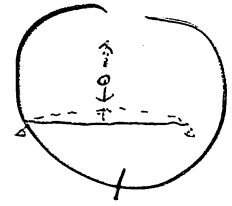
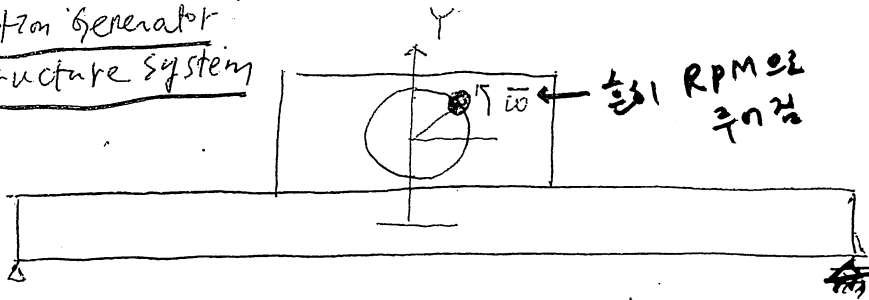


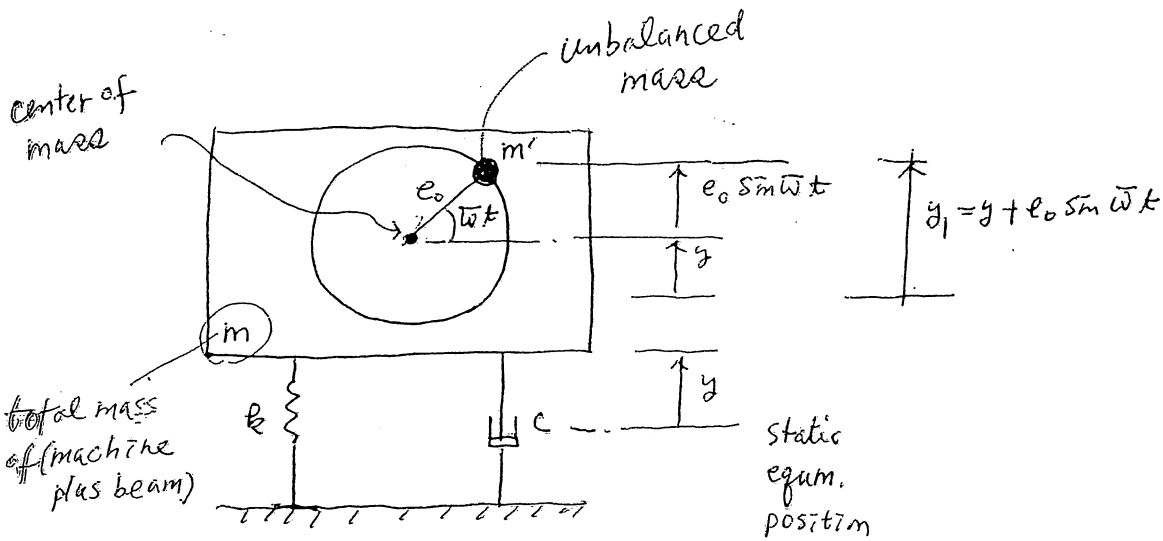
"Beam-Machine system의 운동 방정식"

or Vibration Generator
- Structure system

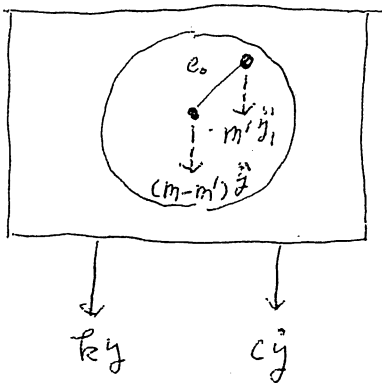


our Interest: vertical vibration,

Beam-Machine system



Mathematical model



Free Body Diagram

$$\sum F_y = 0 \quad (\text{dynamic equilibrium Eq.})$$

$$m' \ddot{y}_1 + (m-m') \ddot{y} + c \dot{y} + ky = 0$$

$$m' \times \frac{d^2}{dt^2} (y + e_0 \sin \omega t) + (m-m') \ddot{y} + c \dot{y} + ky = 0$$

$$m' (\ddot{y} - e_0 \omega^2 \sin \omega t) + (m-m') \ddot{y} + c \dot{y} + ky = 0$$

$$(m' + m - m') \ddot{y} + c \dot{y} + ky = m' e_0 \omega^2 \sin \omega t$$

$$\therefore m \ddot{y} + c \dot{y} + ky = \underbrace{(m' e_0 \omega^2)}_{P_0} \sin \omega t$$

$\rightarrow P_0$
centrifugal force
(원심력)

Example 3.2 및 3.5 절 보충과제

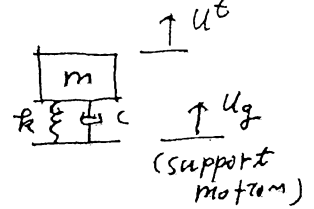
Example 3.2

← 그림 유제

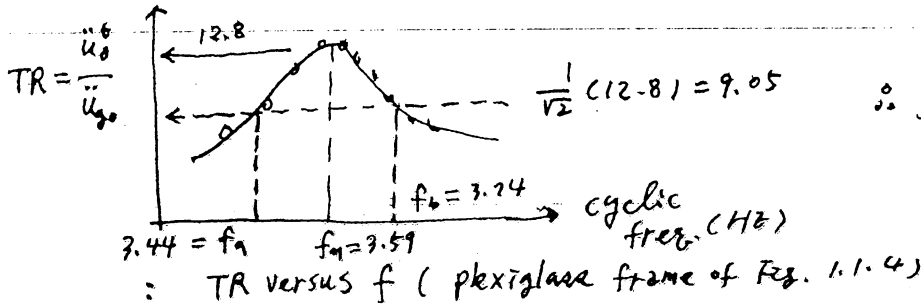
"correct derivation 3.4.01 에는 half-power band width method 으로 정음 가능"

① 해석 TR ≡ $\frac{\ddot{u}_0}{\ddot{u}_{g0}} \approx R_d$ for small ξ and $[f_a, f_b]$

↳ 3.5 절 Fig. 3.5.1 의 right inset 참조
[Eq. (3.5.3) 참조]



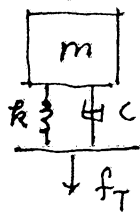
② (3.2.11) 식 ≡ (3.5.3) 식 for small ξ and $[f_a, f_b]$



$$\therefore \xi = \frac{f_b - f_a}{2 f_n} = \frac{3.74 - 3.44}{2(3.59)} = \underline{\underline{4.2\%}}$$

