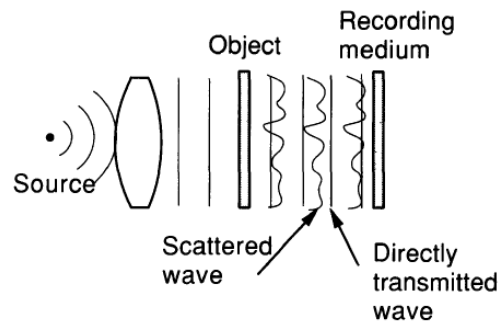


1. Gabor holography (on-axis holography) 와 Leith-Upatnieks (off-axis holography)의 차이를 설명하시오. (10 점)

- Gabor holography (on-axis holography)

Reference beam 과 object wave가 on-axis 상에서 기록되는 홀로그램 기록 방법

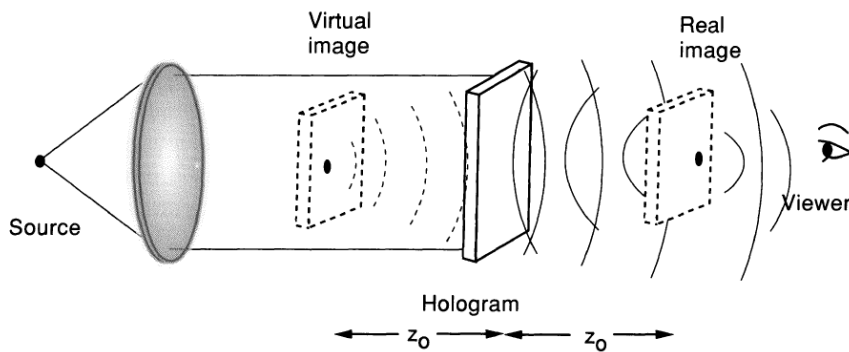


Recording a Gabor hologram

$$t(x_o, y_o) = t_o + \Delta t(x_o, y_o), \quad (1)$$

$$|\Delta t| \ll |t_o|. \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{I}(x, y) &= |A + a(x, y)|^2 \\ &= |A|^2 + |a(x, y)|^2 + A^* a(x, y) + A a^*(x, y), \end{aligned} \quad (3)$$



Formation of twin images from a Gabor hologram

$$t_A(x, y) = t_b + \beta'(|a|^2 + A^*a + Aa^*). \quad (4)$$

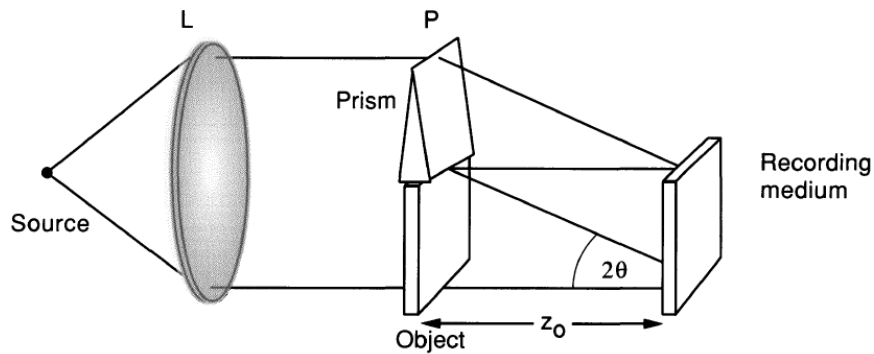
$$Bt_A = Bt_b + \beta'B|a(x, y)|^2 + \beta'A^*Ba(x, y) + \beta'ABa^*(x, y). \quad (5)$$

$$|a(x, y)| \ll A. \quad (6)$$

Gabor holography의 경우에는 식 (5)과 같이 동일한 axis 상에 virtual image (3th term)와 real image (4th term)가 같이 나타난다. On-axis 상에서 기록, 및 관측이 되기 때문에 관측 시 twin 이미지가 같이 관측되게 되어 관측되는 영상의 질이 떨어지게 된다. 또한 Gabor 홀로그램의 기본 가정인 high transmissive object가 아닌 diffusive한 물체의 경우 식 (2), (6)번이 성립하지 않게 된다. 이 경우 식 (5)의 두 번째 항이 무시할 수 없게 되어 전체적으로 이미지의 질이 떨어지게 된다.

