta M_L^{(1/2)} = \left[-\rho g I_L(\theta^{(1/2)}) - \rho g V(\theta^{(1/2)}) z_B^{(1/2)} + mg \cdot z_G^{(1/2)} \right] \Delta \theta^{(1/2)}$$

- 미소자세 변화량 계산

$$\begin{aligned} \Delta \theta^{(1/2)} &= \left[-\rho g I_L(\theta^{(1/2)}) - \rho g V(\theta^{(1/2)}) z_B^{(1/2)} + mg \cdot z_G^{(1/2)} \right]^{-1} \cdot \Delta M_L^{(1/2)} \\ &= \frac{-1.6 \times 10^6}{-2.9733 \times 10^7} \\ &= 0.0538 \text{ rad} \quad (3.0832^\circ) \end{aligned}$$

- Trim angle 계산

$$\begin{aligned} \theta^{(1/2)} &= \theta^{(0)} + \Delta \theta^{(1/2)} \\ &= 0.0538 \text{ rad} \end{aligned}$$

O-xyz : Global coordinate system
 O-x'y'z' : Body fixed coordinate system
 r_w : 중량 moment Arm
 r_B : 부력 moment Arm

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예



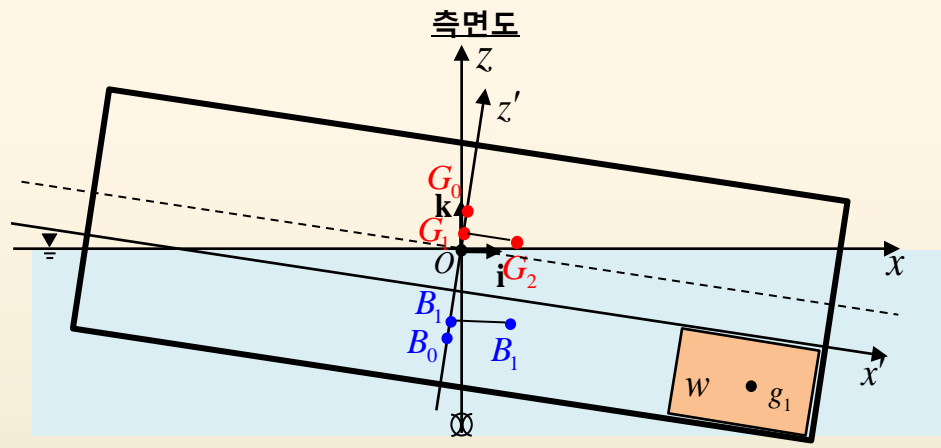
Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

1.2-2 Immersion된 상태에서, 중량물이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산

1th Step

: 1/2 step에서의 힘과 모멘트에 의해 자세변화가 발생한 상태



최종 자세를 구하기 위한 반복 계산의 필요성!

[k=1 step] 까지 계산을 마치면, 자세변화에 따른 중량증가를 제외하면, "힘과 모멘트가 평형상태"일까? 🤔

계산과정을 검토해 보면

$$\Delta M_L^{(1/2)} = \left[-\rho g I_L(\theta^{(1/2)}) - \rho g V(\theta^{(1/2)}) z_B^{(1/2)} + m g \cdot z_G^{(1/2)} \right] \cdot \Delta \theta^{(1/2)}$$

위 식을 적용하면서, 빨간색 Box안의 의미는 일반적인 선박계산에서의 GM_L 를 의미한다. \square
 GM_L 를 이용하여 계산시, 아래와 같은 가정(①~③)을 하며, 계산 과정 중에서도, 가정④가 포함되어, 1번만에 평형자세를 찾진 못한다.

- 가정 1. 배수량의 변화 없이 선박이 경사
- 가정 2. 수선 근처의 선측이 수직벽
- 가정 3. ϕ 가 작음
- 가정 4. 다음 단계에서 평형상태를 가정하지만, 계산시에는 현재 단계 자세의 수선면을 이용하여 계산

따라서, 다른 자세 변화와 연성되지 않은 문제에 대해서도, **추가적인 iteration 계산이 필요하다.**



Trim만 발생할 경우의 미소자세와 미소힘/모멘트 관계식

※ k번째 평형상태 방정식

$$\begin{pmatrix} \Delta F^{(k)} \\ \Delta M_T^{(k)} \\ \Delta M_L^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho g A_{WP}(d^{(k)}) & & -\rho g T_{WP}(d^{(k)}) & & \rho g L_{WP}(d^{(k)}) \\ -\rho g T_{WP}(\phi^{(k)}) & -\rho g I_T(\phi^{(k)}) - \rho g V(\phi^{(k)}) z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} & & & \rho g I_P(\phi^{(k)}) \\ \rho g L_{WP}(\theta^{(k)}) & & \rho g I_P(\theta^{(k)}) & & -\rho g I_L(\theta^{(k)}) - \rho g V(\theta^{(k)}) z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta d^{(k)} \\ \Delta \phi^{(k)} \\ \Delta \theta^{(k)} \end{pmatrix}$$

1/2 Step에서의 평형상태 방정식

$$\begin{pmatrix} \Delta F^{(1/2)} \\ \Delta M_T^{(1/2)} \\ \Delta M_L^{(1/2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho g A_{WP}^{(1/2)} & & -\rho g T_{WP}^{(1/2)} & & \rho g L_{WP}^{(1/2)} \\ -\rho g T_{WP}^{(1/2)} & -\rho g I_T^{(1/2)} - \rho g V^{(1/2)} z_B^{(1/2)} + mg \cdot z_G^{(1/2)} & & & \rho g I_P^{(1/2)} \\ \rho g L_{WP}^{(1/2)} & & \rho g I_P^{(1/2)} & & -\rho g I_L^{(1/2)} - \rho g V^{(1/2)} z_B^{(1/2)} + mg \cdot z_G^{(1/2)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta d^{(1/2)} \\ \Delta \phi^{(1/2)} \\ \Delta \theta^{(1/2)} \end{pmatrix}$$

1/2 Step에서는 $\Delta d, \Delta \theta$ 는 발생하지 않으므로

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta M_L^{(1/2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho g A_{WP}^{(1/2)} & & -\rho g T_{WP}^{(1/2)} & & \rho g L_{WP}^{(1/2)} \\ -\rho g T_{WP}^{(1/2)} & -\rho g I_T^{(1/2)} - \rho g V^{(1/2)} z_B^{(1/2)} + mg \cdot z_G^{(1/2)} & & & \rho g I_P^{(1/2)} \\ \rho g L_{WP}^{(1/2)} & & \rho g I_P^{(1/2)} & & -\rho g I_L^{(1/2)} - \rho g V^{(1/2)} z_B^{(1/2)} + mg \cdot z_G^{(1/2)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta \theta^{(1/2)} \end{pmatrix}$$

Matrix를 전개하면

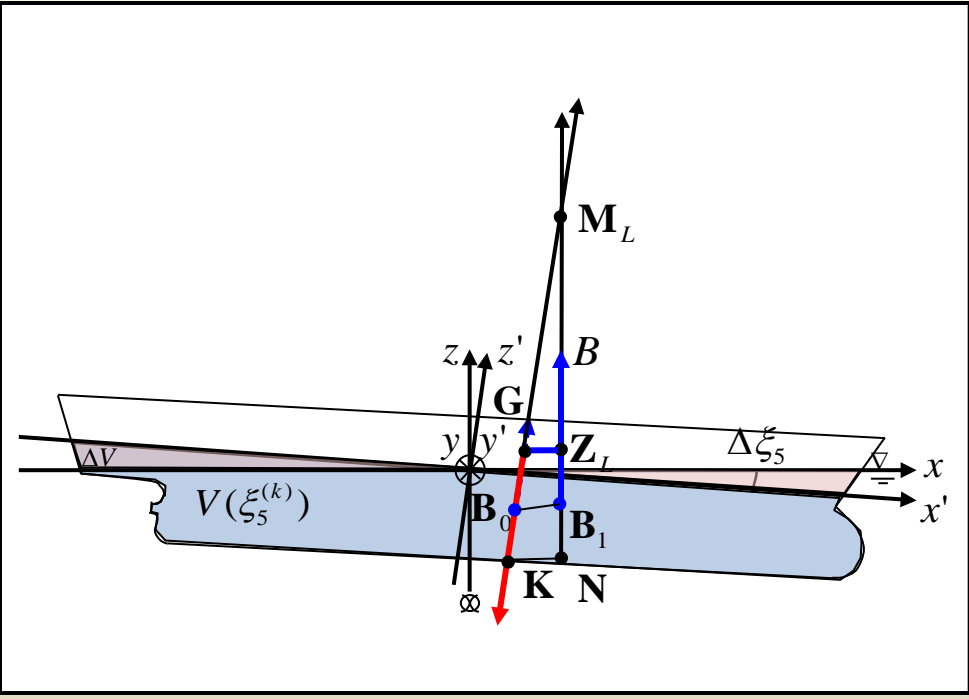
$$\Delta M_L^{(1/2)} = \left[-\rho g I_L(\theta^{(1/2)}) - \rho g V(\theta^{(1/2)}) z_B^{(1/2)} + mg \cdot z_G^{(1/2)} \right] \cdot \Delta \theta^{(1/2)}$$



Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

$$\begin{pmatrix} \Delta F^{(k)} \\ \Delta M_T^{(k)} \\ \Delta M_L^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho g A_{WP}(\xi_3^{(k)}) & 0 & 0 \\ 0 & -\rho g V(\xi_4^{(k)}) z_B^{(k)} - \rho g I_T(\xi_4^{(k)}) + mg \cdot z_G^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & -\rho g V(\xi_5^{(k)}) z_B^{(k)} - \rho g I_L(\xi_5^{(k)}) + mg \cdot z_G^{(k)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta \xi_3^{(k)} \\ \Delta \xi_4^{(k)} \\ \Delta \xi_5^{(k)} \end{pmatrix}$$



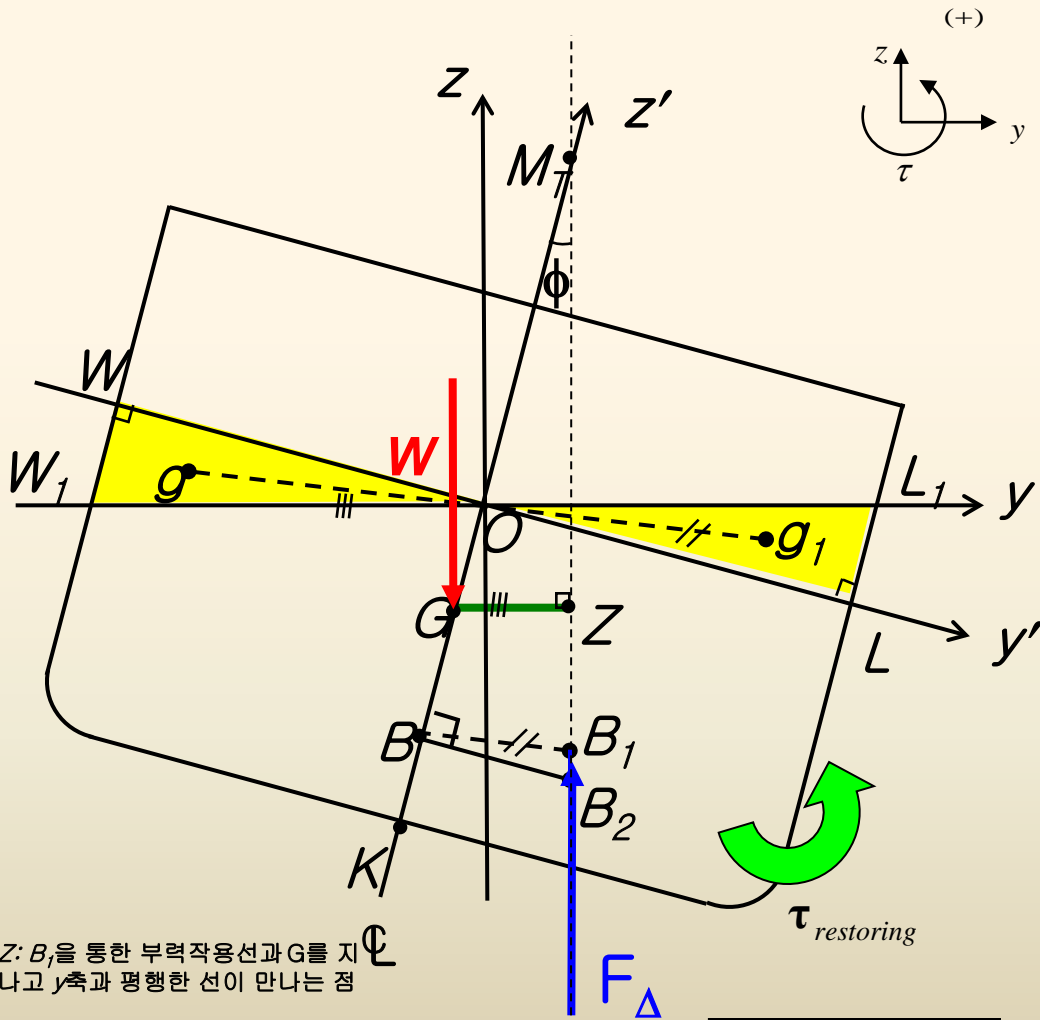
$$\begin{aligned} \Delta M_L &= \mathbf{j} \left[-\rho g V(\xi_5^{(k)}) z_B^{(k)} - \rho g I_T(\xi_5^{(k)}) + mg z_G^{(k)} \right] \Delta \xi_5^{(k)} \\ &= \mathbf{j} \left[-\rho g V(\xi_5^{(k)}) z_B^{(k)} - \rho g I_T(\xi_5^{(k)}) + \rho g V(\xi_5^{(k)}) z_G^{(k)} \right] \Delta \xi_5^{(k)} \quad , (mg = \rho g V) \\ &= \mathbf{j} \rho g V(\xi_5^{(k)}) \cdot \Delta \xi_5^{(k)} \left[-z_B^{(k)} - \frac{I_T(\xi_5^{(k)})}{V(\xi_5^{(k)})} + z_G^{(k)} \right] \\ &= \mathbf{j} \rho g V(\xi_5^{(k)}) \cdot (-\Delta \xi_5^{(k)}) \left[z_B^{(k)} + \frac{I_L(\xi_5^{(k)})}{V(\xi_5^{(k)})} - z_G^{(k)} \right] \quad \mathbf{BM}_L = \frac{I_L}{V} \\ &= \mathbf{j} \rho g V(\xi_5^{(k)}) \cdot (-\Delta \xi_5^{(k)}) \cdot [\mathbf{KB} + \mathbf{BM}_L - \mathbf{KG}] \\ &= \mathbf{j} \rho g V(\xi_5^{(k)}) \cdot \mathbf{GM}_L \cdot (-\Delta \xi_5^{(k)}) \end{aligned}$$

Trim만 고려했을 때, 종경사각을 결정하는 것은 \mathbf{GM}_L 과 경사모멘트와의 관계였다.
 \mathbf{GM}_L 와 종 경사 모멘트를 고려하는 것은, Pressure integration Technique의 미소자세·미소 힘,모멘트 관계식에서 [2,3]의 항을 독립적으로 고려한 것과 같다.

xyz : Global coordinate system
 x'y'z' : Body-fixed coordinate system.

횡 방향 모멘트

- BM_T 값 계산



$BM = \overline{BM_T}$: 횡 메타센터 반지름
(Transverse Metacenter Radius)

가정 1. 배수량의 변화 없이 선박이 경사

가정 2. 수선 근처의 선측이 수직벽

WOW_1 의 배수 용적 는 v

LOL_1 의 배수 용적과 같다고 가정

$$\overline{BB_1} \parallel \overline{gg_1}, \quad \overline{BB_1} = \frac{v}{\nabla} \overline{gg_1}$$

$$\tan \phi = \frac{\overline{BB_2}}{\overline{BM_T}} \Rightarrow \overline{BM_T} = \frac{\overline{BB_2}}{\tan \phi}$$

가정 3. ϕ 가 작음

$$\overline{BM_T} = \frac{\overline{BB_2}}{\tan \phi} \approx \frac{\overline{BB_1}}{\tan \phi} = \frac{v \cdot \overline{gg_1}}{\nabla \cdot \tan \phi}$$

G: 수직방향 무게중심
B: 수직방향 부력 중심
W: 선박 무게
 F_Δ : 부력

$oy'z'$: Body fixed coordinate

oyz : Global coordinate

M_T : B_1 을 통한 부력 작용선과 선체 중심선과의 교점

B_2 : B_1 을 지나고 선박의 y' 축과 평행한 선과, 부력 작용선이 만나는 점

Classical Calculation과 Pressure Integration Technique의 비교

	Classical Calculation	Integral Calculation Method
부력 Moment	<u>다음단계 평형자세를 예상하고, 현재 단계의 배수용적을 기준으로 계산</u>	<u>Classical과 동일한 가정</u>
중량 Moment	<u>다음단계 평형자세를 예상하고, 현재단계 Total Moment를 기준으로 계산</u>	<u>Classical과 동일한 가정</u>
기준 수선면	<u>다음단계 평형자세를 예상하고, 현재단계 수선면을 기준으로 계산</u>	<u>Classical과 동일한 가정</u>
계산 방법	기하학적 접근을 통한 Total Force & Total Moment 평형 조건 이용	Jacobian Matrix 이용 (미소자세변화에 대한 미소힘과 모멘트 변화량 관계)
Immersion, Heel, Trim 1회 계산 결과	(1.0, 13.2222, 3.08)	(1.0, 13.2222, 3.08)

복원 Arm을 동일한 내용으로 가정하고, 동일한 부력/중량/수선면을 기준으로 계산했기 때문에, 같은 결과가 나오는 것을 확인할 수 있다.

하지만, 복원Arm 계산시 여러가정을 바탕으로, 현재 자세를 기준으로 계산했기 때문에, 추가적인 iteration을 해야한다.



Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예 - Chapter 3.

Coupled motion in Intact stability by pressure
integration technique



Seoul
National
Univ.



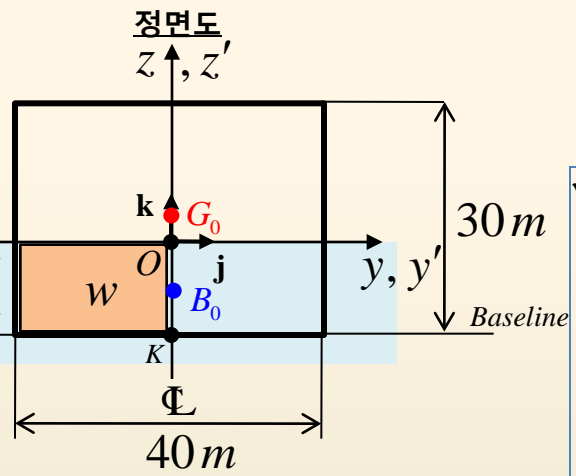
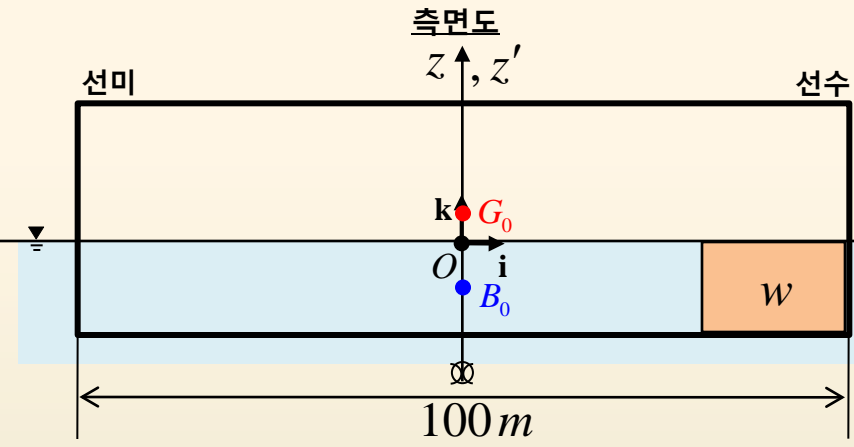
Advanced Ship Design Automation Lab.
<http://asdal.snu.ac.kr>



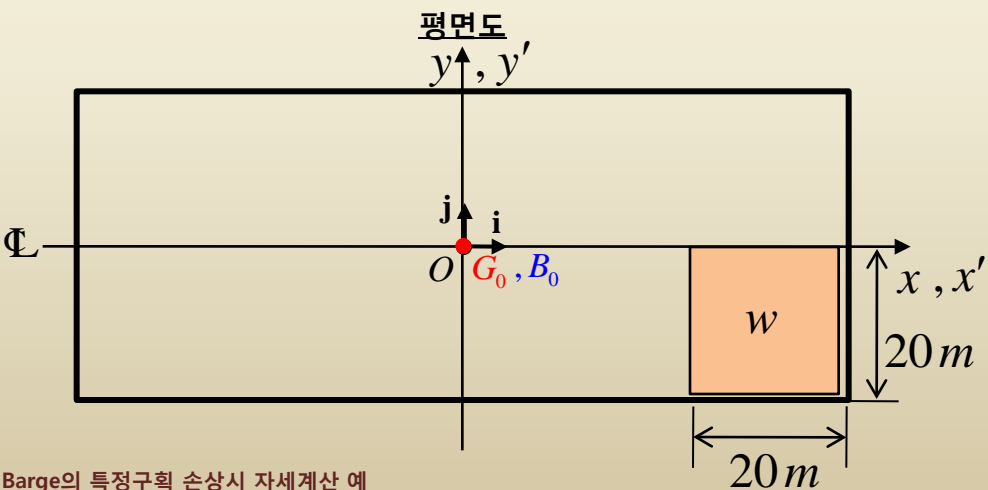
Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

아래 그림과 같이 해상에 떠있는 직육면체 Barge의 **-y 방향, +x 방향에 중량물을 적재**하였다. 중량물 적재로 인한 **Barge의 자세 변화(Immersion, Trim, Heel)**를 구하시오.
 $L = 100m, B = 40m, D = 30m, T = 9m, KG_0 = 15m,$



- ✓중량물(w) 정보
- l(길이) : 20 m
 - b(폭) : 20m
 - h(높이) : 9m
 - 무게 : 40,000 kN
 - 무게중심 : (0,0,5) at Body fixed coordinate system



- $O - xyz$: Global coordinate system
 → 초기 자세에서, Barge의 Centerline, Midship, 수선면 상에 위치
- $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system
 → 초기 자세에서 Body fixed coordinate system과 Global coordinate system이 동일함
- G : Barge의 무게 중심
- B : 부력 중심
- w : 중량물 무게

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예

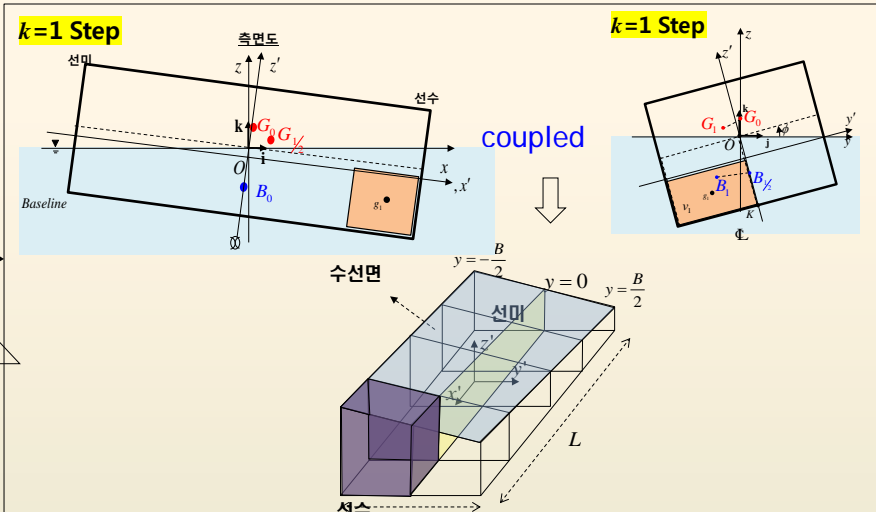
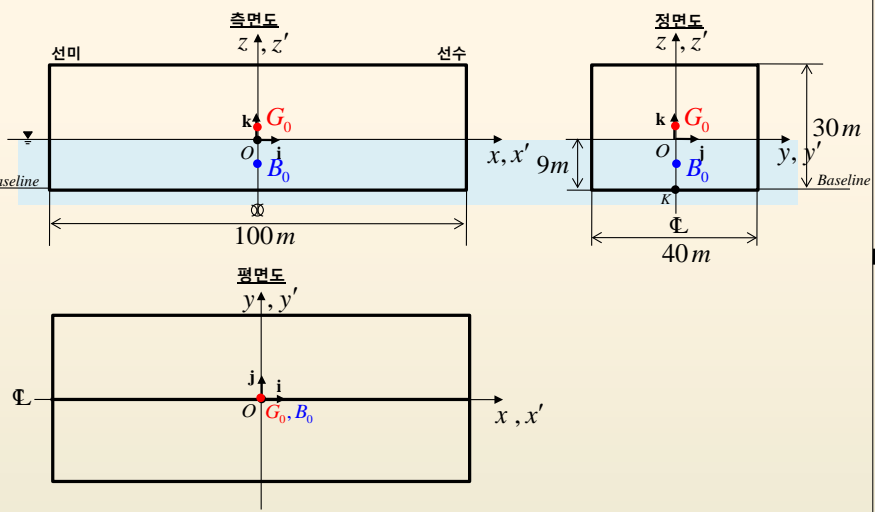


Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

아래 그림과 같이 해상에 떠있는 직육면체 Barge의 **-y 방향, +x 방향**이 중량물을 적재하였다.
 중량물 적재로 인한 Barge의 자세 변화(Immersion, Trim, Heel)를 구하시오.
 $L = 100m, B = 40m, D = 30m, KG = 15m$

방법. Pressure Integration Technique의 Immersion, Trim, Heel이 연성된 미소자세와 미소 힘/모멘트 관계식을 이용하여 계산



$$\begin{pmatrix} \Delta F^{(k)} \\ \Delta M_T^{(k)} \\ \Delta M_L^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho g A_{WP}(d^{(k)}) & -\rho g T_{WP}(d^{(k)}) & \rho g L_{WP}(d^{(k)}) \\ -\rho g T_{WP}(\phi^{(k)}) & -\rho g I_T(\phi^{(k)}) - \rho g V(\phi^{(k)}) z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} & \rho g I_P(\phi^{(k)}) \\ \rho g L_{WP}(\theta^{(k)}) & \rho g I_P(\theta^{(k)}) & -\rho g I_L(\theta^{(k)}) - \rho g V(\theta^{(k)}) z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta d^{(k)} \\ \Delta \phi^{(k)} \\ \Delta \theta^{(k)} \end{pmatrix}$$

given
known
Find

세 자세가 연성되어 있으므로, 연성된 방정식을 한번에 풀어야 한다.