3.5 Force Transmission and Vibration Isolation ← left inset 참조 (Fig. 3.5.1)

↑ $P(t) = P_0 \sin \omega t$



f_T (= the force transmitted to the base)

$$= f_s + f_b = k u(t) + c \dot{u}(t)$$

$$\begin{cases} u(t) = (u_{st})_0 R_d \sin(\omega t - \phi) \\ \dot{u}(t) = (\dot{u}_{st})_0 R_d \cdot \omega \cdot \cos(\omega t - \phi) \end{cases}$$

$$= (u_{st})_0 R_d [k \sin(\omega t - \phi) + c \omega \cos(\omega t - \phi)]$$

$$\therefore (f_T)_0 = f_{T, \max} = (u_{st})_0 R_d \times \sqrt{k^2 + (c\omega)^2} \quad \leftarrow (u_{st})_0 = \frac{P_0}{k}; \xi = \frac{c}{2m\omega_n}$$

$$= \left(\frac{P_0}{k}\right) \cdot R_d \cdot k \sqrt{1 + \left(\frac{c\omega}{k}\right)^2} \quad \frac{2\xi m \omega_n \omega}{m \omega_n^2} = \left(2\xi \cdot \frac{\omega}{\omega_n}\right)$$

$$\therefore \frac{(f_T)_0}{P_0} = \frac{R_d}{k} \times \sqrt{1 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} = \frac{\sqrt{1 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2}}$$

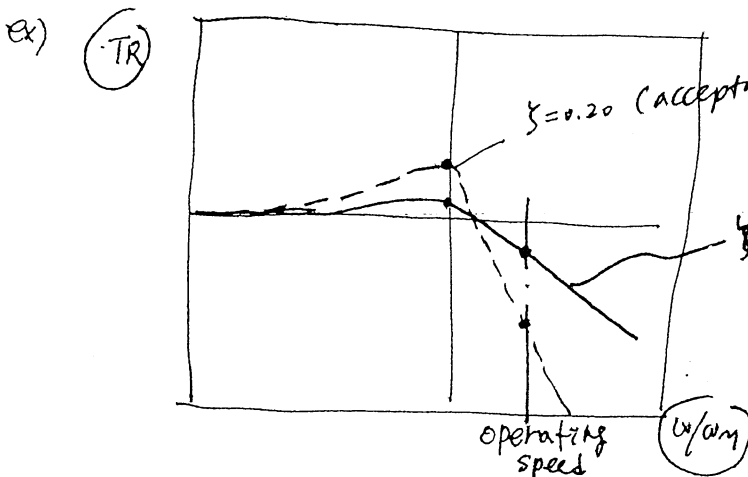
TR = (3.5.3) 식

Fig. 3.5.1 ni dehan goshul (left inset, banggung seomei hamsung gaseung)

- ① 관심 주파수 대역은 (ω/ω_m) 값이 큰 경우이므로 log scale로 그려진 것이 좋음
while
- ② Damping decreases "the amplitude of motion" at all excitation frequencies, damping decreases "the transmitted force" only if $\omega/\omega_m < \sqrt{2}$.
기초 전달력
- ③ $(\omega/\omega_m) > \sqrt{2}$ 이면 동역 감쇠가 클수록 기본전달력이 크다.
- ④ 가진력보다 P_0 기본전달력이 작으려면 $\omega/\omega_m > \sqrt{2}$ 이어야 하고, ω_m 값이 작을수록 (구르륵이 soft 할수록, 진동주기가 길수록) 유리하다.
- ⑤ 기본저리 구르륵기는 감쇠가 없는 것이 좋다 ← spring only?
- ⑥ 결국, 기본전달력을 줄이기 위해서는 soft spring이 바람직하며, 정적 처짐이 과도할 수 있으므로 적절한 compromise가 필요하다.
- ⑦ 흡진기메이 데한 가진력 경우, 구르륵을 시작하여 점차 속도가 speed-up 된다. 만약 이 과정에서 가진 주파수가 공진대역을 통과하는 경우는 공진응답을 적절한 수준에서 제어할 수 있는 damp가 필요하겠지만, operating speed에서는 기본전달력이 증대되지 않도록 damping이 작은 것이 좋다

Engineering compromise 방안

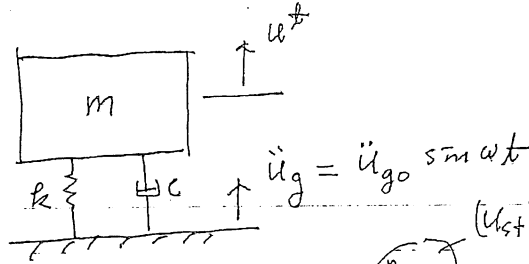
Luckily, natural rubber is a very satisfactory material for vibration isolation.



(18777) Too busy!

3.6 장 진동 이론 (Response to "harmonic" ground motion and vibration isolation)

Fig: 3.5-1의 (right-side inset)와 함께



$P_o = P_{eff} = -m\ddot{u}_g$ (사실); $u(t) = \left(\frac{P_{eff}}{R_d}\right) \times R_d \times \frac{\sin(\omega t - \phi)}{\omega}$ (3.2.10) ~ (3.2.12)식 참조

$\ddot{u}^t(t) = \ddot{u}_g(t) + \ddot{u}(t)$
 $= \ddot{u}_{go} \sin \omega t + \left(\frac{-m\ddot{u}_{go}}{R_d}\right) R_d \omega^2 \sin(\omega t - \phi) \dots (*)$

$\ddot{u}_o^t = (*)$ 식의 항의 크기 $= \sqrt{(\ddot{u}_{go})^2 + \left(\frac{m\ddot{u}_{go}}{R_d}\right)^2 (R_d \omega^2)^2}$
 $= \ddot{u}_{go} \times \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)^4 (R_d)^2}$

By definition,

$TR \equiv \frac{\ddot{u}_o^t}{\ddot{u}_{go}} = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)^4 R_d^2}$

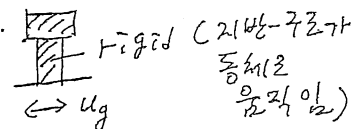
(3.2.11) 식이
 풀어진 R_d 는 대입하면
 정리하면,
 (3.6.4) 식이 나오게
 하는 것임!

Figure 3.5-1의 진동기반은 관성동이 미치는 시나리오

양극한

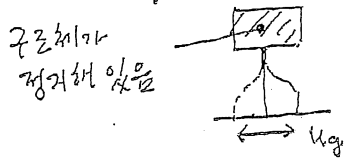
(1) $\omega_m \gg \omega$ (구름들이 매우 stiff)

$\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right) \rightarrow 0 \Rightarrow TR \rightarrow 1.0$; $\ddot{u}_o^t = \ddot{u}_{go}$ (곧 상해 변위 $u=0$, $u^t = u_g$ 이다)



(2) $\omega_m \ll \omega$ (구름들이 매우 flexible)

$\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right) \rightarrow \infty \Rightarrow TR = \frac{\ddot{u}_o^t}{\ddot{u}_{go}} \rightarrow 0$; $\ddot{u}_o^t = 0 \Rightarrow u^t = 0$; $u_g + u = 0$; $u(t) = -u_g(t)$

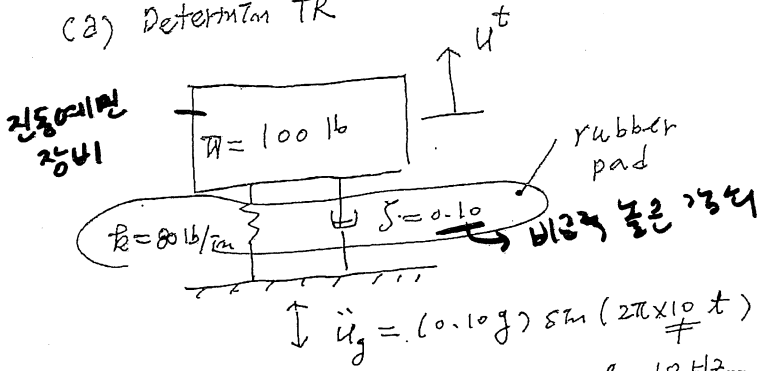


"기반진동을 받은 구름들이 연결된 기본 원리"
 (* 수직진동은 파상가계)
 ↳ '2-DOF system', 강타에 강

진동제거방 (added mass)

