

Assignment #1 마이크로기전시스템의 기계공학 응용 정답 해설

[1-1] Cantilever Beam 의 최대 변위 $\delta = \frac{WL^3}{3EI}$ 에서 Stiffness 상수 k 는 정의에 의해서

$$k = \frac{We}{\delta} = \frac{3EI}{L^3} \quad \text{이므로 고유진동수 } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{3EI}{ML^3}} = \sqrt{\frac{EWt^3}{4ML^3}} = \frac{t}{2L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (\text{이때, } \rho \text{ 는})$$

Cantilever Beam의 밀도)

[1-2] $[\omega] \sim \frac{[L]}{[L^2]} \sim \frac{1}{[L]}$ 이므로 길이를 모두 100배씩 줄이면, 고유 진동수는 100배가

증가함.

[2-1]

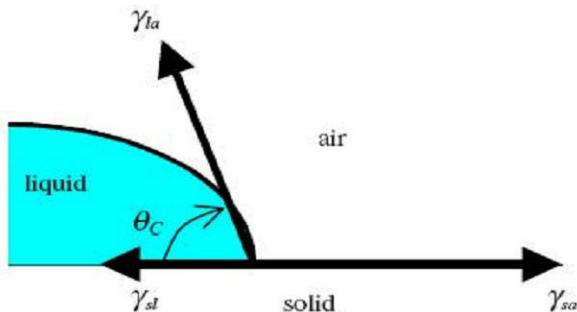


Figure 1. The liquid/solid/air interface of a droplet. θ_c is the contact angle and γ_{ij} denotes surface tension between phase i and j .

Young's Law : $\gamma_{SG} - \gamma_{SL} = \gamma_{LG} \cos\theta$ (Figure 1. 참고) 을 이용하여 Laplace 압력을 전개

$$\Delta P = \frac{2(\gamma_{SG} - \gamma_{SL})}{r} = \frac{2\gamma_{LG} \cos\theta}{r}$$

[2-2] 모세관 유리 내에 반경R인 물방울 하나만큼의 양이 들어있다고 가정하면, 관을 수직으로 놓았을 때 중력 값과 표면장력 사이의 힘은 각각 다음과 같다.

$$F_g = \rho V g \cong 1000 \left(\frac{kg}{m^3} \right) \times \frac{4}{3} \pi R^3 \left(m^3 \right) \times 10 \left(\frac{m}{s^2} \right) = \frac{40000}{3} \pi R^3$$

$$F_\gamma = \Delta P \times A = \frac{2\sigma \cos 0^\circ}{R} \times \pi R^2 = 2 \times 0.072 \times \pi R = 0.144 \pi R$$

이때 물이 떨어지지 않기 위해서는 $F_\gamma \geq F_g$ 즉 $0.144 \pi R \geq \frac{40000}{3} \pi R^3$

계산하면 $R \leq 3.29mm$

[2-3] 동일한 방법으로 관의 지름이 10 nm 일 때를 계산하면 대략 값이 $g \sim 10^{12} (\text{m/s}^2)$ 정도 나온다. 상수값은 가정에 따라 조금 달라질 수 있다. 보통 중력가속도가 10 정도의 값이므로 10^{11} 배 커지게 되는데 이 정도의 가속도 ($a_r = R\omega^2$)를 얻으려면 고속으로 회전하는 원심분리기를 이용하여 구심가속도를 얻으면 된다. 실제로 매우 작은 바이오 분자는 중력으로 침전이 안되기 때문에 이러한 방법으로 분리하고 있다.

[2-4] 접촉각이 90도 보다 크면 물방울이 젖을 수 없기 때문에 관 안에 가둘 수 없을 뿐더러 가두더라도 순식간에 탈출하게 된다.

[3] 물의 표면 장력을 γ 라 하면, 표면장력에 의한 힘은, $F_\gamma = \gamma \times L_p$ 이다; 이때 L_p 는 물체의 경계 길이 (Perimeter). 또한 중력에 의한 $F_g = mg$ 이다. 두 힘이 평형을 이룬다고 놓으면, 모기의 경우, $F : \gamma \times 4(\text{mm}) = 10 \times 10^{-6} (\text{kg}) \times g$ 이다. 따라서, $\gamma = 2.5 \times 10^{-3} g$ 이다. 사람의 경우에도 같은 표면 장력이 작용하므로, $F : \gamma \times 4L = 60(\text{kg}) \times g$ 이다. 따라서 $L = \frac{60g}{4\gamma} = \frac{15g}{\gamma} = \frac{15g}{2.5 \times 10^{-3} g} = 6000$ 따라서 사람의 경우 $6000 \times 6000 \text{ m}^2$ 의 면적이 필요하다. 문제의 $8000 \times 8000 \text{ m}^2$ 과 같은 Order이므로 비교적 근사하다고 평가할수있다. 그리고 만약 물의 부력을 고려 한다면, 부력은 $F_b = (\rho_x - \rho_\infty) V g \sim [L^3]$ 이므로 사람이 모기보다 훨씬 많은 부력의 영향을 받게 된다. 이는 그만큼 표면장력의 영향이 줄어듦으로 사람의 경우 더 적은 면적으로도 물에 뜰 수 있게 된다.