▪ 동적 시스템의 시간영역 해석 (MATLAB 실습)

Vehicle Dynamics and Control Laboratory

Step Response

▪ Transfer Function으로 시스템을 정의

$$G(s) = \frac{s+1}{s^2+s+1}$$

▪ Transfer Function으로 시스템을 정의

```
%시스템의 정의
num=[1 1]
den=[1 1 1]

step(num,den)     % step response

[A,B,C,D]=tf2ss(num,den)  % state equation 유도
```

▪ State Equation으로 시스템을 정의

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx + Du$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 1] \qquad D = [0]$$

▪ State Equation으로 시스템을 정의

```
%시스템의 정의
A=[-1 -1;
    1  0]
B=[1;  0]
C=[1   1]
D=[0]

step(A,B,C,D)     % step response

[num,den]=ss2tf(A,B,C,D)  % transfer function 유도
```

▪ MATLAB Help로 명령어 옵션을 확인

■ 반복문 for

```
for k = k의 초기값 : k의 증분값 : k의 최종값
   ( 한 loop동안 실행할 명령문)
end
```

for문은 **k**의 초기 값에서 시작해서 **1**루프 당 증분 값만큼 증가시켜 **k**가 최종 값에 도달할 때까지 루프를 반복시킨다. 만약 증분값이 생략되면 기본적으로 **1**의 증분 값을 가진다.

■ 반복문 for

Example.1

1) m 파일 editor window (명령어 입력)

```
clc; clear;      % 'clc'는 command 창을 초기화,  'clear'는 workspace를 초기화
for i=1:2:9      %  1부터 9 까지 2씩 증가하여 9가 될 경우 까지 loop를 반복. 이 경우 값이 변수 'i' 에 저장
   i             %  i 에 semi-colon(;)이 없으므로 command 창에 i의 값이 출력
end              %  for 명령문의 끝  i=9 인 경우 다음 줄 명령 실행하며 아닌 경우 다시 위의 for문으로 돌아가 다음 i 값 저장, loop반복
```

2) Command window (결과)

```
i =
     1

i =
     3

i =
     5

i =
     7

i =
     9
>>
```

■ 반복문 for

Example.2

1) m 파일 editor window (명령어 입력)