8.6

(a) Determin TR



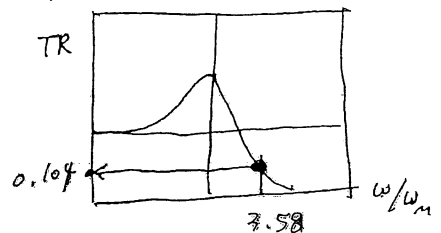
$$\omega_m = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{80}{100/386}} = 17.58 \text{ (rad/s)}$$

$$\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right) = 3.58$$

← max. total

$$\frac{\ddot{u}_0^t}{\ddot{u}_g} = TR(\zeta = 0.10, \frac{\omega}{\omega_m} = 3.58) \leftarrow \text{Eq. (3.6.4)}$$

$$\ddot{u}_g = 0.104 \quad \therefore \ddot{u}_0^t = (0.104)(0.1g)$$



$$= 0.01g (\approx 10 \text{ gal}) \quad ; \quad 1g = 980 \text{ cm/sec}^2 = 1000 \text{ gal}$$

(b) Determine the added mass to reduce acceleration

↳ rubber pad 를 변경하지 않는 대신, mass 를 추가하여 (ω/ω_m) 비를 증가시켜서 진동을 제거시키는 방안이 바람직

(i) $TR = \frac{0.005g}{0.1g} = 0.05 \leftarrow \text{target}$

(ii) 교과서의 경우 "judgment" 이 타당 시행 착오적으로 해결하고 있음 ← good "engineering" approach

$$\leftarrow \zeta = \frac{c}{2m\omega_m}$$

이하에서는

Eq. (3.6.4) 식을 이용해 M_b 를 구해 볼 것

(iii) mass 가 증가할 경우 감쇠비 ζ 값이 줄어드는 것을 감안해야 함

↳ TR 은 (ω/ω_m) 및 ζ 의 함수일 것

(iv) c (시스템의 고유치로써 불변일 것) = $\zeta (2m\omega_m)$

$$= (0.1)(2)\left(\frac{100}{386}\right)(17.58)$$

$$= 0.911 \text{ (lb-sec/in)}$$

Eq. (3.6.4) 식의 무변에 있는 모든 파라미터들은 각각 미지수 M_b 로 풀기 하야 함

$$M' = m + m_b = 10.259 + (M_b)$$

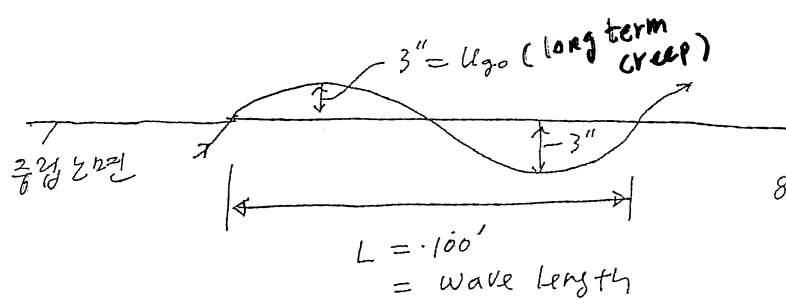
$$\omega_m' = \sqrt{\frac{k}{M'}} = \sqrt{\frac{80}{0.259 + M_b}} \quad ; \quad \omega = 62.8 \text{ (rad/s)} \quad ; \quad \left(\frac{\omega}{\omega_m'}\right) = \dots$$

$$\zeta' = \frac{c}{2(M')\omega_m'} = \frac{0.911}{2(0.259 + M_b)} \times \sqrt{\frac{0.259 + M_b}{80}}$$

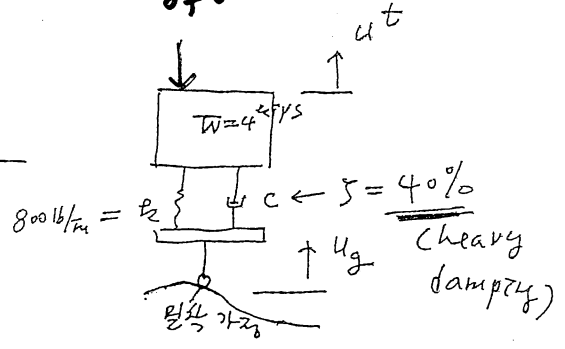
$TR_{\text{target}} = 0.05 \rightarrow$ Solution H/W # (시행 착오로써 항상 M_b 가 가능하면 $+ - X$ 는 의외로 풀릴 수 있음)

Ex. 3-4

∴ 노면 프로파일 분석하기



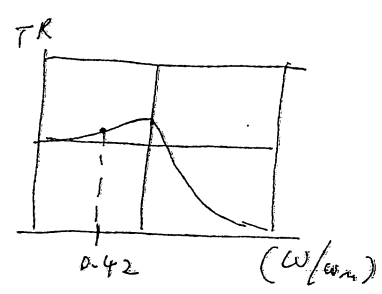
2 simple model of an automobile (8.1)



(a) $U_g(t) = U_{g0} \sin(\omega t) = U_{g0} \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) = U_{g0} \sin\left(\frac{2\pi}{L/v} t\right)$
 $= 3 \sin\left(\frac{2\pi v}{L} t\right) \leftarrow v = 40 \text{ mph} = 58.67 \text{ (ft/sec)}\right.$
 $= 3 \sin\left(\frac{2\pi \times 58.67}{100} t\right) \leftarrow \text{약 } 60 \text{ km/h}\right.$
 $= 3 \sin(3.69 t)$
 $\leftarrow \text{forcing freq.} = \omega$

$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{800}{4000/386}} = 8.99 \text{ (rad/s)}$

freq. ratio = $\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) = \frac{3.69}{8.99} = 0.42$



$TR\left(\frac{\omega}{\omega_n} = 0.42, \zeta = 0.40\right) = 1.186 \leftarrow \text{Eq. (3.6.5)}$

$\therefore U_0^t = (1.186) U_{g0} = (1.186)(3)$
 $= \underline{\underline{3.56"}}$

(b) Speed at resonance

∵ heavy damping 문제일 때, 따라서 공진영역이 ω_n 이하 상하로 벗어날 수 있음 ($\zeta = 40\%$)

∴ 따라서 공진 영역에 따라 TR 값이 max가 될 때 (ω/ω_n) 을 구해야 함 (미분 문제)

$\therefore \omega = \frac{2\pi v}{L}$ 이다

$\leftarrow \frac{d}{d(\omega/\omega_n)} (TR^2) = 0 \rightarrow \omega = 7.846 \text{ (rad/s)}$

$v = \omega \left(\frac{L}{2\pi}\right)$
 $= (7.846) \left(\frac{100}{6.28}\right) = 125 \text{ (ft/sec)}$
 $= 85 \text{ mph}$
 $= 137 \text{ (km/h)}$