- Leith-Upatnieks holography (off-axis holography)

Reference beam 과 object wave의 beam path를 분리하여 off-axis로 기록하는 hologram 기록 방법

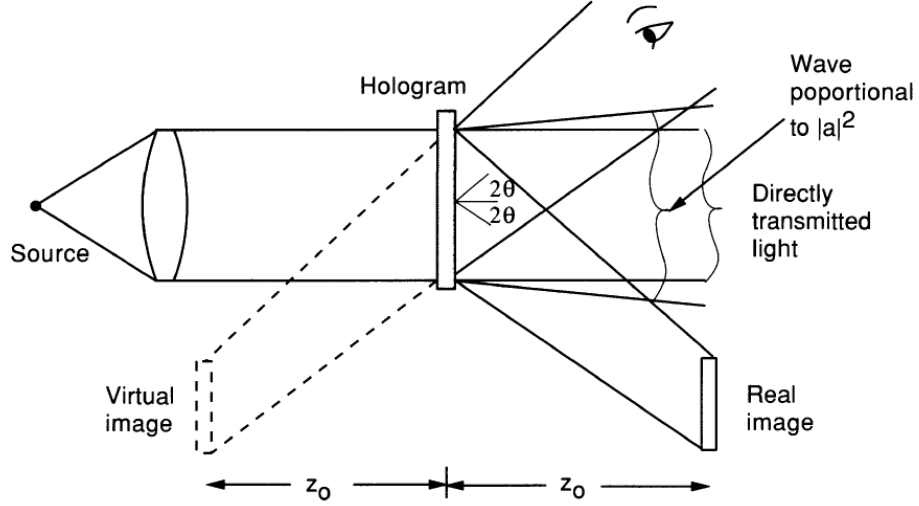


Recording a Leith-Upatnieks hologram

$$U(x, y) = A \exp(-j2\pi\alpha y) + a(x, y), \quad (7)$$

$$\alpha = \frac{\sin 2\theta}{\lambda}. \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{I}(x, y) = & |A|^2 + |a(x, y)|^2 \\ & + A^* a(x, y) \exp(j2\pi\alpha y) + A a^*(x, y) \exp(-j2\pi\alpha y). \end{aligned} \quad (9)$$



Reconstruction of images from a Leith-Upatnieks hologram

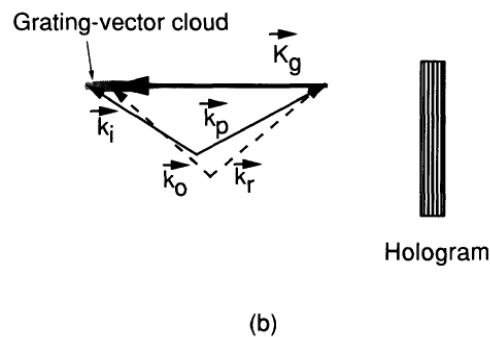
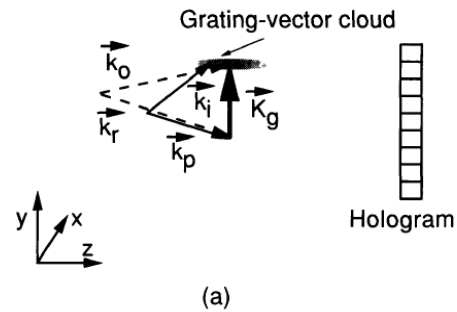
$$t_A(x, y) = t_b + \beta' [|a(x, y)|^2 + A^* a(x, y) \exp(j2\pi\alpha y) + A a^*(x, y) \exp(-j2\pi\alpha y)]. \quad (10)$$

$$\begin{aligned} t_1 &= t_b & t_3 &= \beta' A^* a(x, y) \exp(j2\pi\alpha y) \\ t_2 &= \beta' |a(x, y)|^2 & t_4 &= \beta' A a^*(x, y) \exp(-j2\pi\alpha y). \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} U_1 &= t_b B & U_3 &= \beta' B A^* a(x, y) \exp(j2\pi\alpha y) \\ U_2 &= \beta' B |a(x, y)|^2 & U_4 &= \beta' B A a^*(x, y) \exp(-j2\pi\alpha y). \end{aligned} \quad (12)$$

Leith-upatnieks hologram의 경우에는 reference beam과 object wave의 입사 각도를 다르게 하여 재생되는 twin image의 각도를 다르게 하여 관측자에게 하나의 image만을 제공한다. 이 때, twin image를 완벽히 겹치지 않게 하는 minimum angle은  $2\theta_{\min} = \sin^{-1}(B\lambda)$  과 같다.

2. 교재 p.339의 Fig. 9.28이 의미하는 바를 설명하시오. (10점)



Grating-vector clouds and their effect on closing the  $k$ -vector triangle.

Thick hologram의 volume과 length가 유한하기 때문에 Sinc function을 convolution 할 때 모든 부분을 사용하여 복원하지 못하기 때문에 blurring이 발생하게 된다. (a) 그림과 같이 투과형 hologram의 경우에는 grating vector cloud가 기록면의 수직이기 때문에 reference beam의 파장 변화에는 tolerant 하지만 방향 변화에는 매우 민감한 성질을 갖는다. 반면 (b) 그림과 같이 반사형 hologram의 경우에는 grating vector cloud가 기록면과 평행 하기 때문에, reference beam의 파장 변화에 민감하지만 방향 변화에는 tolerant하다는 특징을 가지고 있다.