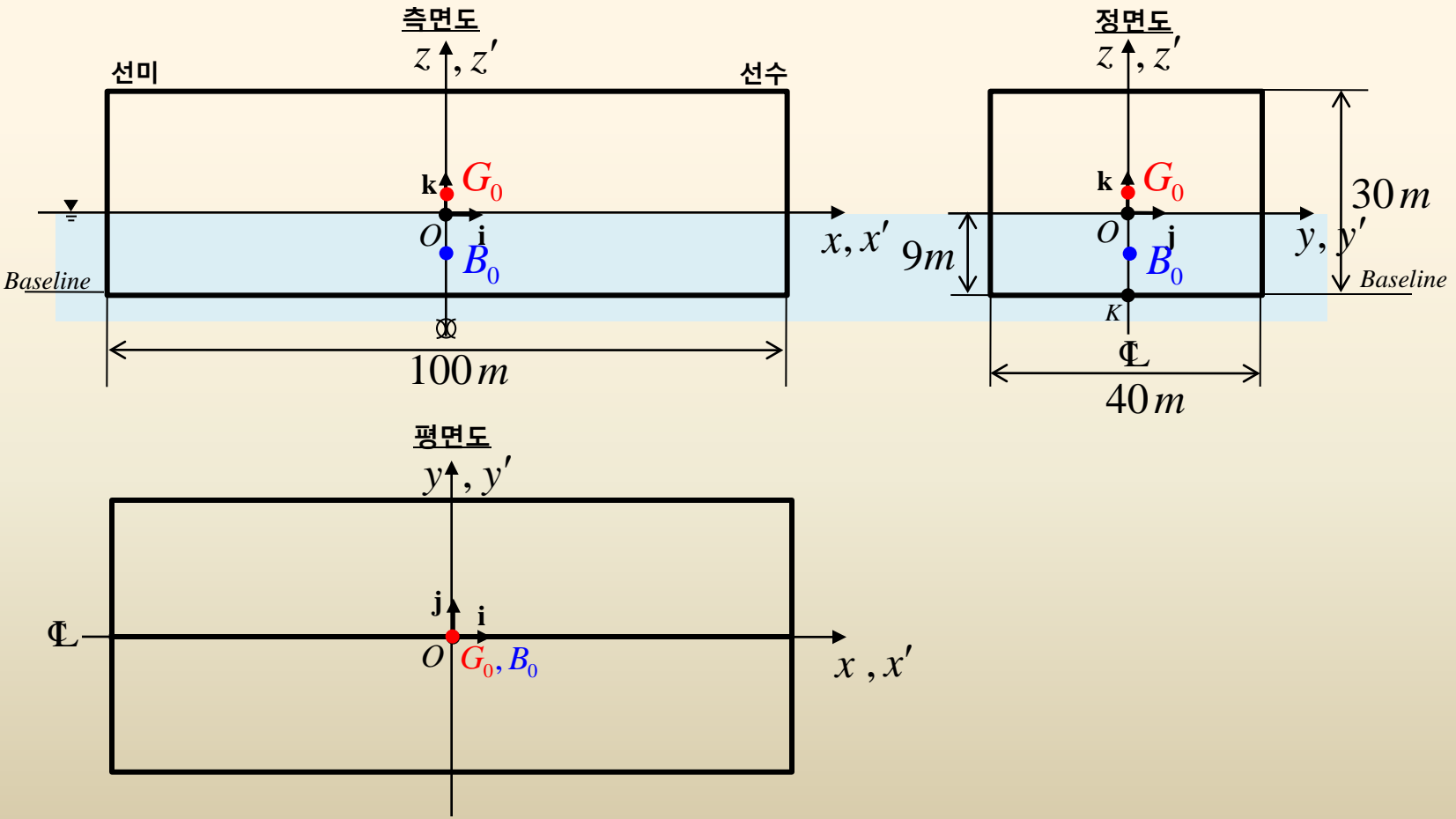
Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

방법. Pressure Integration Technique의 Immersion, Trim, Heel이 연성된 미소자세와 미소 힘/모멘트 관계식을 이용하여 계산

1 선박이 평형상태로 물에 떠 있음

$k=0$ Step (초기상태)

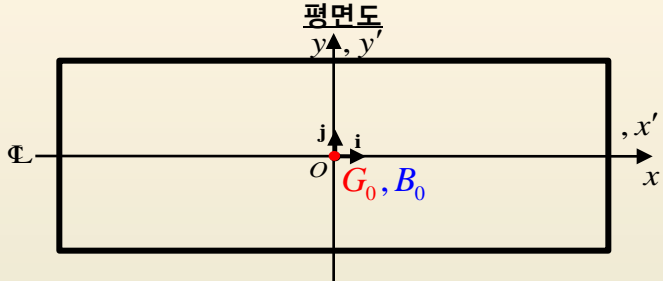
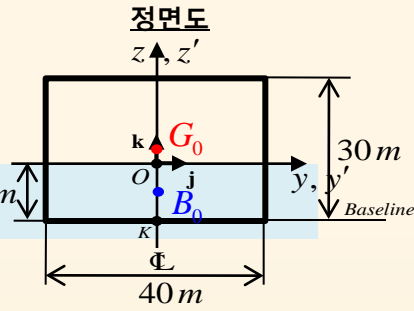
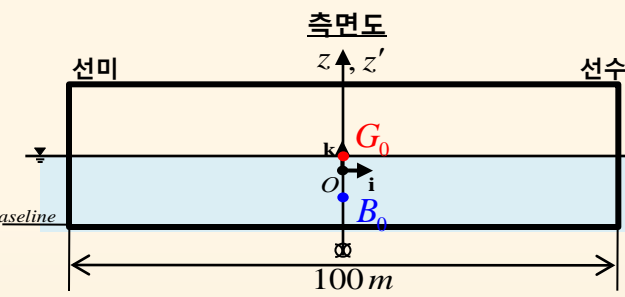


Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

1 선박이 평형상태로 물에 떠 있음

k=0 Step (초기상태)



$O - xyz$: Global coordinate system
 $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system
 G_0 : 중량물 적재전 Barge의 무게 중심
 B_0 : 초기 흘수 $T = 9m$ 에서의 부력 중심

- $\mathbf{F}_W^{(0)}$: Barge의 중량
- $\mathbf{F}_B^{(0)}$: Barge에 작용하는 부력
- $\mathbf{M}_{TW}^{(0)}$: 중량에 의해 작용하는 x축에 대한 횡 방향 모멘트
- $\mathbf{M}_{TB}^{(0)}$: 부력에 의해 작용하는 x축에 대한 횡 방향 모멘트
- $\mathbf{M}_{LW}^{(0)}$: 중량에 의해 작용하는 y축에 대한 종 방향 모멘트
- $\mathbf{M}_{LB}^{(0)}$: 부력에 의해 작용하는 y축에 대한 종 방향 모멘트

② 따라서 힘의 평형을 이용하여 선박의 중량을 계산할 수 있다. , ($\rho g \square 10$)

부력 : $\mathbf{F}_B^{(0)} = (L \times B \times T \times \rho \times g) \mathbf{k} = (100 \times 40 \times 9 \times 10) \mathbf{k} = 3.6 \times 10^5 \mathbf{k}$

중량 : $\mathbf{F}_W^{(0)} = -\mathbf{F}_B^{(0)} = -3.6 \times 10^5 \mathbf{k}$

① 평형상태에 있으므로, Barge에 작용하는 전체 힘과 모멘트는 0이다.

$\mathbf{F}^{(0)} = \mathbf{F}_W^{(0)} + \mathbf{F}_B^{(0)} = 0$

$\mathbf{M}_T^{(0)} = \mathbf{M}_{TW}^{(0)} + \mathbf{M}_{TB}^{(0)} = 0$

$\mathbf{M}_L^{(0)} = \mathbf{M}_{LW}^{(0)} + \mathbf{M}_{LB}^{(0)} = 0$

③ 수선면 고정 좌표계에 대한 부력 중심을 구하면 다음과 같다.

$(x_B^{(0)}, y_B^{(0)}, z_B^{(0)}) = (0, 0, -4.5),$

④ 중량중심은 다음과 같이 주어져 있다.

$(x_G^{(0)}, y_G^{(0)}, z_G^{(0)}) = (0, 0, 6)$

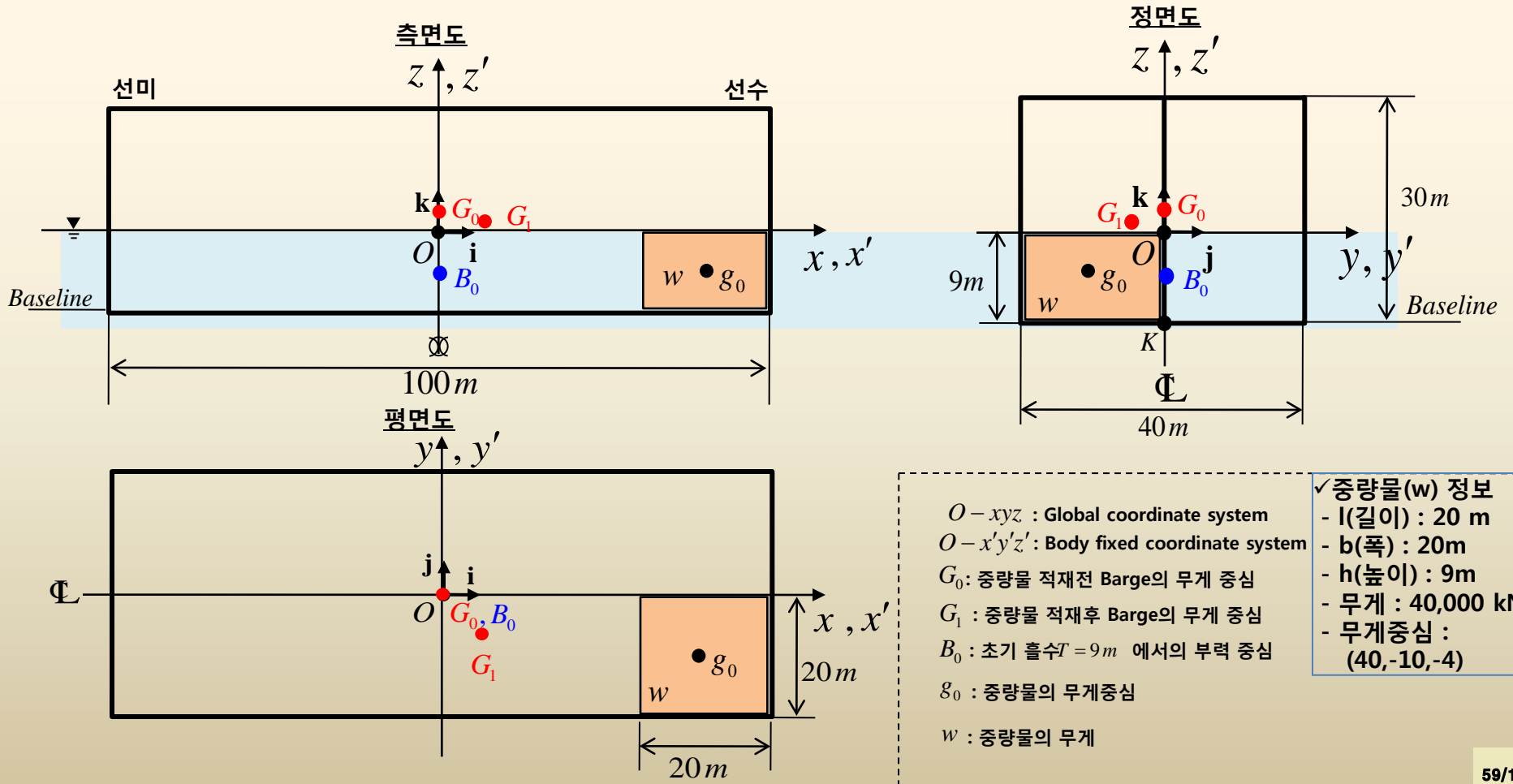


Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

2. 선박의 -y 방향, +x 방향에 중량물을 적재하여, 추가적인 힘과 모멘트가 발생 (아직 자세의 변화는 없음)

$k=1/2$ Step(-y 방향, +x 방향에 중량물 적재)

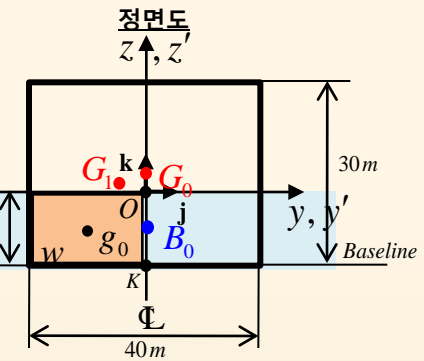
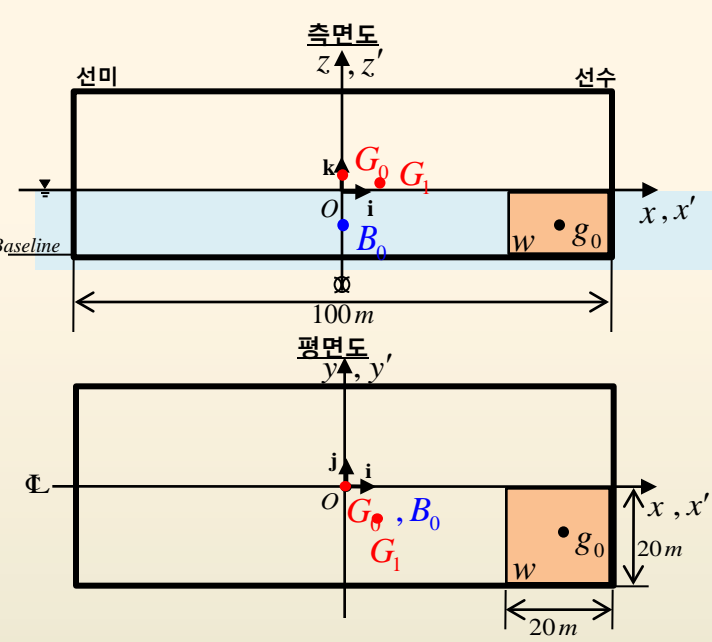


Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

2.2 선박의 -y 방향, +x 방향에 중량물이 적재되어 추가적인 힘과 모멘트가 발생 (아직 자세의 변화는 없음)

k=1/2 Step



$O - xyz$: Global coordinate system
 $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system
 G_0 : 중량물 적재전 Barge의 무게 중심
 G_1 : 중량물 적재후 Barge의 무게 중심
 B_0 : 초기 흘수 $T=9m$ 에서의 부력 중심
 g_0 : 중량물의 무게 중심
 w : 중량물의 무게

$$(x_B^{(0)}, y_B^{(0)}, z_B^{(0)}) = (0, 0, -4.5),$$

$$(x_G^{(0)}, y_G^{(0)}, z_G^{(0)}) = (0, 0, 6)$$

- ① 중량물 중량
 $w = -4.0 \times 10^4 \text{ k}$
- ② Barge에 작용하는 전체 힘 :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}^{(1/2)} &= \mathbf{F}_B^{(1/2)} + \mathbf{F}_W^{(1/2)} \\
 &= \mathbf{F}_B^{(0)} + \mathbf{F}_W^{(0)} + \mathbf{w} \\
 &= 0\mathbf{k} - 3.6 \times 10^4 \mathbf{k} = -3.6 \times 10^4 \mathbf{k}
 \end{aligned}$$

③ 자세의 변화는 없으므로, 부력중심의 좌표 변화는 없다.

$$(x_B^{(1/2)}, y_B^{(1/2)}, z_B^{(1/2)}) = (x_B^{(0)}, y_B^{(0)}, z_B^{(0)}) = (0, 0, -4.5),$$

④ 중량물의 이동에 의한 무게중심의 변화

$$\begin{aligned}
 x_G^{(1/2)} &= \frac{x_G^{(0)} \times F_W^{(0)} + x_w \times w}{F_W^{(0)} + w} \\
 &= \frac{0 \times 3.6 \times 10^5 + 40 \times 4.0 \times 10^4}{3.6 \times 10^5 + 4.0 \times 10^4} \\
 &= 4.0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y_G^{(1/2)} &= \frac{y_G^{(0)} \times F_W^{(0)} + y_w \times w}{F_W^{(0)} + w} \\
 &= \frac{0 \times 3.6 \times 10^5 + (-10) \times 4.0 \times 10^4}{3.6 \times 10^5 + 4.0 \times 10^4} \\
 &= -1.0
 \end{aligned}$$

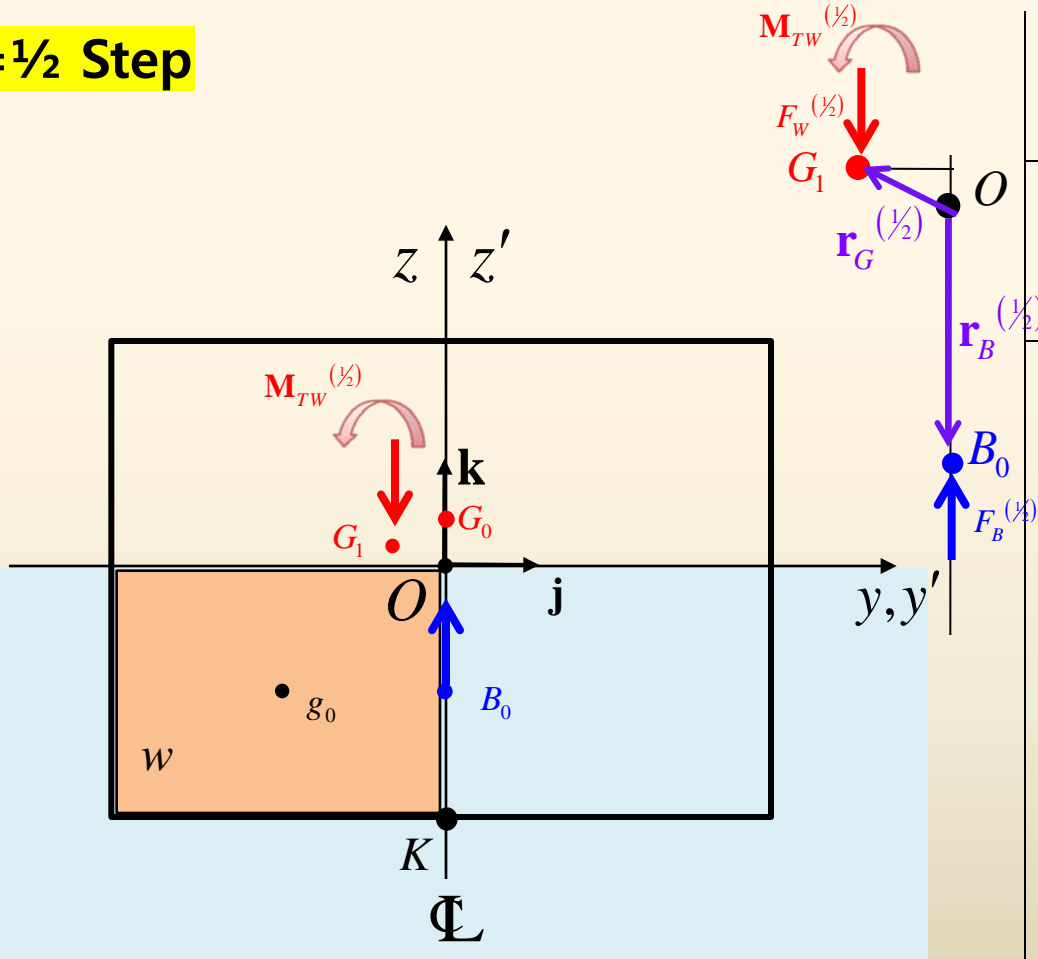
$$\begin{aligned}
 z_G^{(1/2)} &= \frac{z_G^{(0)} \times F_W^{(0)} + z_w \times w}{F_W^{(0)} + w} \\
 &= \frac{6 \times 3.6 \times 10^5 + (-4.0) \times 4.0 \times 10^4}{3.6 \times 10^5 + 4.0 \times 10^4} \\
 &= 5.0 \\
 \therefore (x_G^{(1/2)}, y_G^{(1/2)}, z_G^{(1/2)}) &= (4.0, -1.0, 5.0)
 \end{aligned}$$

Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

2.2 선박의 -y 방향, +x 방향에 중량물이 적재되어 추가적인 힘과 모멘트가 발생 (아직 자세의 변화는 없음)

k=1/2 Step



$$(x_G^{(1/2)}, y_G^{(1/2)}, z_G^{(1/2)}) = (4.0, -1.0, 5.0)$$

$$(x_B^{(1/2)}, y_B^{(1/2)}, z_B^{(1/2)}) = (x_B^{(0)}, y_B^{(0)}, z_B^{(0)}) = (0, 0, -4.5),$$

$M^* = 0$: 평형 상태 에서의 모멘트
 $\Delta M^{(k)} = M^{(k+1)} - M^{(k)}$: 다음 값과 현재 값과의 차이
 $M^{(k+1)} = M^*$ 라고 가정함

횡방향 모멘트 발생

$$\mathbf{M}_{TW}^{(1/2)} = \mathbf{r}_G^{(1/2)} \times \mathbf{F}_W^{(1/2)}$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 4.0 & -1.0 & 5.0 \\ 0 & 0 & -4.0 \times 10^5 \end{vmatrix} = 1.6 \times 10^6 \mathbf{i} \text{ [kN} \cdot \text{m]}$$

$$\mathbf{M}_{TB}^{(1/2)} = \mathbf{r}_B^{(1/2)} \times \mathbf{F}_B^{(1/2)} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 3.6 \times 10^5 \end{vmatrix} = 0$$

$$\mathbf{M}_T^{(1/2)} = \mathbf{M}_{TB}^{(1/2)} + \mathbf{M}_{TW}^{(1/2)}$$

$$= 1.6 \times 10^6 \mathbf{i} \text{ [kN} \cdot \text{m]}$$



Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

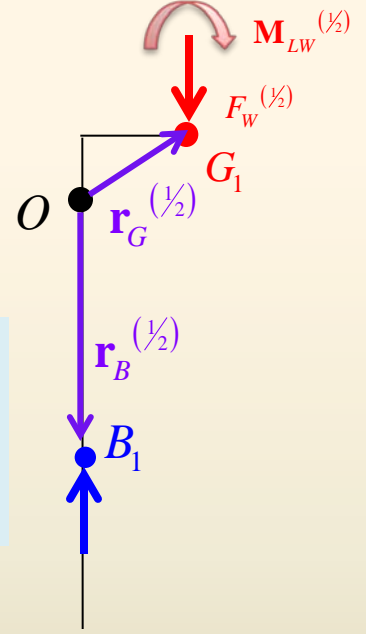
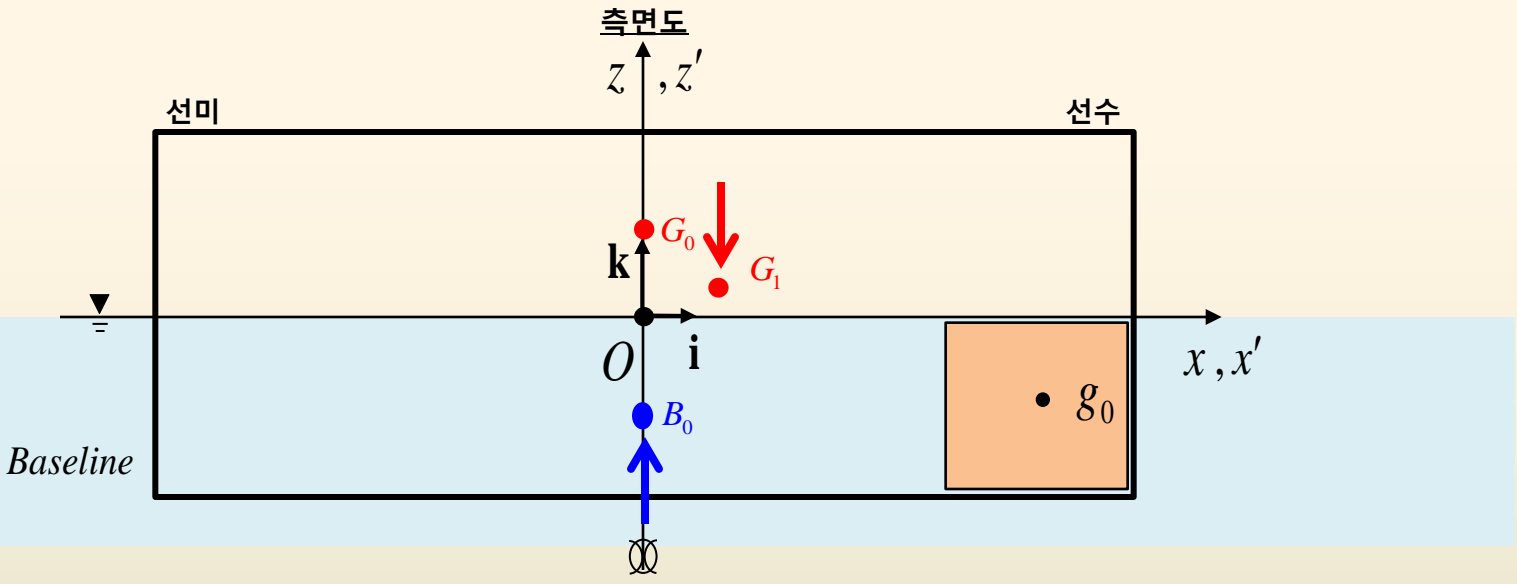
-Intact stability (by Pressure integration)

2.2 선박의 -y 방향, +x 방향에 중량물이 적재되어 추가적인 힘과 모멘트가 발생 (아직 자세의 변화는 없음)

k=1/2 Step

$$(x_G^{(1/2)}, y_G^{(1/2)}, z_G^{(1/2)}) = (3.636, -0.9091, 5.3822)$$

$$(x_B^{(1/2)}, y_B^{(1/2)}, z_B^{(1/2)}) = (x_B^{(0)}, y_B^{(0)}, z_B^{(0)}) = (0, 0, -5),$$



종방향 모멘트 발생

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_L^{(1/2)} &= \mathbf{M}_{LB}^{(1/2)} + \mathbf{M}_{LW}^{(1/2)} \\ &= 0\mathbf{j} + (x_G^{(1/2)}\mathbf{i}) \times (\mathbf{F}_W^{(0)} + \mathbf{w}_{1/2}) \\ &= 0\mathbf{j} + (4.0\mathbf{i}) \times (-3.6 \times 10^5 \mathbf{k} - 4.0 \times 10^4 \mathbf{k}) \\ &= (-4.0 \times 10^5) \mathbf{i} \times \mathbf{k} \\ &= 4.0 \times 10^5 \mathbf{j} \end{aligned}$$

Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

2.3 추가적인 힘과 모멘트에 의해 자세변화를 일으킨다.

k=1 Step

미소자세와 미소힘/모멘트 관계식

$$\begin{pmatrix} \Delta F^{(k)} \\ \Delta M_T^{(k)} \\ \Delta M_L^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho g A_{WP}(d^{(k)}) & -\rho g T_{WP}(d^{(k)}) & \rho g L_{WP}(d^{(k)}) \\ -\rho g T_{WP}(\phi^{(k)}) & -\rho g I_T(\phi^{(k)}) - \rho g V(\phi^{(k)})z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} & \rho g I_P(\phi^{(k)}) \\ \rho g L_{WP}(\theta^{(k)}) & \rho g I_P(\theta^{(k)}) & -\rho g I_L(\theta^{(k)}) - \rho g V(\theta^{(k)})z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta d^{(k)} \\ \Delta \phi^{(k)} \\ \Delta \theta^{(k)} \end{pmatrix}$$

given
known
Find

선박의 다음단계에서 평형상태를 가정하지만, 자세가 얼마큼 변할 지 모르기 때문에, 다음단계 자세를 알기는 계산하긴 힘들다. 다음 자세를 계산하기 위하여, 먼저 Matrix의 각 성분을 현재 선박의 자세를 이용하여 계산한다.

$$\begin{aligned}
 A_{WP}^{(1/2)} &= LB = 100 \times 40 = 4,000 \\
 L_{WP}^{(1/2)} &= 0 \quad \because \text{LCF에 y축이 존재 (y축 대칭)} \\
 T_{WP}^{(1/2)} &= 0 \quad \because \text{Centerline에 x축이 존재 (x축 대칭)} \\
 I_L^{(1/2)} &= \frac{L^3 B}{12} = \frac{100^3 \times 40}{12} = 3.333 \times 10^6 \\
 I_T^{(1/2)} &= \frac{LB^3}{12} = \frac{100 \times 40^3}{12} = 5.333 \times 10^5 \\
 I_P^{(1/2)} &= 0 \quad \because \text{x축 or y축 대칭}
 \end{aligned}$$

Matrix의 대각성분만 남아있게 됨

↓

1st Step에서는 자세변화가 서로 연성이 되지 않음.



Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

2.3 추가적인 힘과 모멘트에 의해 자세변화를 일으킨다.

k=1 Step

미소자세와 미소힘/모멘트 관계식

$$\begin{pmatrix} \Delta F^{(k)} \\ \Delta M_T^{(k)} \\ \Delta M_L^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho g A_{WP}(d^{(k)}) & -\rho g T_{WP}(d^{(k)}) & \rho g L_{WP}(d^{(k)}) \\ -\rho g T_{WP}(\phi^{(k)}) & -\rho g I_T(\phi^{(k)}) - \rho g V(\phi^{(k)})z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} & \rho g I_P(\phi^{(k)}) \\ \rho g L_{WP}(\theta^{(k)}) & \rho g I_P(\theta^{(k)}) & -\rho g I_L(\theta^{(k)}) - \rho g V(\theta^{(k)})z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta d^{(k)} \\ \Delta \phi^{(k)} \\ \Delta \theta^{(k)} \end{pmatrix}$$

given
known
Find

$$\begin{pmatrix} 4.0 \times 10^4 \\ -1.6 \times 10^6 \\ 4.0 \times 10^5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4.0 \times 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & -1.713 \times 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & -2.973 \times 10^7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta d^{(1/2)} \\ \Delta \phi^{(1/2)} \\ \Delta \theta^{(1/2)} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \Delta d^{(1/2)} \\ \Delta \phi^{(1/2)} \\ \Delta \theta^{(1/2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4.0 \times 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & -1.713 \times 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & -2.973 \times 10^7 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 4.0 \times 10^4 \\ -1.6 \times 10^6 \\ 4.0 \times 10^5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.9 \\ 0.2307 \\ 0.0538 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \begin{pmatrix} d^{(1)} \\ \phi^{(1)} \\ \theta^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d^{(1/2)} \\ \phi^{(1/2)} \\ \theta^{(1/2)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta d^{(1/2)} \\ \Delta \phi^{(1/2)} \\ \Delta \theta^{(1/2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.9 \\ 0.2307 \\ 0.0538 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9.9 \text{ m} \\ 0.2307 \text{ rad} \\ 0.0538 \text{ rad} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9.9 \text{ m} \\ 13.2181^\circ \\ 3.0825^\circ \end{pmatrix}$$

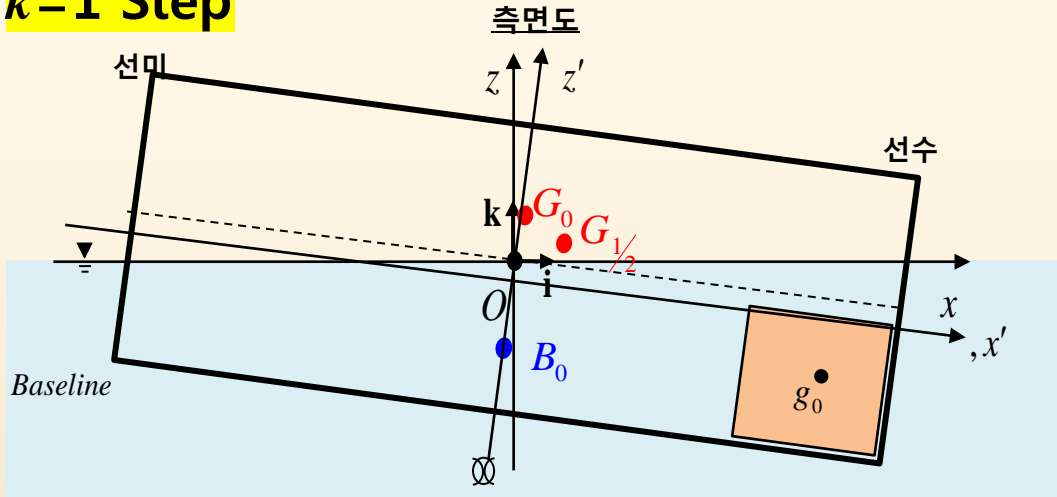


Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

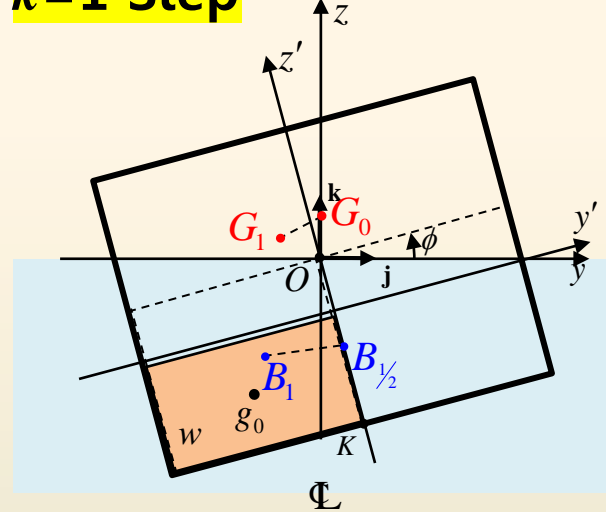
-Intact stability (by Pressure integration)

2.3 추가적인 힘과 모멘트에 의해 자세변화를 일으킨다.

k=1 Step



k=1 Step



최종 자세를 구하기 위한 반복 계산의 필요성!

이전 Chapter에서 보았듯이, 단독적으로 일어나는 자세변화도, 대부분 가정을 통한 자세변화를 구하였기 때문에, 오차가 존재하였다.
 3개의 운동이 서로 연성된 경우 역시, 기본적으로 계산 과정중에 동일한 가정이 포함되기 때문에, 최종자세를 구하기 위해서는 iteration을 해야한다.

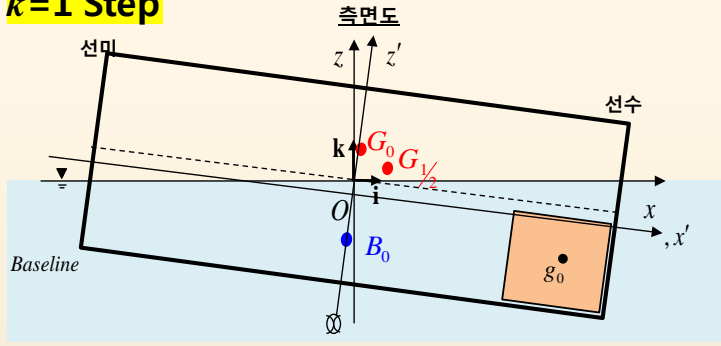


Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

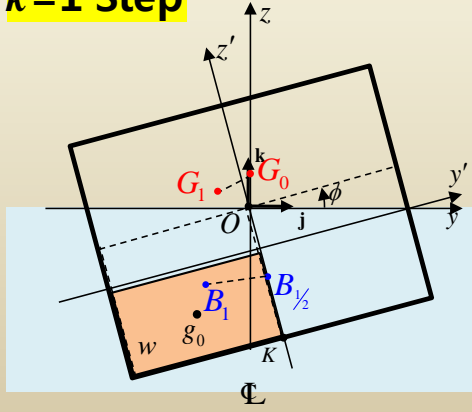
-Intact stability (by Pressure integration)

2.3 추가적인 힘과 모멘트에 의해 자세변화를 일으킨다.

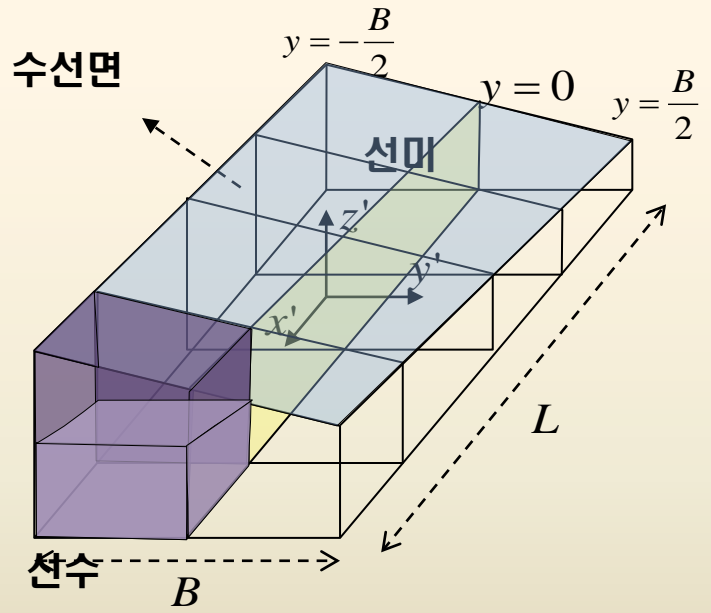
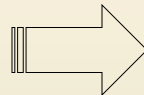
k=1 Step



k=1 Step



Coupled



$O - xyz$: Global coordinate system system
 $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system
 G_0 : 순수한 Barge의 무게 중심

Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

2.3 추가적인 힘과 모멘트에 의해 자세변화를 일으킨다.

k=1½ Step

$$\begin{pmatrix} \Delta F^{(k)} \\ \Delta M_T^{(k)} \\ \Delta M_L^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho g A_{WP}(d^{(k)}) & -\rho g T_{WP}(d^{(k)}) & \rho g L_{WP}(d^{(k)}) \\ -\rho g T_{WP}(\phi^{(k)}) & -\rho g I_T(\phi^{(k)}) - \rho g V(\phi^{(k)}) z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} & \rho g I_P(\phi^{(k)}) \\ \rho g L_{WP}(\theta^{(k)}) & \rho g I_P(\theta^{(k)}) & -\rho g I_L(\theta^{(k)}) - \rho g V(\theta^{(k)}) z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta d^{(k)} \\ \Delta \phi^{(k)} \\ \Delta \theta^{(k)} \end{pmatrix}$$

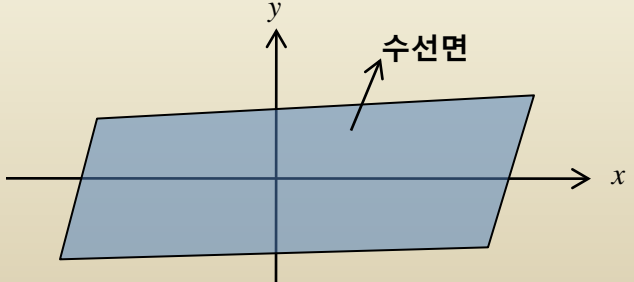
프로그램을 통하여 계산

$$\begin{pmatrix} \Delta F^{(1/2)} \\ \Delta M_T^{(1/2)} \\ \Delta M_L^{(1/2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -41,148 & 9,682 & 2,216 \\ 9,682 & -2,301,800 & -435,117 \\ 2,216 & -435,117 & 309,426 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta d^{(1/2)} \\ \Delta \phi^{(1/2)} \\ \Delta \theta^{(1/2)} \end{pmatrix}$$

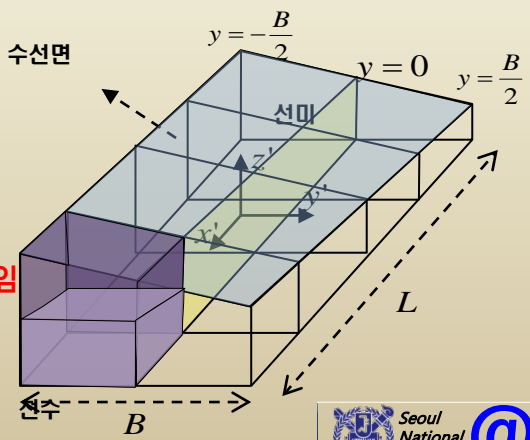
1st step의 자세에서 구할 수 있음 → 자세 변화가서로 연성되어 있는 항

세 자세를 연성된 방정식을 풀어서 한꺼번에 계산하여야 함

자세가 기울어 지게 되면, 수선면이 각 축에 대해서 대칭이 아니기 때문에, 대각성분이 아닌 항들도 값이 나온다. 즉, 세 자세를 연성된 방정식에 의해 구하여야 한다.



수선면이 Global coordinate system에 대하여 비대칭임 => 비대각 성분이 0이 아님



Barge의 중량물 이동시 선박의 자세계산 예

-Intact stability (by Pressure integration)

$$\begin{pmatrix} \Delta F^{(k)} \\ \Delta M_T^{(k)} \\ \Delta M_L^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho g A_{WP}(d^{(k)}) & -\rho g T_{WP}(d^{(k)}) & \rho g L_{WP}(d^{(k)}) \\ -\rho g T_{WP}(\phi^{(k)}) & -\rho g I_T(\phi^{(k)}) - \rho g V(\phi^{(k)})z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} & \rho g I_P(\phi^{(k)}) \\ \rho g L_{WP}(\theta^{(k)}) & \rho g I_P(\theta^{(k)}) & -\rho g I_L(\theta^{(k)}) - \rho g V(\theta^{(k)})z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta d^{(k)} \\ \Delta \phi^{(k)} \\ \Delta \theta^{(k)} \end{pmatrix}$$

방법 1. 선박의 중심에 중량물을 적재하여 Immersion시킨 후, 중량물을 각각 -y 방향, +x 방향으로 이동한 것으로 생각하여 Trim, Heel 각을 구함

1.1 선박의 Midship과 Centerline에 중량물을 적재하고 Immersion양을 계산

$$\Delta F^{(k)} = -\rho g A_{WP}(d^{(k)}) \cdot \Delta d^{(k)}$$

1.2-1 Immersion된 상태에서, 중량물 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

$$\Delta M_T^{(k)} = [-\rho g I_T(\phi^{(k)}) - \rho g V(\phi^{(k)})z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)}] \cdot \Delta \phi^{(k)}$$

1.2-2 Immersion된 상태에서, 중량물 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산

$$\Delta M_L^{(k)} = [-\rho g I_L(\theta^{(k)}) - \rho g V(\theta^{(k)})z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)}] \cdot \Delta \theta^{(k)}$$

서로 연성되어 있지 않음

방법 2. Pressure Integration Technique의 Immersion, Trim, Heel이 연성된 미소자세와 미소 힘/모멘트 관계식을 이용하여 계산

$$\begin{pmatrix} \Delta F^{(k)} \\ \Delta M_T^{(k)} \\ \Delta M_L^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho g A_{WP}(d^{(k)}) & -\rho g T_{WP}(d^{(k)}) & \rho g L_{WP}(d^{(k)}) \\ -\rho g T_{WP}(\phi^{(k)}) & -\rho g I_T(\phi^{(k)}) - \rho g V(\phi^{(k)})z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} & \rho g I_P(\phi^{(k)}) \\ \rho g L_{WP}(\theta^{(k)}) & \rho g I_P(\theta^{(k)}) & -\rho g I_L(\theta^{(k)}) - \rho g V(\theta^{(k)})z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta d^{(k)} \\ \Delta \phi^{(k)} \\ \Delta \theta^{(k)} \end{pmatrix}$$

서로 연성되어 있는 항이 존재하므로, 세 자세를 한꺼번에 계산하여야 한다.



Barge의 일부 구획 침수시 선박의 자세계산 예
- Chapter 4.
Damage stability



Seoul
National
Univ.



Advanced Ship Design Automation Lab.
<http://asdal.snu.ac.kr>

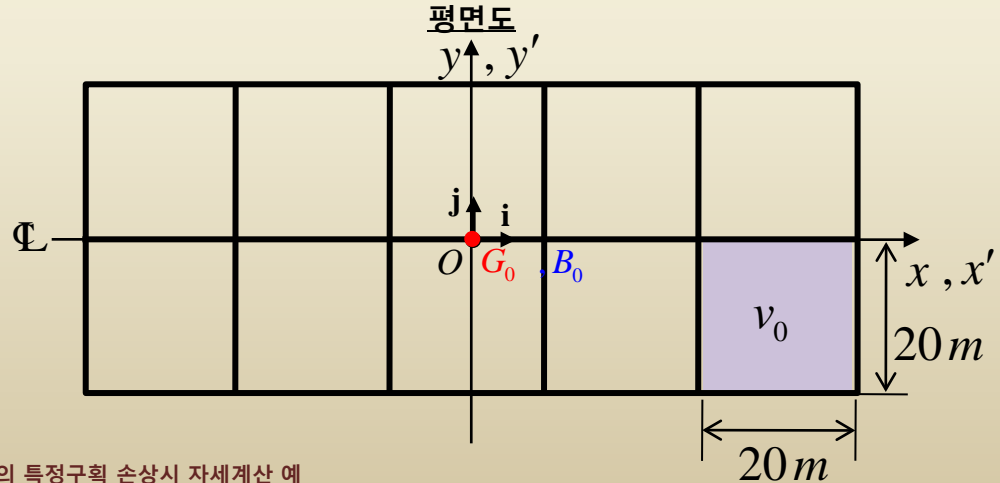
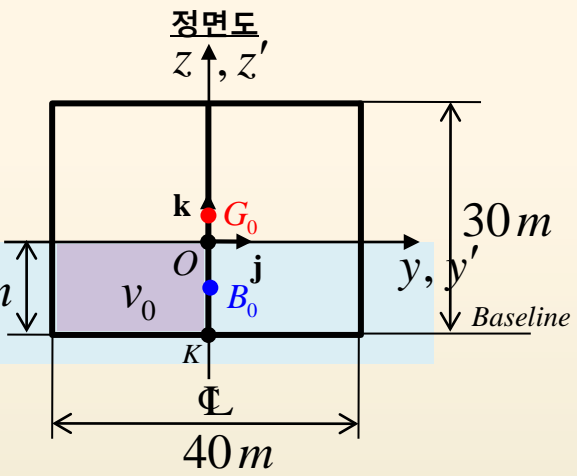
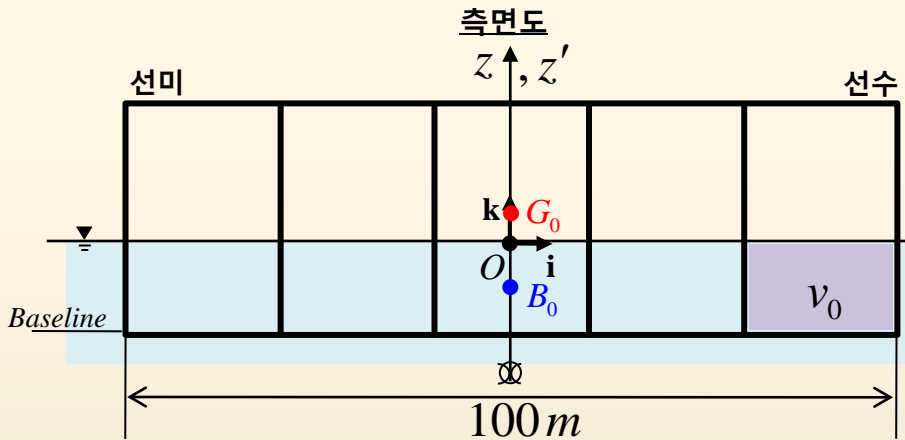


Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

-Damage stability

아래 그림과 같이 해상에 떠있는 직육면체 Barge의 **-y 방향, +x 방향 구획이 침수** 되었다. 구획 침수로 인한 Barge의 자세 변화(Immersion, Trim, Heel)를 구하시오.

$L = 100m, B = 40m, D = 30m, T = 9m, KG_0 = 15m$



- $O - xyz$: Global coordinate system
 → 초기 자세에서, Barge의 Centerline, Midship, 수선면 상에 위치
- $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system
 → 초기 자세에서 Body fixed coordinate system과 Global coordinate system이 동일함
- G_0 : 침수되기 전 Barge의 무게 중심
- B_0 : 침수 전 흘수 $T = 9m$ 에서의 부력 중심
- v_0 : 흘수 $T = 9m$ 에서의 구획의 침수 부피

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예



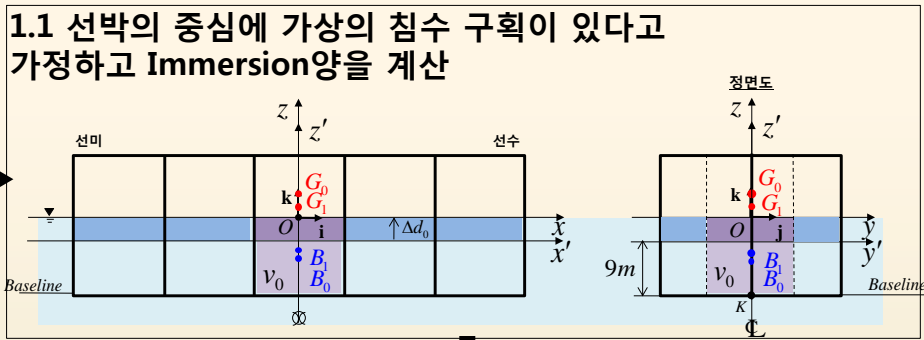
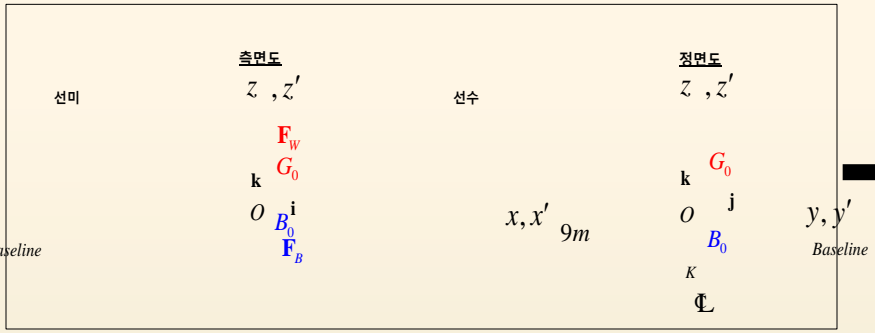
Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

-Damage stability

아래 그림과 같이 해상에 떠있는 직육면체 Barge의 **-y 방향, +x 방향 구획이 침수** 되었다. 구획 침수로 인한 **Barge의 자세 변화(Immersion, Trim, Heel)**를 구하시오.

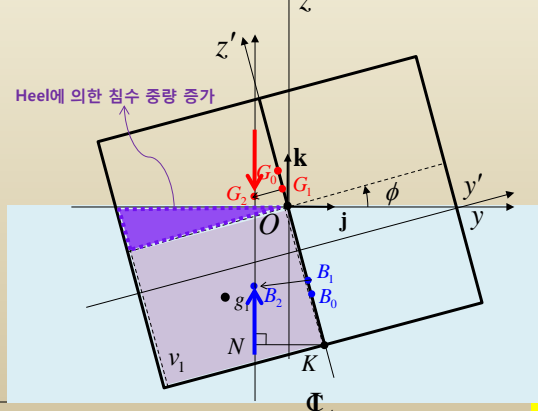
$L = 100m, B = 40m, D = 30m, T = 9m, KG_0 = 15m$

방법 1. 선박의 중심에 가상의 침수 구획을 가정하여 Immersion시킨 후, 침수 중량을 각각 -y 방향, +x 방향으로 이동한 것으로 생각하여 Trim, Heel 각을 구함



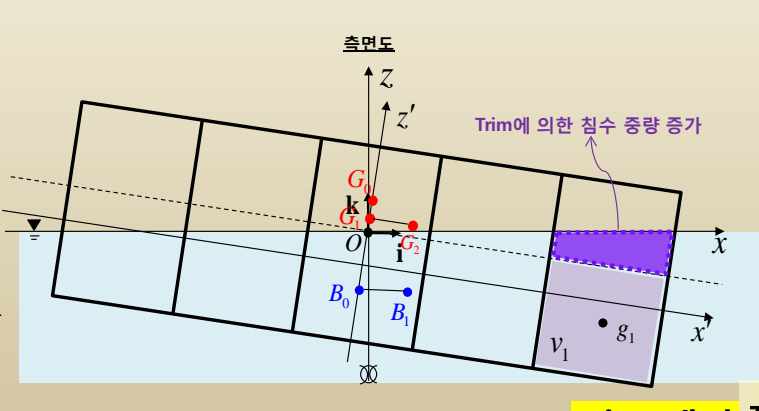
immersion 계산

1.2-1 Immersion된 상태에서, 침수된 구획을 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 이때 Heel 각도를 계산



Heel 계산

1.2-2 Immersion된 상태에서, 침수된 구획을 선수로 이동하였다고 가정하고 이때의 Trim 각도를 계산



Trim 계산

~~↔~~
서로 연성되어 있지 않음

Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

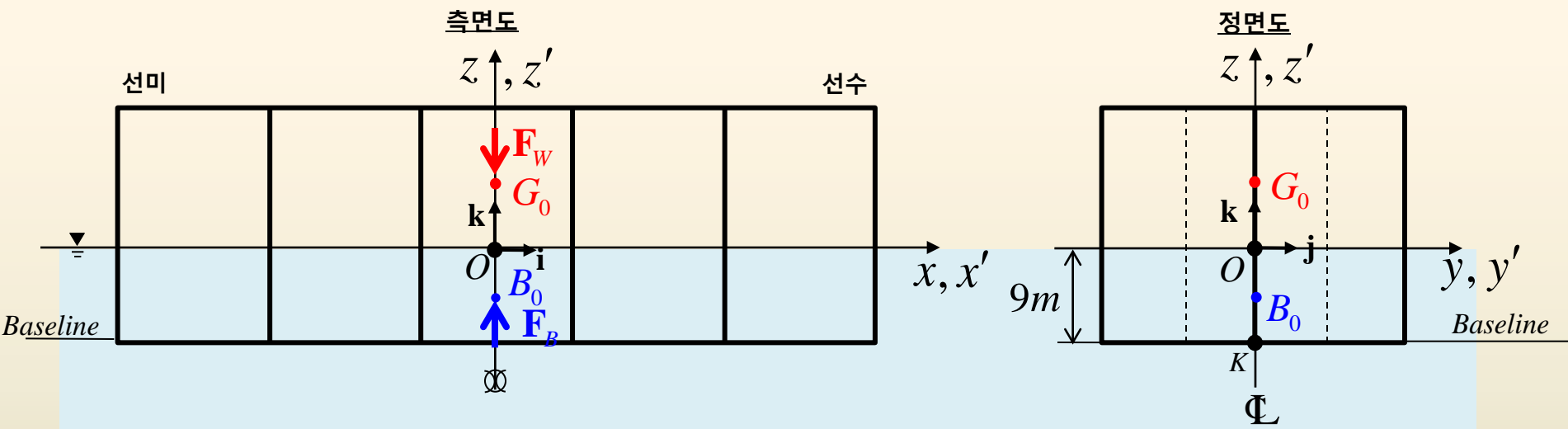
-Damage stability

아래 그림과 같이 해상에 떠있는 직육면체 Barge의 -y 방향, +x 방향 구획이 침수 되었다.
 구획 침수로 인한 Barge의 자세 변화(Immersion, Trim, Heel)를 구하시오.
 $L = 100m, B = 40m, D = 30m, T = 9m, KG_0 = 15m$

방법 1. 선박의 중심에 가상의 침수 구획을 가정하여 Immersion시킨 후,
 침수 중량을 각각 -y 방향, +x 방향으로 이동한 것으로 생각하여 Trim, Heel 각을 구함

Immersion, $k=0$ Step

초기 자세에서 Static Equilibrium 상태라고 하자.