$\omega_n = 8.99 \text{ (rad/s)}$
 (상하로 벗어난 크기에 대한 나치일 있음, Sec Fig. 3.51, 진폭은 2.5인 것 이다)

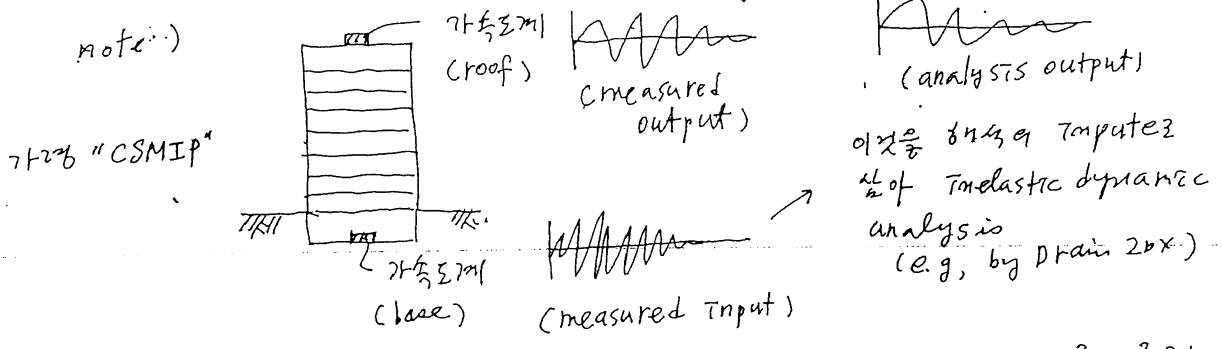
Ex. 3-5

∴ Easy to follow
 Cmass 변동이 다른
 응답 변동 문제 $\rightarrow \omega_n, \zeta$

∴ free way 이다
 동상 문제를 속 풀이!

~~3.7.1~~ Vibration-measuring instruments (진동계측기):

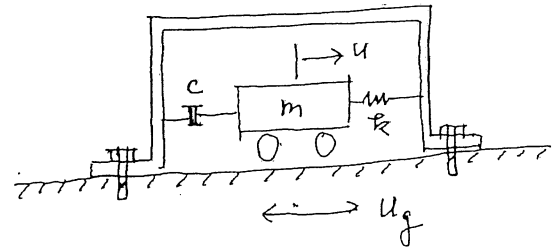
① 계측기의 종류 \rightarrow reality 밖이 (거동의 이해, 해석 방법의 검증)
Engineering



note:)

1940년 El Centro Imperial Valley 지진 가속도 기록의 종류 (국내에서도 이와 비슷한 강진 기록이 계속 된다면?)

② 형편이 미흡하기: highly developed / intricate
 \rightarrow but essentially some form of a "transducer" (변환기)



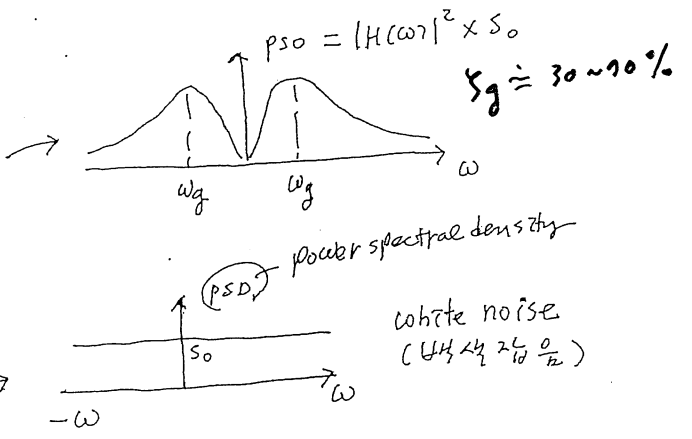
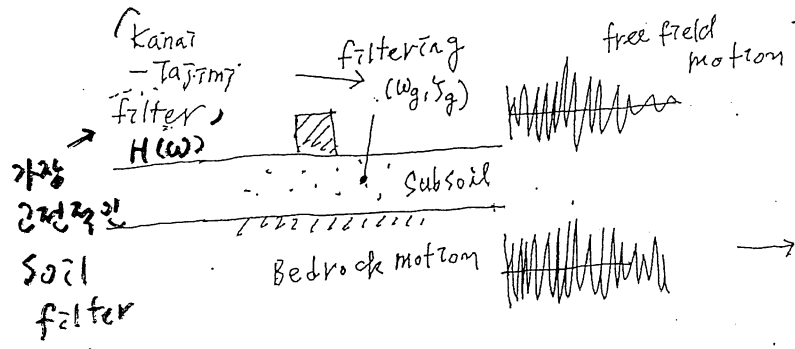
\leftarrow see Figure 3.7.1

"the basic principle of designing of vibration-measuring instruments"

u 를 측정하여 u_g 를 알아 보자

③ 가속도계

note: 지진동은 wide-band process



(C.H. Lee 2014.4.2)

note) 지진동의 cut-off frequency ≈ 25 Hz
 digitization interval 은 $\Delta t = 0.02$ (sec)

Nyquist sampling frequency $f_c = \frac{1}{2\Delta t}$
 (signal processing) $\therefore = \frac{1}{2(0.02 \text{ sec})} = 25 \text{ Hz}$

or $\Delta t = \frac{1}{2f_c}$
 sampling rate

measurement of "simple harmonic" motion

any signal $x(t) = \sum_{j=1}^{\infty} (a_j \cos \omega_j t + b_j \sin \omega_j t)$

Input (support acceleration) : $\ddot{u}_g(t) = \ddot{u}_{g0} \sin \omega t$



"transform"

($P_{eff} = \frac{-m \ddot{u}_{g0}}{P_0} \sin \omega t$)

output (relative displacement) = $u(t)$ (계측 대상)

$u(t) = \left(\frac{-m \ddot{u}_{g0}}{k} \right) \times R_d \times \sin(\omega t - \phi)$ ← (3.2.10) 식
 또는 (3.2.16) 식과 동일

$\left(\frac{P_0}{k} \right) \equiv (u(t))_0$

$= - \left(\frac{1}{k/m} R_d \right) \times \ddot{u}_{g0} \sin(\omega t - \phi)$

∴

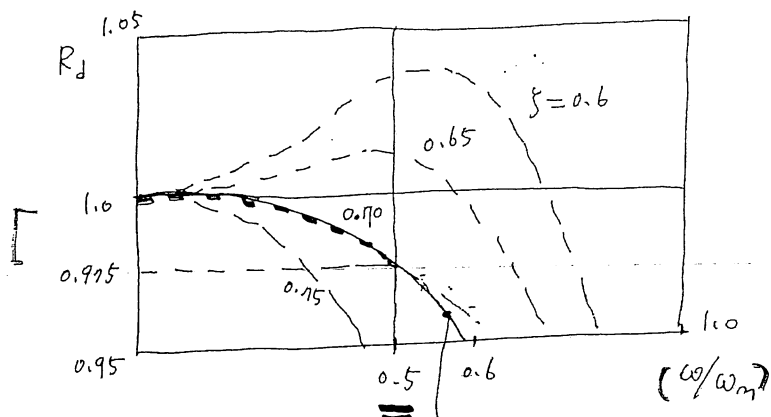
$u(t) = - \left(\frac{R_d}{\omega_m^2} \right) \times \ddot{u}_g(t - \frac{\phi}{\omega})$ --- (3.7.1) 식

(3.7.1) 식이 시사하는 바 :

- ① 결국 "계측된 $u(t)$ " 은 $\left(\frac{\phi}{\omega} \right)$ 만큼 time-lag을 갖고, $\left(-\frac{R_d}{\omega^2} \right)$ 만큼 진폭이 변화된 base acceleration과 등가이다. [여기서 -1 은 부호가 안됨]
- ② "변환기(계측기)" 설계의 원칙
 ↳ R_d 및 ϕ/ω 가 가진주파수 (ω) 이 무관하게 설계
 (즉 동일진폭, 동일 time-lag을 갖는 signal 이 계측 되도록 설계)
 ↳ 모든 주파수에 대한 균등한 time-lag을 부재가 안됨.

