Home Problem Set #15 Due : December 6, 2014

1. Prove the relative permeability $\mu_r$ is given by

$\mu_r = 1 + \chi$ (susceptibility) in SI, and $\mu_r = 1 + 4\pi\chi$ in cgs, respectively.

⟨SI unit⟩

$B = \mu_r \mu_0 H$

$B = \mu_0 (H + M) \curvearrowright B = \mu_0 (1 + \chi) H \curvearrowright \mu_r = 1 + \chi$

$M = \chi H$

⟨cgs unit⟩

$B = \mu_r H$

$B = H + 4\pi M \curvearrowright B = (1 + 4\pi\chi) H \curvearrowright \mu_r = 1 + 4\pi\chi$

$M = \chi H$

2. Calculate the magnetic induction B(in Tesla) and magnetization M(in Oe) of a paramagnetic material with the relative permeability $\mu_r = 1.001$ under an applied field strength H of $5.0\times10^5$ A/m.

⟨SI unit⟩

$B = \mu_r \mu_0 H = 1.001 \times 4\pi\times10^{-7} \times 5.0 \times 10^5 = 0.629\ (T)$

$M = \chi H = (\mu_r - 1) H = 0.001 \times 5.0 \times 10^5 = 500\ (A/m) \Rightarrow \frac{500\times4\pi}{1000} = 6.28\ (Oe)$

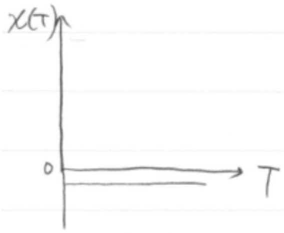
3. An electromagnet is a helical winding of wire through which an electric current flows. Such a “solenoid” of 1000 turns is 10 cm long and is passed through by a current of 2A. What is the field strength in Oe and A/m?

$H = \frac{In}{L} = 2\times\frac{1000}{0.1} = 2\times10^4\ (A/m)$

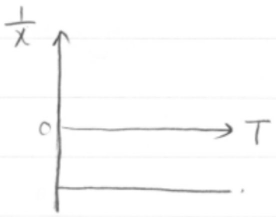
$1\ A/m = \frac{4\pi}{1000}\ Oe \quad \therefore 2\times10^4 (A/m) = \frac{2\times10^4\times4\pi}{1000} = 80\pi = 251.3\ (Oe)$

4. Draw and explain $\chi(T)$ for normal diamagnets, normal paramagnets and antiferromagnets. Also, draw and explain M(T) curves for normal ferromagnets and ferrimagnets below *T*c.

- normal diamagnets

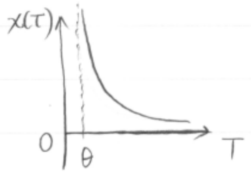


or

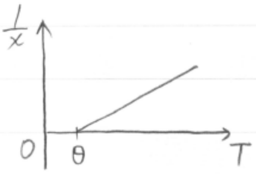


- normal diamagnets 에서 $\chi$는 음수 값을 가지며, $\chi$는 보통 $-10^{-6} \sim -10^{-3}$ 의 작은 값을 갖는다. 즉 외부 자기장에 반대 방향으로 자화가 일어나며, 자화의 정도는 온도에 거의 의존하지 않는다.

- normal paramagnets



or



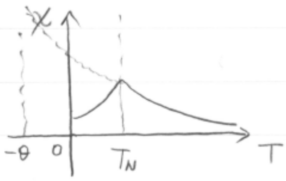
normal paramagnets 은 Curie-Weiss law를 따르며. 이 때 $\chi$와 T의 관계는

$$\chi = \frac{C}{T-\theta}$$

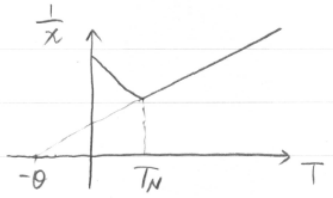
(C: Curie const) 로 나타난다.