초기 자세에서 Static Equilibrium 상태라고 하자.

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_W + \mathbf{F}_B$$

$$\ddot{\mathbf{r}} = 0 \text{ 이므로, } \therefore \mathbf{F}_W + \mathbf{F}_B = 0$$

$O - xyz$: Global coordinate system
 $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system

\mathbf{F}_W : 초기자세에서의 중량
 \mathbf{F}_B : 초기자세에서의 부력



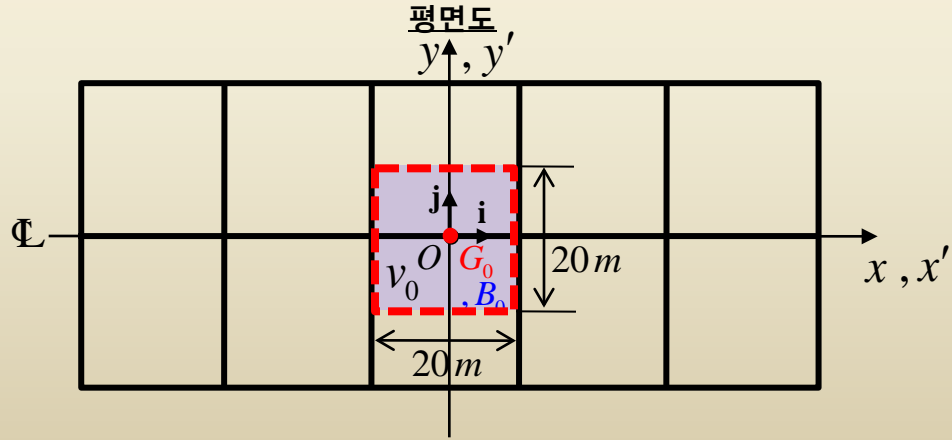
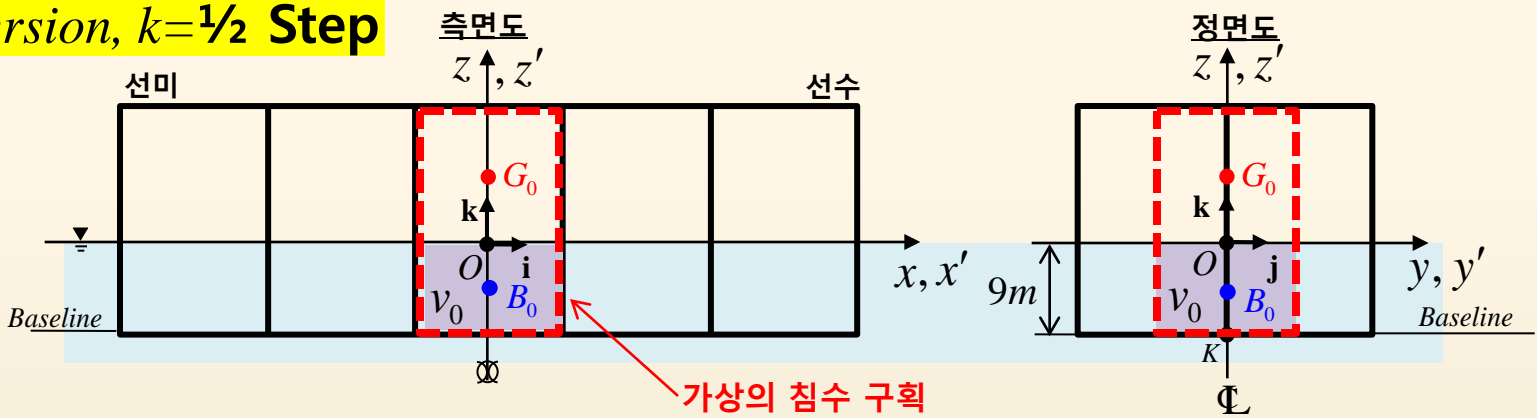
Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

-Damage stability

방법 1. 선박의 중심에 가상의 침수 구획을 가정하여 Immersion시킨 후, 침수 중량을 각각 -y 방향, +x 방향으로 이동한 것으로 생각하여 Trim, Heel 각을 구함

1.1 선박의 Midship과 Centerline에 가상의 침수 구획이 있다고 가정하고 Immersion양을 계산

Immersion, $k=1/2$ Step



✓가상의 침수 구획이 선박의 중심에 있으므로 Immersion만 발생

- $O - xyz$: Global coordinate system
- $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system
- G_0 : 침수전 Barge의 무게 중심
- B_0 : 침수전 흘수 $T = 9m$ 에서의 부력 중심
- v_0 : 흘수 $T = 9m$ 에서의 침수 부피

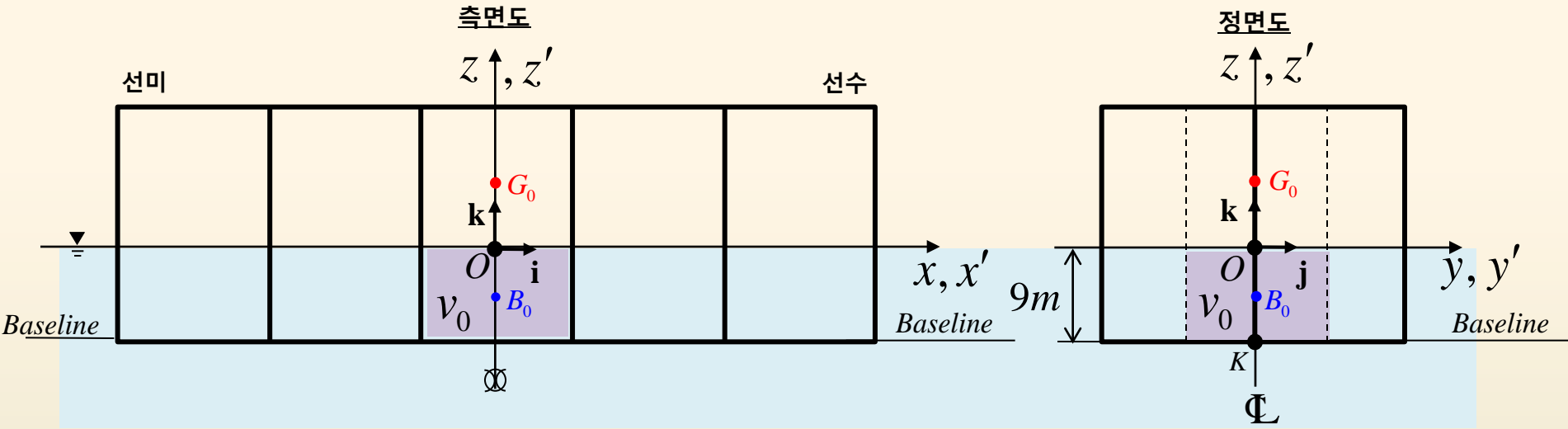


Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

-Damage stability

1.1 선박의 Midship과 Centerline에 가상의 침수 구획이 있다고 가정하고 Immersion양을 계산

Immersion, $k=1/2$ Step



- $O - xyz$: Global coordinate system
- $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system
- G_0 : 침수전 Barge의 무게 중심
- B_0 : 침수전 흘수 $T = 9m$ 에서의 부력 중심
- v_0 : 흘수 $T = 9m$ 에서의 침수 부피
- cf. \mathbf{k} : z축 방향으로의 단위 Vector
- k : 계산 단계(step)

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예

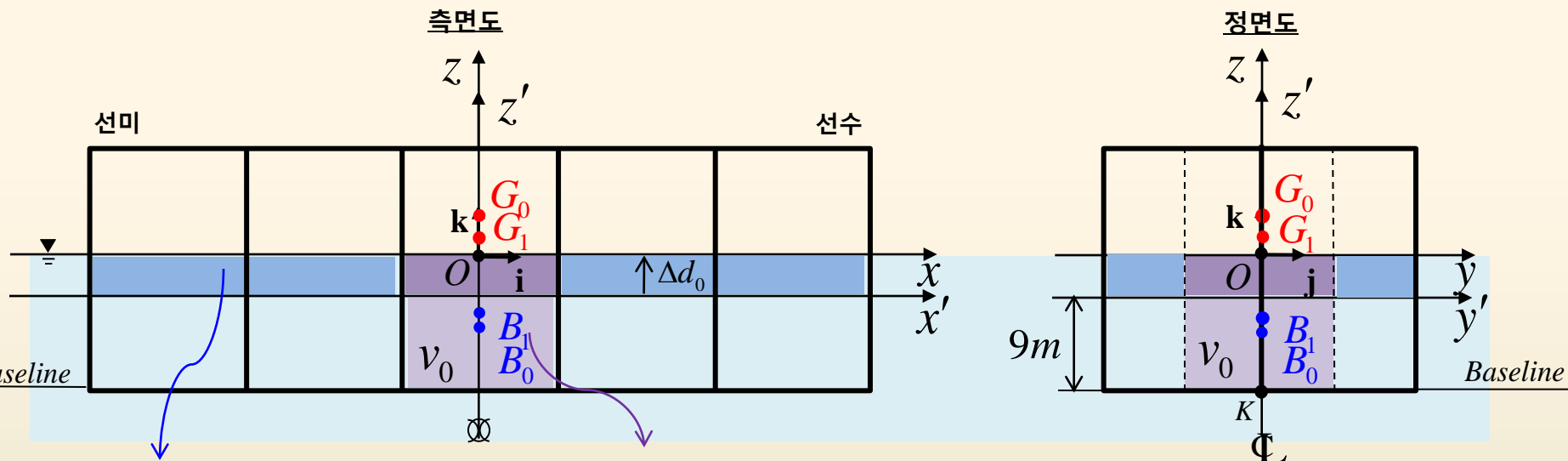


Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

-Damage stability

1.1 선박의 Midship과 Centerline에 가상의 침수 구획이 있다고 가정하고 Immersion양을 계산

Immersion, k=1 Step



Immersion에 의한 부력 증가

$$\rho g A_{WP} \cdot \Delta d_0$$

침수 중량

$$w_1 = \rho g v_1 = \rho g (v_0 + a \times \Delta d_0)$$

침수중량이 부력 증가량과 동일해 질때까지 흘수 증가

$$(v_0 + a \times \Delta d_0) \cdot \rho g = A_{WP} \cdot \Delta d \cdot \rho g$$

$$\therefore \Delta d_0 = \frac{v_0}{A_{WP} - a}$$

$$= \frac{20 \cdot 20 \cdot 9}{100 \cdot 40 - 20 \cdot 20} = 1.0 \text{ m (가상 구획 침수시 흘수 증가)}$$

- $O-xyz$: Global coordinate system
- $O-x'y'z'$: Body fixed coordinate system
- G_0 : 침수전 Barge의 무게 중심
- G_1 : 가상구획 침수 후 Barge의 무게 중심
- B_0 : 초기 흘수 $T=9m$ 에서의 부력 중심
- B_1 : 가상구획 침수 후 부력 중심
- v_0 : 초기 흘수 $T=9m$ 에서의 침수 부피
- A_{WP} : 전체 수선면적 (침수 구획의 수선 면적 포함)
- a : 침수 구획의 수선면적
- Δd : 침수에 의한 흘수 증가
- d : 최초의 흘수
- v : 수선 WL 이하의 구획 침수 용적
- g_0 : 침수 중량의 무게 중심

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예

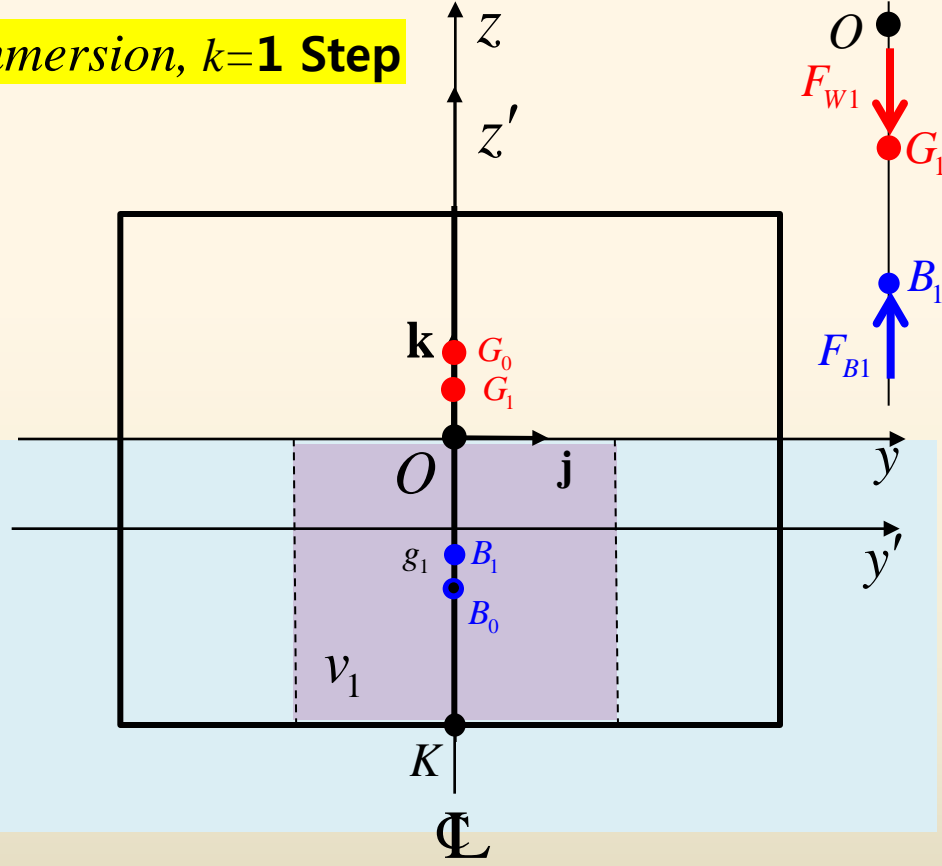


Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

-Damage stability

1.1 선박의 Midship과 Centerline에 가상의 침수 구획이 있다고 가정하고 Immersion양을 계산

Immersion, k=1 Step



흘수 증가(Δd)로 인한 부력중심과 무게중심을 계산하여 보자.

<부력중심 계산과정>

- Immersion에 의한 배수용적 증가량

$$v_1 = A_{WP} \cdot \Delta d_0 = 100 \cdot 40 \cdot 1 = 4.0 \times 10^3 \text{ [m}^3\text{]}$$

- Immersion 후, 배수용적

$$\begin{aligned} \nabla_1 &= \nabla + v_1 = 3.6 \times 10^4 + 4.0 \times 10^3 \\ &= 4.0 \times 10^4 \text{ [m}^3\text{]} \end{aligned}$$

- Immersion 후, 부력

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_B^{(1)} &= \rho g \cdot \nabla_1 \mathbf{k}, \quad \rho g = 1.025 \times 9.81 \approx 10.0 \\ &= 10.0 \cdot 4.0 \times 10^4 \mathbf{k} = 4.0 \times 10^5 \mathbf{k} \text{ [kN]} \end{aligned}$$

- 변화된 흘수

$$d_1 = d_0 + \Delta d_0 = 9 + 1 = 10 \text{ [m]}$$

- 변화된 부력중심은 흘수의 중심에 위치하므로

$$\begin{aligned} z_B^{(0)} &= -d_1 / 2 \\ &= -5.0 \mathbf{k} \text{ [m]} \end{aligned}$$

(Global coordinate system O 기준, 실제 선박의 경우 상세한 계산이 필요)

- A_{WP} : 전체 수선면적 (침수 구획의 수선 면적 포함)
- a : 침수 구획의 수선면적
- Δd : 침수에 의한 흘수 증가
- d : 최초의 흘수
- v : 수선 WL 이하의 구획 침수 용적
- g_0 : 침수 중량의 무게 중심

- $O - xyz$: Global coordinate system
- $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system
- G_0 : 침수전 Barge의 무게 중심
- G_1 : 가상구획 침수 후 Barge의 무게 중심
- B_0 : 침수전 흘수 $T=9m$ 에서의 부력 중심
- B_1 : 가상구획 침수에 의한 흘수증가 후 부력중심
- v_0 : 침수전 흘수 $T=9m$ 에서의 침수 부피

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예

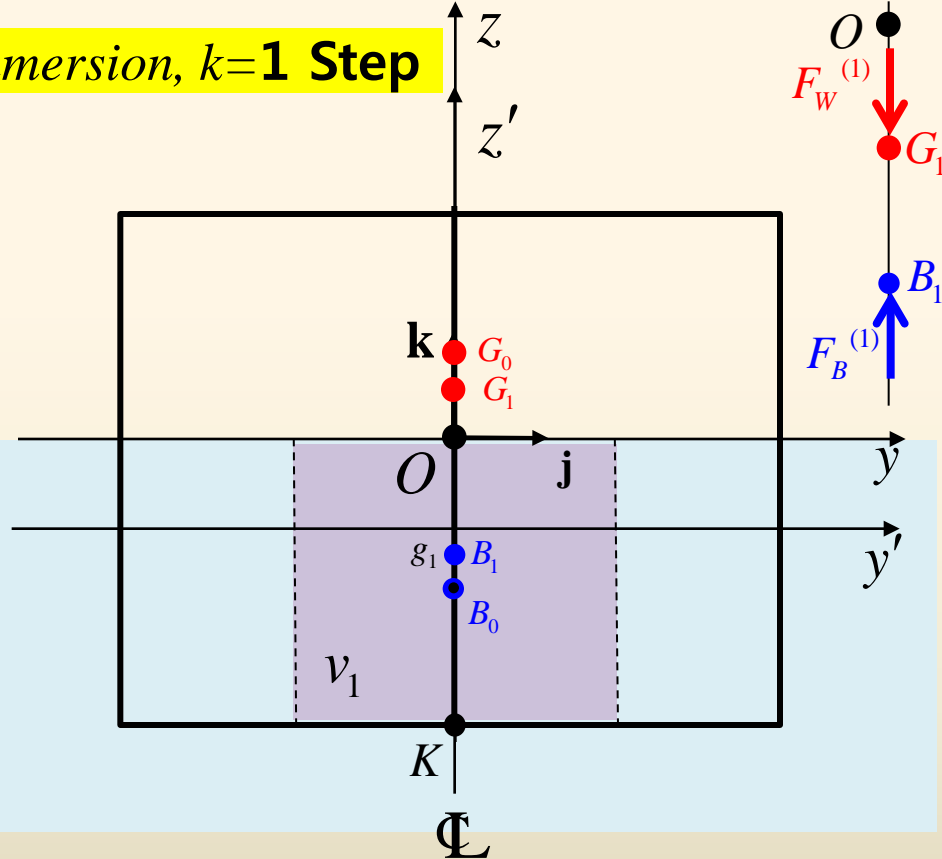


Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

-Damage stability

1.1 선박의 Midship과 Centerline에 가상의 침수 구획이 있다고 가정하고 Immersion양을 계산

Immersion, k=1 Step



$O - xyz$: Global coordinate system
 $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system
 G_0 : 중량물 적재 전 Barge의 무게 중심
 G_1 : 중량물 적재 후 전체 무게 중심
 B_0 : 중량물 적재 전 $T=9m$ 에서의 부력 중심
 B_1 : 중량물 적재 후 부력중심
 w : 중량물의 무게
 Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예

F_{W0} : 초기자세에서의 중량,
 F_{B0} : 초기자세에서의 부력
 F_{W1} : 침수후의 중량,
 F_{B1} : 침수후의 부력
 v_1 : 변화된 침수용적,
 Og_1 : 침수용적의 z축 무게중심
 KG : 초기자세에서 높이방향 무게중심
 KG_1 : 침수 후 높이방향 무게중심

흘수 증가(Δd)로 인한 부력중심과 무게중심을 계산하여 보자.

<무게 계산>

- Immersion 후, 부력과 중량이 평형을 이룬다고 하면,

$$\mathbf{F}_B^{(1)} + \mathbf{F}_W^{(1)} = 0$$

$$\therefore \mathbf{F}_W^{(1)} = -\mathbf{F}_B^{(1)} = -4.0 \times 10^5 \mathbf{k} \text{ [kN]}$$

<무게 중심 변화>

- 흘수 변화에 따른 수선면 고정 좌표계의 무게중심 변화

$$G_0 = (0, 0, 6 - \Delta d) = (0, 0, 5)$$

<무게 중심 변화>

- 중량 1차 Moment를 중량으로 나누어 계산

$$OG_1 = \frac{\mathbf{M}_W^{(1)}}{\mathbf{F}_W^{(1)}} = \frac{\mathbf{F}_W^{(0)} \cdot OG_0 + w \cdot Og_1}{\mathbf{F}_W^{(0)} + w}$$

$$= \frac{-3.6 \times 10^5 \cdot 5 + (-4.0 \times 10^4) \cdot (-5)}{-4.0 \times 10^5} = 4 \mathbf{k} \text{ [m]}$$

Immersion에 의한 무게중심과 부력중심의 이동을 정리하면
(Global coordinate system O 기준)

- 무게중심 좌표

$$G_0 = (0, 0, 6)$$

$$\rightarrow G_1 = (0, 0, 4)$$

- 부력중심 좌표

$$B_0 = (0, 0, -4.5)$$

$$\rightarrow B_1 = (0, 0, -5)$$



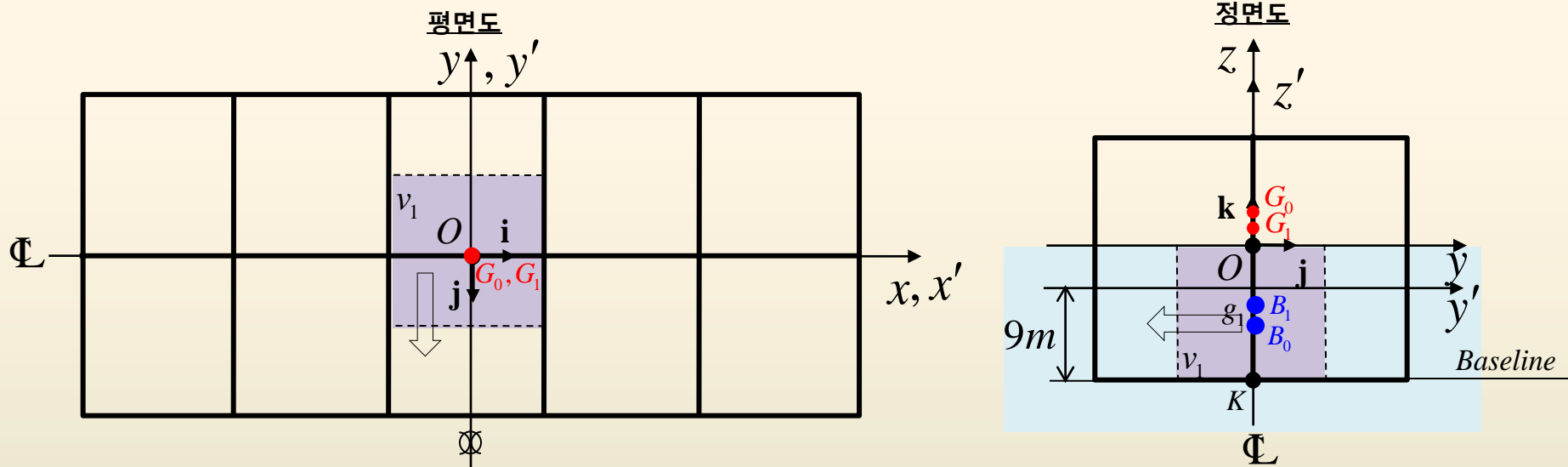
Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

-Damage stability

방법 1. 선박의 중심에 가상의 침수 구획을 가정하여 Immersion시킨 후, 침수 중량을 각각 -y 방향, +x 방향으로 이동한 것으로 생각하여 Trim, Heel 각을 구함

1.2-1 Immersion된 상태에서, 침수된 구획이 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

Heel, k=0 Step : 선박의 Centerline, Midship상의 가상의 구획이 침수된 상태



❖Step의 정리

- k = 0 step : 선박의 Centerline, Midship상의 가상의 구획이 침수된 상태
- k = 1/2 step : 가상의 침수구획이 -y방향으로 이동하였으나, 아직 자세변화는 없는 상태
- k = 1 step : 이전 자세(k=1/2)에서의 힘과 모멘트에 의해 자세변화가 발생한 상태

- O - xyz : Global coordinate system
- O - x'y'z' : Body fixed coordinate system
- G0 : 침수전 Barge의 무게 중심
- G1 : 가상구획 침수 후 무게 중심
- B0 : 초기 흘수 T = 9m 에서의 부력 중심
- B1 : 가상구획 침수 후 부력중심
- v0 : 초기 흘수 T = 9m 에서의 침수 부피
- v1 : 구획 침수에 의한 immersion후의 침수 부피

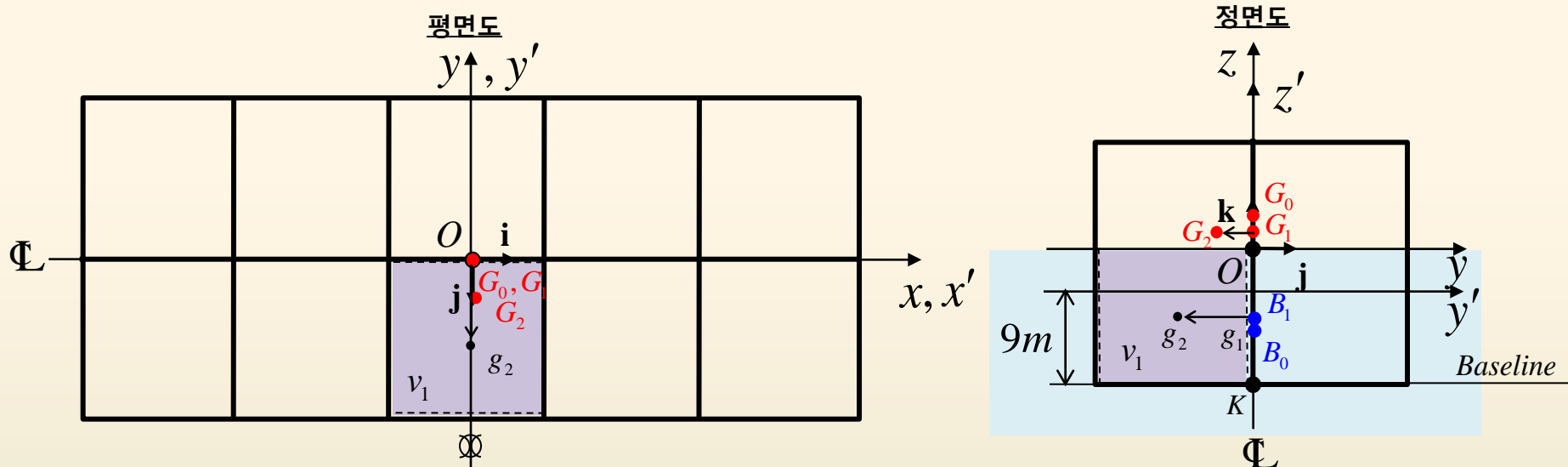


Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

-Damage stability

1.2-1 Immersion된 상태에서, 침수된 구획이 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

Heel, $k=1/2$ Step : 가상의 침수구획이 -y 방향으로 이동하였으나, 아직 자세변화는 없는 상태



침수구획이 -y 방향으로 이동하여 중량중심 G가 -y 방향으로 이동하였으나, 아직 자세 변화는 없는 상태를 [$k=1/2$ step]으로 가정하여 보자.