Figure 3.7.2 (top)
(p. 97)

← Figure 3.2.6 (top) (p. 78)의
부분 항목도 이 별과 (5값 몇개 추가)



a kind of optimal damping ratio
(or best) for measuring purpose.

* $R_d \approx 1.0$ when $\zeta = 0.70$ & $0 \leq \omega/\omega_m \leq 0.50$ (*)

현재 사용 강진계
문성치 (typical)

f_m (instrument frequency)
= 50 Hz로 생각하면,

$0 \leq f \leq 0.50 (50 \text{ Hz}) = 25 \text{ Hz}$

이 주파수 대역에서 정확도가 유지됨
(25 Hz 이상은 noise 처리해야)

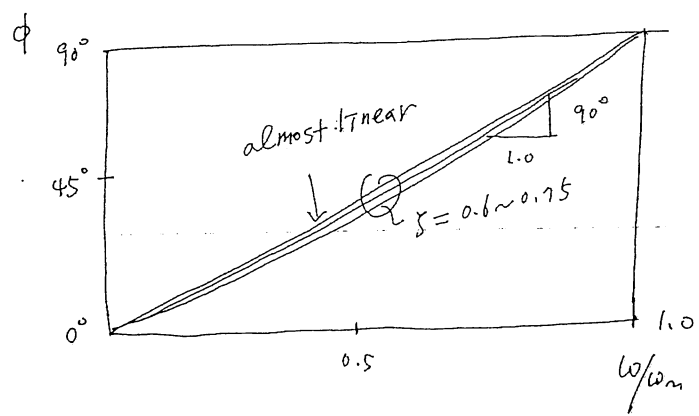
note: 계측된 $u(t)$ 는 $(\frac{R_d}{\omega_m^2})$ 이 비례하므로

그 진폭이 매우 작을 것인바, amplifier가 필요

$\hookrightarrow \frac{1}{\omega_m^2}$ (instrument constant)

Figure 3.7.2 (bottom)
(P. 97)

← Figure 3.2.6 (bottom)의 lower-left corner 부분이 한눈에 보이기 쉽다 ($\zeta = 0.6 \sim 0.75$)



See Fig. 3.7.3
(P. 98)

$$\frac{\pi/2}{314} = 0.005 \text{ (sec)}$$

$$\phi \approx (\text{constant}) \times \frac{\omega}{\omega_m}$$

$$\approx \left(\frac{90^\circ}{1.0}\right) \times \frac{\omega}{\omega_m}$$

or $\frac{\phi}{\omega} = \frac{90^\circ}{\omega_m} = \text{constant time-lag}$

따라서 ω_m 가 클수록 constant (가장, $f_m = 50 \text{ Hz}$ 이면 $\omega_m = 2\pi f_m = 314 \text{ rad/sec}$)

$\zeta = 0.70$ 라고
 $0 \leq \frac{\omega}{\omega_m} \leq 1.0$ 구간에서는
본문과 주파수 대역에서
가장 동일한 time shift가
일어난다 하므로
signal의 왜곡이 없다

따라서 (3)과 (4)에서의 샘플링 주기는 각각 1/40, 1/20, 1/10 sec 이므로 각각 2.5, 5, 10 배의 오차를 보정할 수 있다.

Figure 3.7.3 ← $\ddot{y}(t) = (0.1g) \times \sin(2\pi ft)$; $f = 40, 20, 10 \text{ Hz}$

(P. 98)

error가 예상되는
진동 주파수

- 3.7.2 보정 방법
- 통상 가속도를 2번 적분하여 얻음
(baseline correction이 필요할 수도)
 - 근사적인 방법
(실제로는 한층 더 나은 방법이 있다)

↓ (3.7.2) 장

이러한 변위 미분 이동을 하십시오 :

Input $u_g(t) = u_{g0} \sin \omega t$

(사실은 미분기)

$$\ddot{u}_g(t) = -\omega^2 u_{g0} \sin \omega t$$

$$P_{eff}(t) = (-m\omega^2 u_{g0}) \sin \omega t$$

$$\therefore \text{output } u(t) = \left(-\frac{m\omega^2 u_{g0}}{k} \right) \times R_d \times \sin(\omega t - \phi)$$

$$= u_{g0} \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \times R_d \times \sin(\omega t - \phi)$$

$R_d \leftarrow (3.2.20) \text{식, p. 80}$

$$= \underline{u_{g0} \sin(\omega t - \phi)} \times \underline{R_d}$$

상당 $\omega/\omega_n \gg 1$ 이라면 (계측기가 매우 flexible)

$R_d \rightarrow 1.0$ (Figure 3.2.7c, p. 81)

$\phi \rightarrow 180^\circ$ (Figure 3.2.6b, p. 78)

계측기 및 계측장치의 유연성

↓

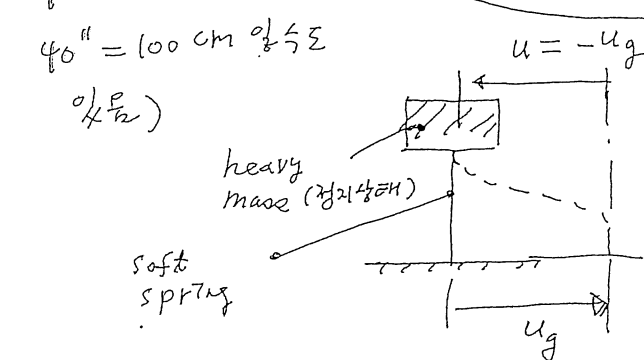
heavy mass or flexible springs (계측장치가)

$$\therefore u(t) \doteq u_{g0} \sin(\omega t - 180^\circ) \times (1.0)$$

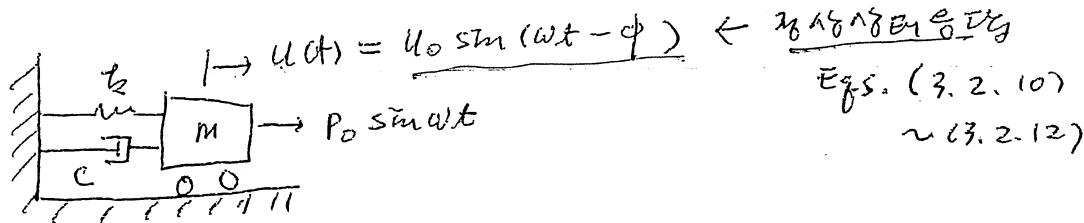
$$= -u_{g0} \sin(\omega t)$$

$$= \underline{-u_g(t)} \leftarrow \text{위상차인 } 180^\circ \text{ 뿐 뿐}$$

(계측값이 -인 뿐이면 된다)