외부에 가해준 자기장과 같은 방향으로 자화가 일어나며, 온도가 올라 갈수록 spin 배열이 어긋나는 경향에 따라 $\chi$는 감소하게 된다.

- antiferromagnets

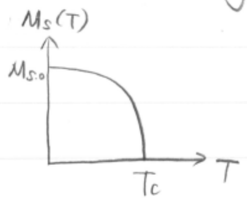


or



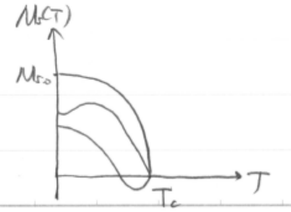
antiferromagnets 은 Néel temperature ($T_N$) 이하에서 자발적인 자화를 가지게 된다. 하지만 격자구조 상에서 A, B site 의 spin 방향이 상쇄되어 나타난다. 이 때 온도가 낮을수록 상쇄되는 방향으로의 정렬이 잘 이루어져 $\chi$이 감소하게 된다. $T_N$ 이상에서는 spin 정렬이 깨지고 paramagnetism 을 보이게 된다.

- normal ferromagnets



ferromagnets 에서는 magnetic domain 들의 정렬을 통해 자화가 일어나며, 하나의 온도에서 field를 가해주었을 때 재료가 최대로 자화될수 있는 saturation magnetization ($M_s$)값이 존재하게 된다. 이 $M_s$는 온도가 높아짐에 따라 작아지게 되고, $T_c$ 이상에서는 magnetic domain 자체가 사라지게 된다.

- Ferrimagnets



ferrimagnets 에서는 antiferromagnets 에서와 같이 A. B site 의 spin 방향이 반대이지만, 그 크기가 상쇄되지 않고 남아 net magnetic moment를 가진다. ferromagnets 와 유사한 $M_s - T$ curve를 보이지만, A-B site 의 interaction 에 따라 여러가지 모양의 curve가 존재할 수 있다.

5. Calculate the diamagnetic susceptibility of germanium. Take $\bar{r} = 0.92$ Å. Check your units. Does $\chi$ come out unitless? Compare your result with that listed in Table 14.1.

$$\chi_{dia} = -\frac{e^2 Z \bar{r}^2 \mu_0}{6m} \cdot \frac{N_0 \delta}{W} \quad \left( \begin{array}{ll} N_0 : \text{Avogadro Number}, & W : \text{atomic mass} \\ \delta : \text{density}, & Z : \text{atomic number} \end{array} \right)$$

for Ge.

$$\chi = \frac{-(1.6\times10^{-19})^2 \times 32 \times (0.92\times10^{-10})^2 \cdot 1.257\times10^{-6}}{6\times 9.11\times10^{-31}} \times \frac{6.022\times10^{23}\times 5.325\times10^{3}}{72.64\times10^{-3}}$$

$= -7.04\times10^{-5}$ (table 14.1 의 값 : $-7.11\times10^{-5}$, 거의 동일하다.)

unit check!

$$\frac{(C/\cancel{\text{electron}})^2 \cdot (\text{electrons}/\cancel{\text{atom}}) \cdot m^2 \cdot V\cdot s/A\cdot m}{kg/\text{electron}} \cdot \frac{(\cancel{\text{atoms}}/\text{mol}) \cdot kg/m^3}{kg/\text{mol}}$$

$$= \frac{C^2 \cdot m^2 \cdot V\cdot s/A\cdot m}{kg} \cdot \frac{\cancel{mol^{-1}} \cdot \cancel{kg}/m^3}{\cancel{kg}/\cancel{mol}} = \frac{(A\cdot s)^2 \cdot V\cdot s}{kg\cdot A\cdot m^2} = \frac{V\cdot A\cdot s}{kg\cdot m^2/s} = \frac{J}{J} = 1 \text{ (unitless)}$$