이 때, 가상의 침수중량의 이동으로 무게중심은 변화하였지만, 자세 변화가 없다고 가정 하였으므로, 수선면 하부형상은 동일하다. 따라서, 부력중심의 변화는 없다.

변화한 [$k=1/2$ step]에서의 무게중심 $G_2(x_{G2}, y_{G2}, z_{G2})$ 을 중량 모멘트를 이용하여 구해보자.

$$y_{G2} = \frac{F_W^{(0)} \cdot y_{G1} + \rho \cdot g \cdot v_1 \cdot y_{g2}}{F_W^{(1/2)}} = \frac{0 + \rho \cdot g \cdot v_1 \cdot (-10)}{F_W^{(0)} + \rho \cdot g \cdot v_1}$$

$$= \frac{0 - 4.0 \times 10^4 \cdot (-10)}{-4.0 \times 10^5} = -1j \text{ [m]}$$

$$\therefore G_2(0, -1, 4)$$

Midship를 따라, y축 이동하였으므로, x_G, y_G 의 좌표는 변화가 없다.

- $O - xyz$: Global coordinate system
- $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system
- G_1 : 구획 침수후 Barge의 무게 중심
- B_1 : 구획 침수후 부력중심
- G_2 : 구획 침수후 -y 방향 이동시 Barge의 무게 중

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예



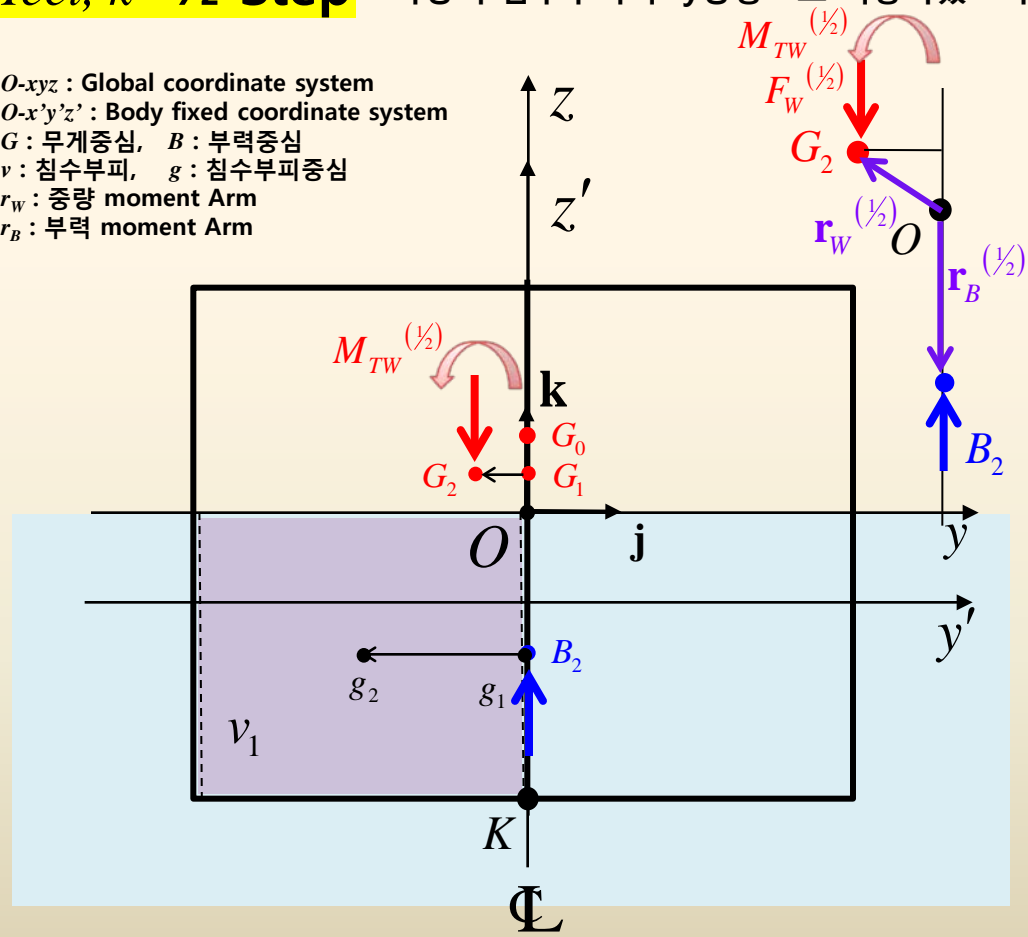
Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

-Damage stability

1.2-1 Immersion된 상태에서, 침수된 구획이 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

Heel, $k=1/2$ Step : 가상의 침수구획이 -y 방향으로 이동하였으나, 아직 자세변화는 없는 상태

- $O-xyz$: Global coordinate system
- $O-x'y'z'$: Body fixed coordinate system
- G : 무게중심, B : 부력중심
- v : 침수부피, g : 침수부피중심
- r_w : 중량 moment Arm
- r_B : 부력 moment Arm



구획에 침수된 해수가 선박에 작용하는 횡방향 모멘트를 계산하여 보자.
(점O를 통과하는 x축에 대한 모멘트)

-x축에 대한 중량의 1차 Moment 계산

$$M_{TW}^{(1/2)} = r_w^{(1/2)} \times F_w^{(1/2)}$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & -4.0 \times 10^5 \end{vmatrix} = 4.0 \times 10^5 \mathbf{i} \text{ [kN} \cdot \text{m]}$$

-x축에 대한 부력의 1차 Moment 계산

$$M_{TB}^{(1/2)} = r_B^{(1/2)} \times F_B^{(1/2)} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 4.0 \times 10^5 \end{vmatrix} = 0$$

[$k=1/2$ step]에서 중량에 의한 경사 모멘트만 존재하지만, 잠시 뒤 이를 보상하기 위한 부력모멘트가 발생할 것이다.

ϕ 가 증가함에 따라, 복원모멘트가 증가할 것이며, 모멘트 평형 상태까지 횡경사 각도 ϕ 가 증가하는 것을 예상할 수 있다.

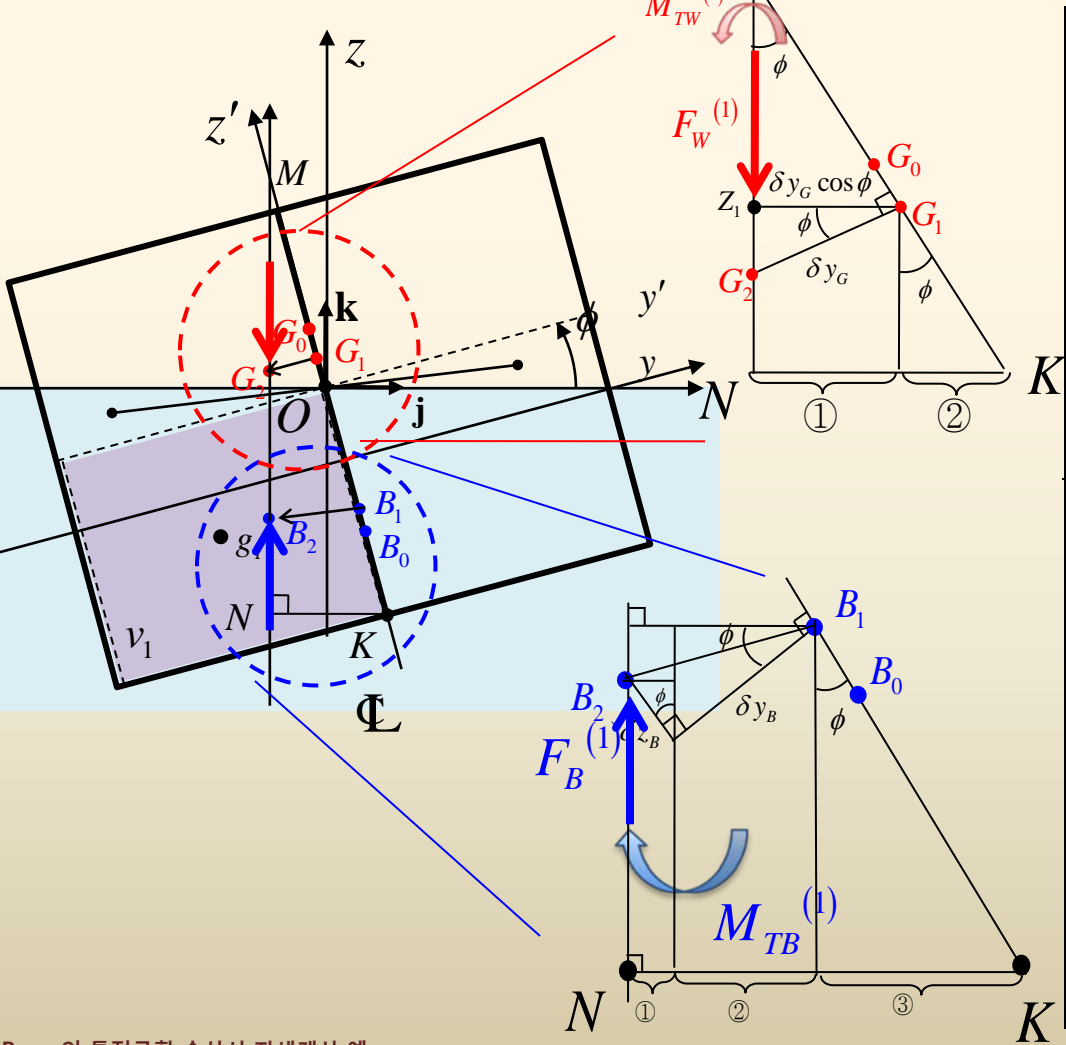


Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

-Damage stability

1.2-1 Immersion된 상태에서, 중량물이 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

Heel, k=1 Step : 이전 자세(k=1/2)에서의 힘과 모멘트에 의해 자세변화가 발생한 상태



[k=1 step]에서는 자세가 변화하여 평형상태에 도달하였다고 가정한다.

점 K (Keel)을 통과하고, k=1에서의 수선면에 수직한 축에 대한 횡방향 모멘트를 구해보면 다음과 같다.

$$\mathbf{M}_{TW}^{(1)} = F_W^{(1)} \cdot (KG_1 \sin \phi + \delta y_G \cos \phi) \cdot \mathbf{i} \quad (+)$$

(중량에 의한 모멘트)

$$\mathbf{M}_{TB}^{(1)} = -F_B^{(1)} \cdot KN \cdot \mathbf{i} \quad (-)$$

(부력에 의한 모멘트)

음의 모멘트를 가진다.
(모든 scalar 값은 양수)

평형 상태

$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_W^{(1)} + \mathbf{F}_B^{(1)} = (F_W^{(1)} - F_B^{(1)})\mathbf{i} = 0, \quad F_W^{(1)} = F_B^{(1)}$$

$$\begin{aligned} \sum \mathbf{M} &= \mathbf{M}_{TW}^{(1)} + \mathbf{M}_{TB}^{(1)} \\ &= \{F_W^{(1)} (KG_1 \sin \phi + \delta y_G \cos \phi) + F_B^{(1)} \cdot KN\}\mathbf{i} = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore KN = KG_1 \sin \phi + G_1 Z_1 = KG_1 \sin \phi + \delta y_G \cos \phi$$

$$\therefore G_1 Z_1 = \delta y_G \cdot \cos \phi$$

G₁Z₁값을 알면 φ를 계산할 수 있다.

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예

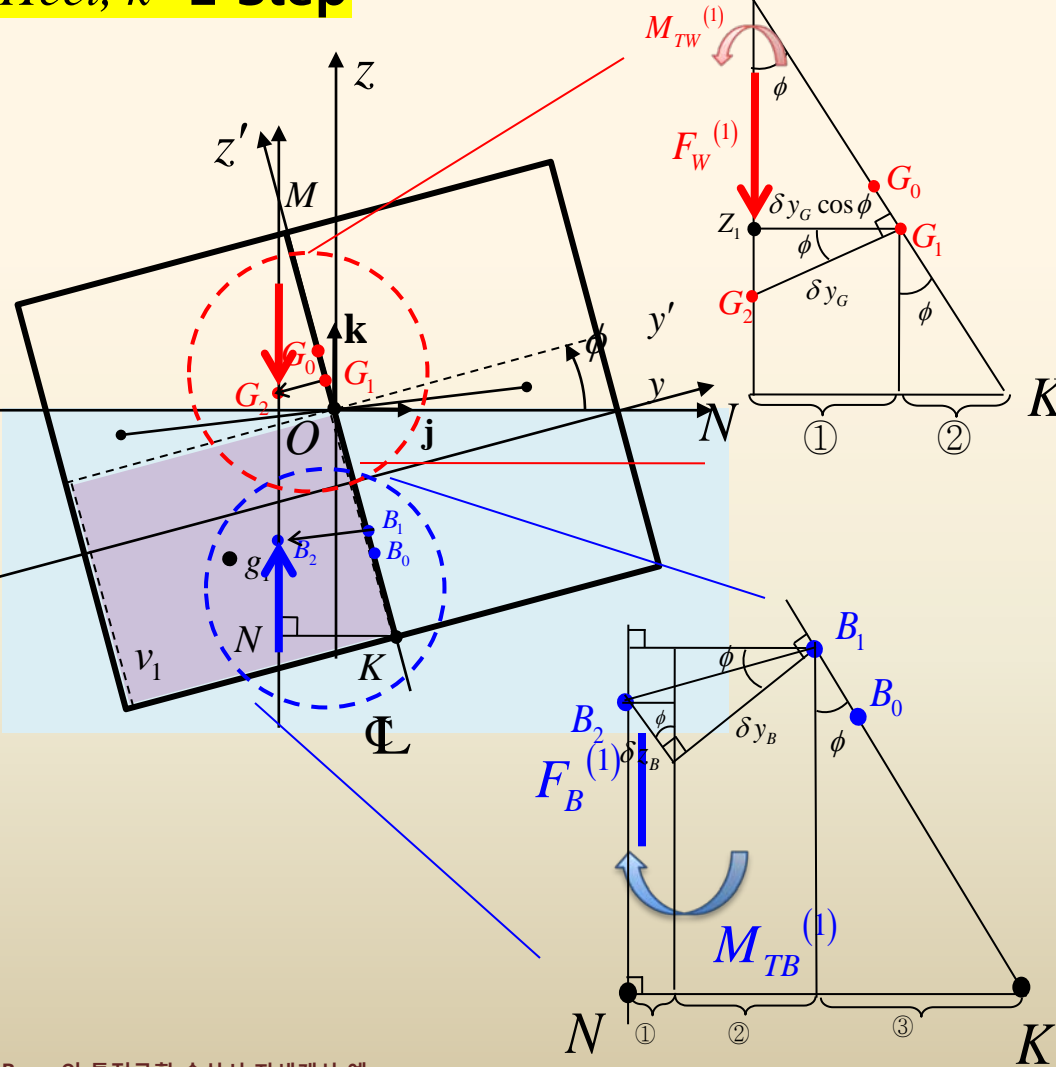


Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

-Damage stability

1.2-1 Immersion된 상태에서, 침수된 구획이 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

Heel, k=1 Step : 이전 자세(k=1/2)에서의 힘과 모멘트에 의해 자세변화가 발생한 상태



[k=1 step] 경사각을 알기 위해, G_1Z_1 을 알아야 한다.

G_1Z_1 은 ϕ 가 미소하다 하면, 다음과 같이 근사화 할 수 있다

$$G_1Z_1 = G_1M_1 \sin \phi$$

일반적으로 G_1M_1 은 다음 식으로부터 계산할 수 있다.

$$G_1M_1 = KB_1 + B_1M_1 - KG_1$$

이 때, KG_1 은 자유수에 의한 중심상승을 고려해야 한다.

$$G_1'M_1 = KB_1 + B_1M_1 - \left(KG_1 + \frac{i_T}{\nabla} \right)$$

※ KG_1 계산시 자유수에 의한 중심 수정을 해야함

- 자유수에 의한 중심수정 : $\frac{\rho_F i_T}{\rho_{sw} \nabla}$

i_T : 탱크 내의 자유표면의 중심을 통과하는 세로축(x축)에 관한 자유 표면의 면적 2차 모멘트
 ρ_{sw} : 해수의 밀도, ρ_f : 액체의 밀도, $\nabla^{(1/2)}$: 배의 배수용적

$$i_T = \frac{b^3 \cdot l}{12} = \frac{20^3 \cdot 20}{12} = 13,333 \text{ m}^4$$

$$\frac{\rho_F}{\rho_{sw}} \cdot \frac{i_T}{\nabla} = \frac{1}{1} \cdot \frac{13,333}{400,000} = 0.3333 \text{ m}$$

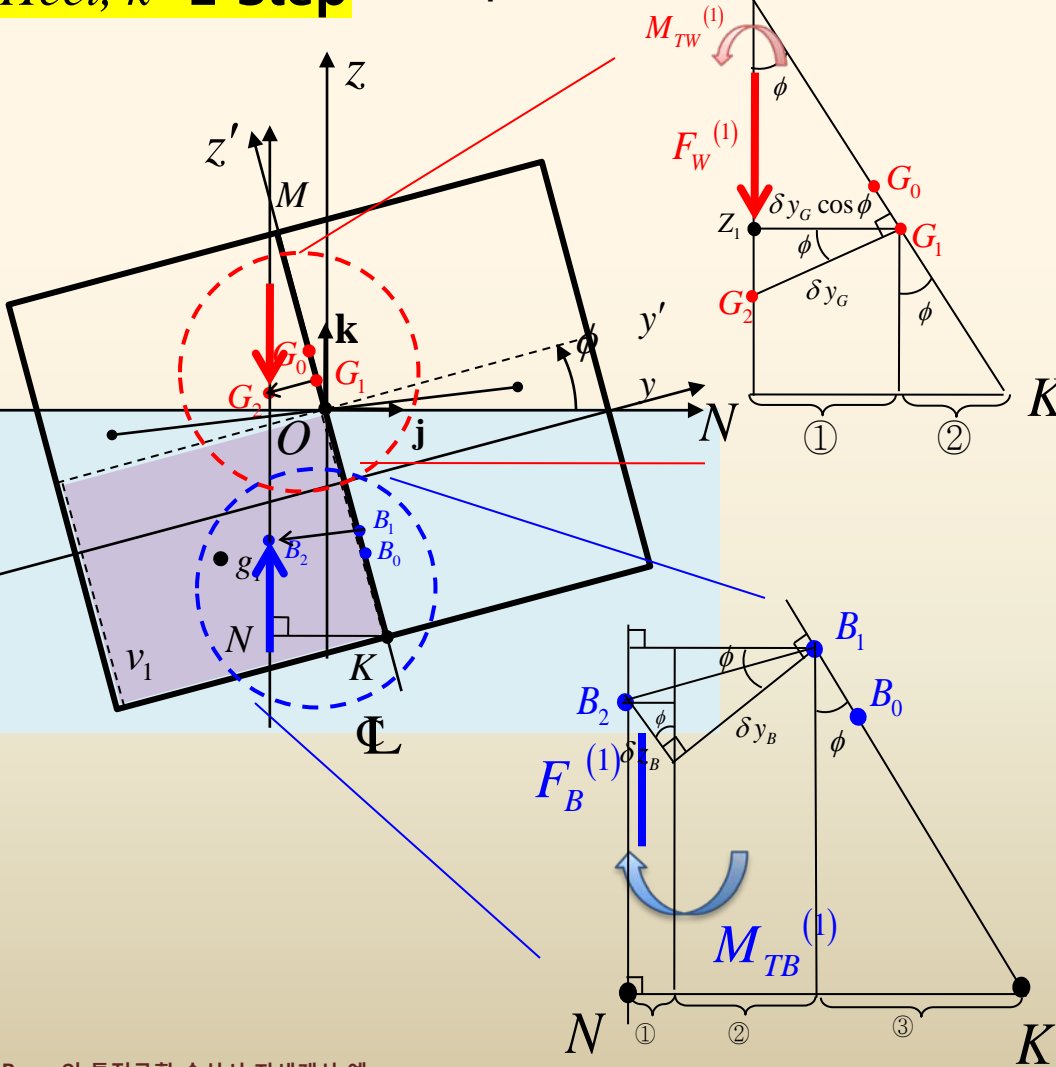
Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예

Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

-Damage stability

1.2-1 Immersion된 상태에서, 침수된 구획이 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

Heel, k=1 Step : 1/2 step에서의 힘과 모멘트에 의해 자세변화가 발생한 상태



[k=1 step] 경사각을 알기 위해, G_1Z_1 을 알아야 한다.

$$G'_1M_1 = KB_1 + B_1M_1 - \left(KG_1 + \frac{i_T}{\nabla^{(1)}} \right)$$

Local coordinate system를 기준으로 계산하면

$$KB_1 = 5m$$

$$B_1M_1 = \frac{I_T}{\nabla_1} = \frac{100 \cdot 20^3 / 12}{36,000} = 13.3333m$$

$$KG_1 = 14m$$

$$KG' = 14 + 0.3333 = 14.3333m$$

$$G'_1M_1 = 5 + 13.3333 - 14.3333 = 4.0m$$

$$G_1Z_1 = G'_1M_1 \sin \phi = \delta y_G \cos \phi$$

$$\tan \phi = \frac{\delta y_G}{G_1M'_1} = \frac{1}{4} = 0.25 \text{ rad}$$

Heel Angle $\phi = 14.3239^\circ$ 일 때, 경사모멘트와 복원모멘트가 평형을 이룰 것이다. [k=1 step]



평형상태라 가정하였는데 정말 평형상태 일까??

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예



Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

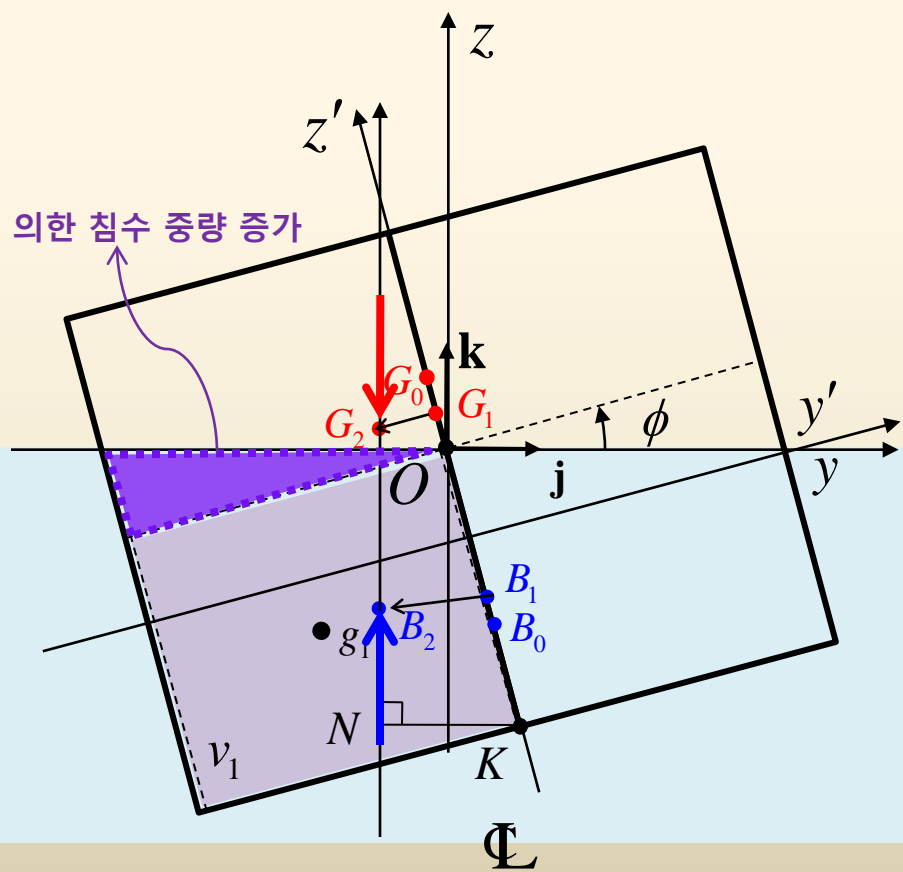
-Damage stability

1.2-1 Immersion된 상태에서, 침수된 구획이 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

Heel, k=1 Step

: 1/2 step에서의 힘과 모멘트에 의해 자세변화가 발생한 상태

Heel에 의한 침수 증량 증가



최종 자세를 구하기 위한 반복 계산의 필요성!

[k=1 step] 까지 계산을 마치면, "힘과 모멘트가 평형상태" 일까? 🤔

계산과정을 검토해 보면 GZ를 계산하기 위하여, GM_T 를 이용하였다.

GM_T 를 이용하여 계산시, 아래와 같은 가정(①~③)을 하며, 계산 과정 중에서도, 가정④가 포함되어, 1번만에 평형자세를 찾진 못한다.