3.8 장 정현 진동자에 의한 에너지 손실 분포



$$m\ddot{u} + c\dot{u} + R_d u = P_0 \sin \omega t \quad ; \quad u(t) = u_0 \sin(\omega t - \phi)$$

$$(m\ddot{u} + c\dot{u} + R_d u) \cdot du = P_0 \sin \omega t \cdot du \quad \leftarrow du = \dot{u} dt \quad E_0 = E_d \text{ (동일적이지 않음?)}$$

"정현 진동자에 의한 에너지 손실 분포" [0, T, = $\frac{2\pi}{\omega}$]

$$\int_0^{2\pi/\omega} m(\ddot{u} \dot{u}) dt + \int_0^{2\pi/\omega} c(\dot{u}^2) dt + \int_0^{2\pi/\omega} R_d u \cdot \dot{u} dt = \int_0^{2\pi/\omega} P_0 \sin \omega t \cdot \dot{u} dt$$

$E_R = 0$ Orthogonal sxc E_D $E_S = 0$ orthogonal sxc E_I (외력이 한 일)

function product vs. dot product

$$E_D \text{ (per cycle)} = c \int_0^{2\pi/\omega} \{u_0 \omega \cos(\omega t - \phi)\}^2 dt$$

$$= \pi c \omega u_0^2 = \pi \cdot (\zeta \cdot 2m \omega_m)^2 u_0^2$$

$$= \pi \left(\zeta \cdot 2 \cdot \frac{R_d}{\omega_m^2} \cdot \omega_m \right)^2 u_0^2$$

velocity-proportional damping

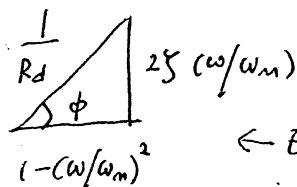
$$\therefore E_D = 2\pi \zeta \left(\frac{\omega}{\omega_m} \right) R_d u_0^2 \quad \leftarrow \left[\begin{array}{l} \text{가진 속도에 비례} \\ \text{진폭의 제곱에 비례} \end{array} \right]$$

$$E_I \text{ (per cycle)} = \int_0^{2\pi/\omega} \{P_0 \sin \omega t \cdot u_0 \omega \cos(\omega t - \phi)\} dt$$

부분적분 ↓

$$= \pi P_0 u_0 \sin \phi$$

$$= \pi P_0 u_0 \times \frac{2\zeta (\omega/\omega_m)}{\frac{1}{R_d}}$$



← E_I (3.2.11)

$$= \pi P_0 u_0 \times (2\zeta \cdot \frac{\omega}{\omega_m}) R_d$$

$$= \pi P_0 u_0 \times (2\zeta) \left(\frac{\omega}{\omega_m} \right) \cdot \frac{u_0}{(u_{st})_0}$$

$$= \pi P_0 u_0 \times (2\zeta) \left(\frac{\omega}{\omega_m} \right) \cdot \frac{u_0}{P_0 / R_d}$$

정현 진동자에 의한 에너지 손실

$$\therefore E_I = (2\pi \zeta) \left(\frac{\omega}{\omega_m} \right) R_d u_0^2$$

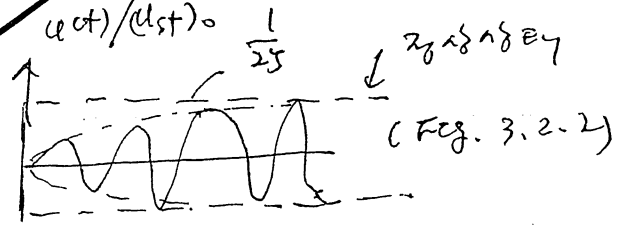
Note: "정상상태"에 의해서 한 일

$E_I = E_D$
 input output
 input dissipation

or

$$E_{I_0} + E_0 + E_S = E_I$$

\downarrow \downarrow
 0 0

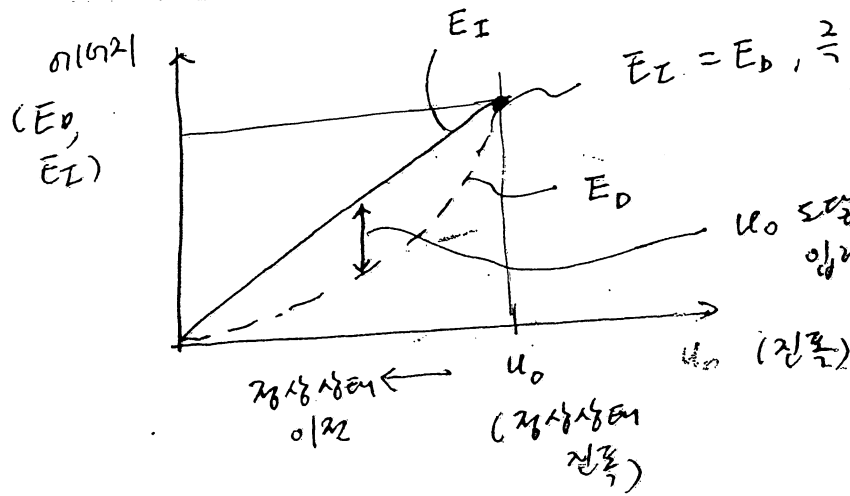


특히
공진주파수에
대한 가전서

When $\omega = \omega_m$ (and $\phi = 90^\circ$)
공진서

$$E_I = \pi P_0 u_0 \sin(90^\circ) = \pi P_0 u_0 \leftarrow \text{에너지 입력이 진폭이 비례하여 선형적으로 증가}$$

$$E_0 = \pi C \omega_m u_0^2 \leftarrow \text{가장 작은 } \omega_m \text{ 에너지를 전산은 } u_0 \text{ 에 비례하여 증가}$$



$E_I = E_0$, 즉 입력 에너지는 출력 에너지와 같아진다. 이 이상 더 진폭을 늘리면 E_0 가 더 커진다. 정상상태 위치. u_0 도 조금 더 커지면 입력 에너지가 증가하는 데는 E_0 가 더 커진다. 큰 u_0 에 대해 E_0 가 E_I 보다 증가한다.