3. 교재 pp. 340-341의 식 (9-54)~(9-56)에서 출발하여 p. 342의 식(9-61) ~ (9.63)을 유도하시오. (20점)

3. scalar wave equation:  $\nabla^2 U + k^2 U = 0$  ( $k = \frac{2\pi}{\lambda_0} n + j\alpha$ , complex wave number)

grating layer의 refractive index<sup>(n)</sup>와 absorption constant<sup>(α)</sup>는 grating vector에 따라 sinusoidal variation을 갖는다.

$$n = n_0 + n_1 \cos \vec{K} \cdot \vec{r}$$

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_1 \cos \vec{K} \cdot \vec{r}$$

hologram이 충분히 thick 하다고 가정하면, reconstruction wave  $U_p(\vec{r})$ 와 first-order Bragg-matched grating order  $U_i(\vec{r})$ 만 고려할 수 있다.

total field:  $U(\vec{r}) = U_p(\vec{r}) + U_i(\vec{r})$   
 $= R(z) \cdot e^{j\vec{K} \cdot \vec{r}} + S(z) \cdot e^{j\vec{\Gamma} \cdot \vec{r}}$

disorder가 작다고 가정하면,  $n_0 k_0 \gg \alpha_0$   
 non resonant approximation  $n_0 k_0 \gg \alpha_1$   
 $n_0 \gg n_1$

$$\vec{k} = [k_0(n_0 + n_1 \cos \vec{K} \cdot \vec{r}) + j(\alpha_0 + \alpha_1 \cos \vec{K} \cdot \vec{r})]^2$$

$$= [k_0^2 n_0^2 + k_0^2 n_1^2 \cos^2 \vec{K} \cdot \vec{r} + 2k_0^2 n_0 n_1 \cos \vec{K} \cdot \vec{r} - \alpha_0^2 - \alpha_1^2 \cos^2 \vec{K} \cdot \vec{r} - 2\alpha_0 \alpha_1 \cos \vec{K} \cdot \vec{r} + 2k_0 j [n_0 \alpha_0 + n_0 \alpha_1 \cos \vec{K} \cdot \vec{r} + \alpha_0 n_1 \cos \vec{K} \cdot \vec{r} + \alpha_1 n_0]]]$$

$B = k_0 n_0$ ,  $K = \frac{1}{2}(k_0 n_1 + j\alpha_1)$  와 유사 관계를 적용하면, ( $K$  is coupling constant), ( $B = |\vec{K}|$ )

$$k^2 \approx B^2 + 2jB\alpha_0 + 4KB \cos \vec{K} \cdot \vec{r}$$

등 얻을 수 있다.

9) scalar equation에  $U$ 와  $k^2$ 을 대입하여 정리한다.

$$\left( \frac{\partial^2 R}{\partial z^2} e^{j\vec{K} \cdot \vec{r}} + 2jKz \frac{\partial R}{\partial z} e^{j\vec{K} \cdot \vec{r}} - \vec{K}^2 R(z) e^{j\vec{K} \cdot \vec{r}} \right) + \left( \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} e^{j\vec{\Gamma} \cdot \vec{r}} + 2j\vec{\Gamma}z \frac{\partial S}{\partial z} e^{j\vec{\Gamma} \cdot \vec{r}} - \vec{\Gamma}^2 S(z) e^{j\vec{\Gamma} \cdot \vec{r}} \right) + (B^2 + 2jB\alpha_0 + 4KB \cos \vec{K} \cdot \vec{r}) (R(z) e^{j\vec{K} \cdot \vec{r}} + S(z) e^{j\vec{\Gamma} \cdot \vec{r}}) = 0$$

z방향으로 slow varying function 이므로  $\frac{\partial^2}{\partial z^2} \rightarrow 0$ ,  $\vec{K} + \vec{K}$ ,  $\vec{\Gamma} - \vec{K}$  term은 Bragg 조건에서 많이 벗어나는 vector 방향 이므로  $\rightarrow 0$ . 으로 간주할 수 있다.  $e^{j\vec{K} \cdot \vec{r}}$ 와  $e^{j\vec{\Gamma} \cdot \vec{r}}$  term에 대입하여 정리한다.

$$e^{j\vec{K} \cdot \vec{r}} \frac{2B}{j} \left( jK S(z) - \left( \frac{K^2}{B} \frac{dR}{dz} - \alpha_0 R(z) \right) \right) + e^{j\vec{\Gamma} \cdot \vec{r}} \frac{2B}{j} \left( jK R(z) - \left( \frac{\Gamma^2}{B} \frac{dS}{dz} - \alpha_0 S(z) + \frac{\delta(B - |\vec{\Gamma}|^2)}{2B} S \right) \right) = 0$$

이제, 위 식에서  $\frac{1}{2B}$ 를 얻는다.

$$C_R \frac{dR}{dz} + \alpha_0 R = jK S$$

$$C_S \frac{dS}{dz} + (\alpha_0 - j\xi) S = jK R$$

$\xi = \frac{B^2 - K^2}{2B}$  or detuning parameter 라 하면.  $C_R = \frac{K^2}{B} = \cos \theta$ .  $C_S = \frac{\Gamma^2}{B} = \cos(\theta - 2\psi)$  을 얻는다.