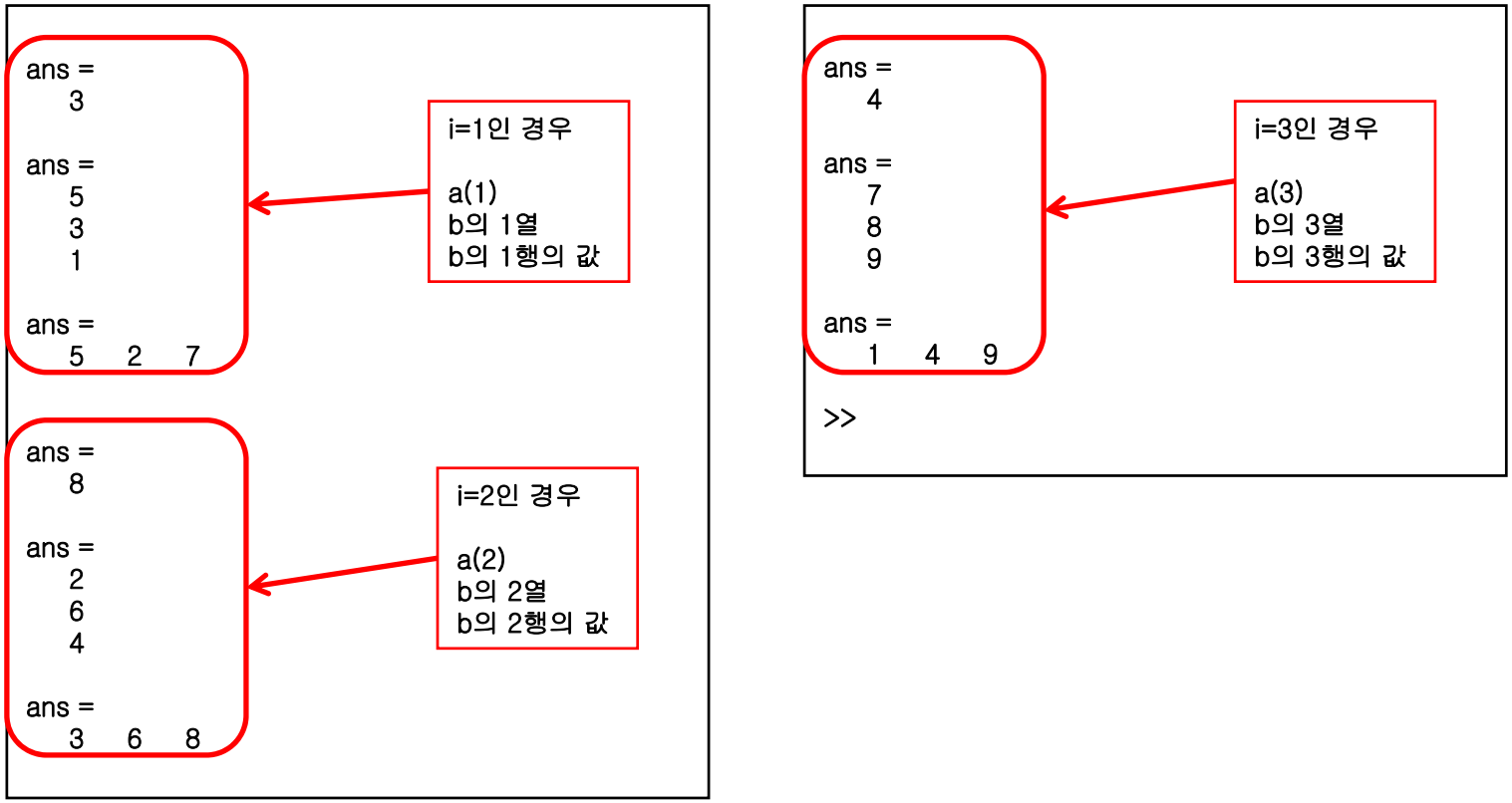
```
clc; clear;
a=[3 8 4];                % a라는 변수에 1X3 vector 값을 저장
b=[5 2 7; 3 6 8; 1 4 9];  % b라는 변수에 3X3 행렬값을 저장
for i=1:3                 %  1부터 3 까지 1씩 증가하여 3이 될 경우 까지 loop를 반복. 이 경우 값이 변수 'i' 에 저장
   a(i)                   % a라는 vector의 i번째 항을 출력  즉, i=1인 경우 a(1)=3이므로 3이 출력.
   b(:,i)                 % b라는 행렬의 i번째 열(column)을 출력
   b(i,:)                 % b라는 행렬의 i번째 행(row)를 출력
end
```

$$[3 \quad 8 \quad 4]\begin{bmatrix} 5 & 2 & 7 \\ 3 & 6 & 8 \\ 1 & 4 & 9 \end{bmatrix}$$

■ 반복문 for

Example.2

2) Command window (결과)



■ A-8-7 (MATLAB Program)