Note: Energy balance 개념에 대한 공진 진폭 산정

$$E_I = E_0 ; \pi P_0 u_0 = \pi C \omega_m u_0^2$$

$$u_0 = \frac{P_0}{C \omega_m} = \left(\frac{P_0}{P_R} \right) \frac{(C \omega_m^2)}{C \omega_m} = (u_{st})_0 \times \frac{1}{2 \cdot \frac{C}{P_R \omega_m}} = \frac{(u_{st})_0}{25}$$

→ 리본 방정식의 풀이이 아닌 결과만 일치

공진주파수에 대한 응답 진폭의 상한 (역시 정상 상태)

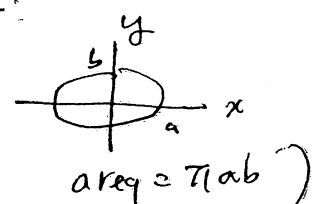
****** A Graphical Interpretation of the energy in viscous damping (3)

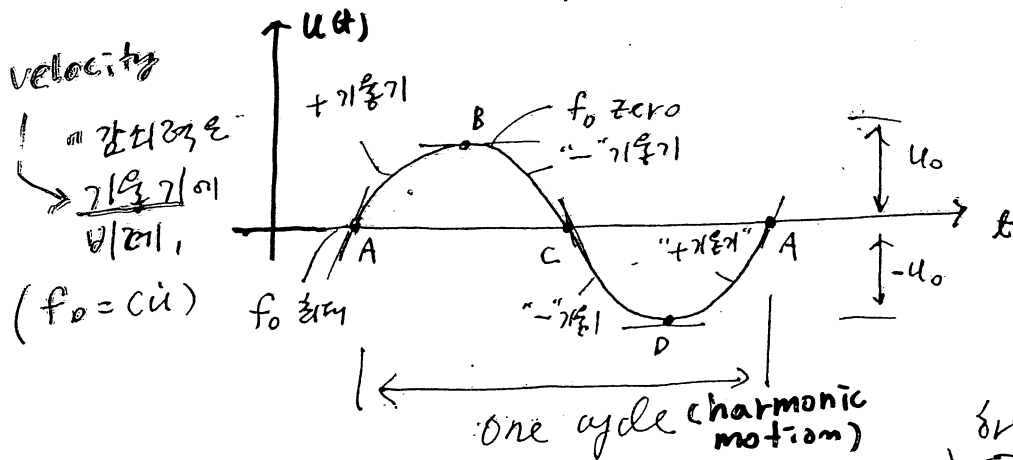
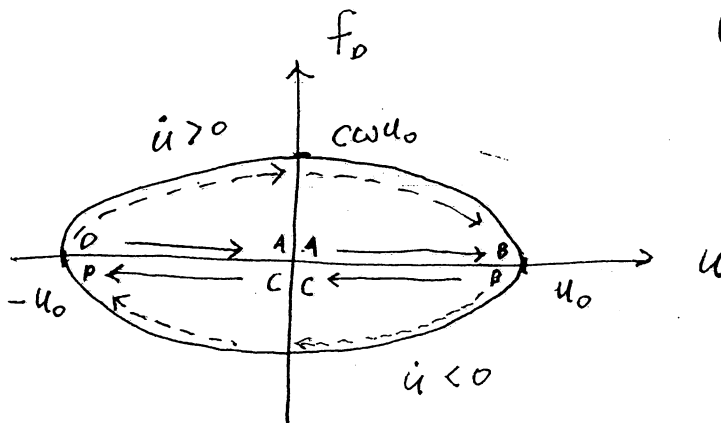
$$f_D = c\dot{u}(t) = c\omega \cdot u_0 \cos(\omega t - \phi)$$

$$= c\omega \sqrt{u_0^2 - u_0^2 \sin^2(\omega t - \phi)}$$

$$= c\omega \sqrt{u_0^2 - [u(t)]^2} = c\omega u_0 \sqrt{1 - \left(\frac{u(t)}{u_0}\right)^2}$$

or $\left(\frac{u(t)}{u_0}\right)^2 + \left(\frac{f_D}{c\omega u_0}\right)^2 = 1 \leftarrow \text{ellipse}$

$$\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\right) = 1$$




" 1 cycle 동안의 $u-f_D$ 관계는 $\int u \cdot f_D dt$ 하는 ΔW loop, hysteresis loop 이 항상 일을 할 수 있다 "

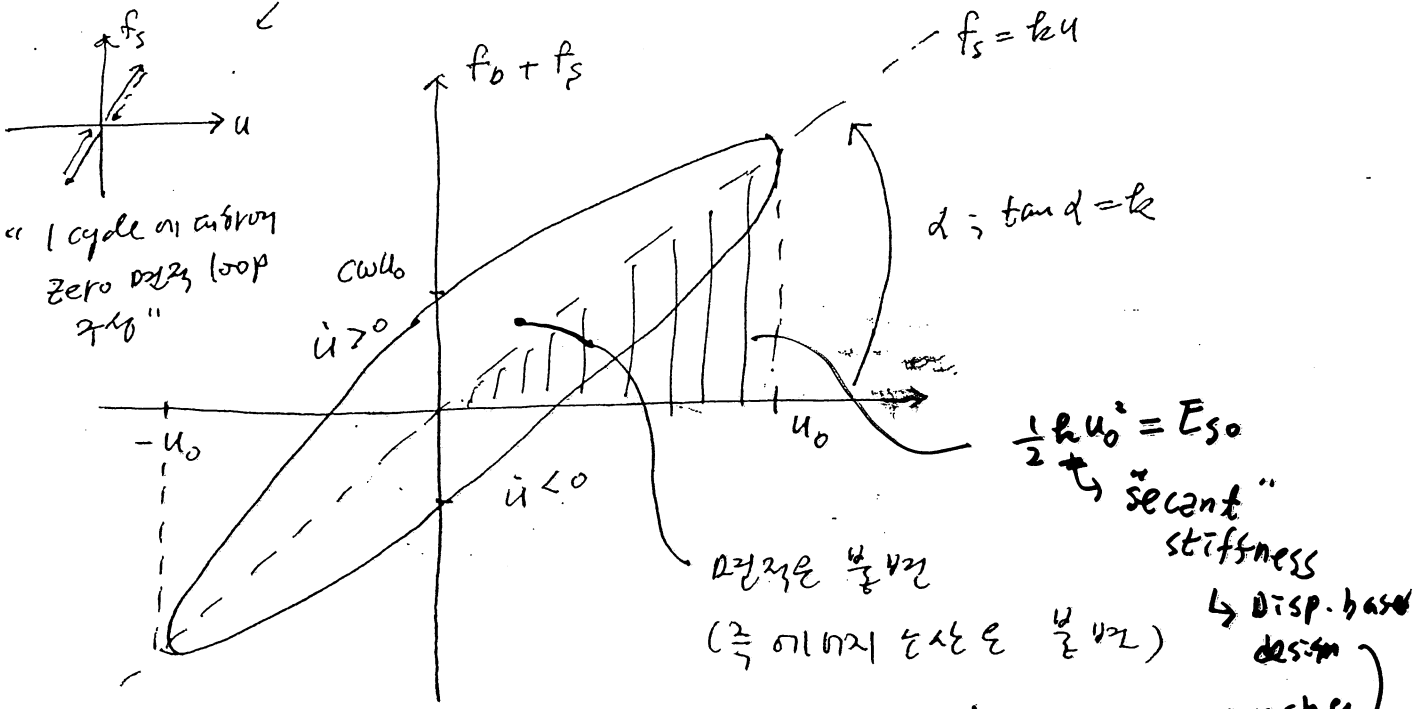
Loop area = 이걸이 손실량

$$= \pi (u_0 \times c\omega u_0) = \pi c\omega u_0^2 \leftarrow \text{이걸이 손실량!}$$