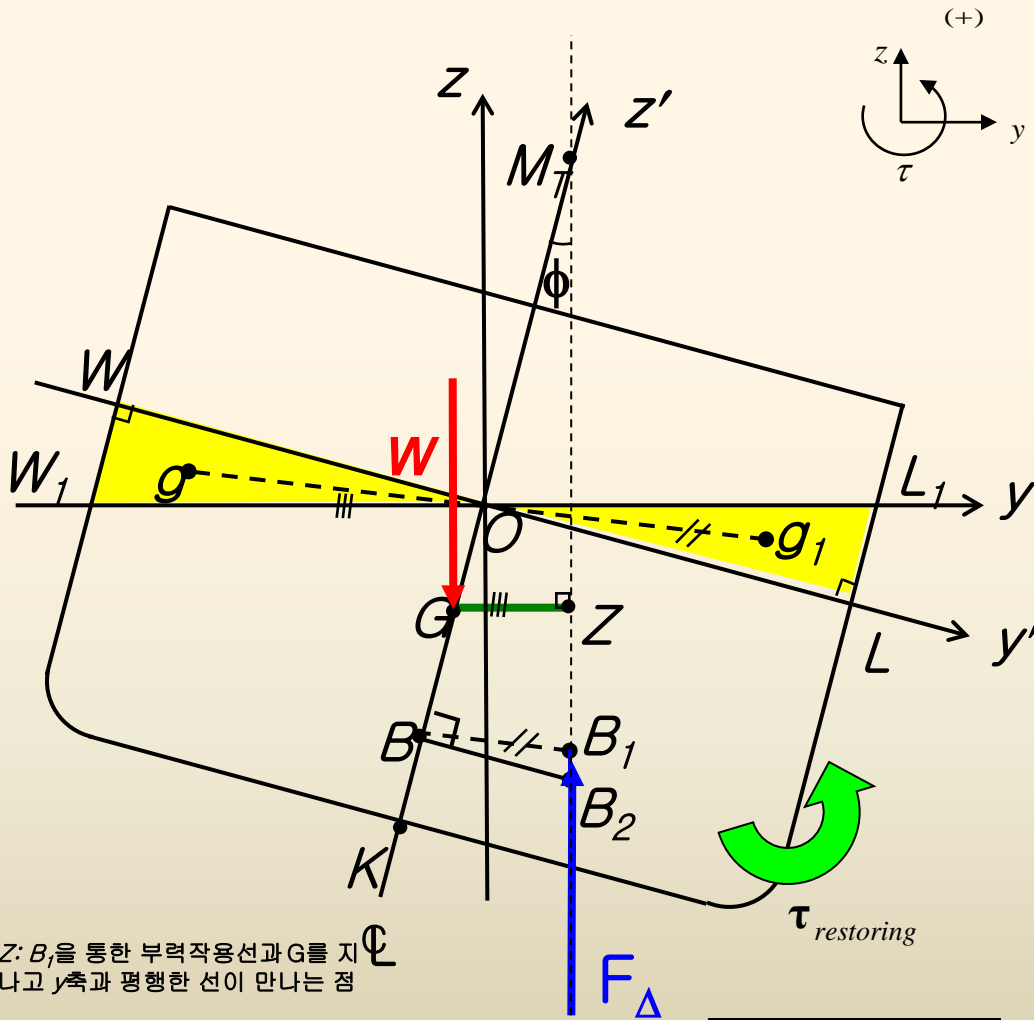
- 가정 1. 배수량의 변화 없이 선박이 경사
- 가정 2. 수선 근처의 선측이 수직벽
- 가정 3. ϕ 가 작음
- 가정 4. 다음 단계에서 평형상태를 가정하지만, 계산시에는 현재 단계자세의 수선면을 이용하여 계산

자세가 변화하면, 침수 증량도 증가하게 된다. 따라서 침수증량을 더하여 반복계산을 하여야 한다.



횡 방향 모멘트

- BM_T 값 계산



$BM = \overline{BM_T}$: 횡 메타센터 반지름
(Transverse Metacenter Radius)

가정 1. 배수량의 변화 없이 선박이 경사

가정 2. 수선 근처의 선측이 수직벽

WOW_1 의 배수 용적 는 v

LOL_1 의 배수 용적과 같다고 가정

$$\overline{BB_1} \parallel \overline{gg_1}, \quad \overline{BB_1} = \frac{v}{\nabla} \overline{gg_1}$$

$$\tan \phi = \frac{\overline{BB_2}}{\overline{BM_T}} \Rightarrow \overline{BM_T} = \frac{\overline{BB_2}}{\tan \phi}$$

가정 3. ϕ 가 작음

$$\overline{BM_T} = \frac{\overline{BB_2}}{\tan \phi} \approx \frac{\overline{BB_1}}{\tan \phi} = \frac{v \cdot \overline{gg_1}}{\nabla \cdot \tan \phi}$$

G: 수직방향 무게중심
B: 수직방향 부력 중심
W: 선박 무게
 F_Δ : 부력

$oy'z'$: Body fixed coordinate

oyz : Global coordinate

M_T : B_1 을 통한 부력 작용선과 선체 중심선과의 교점

B_2 : B_1 을 지나고 선박의 y' 축과 평행한 선과, 부력 작용선이 만나는 점

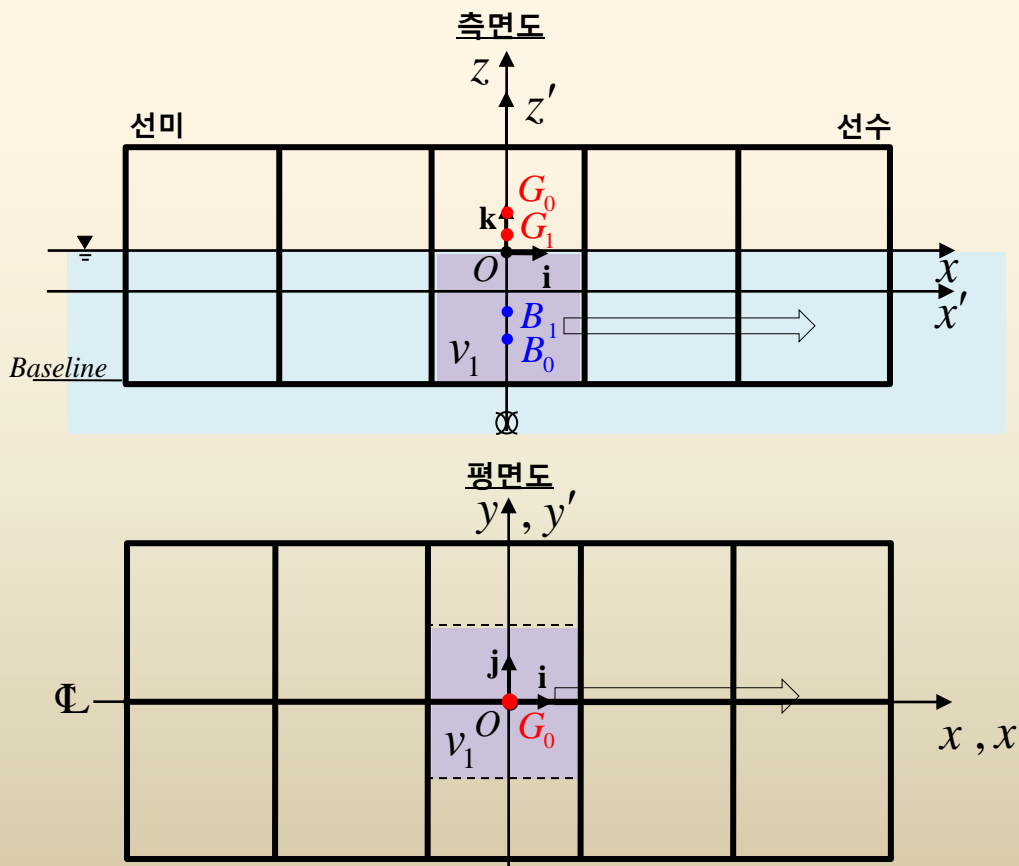
Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

- Damage Stability

방법 1. 선박의 중심에 가상의 침수 구획을 가정하여 Immersion시킨 후, 침수 중량을 각각 -y 방향, +x 방향으로 이동한 것으로 생각하여 Trim, Heel 각을 구함

1.2-2 Immersion된 상태에서, 침수된 구획이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산

Trim, k=0 Step: 선박의 Centerline, Midship상의 가상의 구획이 침수하여 Immersion된 상태



<흘수 증가(Δd)로 인한 부력중심과 무게중심을 계산>
- Immersion 경우와 동일한 흘수 증가.

<부력중심 계산 과정>

- Immersion 후, 부력

$$F_{B1} = \rho g \cdot \nabla_1 \mathbf{k}, \quad \rho g = 1.025 \times 9.81 \square 10.0$$

$$= 10.0 \cdot 4.0 \times 10^4 \mathbf{k} = 4.0 \times 10^5 \mathbf{k} \text{ [kN]}$$

- 변화된 흘수

$$d_1 = d_0 + \Delta d_0 = 9 + 1 = 10 \text{ [m]}$$

- 변화된 부력중심은 흘수의 중심에 위치하므로

$$z_B^{(0)} = -d_1 / 2$$

$$= -5.0 \mathbf{k} \text{ [m]}$$

(Global coordinate system O 기준,
실제 선박의 경우 상세한 계산이 필요)

- O - xyz : Global coordinate system
- O - x'y'z' : Body fixed coordinate system
- G₀: 침수 전 무게 중심 G₁: 침수 후 무게 중심
- B₀: 침수 전 부력 중심 B₁: 침수 후 부력 중심
- v₁: 침수 후 부피

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예

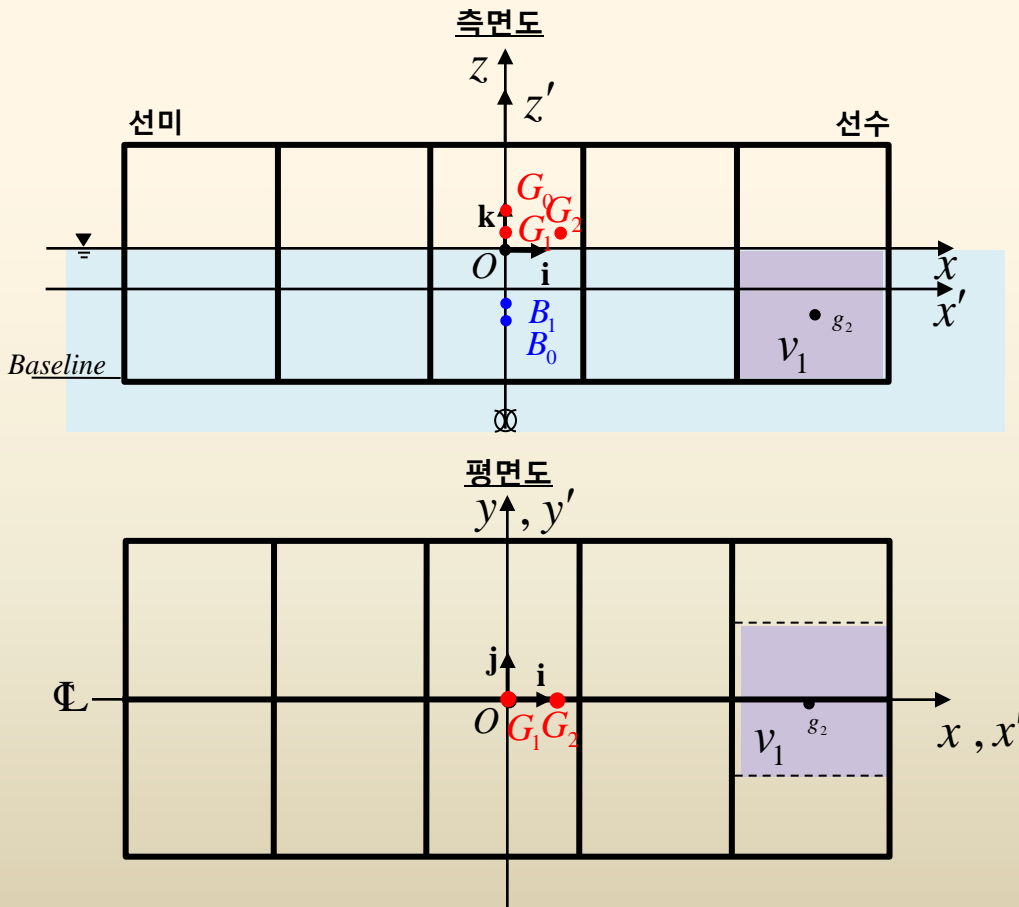


Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

- Damage Stability

1.2-2 Immersion된 상태에서, 침수된 구획이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산

Trim, $k=1/2$ Step : 가상의 침수구획이 +x방향(선수 방향)으로 이동하였으나, 아직 자세변화는 없는 상태



<무게중심 계산 과정>
 가상의 침수구획이 x방향(선수방향)으로 이동하여
 중량중심 G가 x축방향으로 이동하였으나,
 아직 자세 변화는 없는 상태를 $[k=1/2]$ 으로 가정하여 보자.

$k=1/2$ Step일 때, 무게중심 :

$$G_2^{(1/2)} = (x_{G_2}^{(1/2)}, y_{G_2}^{(1/2)}, z_{G_2}^{(1/2)}),$$

$$g_0^{(1/2)} (x_{g_2}^{(1/2)}, y_{g_2}^{(1/2)}, z_{g_2}^{(1/2)}) = (40, 0, -5) \quad \text{이므로,}$$

z방향 중량1차 모멘트를 중량으로 나누어 계산

$$x_{G_2}^{(1/2)} = \frac{F_{G_1}^{(0)} \cdot x_{G_1}^{(0)} + v_1 \cdot x_{g_2}^{(1/2)}}{F_{G_2}^{(1/2)}} = \frac{0 - 4.0 \times 10^4 \cdot (40)}{-4.0 \times 10^5} = 4i \text{ [m]}$$

$$\therefore G_2^{(1/2)} = (4, 0, 4) \quad (\text{y, z방향으로는 무게중심의 변화가 없음})$$

- 부력중심은 이동하지 않음

$$B_1 = B_0 = (0, 0, -5)$$

$O - xyz$: Global coordinate system
 $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system

$F_W^{(k)}$: k step 상태의 중량
 $F_B^{(k)}$: k step 상태의 부력

v_1 : Immersion후 침수 부피

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예

Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

- Damage Stability

1.2-2 Immersion된 상태에서, 중량물이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산


Trim, k=1 Step : 이전 자세(k=1/2)에서의 힘과 모멘트에 의해 자세변화가 발생한 상태

[k=1 step]에서는 자세가 변화하여 평형상태에 도달 하였다고 가정한다.

점 K (Keel)을 통과하고, k=1에서의 수선면에 수직한 축에 대한 횡방향 모멘트를 구해보면 다음과 같다.
부력에 의한 모멘트 Arm KN 을 먼저 구해 보자.

$$KN = ①+②+③$$

$$= \delta z_B \sin \theta + x_B \cos \theta + KB_1 \sin \theta$$

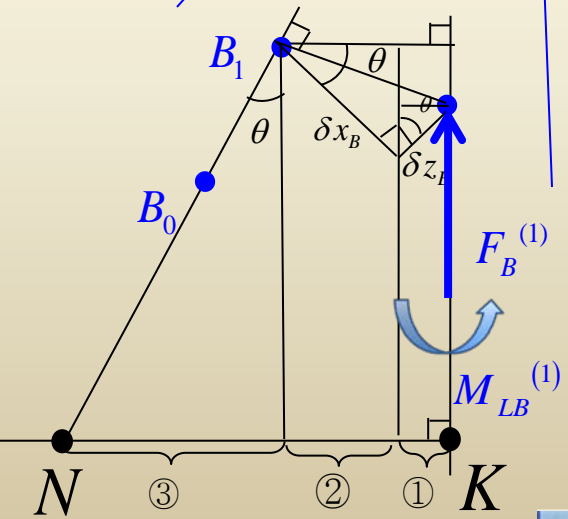
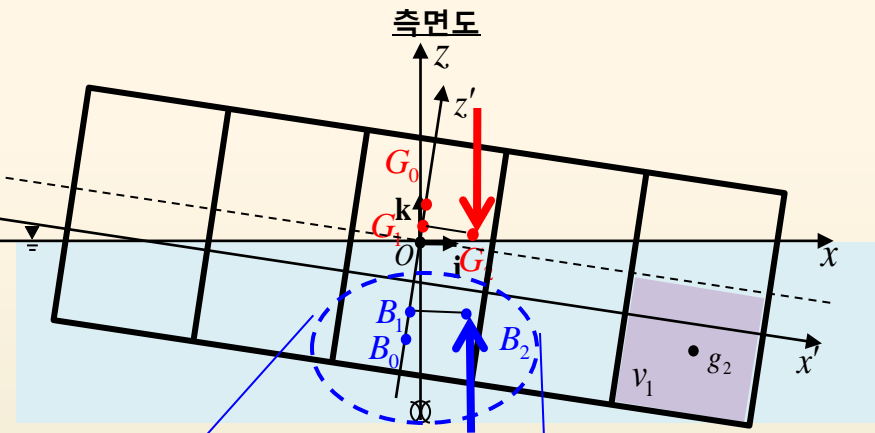
부력에 의한 모멘트 $M_{LB}^{(1)} = -F_B^{(1)} \cdot KN \cdot j$ 

음의 모멘트를 가진다.
(모든 scalar 값은 양수)

기하학적 형상에 의해 KN 을 다음과 같이 표현할 수도 있다.

$$KN = KG_1 \sin \theta + G_1 Z_1$$

$$\therefore \delta z_B \sin \theta + x_B \cos \theta + KB_1 \sin \theta = KG_1 \sin \theta + G_1 Z_1$$



Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

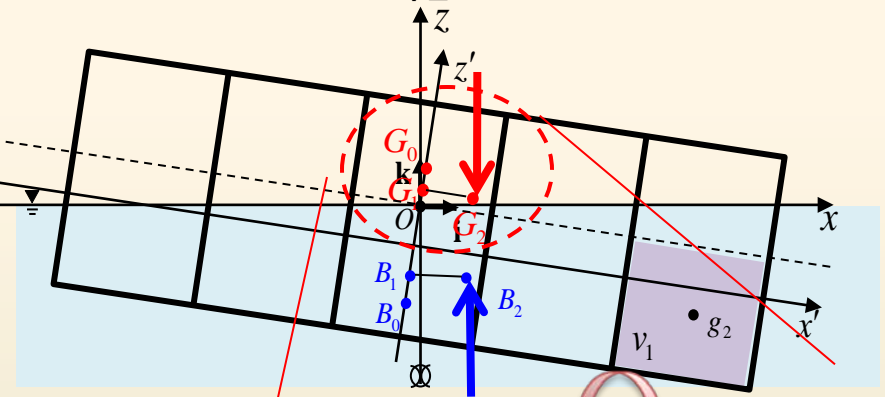
- Damage Stability

1.2-2 Immersion된 상태에서, 중량물이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산

Trim, k=1 Step

: 이전 자세(k=1/2)에서의 힘과 모멘트에 의해 자세변화가 발생한 상태 측면도

[k=1 step]에서는 자세가 변화하여 평형상태에 도달 하였다고 가정한다.



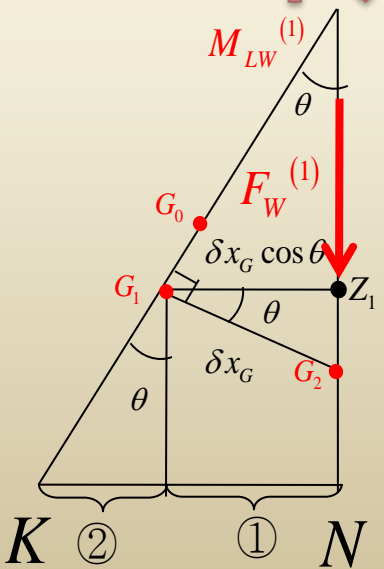
점 K (Keel)을 통과하고, k=1에서의 수선면에 수직한 축에 대한 횡방향 모멘트를 구해보면 다음과 같다.

중량에 의한 모멘트 Arm : $\delta y_G \cos \phi + KG_1 \sin \phi$

중량에 의한 모멘트:

$$M_{LW}^{(1)} = F_W^{(1)} \cdot (KG_1 \sin \phi + \delta y_G \cos \phi) \cdot j \quad (+)$$

(모든 scalar 값은 양수)



Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

- Damage Stability

1.2-2 Immersion된 상태에서, 중량물이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산

Trim, k=1 Step : 이전 자세(k=1/2)에서의 힘과 모멘트에 의해 자세변화가 발생한 상태

[k=1 step]에서는 자세가 변화하여 평형상태에 도달하였다고 가정한다.

점 K (Keel)을 통과하고, k=1에서의 수선면에 수직한 축에 대한 횡방향 모멘트를 구해보면 다음과 같다.

$$\mathbf{M}_{LW}^{(1)} = F_W^{(1)} \cdot (KG_1 \sin \theta + \delta x_G \cos \theta) \cdot \mathbf{j} \quad (+)$$

(중량에 의한 모멘트)

$$\mathbf{M}_{LB}^{(1)} = -F_B^{(1)} \cdot KN \cdot \mathbf{j} \quad (-)$$

(부력에 의한 모멘트)

음의 모멘트를 가진다.
(모든 scalar 값은 양수)

평형 상태

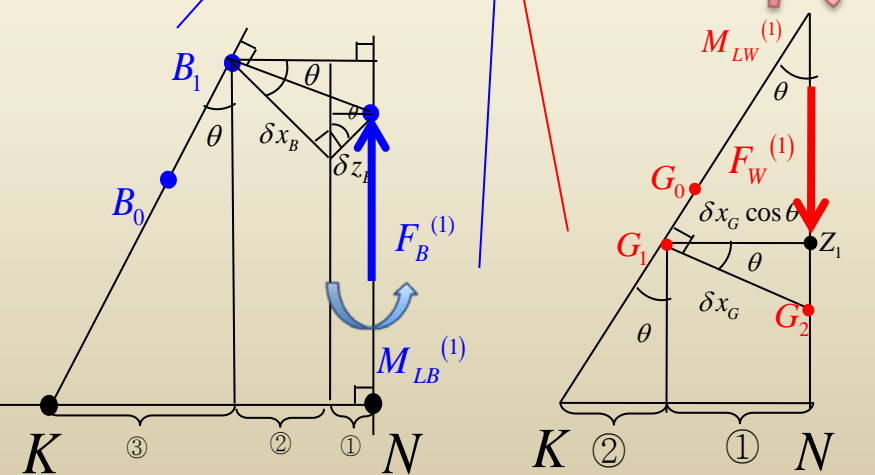
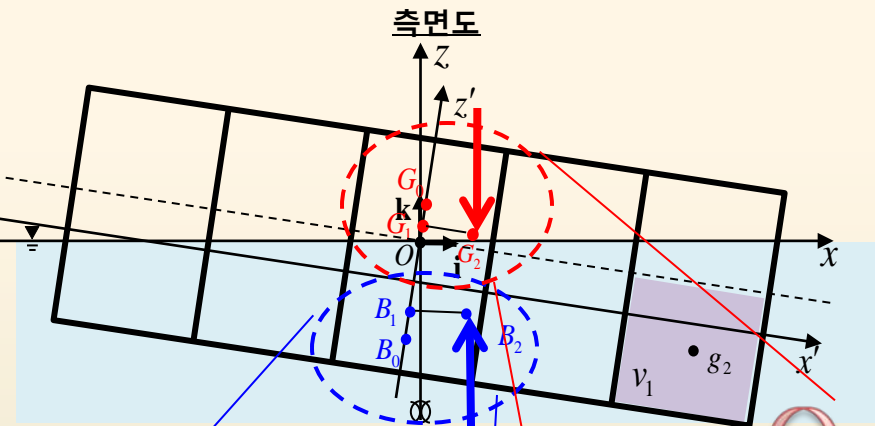
$$\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_W^{(1)} + \mathbf{F}_B^{(1)} = (F_W^{(1)} - F_B^{(1)})\mathbf{i} = 0, \quad F_W^{(1)} = F_B^{(1)}$$

$$\begin{aligned} \sum \mathbf{M} &= \mathbf{M}_{LW}^{(1)} + \mathbf{M}_{LB}^{(1)} \\ &= \{F_W^{(1)} (KG_1 \sin \theta + \delta x_G \cos \theta) + F_B^{(1)} \cdot KN\}\mathbf{i} = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore KN = KG_1 \sin \theta + G_1 Z_1 = KG_1 \sin \theta + \delta x_G \cos \theta$$

$$\therefore G_1 Z_1 = \delta x_G \cdot \cos \theta$$

$G_1 Z_1$ 값을 알면 θ 를 계산할 수 있다.



Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예



Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

- Damage Stability

1.2-2 Immersion된 상태에서, 침수된 구획이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산

Trim, k=1 Step : 이전의 k=1/2 Step에서의 힘과 모멘트에 의한 자세변화가 발생한 상태

[k=1 step] 경사각을 알기 위해, G_1Z_1 을 알아야 한다.