A-8-7. 2차시스템의 계단응답은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

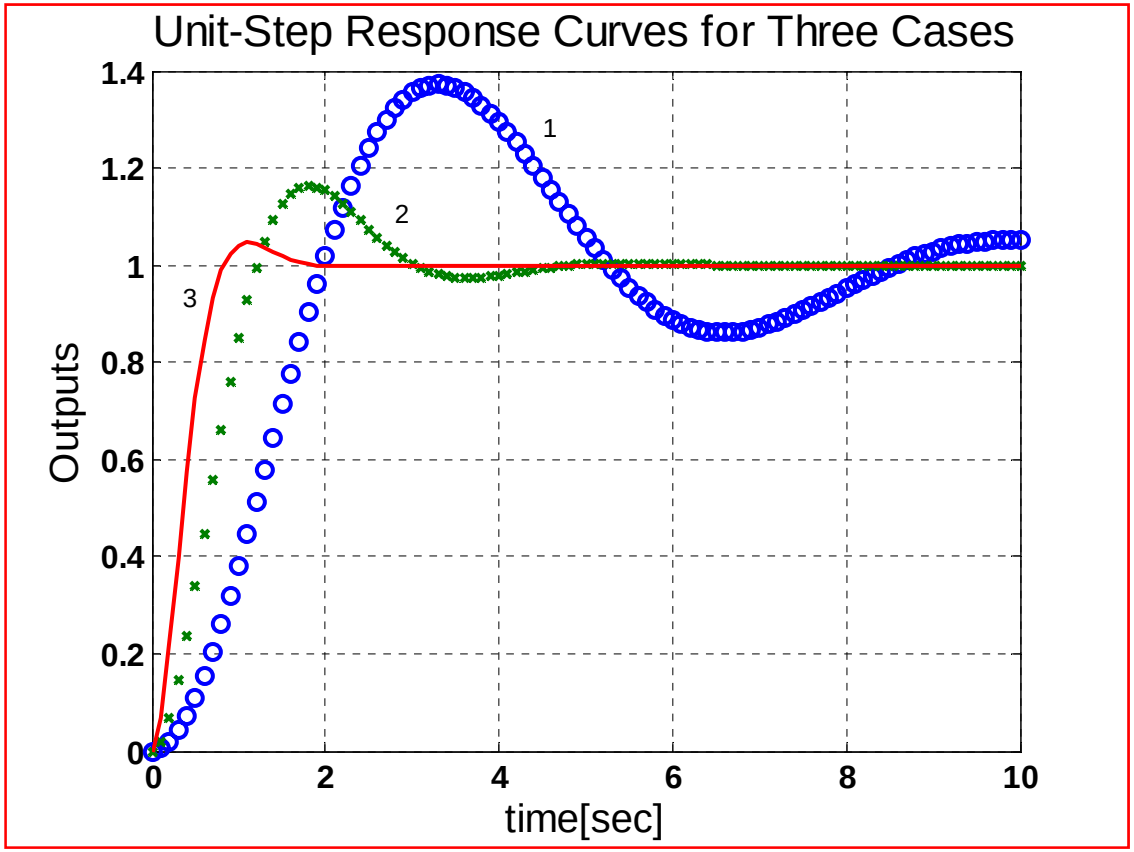
다음과 같은 세가지 경우에 대하여 위 식으로 정의된 시스템의 단위계단응답곡선을 구하라.

1. 경우 1 : $\zeta = 0.3, \omega_n = 1$
2. 경우 2 : $\zeta = 0.5, \omega_n = 2$
3. 경우 3 : $\zeta = 0.7, \omega_n = 4$

▪ MATLAB Commands (M file Editor Window)

```
a = [ 1  4  16] ;          % a에1X3 vector 데이터 저장
b = [ 0.6   2   5.6] ;

t =0 : 0.1 : 10 ;          %  0부터 10까지 0.1씩 증가하며 t라는 변수에 값을 저장 (t에는 0, 0.1, 0.2 ~, 10의 값이 vector로 저장)

y = zeros(101,3);          %  y 라는 변수에 101X3 크기의 0 행렬을 저장

for i=1:3;                 %  loop명령문. I 라는 변수에 1부터 1씩 증가하여 3이 될때까지 저장

   num=[0  0  a(i)] ;
   den=[1  b(i)  a(i)] ;
   y(:,i)=step(num,den,t) ; % y의 i번째 열에 각 T.F의 단위 계단 응답 데이터 저장

end                        % i가 3이 되면 loop를 종료



plot(t,y(:,1),'o', t,y(:,2), 'x' ,t,y(:,3),'-') ;        %  y에 저장된 데이터 중 1열의 데이터를 'o'점, 2열의 데이터를 'x'점, 3열의
                                                            데이터를 '-' 즉, 선으로 plot
grid                  % 격자 생성

Title('Unit-Step Response Curves for Three Cases')
xlabel('time[sec]' , 'fontsize',15);
ylabel('Outputs' , 'fontsize',15);

text(4.5, 1.28, '1')                                     % (4.5, 1.28)위치에 '1'이라는 텍스트 문자 출력
text(2.8, 1.1, '2')
text(0.35, 0.93, '3')
```