총 저항력 ($f_0 + f_s$, damping + elastic force) 과 변위 u 의 관계 (4)

$$f_0 + f_s = k u + c \omega \sqrt{u_0^2 - u^2}$$

single valued function

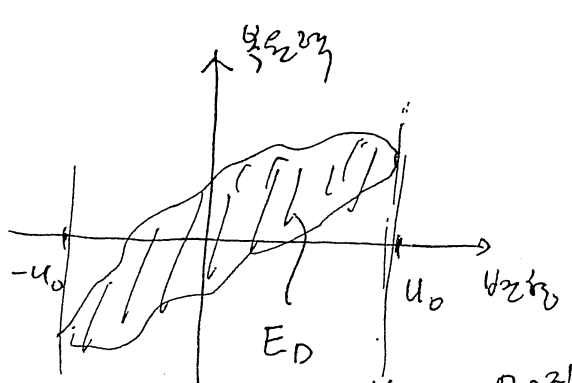


* Specific damping capacity ← Equivalent viscous damping approach

$$\frac{E_D}{E_{s0}} \equiv \frac{E_D}{\left(\frac{1}{2} k u_0^2\right)} \rightarrow \text{이 그림 참조 (or Fig. 3.9.1, p 104)}$$

ASCE, USA 등

* Equivalent Viscous Damping (3.9절)



$$E_D = 2\pi \zeta \frac{\omega}{\omega_n} k u_0^2$$

$$= 4\pi \zeta_{eq} \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) \left(\frac{1}{2} k u_0^2\right) E_{s0}$$

“1 cycle의 반복 진동 시의 각 변위에 대한 에너지 손실량” (theory)

$$\zeta_{eq} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) \left(\frac{E_D}{E_{s0}}\right)$$

(공진 주파 수를 선택하여 E_D 를 측정한다면 ($\omega = \omega_n$))

Note: (가장 상용화된 one cycle 이론 공식)
 주파수 강도에 따라 비탄성 변형 특성이 다른 시너지 효과는 “essentially independent of the cyclic frequency”

$$\zeta_{eq} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{E_D}{E_{s0}}\right)$$

3.9 Equivalent Viscous Damping 비중과

* The advantage of using a linear equation of motion usually outweighs whatever compromises are necessary in the viscous damping approximation.

↳ 운동방정식의 선형성이 유지될까? 아니다
"타협"이라든 하겠다.

(a kind of equivalent linearization, calibration)

method 1: $\zeta_{eq} = \frac{1}{2} \frac{(U_{st})_0}{(U_0)_{\omega=\omega_m}}$ (resonance testing) --- (3.4.1)

method 2: $\zeta_{eq} = \frac{f_b - f_a}{2f_m}$ (half-power bandwidth method) --- (3.2.24)

method 3: $\zeta_{eq} = \frac{1}{4\pi} \frac{E_D}{E_{S_0}}$ ($4\pi \zeta_{eq} \frac{\omega}{\omega_m} E_{S_0} = E_D$) --- (3.9.1) (3.9.2)
theory measured

the most common method for defining the equivalence (energy-based definition)

note: $\ddot{u} + 2(\zeta + \zeta_{eq})\omega_m \dot{u} + \omega_m^2 u = -\ddot{u}_g$
damped (added damping)

note: p. 104 하단의 comments

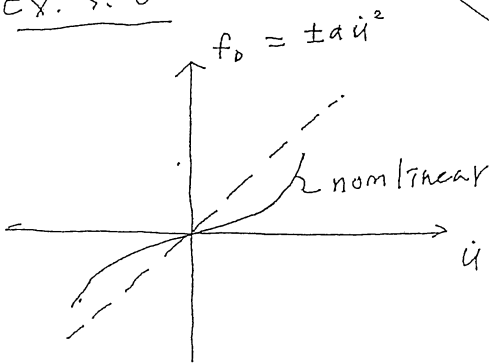
(hysteretic damping vs viscous damping. calibration의 문제)

↳ Capacity spectrum

method 2의 열등이 들었.

↳ 항력 증가 예시

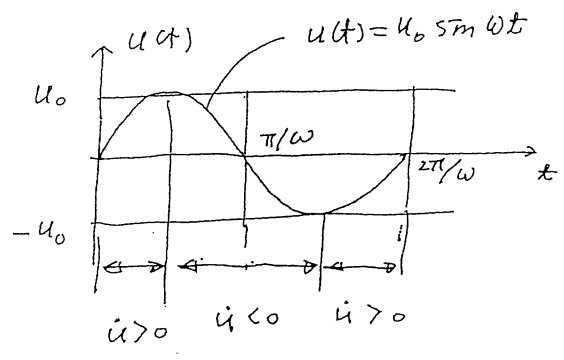
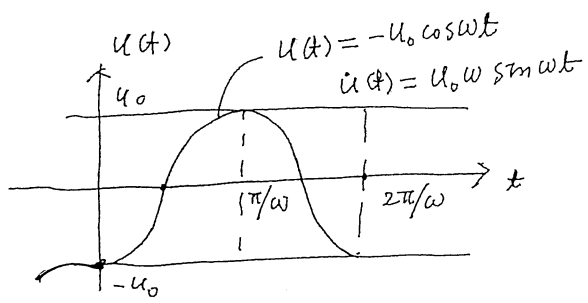
Ex. 3.6



$m\ddot{u} \pm a u^2 + k u = P_0 \sin \omega t$
nonlinear equation

c1) 진화진동 시의 에너지 손실률 E_D 는 ?

(주파수 ω , 진폭은 u_0) $E_D = \int f_D \cdot du = \int f_D(\dot{u}) dt$



(평균의 값
위에 '변위'를
시간축에
기재한
값임)

← $\dot{u} > 0$ 인 구간
← $\dot{u} < 0$ 인 구간
← 1 cycle

← $\dot{u} > 0$ 구간은 3개의 구간
← $\dot{u} < 0$ 구간은 3개의 구간
← 미사한 해야 (why?)

$$E_D = \int f_D \cdot du = \int_0^{2\pi/\omega} f_D(\dot{u}) dt = 2 \times \int_0^{\pi/\omega} (a\dot{u}^2)(\dot{u}) dt$$

$$= 2a \int_0^{\pi/\omega} \dot{u}^3 dt = 2a \int_0^{\pi/\omega} \{u_0 \omega \sin \omega t\}^3 dt$$

$$= 2a \omega^3 u_0^3 \int_0^{\pi/\omega} \sin^3 \omega t dt = \frac{8}{3} a \omega^2 u_0^3 \quad (\frac{8}{3} \text{인 HW \# --})$$

$\int \sin^3 A = \frac{3}{4} \sin A - \frac{1}{4} \sin 3A$

For equivalent linearization,

$$\frac{8}{3} a \omega^2 u_0^3 = \pi C_{eq} \omega u_0^2 \quad \leftarrow \text{Eq (3.8.1)}$$

$$\therefore C_{eq} = \frac{8}{3\pi} a \omega u_0$$

(2) 공진시의 진폭을 구할려면? (근사치가 될 것임)

Eq (3.2.7) $\rightarrow u_0 = \frac{(u_{st})_0}{2\zeta_{eq}} = \frac{P_0}{2k \zeta_{eq}} = \frac{P_0}{2k \cdot \frac{C_{eq}}{2m\omega_m}} = \frac{P_0}{\omega_m C_{eq}}$

$$= \frac{P_0}{\omega_m \times \frac{8}{3\pi} a \omega \frac{u_0^2}{\omega_m}} \quad \therefore u_0 = \left(\frac{3\pi P_0}{8a \omega_m^2} \right)^{1/2}$$

* part C : $\frac{1}{\omega_m^2} \rightarrow \frac{2}{\omega_m^2}$ 가 적음
m>!