G_1Z_1 은 θ 가 미소하다 하면, 다음과 같이 근사화 할 수 있다

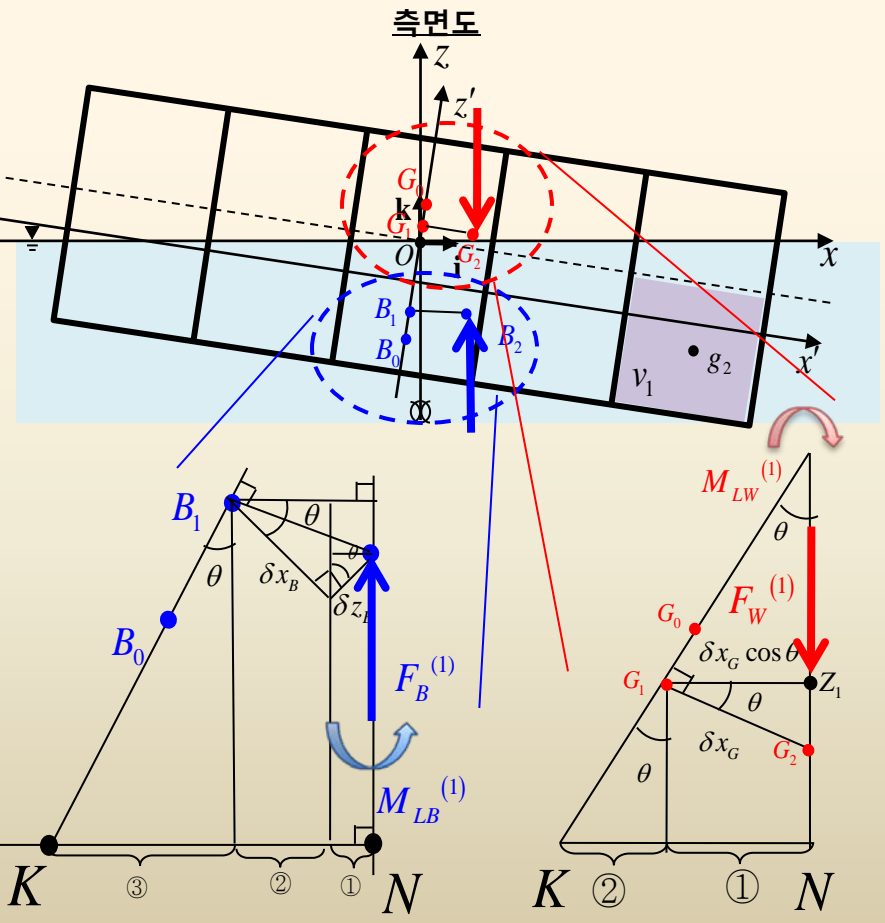
$$G_1Z_1 = G_1M_1 \sin \theta$$

일반적으로 G_1M_1 은 다음 식으로부터 계산할 수 있다.

$$G_1M_1 = KB_1 + B_1M_1 - KG_1$$

이 때, KG_1 은 자유수에 의한 중심상승을 고려해야 한다.

$$G_1'M_1 = KB_1 + B_1M_1 - \left(KG_1 + \frac{i_L}{\nabla} \right)$$



※ KG_1 계산시 자유수에 의한 중심 수정을 해야함
 - 자유수에 의한 중심수정 : $\frac{\rho_F \cdot i_L}{\rho_{sw} \nabla}$
 i_T : 탱크 내의 자유표면의 중심을 통과하는 세로축(x축)에 관한 자유 표면의 면적 2차 모멘트
 ρ_{sw} : 해수의 밀도, ρ_f : 액체의 밀도, $\nabla^{(1/2)}$: 배의 배수용적

$$i_T = \frac{b^3 \cdot l}{12} = \frac{20^3 \cdot 20}{12} = 13,333 \text{ m}^4$$

$$\frac{\rho_F \cdot i_L}{\rho_{sw} \nabla} = \frac{1}{1} \cdot \frac{13,333}{400,000} = 0.3333 \text{ m}$$

Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

- Damage Stability

1.2-2 Immersion된 상태에서, 침수된 구획이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산

Trim, k=1 Step : 이전의 k=1/2 Step에서의 힘과 모멘트에 의한 자세변화가 발생한 상태

[k=1 step] 경사각을 알기 위해, G_1Z_1 을 알아야 한다.

$$G_1M_1 = KB_1 + B_1M_1 - \left(KG_1 + \frac{i_T}{\nabla} \right)$$

K=1/2 Step를 기준으로 계산하면

$$KB_1 = 5m$$

$$B_1M_1 = \frac{I_L}{\nabla_1} = \frac{100^3 \cdot 20 / 12}{36,000} = 83.3333m$$

$$KG_1 = 14m$$

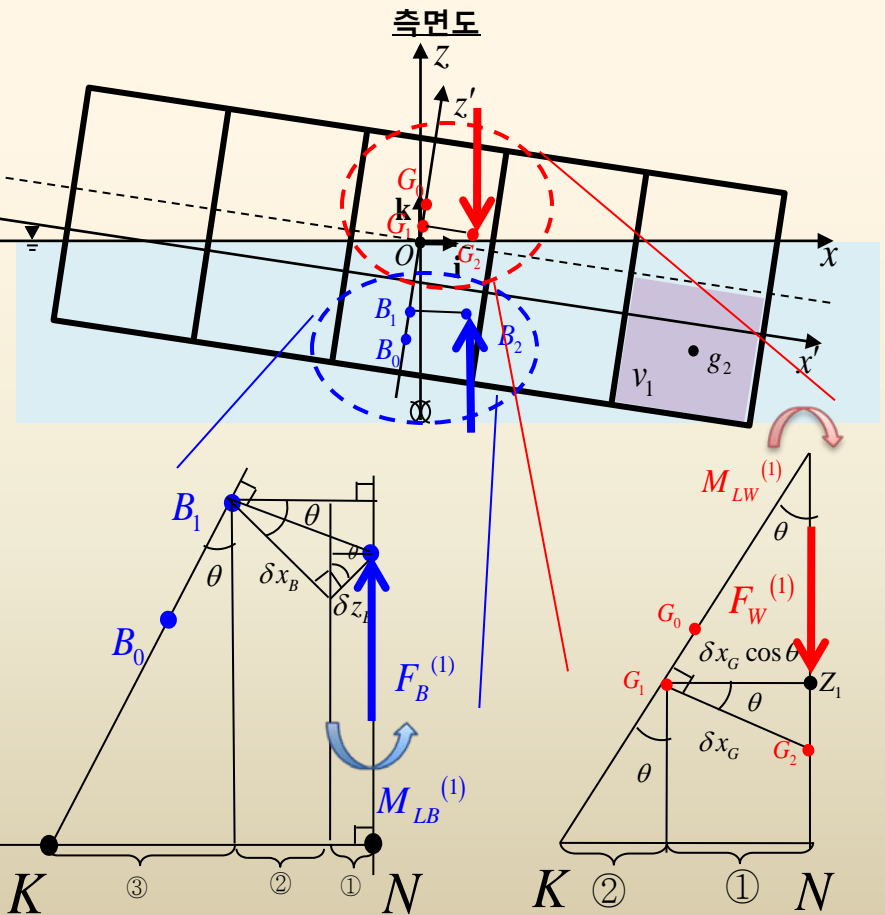
$$KG_0 = 14 + 0.3333 = 14.3333m$$

$$G_1M_1 = 5 + 83.3333 - 14.3333 = 84.0m$$

$$G_1Z_1 = G_1M_1 \sin \theta = \delta x_G \cos \theta$$

$$\tan \theta = \frac{\delta x_G}{G_1M_1'} = \frac{4}{74.0} = 0.0541 \text{ rad}$$

Trim Angle $\theta = 2.75^\circ$ 일 때, 경사모멘트와 복원모멘트가 평형을 이룰 것이다. [k=1 step]



중경사 때문에 더 침수되지 않을까?



Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예

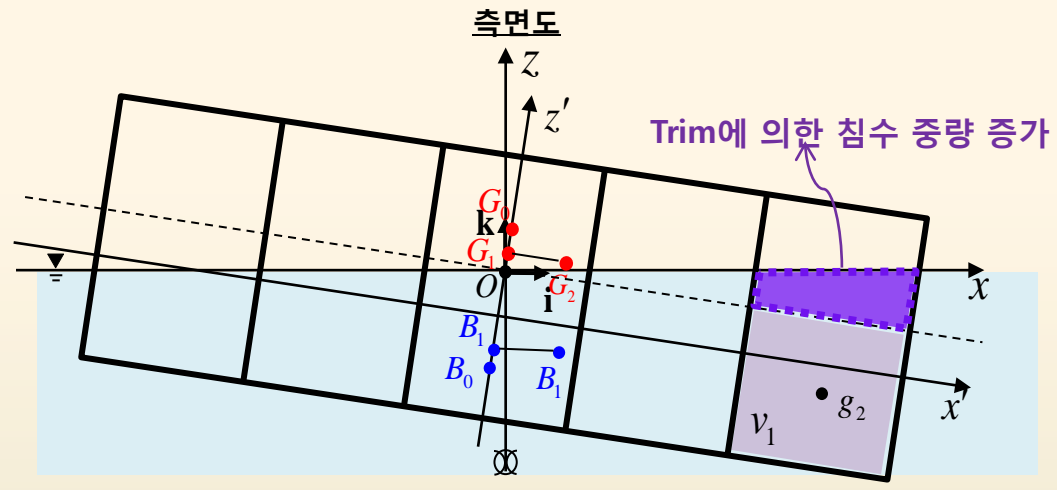


Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

- Damage Stability

1.2-2 Immersion된 상태에서, 침수된 구획이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산

Trim, k=1 Step : 이전의 k=1/2 Step에서의 힘과 모멘트에 의한 자세변화가 발생한 상태



[k=1 step] 까지 계산을 마치면, 침수구획의 자세 변화에 따른 중량증가를 제외하면, "힘과 모멘트가 평형상태" 일까?



계산과정을 검토해 보면

$$G_1 Z_1 = G_1 M_1 \sin \theta$$

위 식을 적용하면서, Moment Arm을

$G_1 M_1 \sin \theta$ 으로 계산하는 과정에서 아래와 같은 가정이 포함되었다. (가정1 ~ 3에 대한 확인)

- 가정 1. 배수량의 변화 없이 선박이 경사
- 가정 2. 수선 근처의 선측이 수직벽
- 가정 3. ϕ 가 작음
- 가정 4. BM 계산시를 위한 ∇ , 수선면2차 모멘트 계산시, 평형자세가 아닌 이전 단계 (k=1/2 step)의 수선면 및 배수량을 이용하여 계산

따라서, 다른 자세 변화와 연성되지 않은 문제에 대해서도, **추가적인 iteration 계산이 필요**하다.



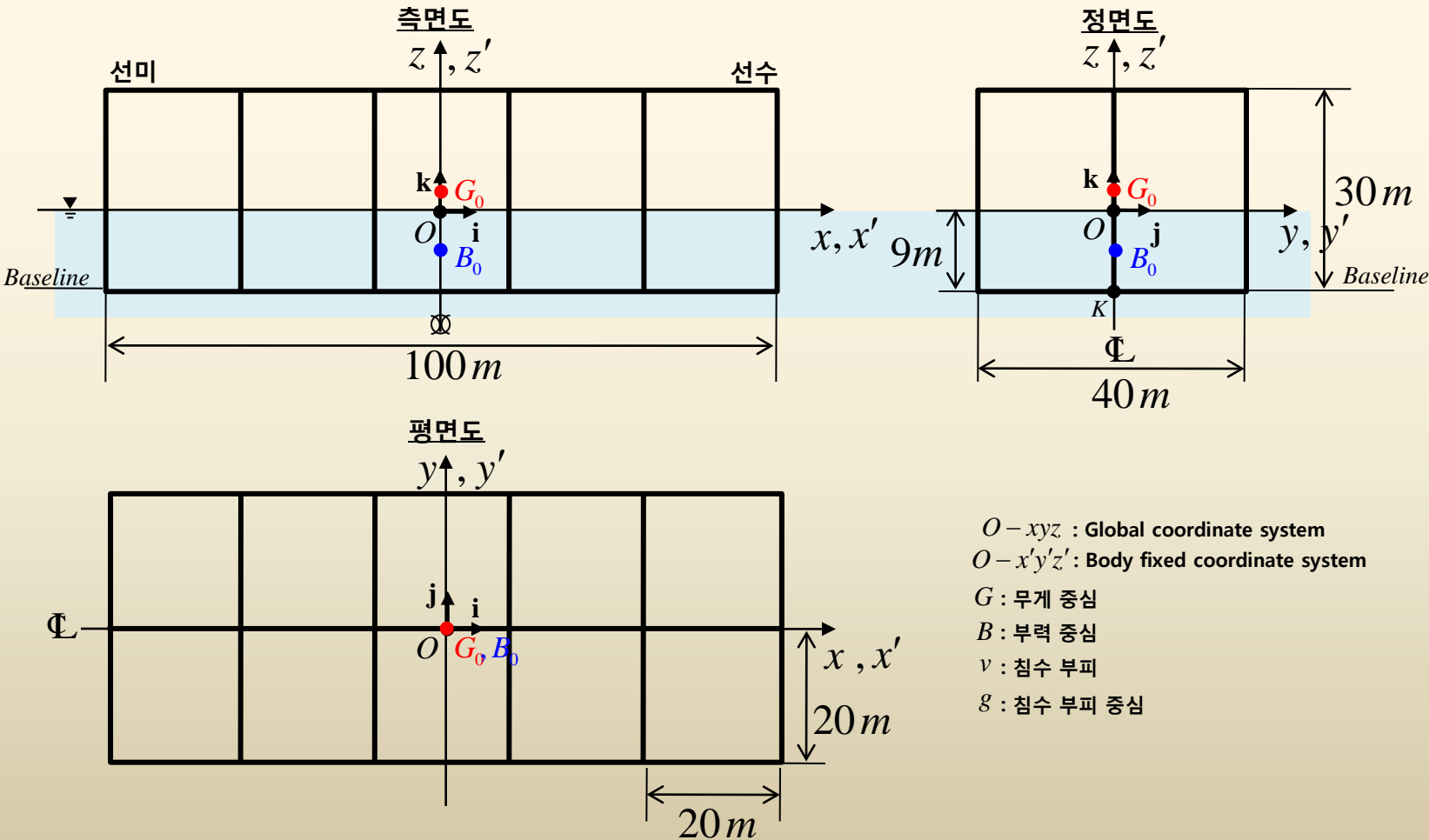
Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

-Damage stability

방법 2. Pressure Integration Technique의 Immersion, Trim, Heel이 연성된 미소자세와 미소 힘/모멘트 관계식을 이용하여 계산

2.1 선박이 평형상태로 물에 떠 있음

$k=0$ Step (초기상태)



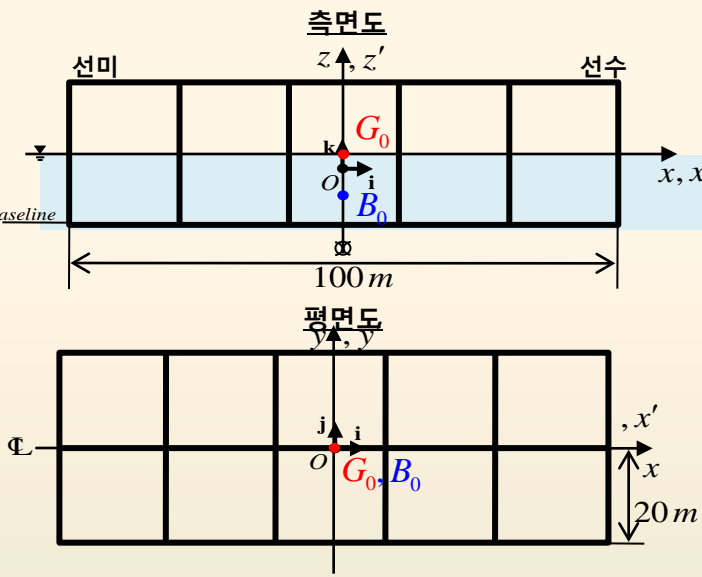
- $O-xyz$: Global coordinate system
- $O-x'y'z'$: Body fixed coordinate system
- G : 무게 중심
- B : 부력 중심
- v : 침수 부피
- g : 침수 부피 중심

Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

-Damage stability

1 선박이 평형상태로 물에 떠 있음

k=0 Step (초기상태)



$O - xyz$: Global coordinate system
 $O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system
 G_0 : 중량을 적재전 Barge의 무게 중심
 B_0 : 초기 흘수 $T=9m$ 에서의 부력 중심

- $\mathbf{F}_W^{(0)}$: Barge의 중량
- $\mathbf{F}_B^{(0)}$: Barge에 작용하는 부력
- $\mathbf{M}_{TW}^{(0)}$: 중량에 의해 작용하는 x축에 대한 횡 방향 모멘트
- $\mathbf{M}_{TB}^{(0)}$: 부력에 의해 작용하는 x축에 대한 횡 방향 모멘트
- $\mathbf{M}_{LW}^{(0)}$: 중량에 의해 작용하는 y축에 대한 종 방향 모멘트
- $\mathbf{M}_{LB}^{(0)}$: 부력에 의해 작용하는 y축에 대한 종 방향 모멘트

② 따라서 힘의 평형을 이용하여 선박의 중량을 계산할 수 있다. , ($\rho g \square 10$)

부력 : $\mathbf{F}_B^{(0)} = (L \times B \times T \times \rho \times g) \mathbf{k} = (100 \times 40 \times 9 \times 10) \mathbf{k} = 3.6 \times 10^5 \mathbf{k}$

중량 : $\mathbf{F}_W^{(0)} = -\mathbf{F}_B^{(0)} = -3.6 \times 10^5 \mathbf{k}$

① 평형상태에 있으므로, Barge에 작용하는 전체 힘과 모멘트는 0이다.

$\mathbf{F}^{(0)} = \mathbf{F}_W^{(0)} + \mathbf{F}_B^{(0)} = 0$

$\mathbf{M}_T^{(0)} = \mathbf{M}_{TW}^{(0)} + \mathbf{M}_{TB}^{(0)} = 0$

$\mathbf{M}_L^{(0)} = \mathbf{M}_{LW}^{(0)} + \mathbf{M}_{LB}^{(0)} = 0$

③ 수선면 고정 좌표계에 대한 부력 중심을 구하면 다음과 같다.

$(x_B^{(0)}, y_B^{(0)}, z_B^{(0)}) = (0, 0, -4.5),$

④ 중량중심은 다음과 같이 주어져 있다.

$(x_G^{(0)}, y_G^{(0)}, z_G^{(0)}) = (0, 0, 6)$

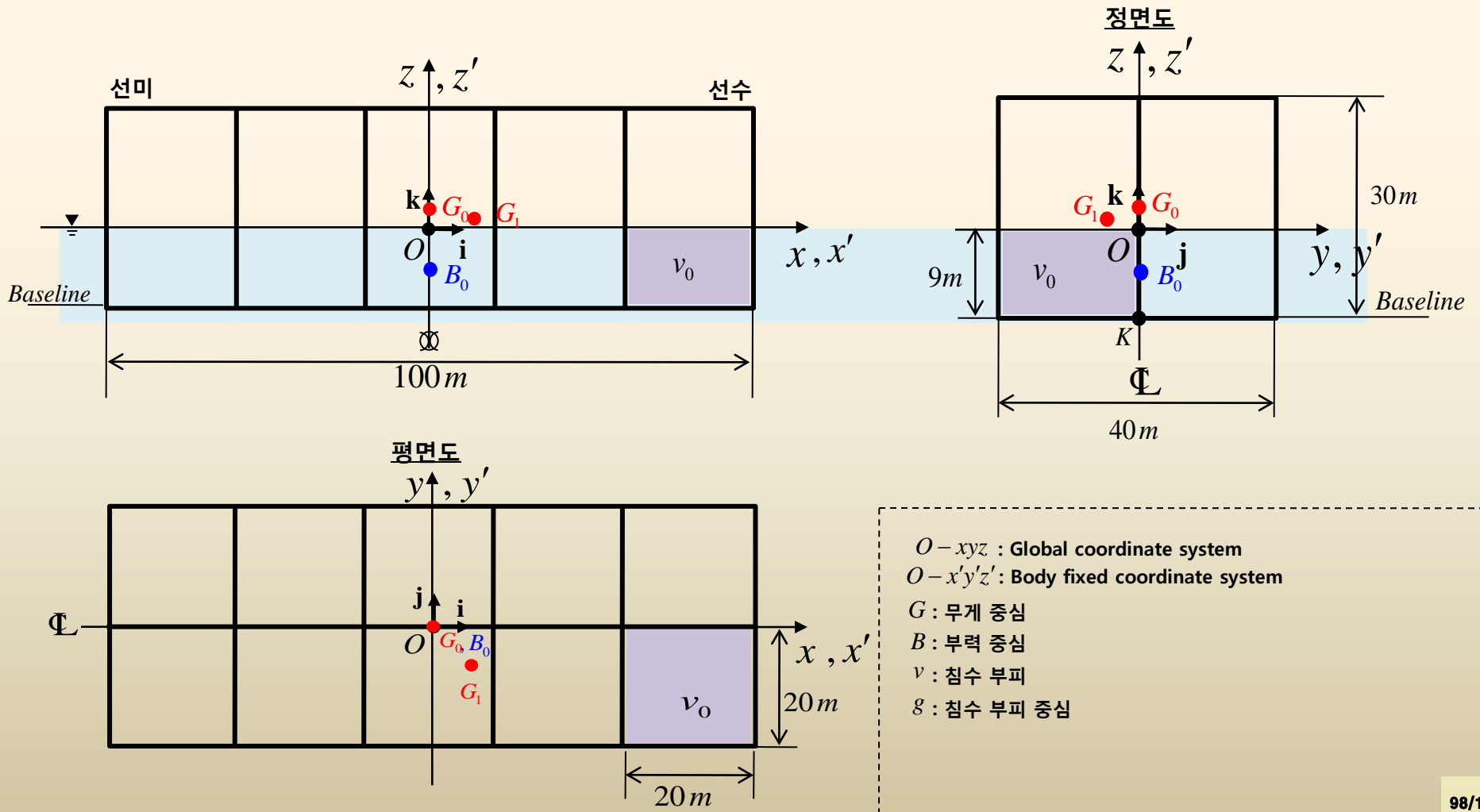
Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

-Damage stability

방법 2. Pressure Integration Technique의 Immersion, Trim, Heel이 연성된 미소자세와 미소 힘/모멘트 관계식을 이용하여 계산

2.2 선박의 -y 방향, +x 방향 구획이 침수 되어 추가적인 힘과 모멘트가 발생 (아직 자세의 변화는 없음)

$k=1/2$ Step(선수, -y 방향 구획 침수)

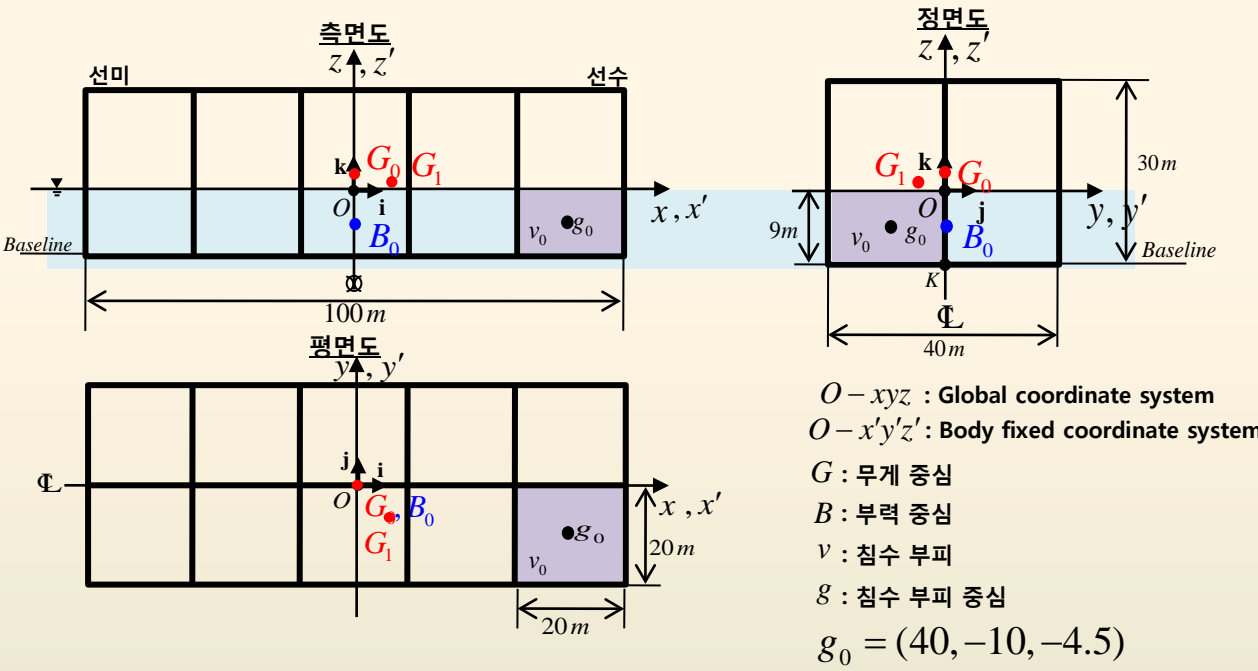


Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

-Damage stability

2.2 선박의 -y 방향, +x 방향 구획이 침수 되어 추가적인 힘과 모멘트가 발생 (아직 자세의 변화는 없음)

k=1/2 Step



① 침수 부피
 $v_0 = 20 \times 20 \times 9 = 3.6 \times 10^3 \text{ k}$

② 침수 부피에 의한 중량
 $w_0 = -\mathbf{k}(20 \times 20 \times 9 \times \rho \times g) = -3.6 \times 10^4 \mathbf{k}$

③ Barge에 작용하는 전체 힘 :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}^{(1/2)} &= \mathbf{F}_B^{(1/2)} + \mathbf{F}_W^{(1/2)} \\ &= \mathbf{F}_B^{(0)} + \mathbf{F}_W^{(0)} + \mathbf{w}_0 \\ &= 0\mathbf{k} - 3.6 \times 10^4 \mathbf{k} = -3.6 \times 10^4 \mathbf{k} \end{aligned}$$

④ 자세의 변화는 없으므로, 부력중심의 좌표 변화는 없다.
 $(x_B^{(1/2)}, y_B^{(1/2)}, z_B^{(1/2)}) = (x_B^{(0)}, y_B^{(0)}, z_B^{(0)}) = (0, 0, -4.5)$

⑤ 구획의 침수에 의한 무게중심의 변화

$$\begin{aligned} x_G^{(1/2)} &= \frac{x_G^{(0)} \times F_W^{(0)} + x_w \times w}{F_W^{(0)} + w} \\ &= \frac{0 \times 3.6 \times 10^5 + 40 \times 3.6 \times 10^4}{3.6 \times 10^5 + 3.6 \times 10^4} \\ &= 3.636 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_G^{(1/2)} &= \frac{y_G^{(0)} \times F_W^{(0)} + y_w \times w}{F_W^{(0)} + w} \\ &= \frac{0 \times 3.6 \times 10^5 + (-10) \times 3.6 \times 10^4}{3.6 \times 10^5 + 3.6 \times 10^4} \\ &= -0.9091 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_G^{(1/2)} &= \frac{z_G^{(0)} \times F_W^{(0)} + z_w \times w}{F_W^{(0)} + w} \\ &= \frac{6 \times 3.6 \times 10^5 + (-4.5) \times 3.6 \times 10^4}{3.6 \times 10^5 + 3.6 \times 10^4} \\ &= 5.045 \end{aligned}$$

⑥ Free surface moment 에 의한 중심 상승에 의하여
 $z_G^{(1/2)} = 5.045 + 0.3367 = 5.3822$

$\therefore (x_G^{(1/2)}, y_G^{(1/2)}, z_G^{(1/2)}) = (3.636, -0.9091, 5.3822)$ 99/107

Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

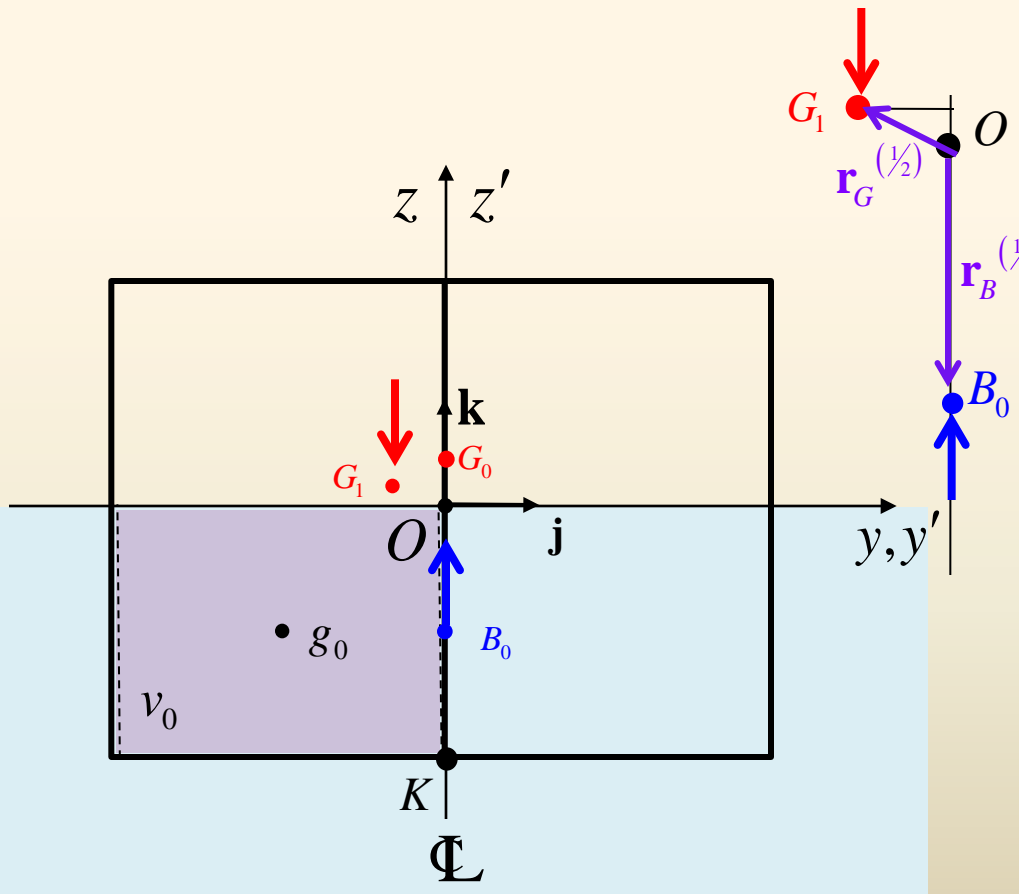
-Damage stability

2.2 선박의 -y 방향, +x 방향 구획이 침수 되어 추가적인 힘과 모멘트가 발생 (아직 자세의 변화는 없음)

k=1/2 Step

$$(x_G^{(1/2)}, y_G^{(1/2)}, z_G^{(1/2)}) = (3.636, -0.9091, 5.3822)$$

$$(x_B^{(1/2)}, y_B^{(1/2)}, z_B^{(1/2)}) = (x_B^{(0)}, y_B^{(0)}, z_B^{(0)}) = (0, 0, -5)$$



횡방향 모멘트 발생

$$\mathbf{M}_{TW}^{(1/2)} = \mathbf{r}_G^{(1/2)} \times \mathbf{F}_W^{(1/2)}$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 3.636 & -0.9091 & 5.3822 \\ 0 & 0 & -3.96 \times 10^5 \end{vmatrix} = 3.6 \times 10^5 \mathbf{i} \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\mathbf{M}_{TB}^{(1/2)} = \mathbf{r}_B^{(1/2)} \times \mathbf{F}_B^{(1/2)} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 3.6 \times 10^5 \end{vmatrix} = 0$$

$$\mathbf{M}_T^{(1/2)} = \mathbf{M}_{TB}^{(1/2)} + \mathbf{M}_{TW}^{(1/2)}$$

$$= 3.6 \times 10^5 \mathbf{i}$$

- O - xyz : Global coordinate system
- O - x'y'z' : Body fixed coordinate system
- G : 무게 중심
- B : 부력 중심
- v : 침수 부피
- g : 침수 부피 중심

Barge의 특정구획 손상시 자세계산 예



Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

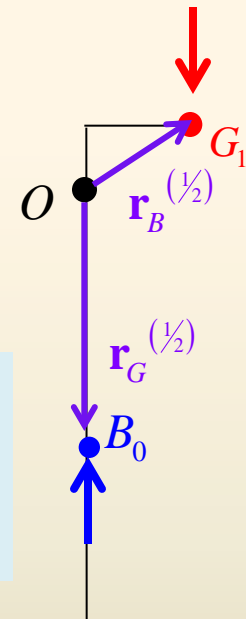
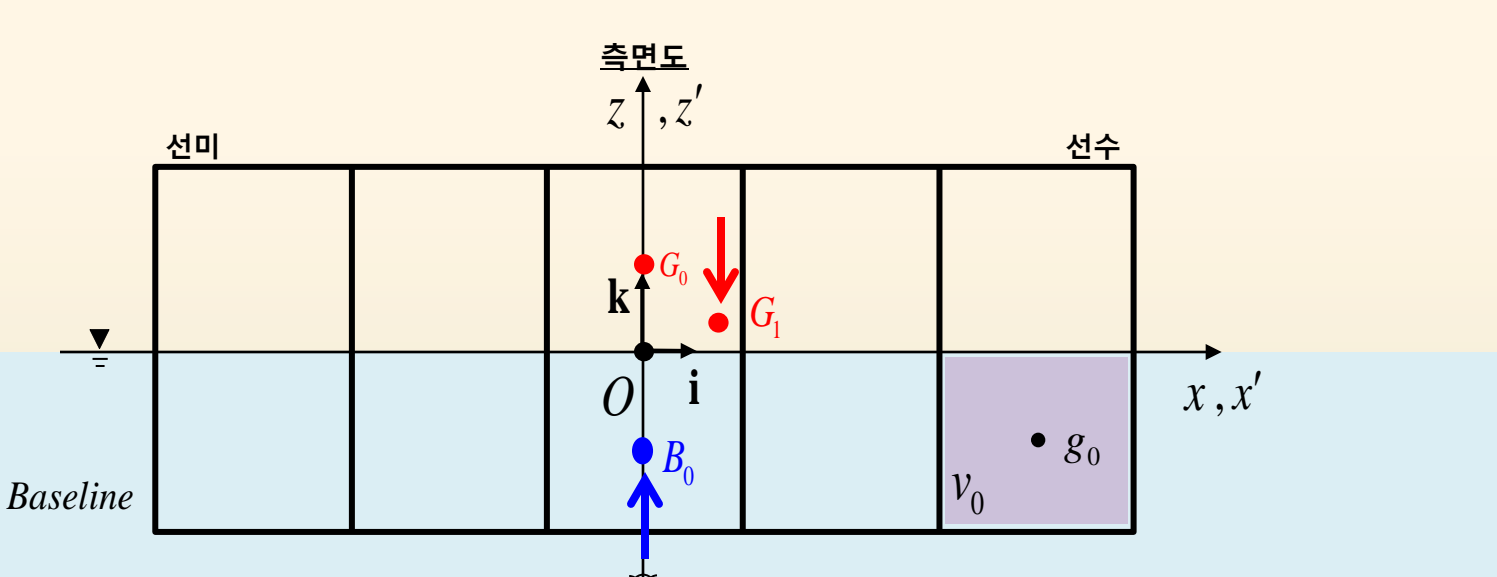
-Damage stability

2.2 선박의 -y 방향, +x 방향 구획이 침수 되어 추가적인 힘과 모멘트가 발생 (아직 자세의 변화는 없음)

$k=1/2$ Step

$$(x_G^{(1/2)}, y_G^{(1/2)}, z_G^{(1/2)}) = (3.636, -0.9091, 5.3822)$$

$$(x_B^{(1/2)}, y_B^{(1/2)}, z_B^{(1/2)}) = (x_B^{(0)}, y_B^{(0)}, z_B^{(0)}) = (0, 0, -5)$$



종방향 모멘트 발생

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_L^{(1/2)} &= \mathbf{M}_{LB}^{(1/2)} + \mathbf{M}_{LW}^{(1/2)} \\ &= 0\mathbf{j} + (x_G^{(1/2)}\mathbf{i}) \times (\mathbf{F}_W^{(0)} + \mathbf{w}_{1/2}) \\ &= 0\mathbf{j} + (3.6361\mathbf{i}) \times (-3.6 \times 10^5 \mathbf{k} - 3.6 \times 10^4 \mathbf{k}) \\ &= (-1.440 \times 10^6) \mathbf{i} \times \mathbf{k} \\ &= 1.440 \times 10^6 \mathbf{j} \end{aligned}$$

Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

-Damage stability

방법 2. Pressure Integration Technique의 Immersion, Trim, Heel이 연성된 미소자세와 미소 힘/모멘트 관계식을 이용하여 계산

2.3 추가적인 힘과 모멘트에 의해 자세변화를 일으킨다.

k=1 Step

미소자세와 미소힘/모멘트 관계식

$$\begin{pmatrix} \Delta F^{(k)} \\ \Delta M_T^{(k)} \\ \Delta M_L^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho g A_{WP}(d^{(k)}) & -\rho g I_{WP}(d^{(k)}) & \rho g I_{WP}(d^{(k)}) \\ -\rho g I_{WP}(\phi^{(k)}) & -\rho g I_T(\phi^{(k)}) - \rho g V(\phi^{(k)}) z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} & \rho g I_P(\phi^{(k)}) \\ \rho g L_{WP}(\theta^{(k)}) & \rho g I_P(\theta^{(k)}) & -\rho g I_L(\theta^{(k)}) - \rho g V(\theta^{(k)}) z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta d^{(k)} \\ \Delta \phi^{(k)} \\ \Delta \theta^{(k)} \end{pmatrix}$$

given
known
Find

선박의 자세를 계산하기 위하여, 먼저 Matrix의 각 성분을 현재 선박의 자세에 대하여 계산한다.

$$\begin{aligned}
 A_{WP}^{(1/2)} &= LB = 100 \times 40 = 4,000 \\
 L_{WP}^{(1/2)} &= 0 \quad \because \text{LCF에 } y\text{축이 존재 (} y\text{축 대칭)} \\
 T_{WP}^{(1/2)} &= 0 \quad \because \text{Centerline에 } x\text{축이 존재 (} x\text{축 대칭)} \\
 I_L^{(1/2)} &= \frac{L^3 B}{12} = \frac{100^3 \times 40}{12} = 3.333 \times 10^6 \\
 I_T^{(1/2)} &= \frac{LB^3}{12} = \frac{100 \times 40^3}{12} = 5.333 \times 10^5 \\
 I_P^{(1/2)} &= 0 \quad \because x\text{축 or } y\text{축 대칭}
 \end{aligned}$$

Matrix의 대각성분만 남아있게 됨



1st Step에서는 자세변화가 서로 연성이 되지 않음.



Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

-Damage stability

2.3 추가적인 힘과 모멘트에 의해 자세변화를 일으킨다.

k=1 Step

미소자세와 미소힘/모멘트 관계식

$$\begin{pmatrix} \Delta F^{(k)} \\ \Delta M_T^{(k)} \\ \Delta M_L^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho g A_{WP}(d^{(k)}) & -\rho g T_{WP}(d^{(k)}) & \rho g L_{WP}(d^{(k)}) \\ -\rho g T_{WP}(\phi^{(k)}) & -\rho g I_T(\phi^{(k)}) - \rho g V(\phi^{(k)}) z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} & \rho g I_P(\phi^{(k)}) \\ \rho g L_{WP}(\theta^{(k)}) & \rho g I_P(\theta^{(k)}) & -\rho g I_L(\theta^{(k)}) - \rho g V(\theta^{(k)}) z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta d^{(k)} \\ \Delta \phi^{(k)} \\ \Delta \theta^{(k)} \end{pmatrix}$$

given
known
Find

$$\begin{pmatrix} 3.6 \times 10^4 \\ 3.6 \times 10^5 \\ -1.44 \times 10^6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4.0 \times 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & -1.733 \times 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & -2.973 \times 10^7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta d^{(1/2)} \\ \Delta \phi^{(1/2)} \\ \Delta \theta^{(1/2)} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \Delta d^{(1/2)} \\ \Delta \phi^{(1/2)} \\ \Delta \theta^{(1/2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4.0 \times 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & -1.733 \times 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & -2.973 \times 10^7 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 3.6 \times 10^4 \\ 3.6 \times 10^5 \\ -1.44 \times 10^6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.9 \\ 0.2099 \\ 0.0485 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \begin{pmatrix} d^{(1)} \\ \phi^{(1)} \\ \theta^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d^{(1/2)} \\ \phi^{(1/2)} \\ \theta^{(1/2)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta d^{(1/2)} \\ \Delta \phi^{(1/2)} \\ \Delta \theta^{(1/2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.9 \\ 0.2099 \\ 0.0485 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9.9 \text{ m} \\ 0.2099 \text{ rad} \\ 0.0485 \text{ rad} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9.9 \text{ m} \\ 12.0247^\circ \\ 2.7765^\circ \end{pmatrix}$$

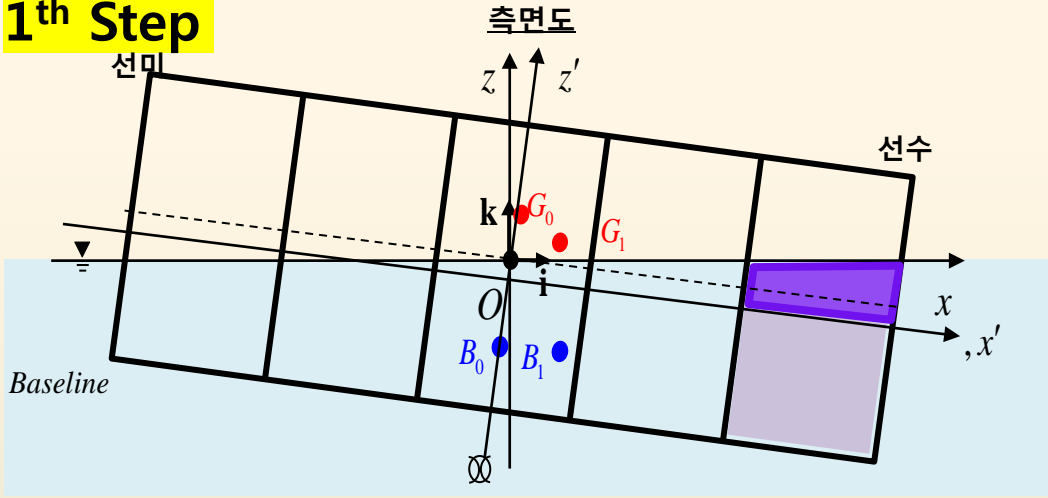


Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

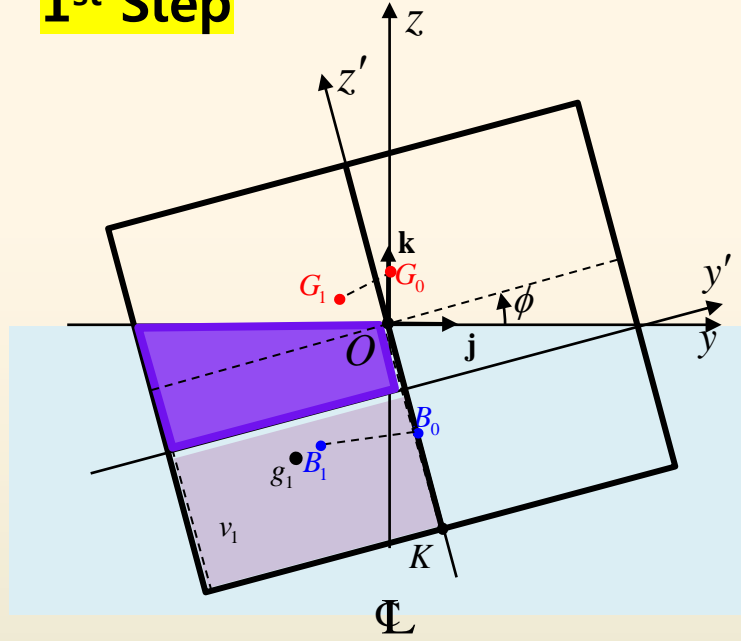
-Damage stability

2.3 추가적인 힘과 모멘트에 의해 자세변화를 일으킨다.

1th Step



1st Step



최종 자세를 구하기 위한 반복 계산의 필요성!

이전 Chapter에서 보았듯이, 단독적으로 일어나는 자세변화도, 대부분 가정을 통한 자세변화를 구하였기 때문에, 오차가 존재하였다.

3개의 운동이 서로 연성된 경우 역시, 기본적으로 계산 과정중에 동일한 가정이 포함되기 때문에, 최종자세를 구하기 위해서는 iteration을 해야한다.

여기에 추가적으로, 자세 변화시에는 추가된 침수 용적을 고려해 주어야 한다.

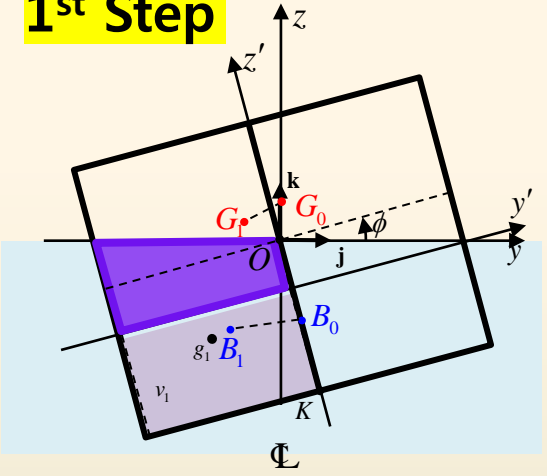


Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

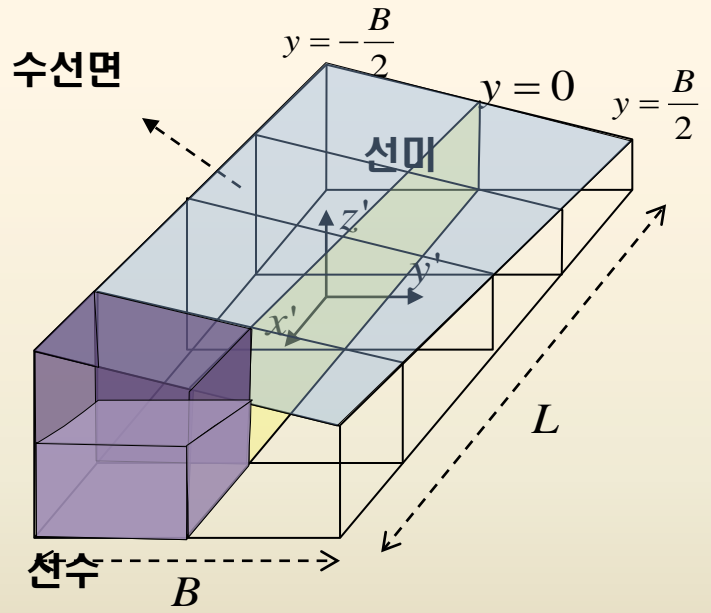
-Damage stability

2.3 추가적인 힘과 모멘트에 의해 자세변화를 일으킨다.

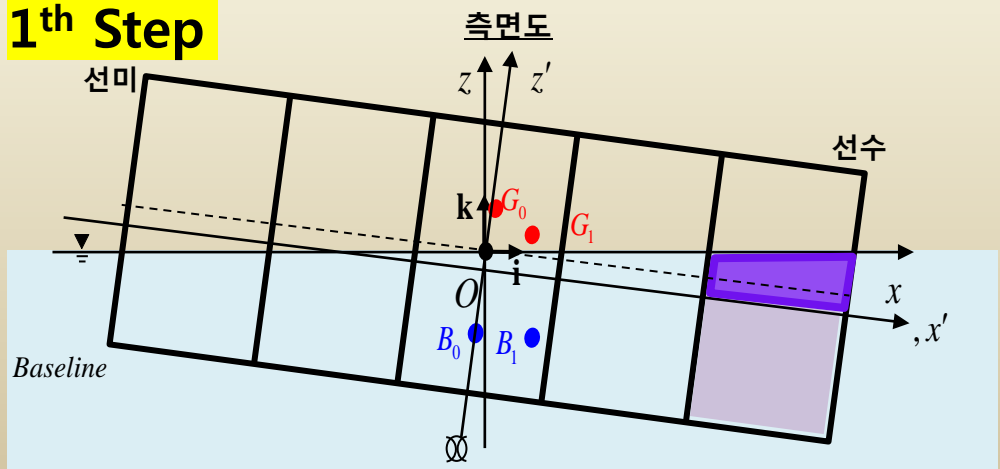
1st Step



Coupled



1th Step



$O - xyz$: 초기 자세에서, Barge의 Centerline, Midship, 수선면 상에 위치하는 Global coordinate system

$O - x'y'z'$: Body fixed coordinate system
→ 초기 자세에서 Body fixed coordinate system와

Global coordinate system의 위치가 동일함
 G_0 : 순수한 Barge의 무게 중심

v_0 : 초기 흘수 $T_0 = 9m$ 에서의 침수 부피

Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

-Damage stability

2.3 추가적인 힘과 모멘트에 의해 자세변화를 일으킨다.

k=2 Step

$$\begin{pmatrix} \Delta F^{(k)} \\ \Delta M_T^{(k)} \\ \Delta M_L^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho g A_{WP}(d^{(k)}) & -\rho g T_{WP}(d^{(k)}) & \rho g L_{WP}(d^{(k)}) \\ -\rho g T_{WP}(\phi^{(k)}) & -\rho g I_T(\phi^{(k)}) - \rho g V(\phi^{(k)}) z_B^{(k)} + m g \cdot z_G^{(k)} & \rho g I_P(\phi^{(k)}) \\ \rho g L_{WP}(\theta^{(k)}) & \rho g I_P(\theta^{(k)}) & -\rho g I_L(\theta^{(k)}) - \rho g V(\theta^{(k)}) z_B^{(k)} + m g \cdot z_G^{(k)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta d^{(k)} \\ \Delta \phi^{(k)} \\ \Delta \theta^{(k)} \end{pmatrix}$$

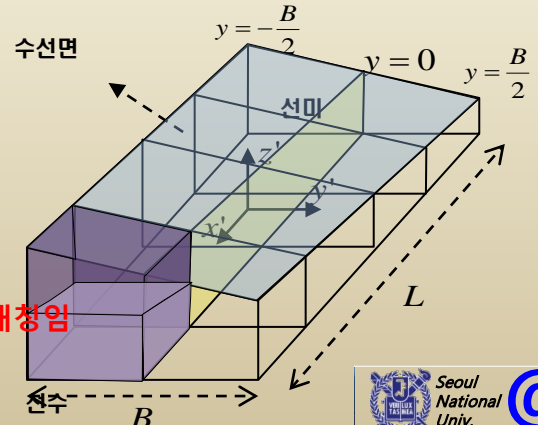
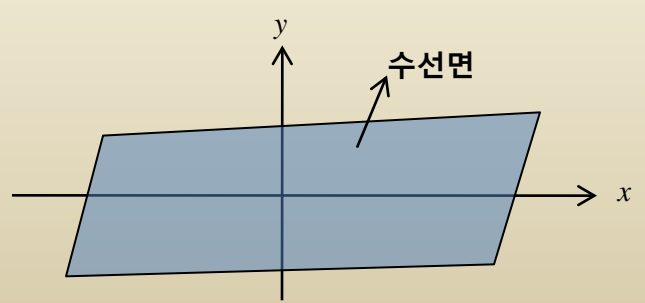
프로그램을 통하여 계산

$$\begin{pmatrix} \Delta F^{(1+\frac{1}{2})} \\ \Delta M_T^{(1+\frac{1}{2})} \\ \Delta M_L^{(1+\frac{1}{2})} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -41,148 & 9,682 & 2,216 \\ 9,682 & -2,301,800 & -435,117 \\ 2,216 & -435,117 & 309,426 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta d^{(1+\frac{1}{2})} \\ \Delta \phi^{(1+\frac{1}{2})} \\ \Delta \theta^{(1+\frac{1}{2})} \end{pmatrix}$$

1st step의 자세에서 구할 수 있음 → 자세 변화가서로 연성되어 있는 항

세 자세를 연성된 방정식을 풀어서 한꺼번에 계산하여야 함

자세가 기울어 지게 되면, 수선면이 각 축에 대해서 대칭이 아니기 때문에, 대각성분이 아닌 항들도 값이 나온다. 즉, 세 자세를 연성된 방정식에 의해 구하여야 한다.



수선면이 Global coordinate system에 대하여 비대칭임



Barge의 특정 구획 손상시 선박의 자세계산 예

-Damage stability

해상에 떠있는 직육면체 Barge의 -y 방향, +x 방향이 침수 되었다.
 구획 침수로 인한 Barge의 자세 변화(Immersion, Trim, Heel)를 구하시오.
 $L = 100m, B = 40m, D = 30m, T = 9m, KG = 15m$

$$\begin{pmatrix} \Delta F^{(k)} \\ \Delta M_T^{(k)} \\ \Delta M_L^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho g A_{WP}(d^{(k)}) & -\rho g T_{WP}(d^{(k)}) & \rho g L_{WP}(d^{(k)}) \\ -\rho g T_{WP}(\phi^{(k)}) & -\rho g I_T(\phi^{(k)}) - \rho g V(\phi^{(k)})z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} & \rho g I_P(\phi^{(k)}) \\ \rho g L_{WP}(\theta^{(k)}) & \rho g I_P(\theta^{(k)}) & -\rho g I_L(\theta^{(k)}) - \rho g V(\theta^{(k)})z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta d^{(k)} \\ \Delta \phi^{(k)} \\ \Delta \theta^{(k)} \end{pmatrix}$$

방법 1. 선박의 중심에 가상의 침수 구획을 가정하여 Immersion시킨 후, 침수 중량을 각각 -y 방향, +x 방향으로 이동한 것으로 생각하여 Trim, Heel 각을 구함

1.1 선박의 Midship과 Centerline에 가상의 침수 구획이 있다고 가정하고 Immersion양을 계산

$$\Delta F^{(k)} = -\rho g A_{WP}(d^{(k)}) \cdot \Delta d^{(k)}$$

1.2-1 Immersion된 상태에서, 침수된 구획이 -y 방향으로 이동하였다고 가정하고 Heel 각도를 계산

$$\Delta M_T^{(k)} = [-\rho g I_T(\phi^{(k)}) - \rho g V(\phi^{(k)})z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)}] \cdot \Delta \phi^{(k)}$$

1.2-2 Immersion된 상태에서, 침수된 구획이 선수로 이동하였다고 가정하고 Trim 각도를 계산

$$\Delta M_L^{(k)} = [-\rho g I_L(\theta^{(k)}) - \rho g V(\theta^{(k)})z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)}] \cdot \Delta \theta^{(k)}$$

서로 연성되어 있지 않음

방법 2. Pressure Integration Technique의 Immersion, Trim, Heel이 연성된 미소자세와 미소 힘/모멘트 관계식을 이용하여 계산

$$\begin{pmatrix} \Delta F^{(k)} \\ \Delta M_T^{(k)} \\ \Delta M_L^{(k)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho g A_{WP}(d^{(k)}) & -\rho g T_{WP}(d^{(k)}) & \rho g L_{WP}(d^{(k)}) \\ -\rho g T_{WP}(\phi^{(k)}) & -\rho g I_T(\phi^{(k)}) - \rho g V(\phi^{(k)})z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} & \rho g I_P(\phi^{(k)}) \\ \rho g L_{WP}(\theta^{(k)}) & \rho g I_P(\theta^{(k)}) & -\rho g I_L(\theta^{(k)}) - \rho g V(\theta^{(k)})z_B^{(k)} + mg \cdot z_G^{(k)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta d^{(k)} \\ \Delta \phi^{(k)} \\ \Delta \theta^{(k)} \end{pmatrix}$$

서로 연성되어 있는 항이 존재하므로, 세 자세를 한꺼번에 계산하여야 한다.