▪ Simulation Results



■ A-8-8 (MATLAB Program)

A-8-8. **A-8-7**에서 언급했듯 **2**차 시스템의 계단 응답은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

이 식은 **2**개의 파라미터 ζ와 ω_n을 포함하고 있다. 만약 우리가 시스템 방정식을 $t = \frac{1}{\omega_n}\tau$으로 정규화하고 τ의 항으로 식을 다시 쓰면 다음과 같이 수정될 수 있다.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^2 + 2\zeta s + 1}$$

위 식으로 정의된 시스템에서 $\zeta = 0,\ 0.2,\ 0.4,\ 0.6,\ 0.8,\ \text{and}\ 1.0$인 경우에 대해 단위 계단응답곡선을 구하라. 시스템 출력의 **2**차원 그림과 **3**차원 그림을 얻기 위해 **for loop**를 사용한 **MATLAB** 프로그램을 작성하라.

▪ MATLAB Commands (M file Editor Window)

```
t=0:0.1:12;                    % t에 0부터 12까지 0.1씩 증가하여 vector 형태로 데이터 저장 (121개) → 시간지정(0s~12s)
zeta=[0 0.2 0.4 0.6 0.8 1.0];  % zeta에 1X6 vector 데이터 저장
for i=1:1:6                    % i 에 1부터 6까지 1씩 증가시키면 loop를 수행(이 때 증분이 1이므로 가운데 1은 생략가능)
    num=[1];                   % num이라는 변수에 1이라는 element값 입력 (전달함수 분자의 계수)
    den=[1 2*zeta(i) 1];       % den이라는 변수에 1X3의 vector 데이터 입력 (전달함수 분모의 계수)
    y(:,i)=step(num,den,t);    % y의 i 번째 열에 해당 전달함수의 단위계단응답 저장, 이때 y는 최종적으로 121X6 행렬이 된다.
end



figure(1)                      % figure 1번창 활성화
plot(t,y, 'linewidth', 2);     % t에 대한 y값 plot  (x축에 t값, y축에 y값) , 이때 선의 굵기를 2로 한다.(기본은 0.5)
grid on;                       % 격자 생성
xlabel('time[sec]');  ylabel('Outputs');  title('Unit-Step Response Curves');
legend('₩zeta=0.0','₩zeta=0.2','₩zeta=0.4','₩zeta=0.6','₩zeta=0.8','₩zeta=1.0',4); % ₩zeta는 figure 창에 ζ 를 표시한다
```

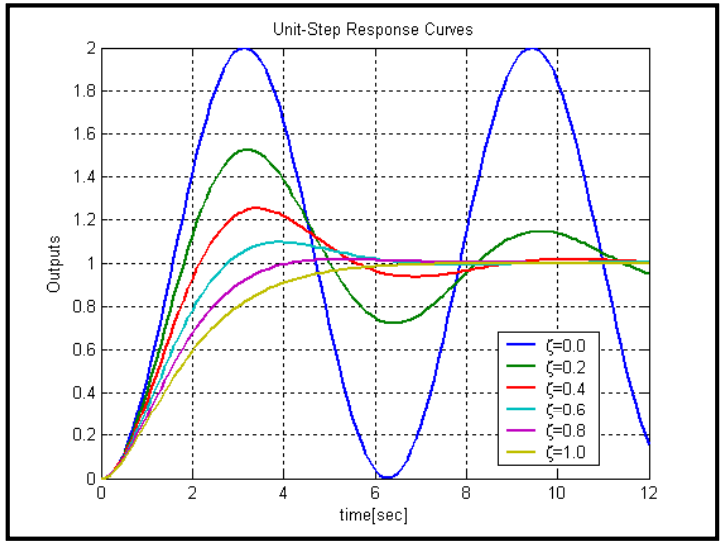
다음 page 계속…

▪ MATLAB Commands (M file Editor Window)

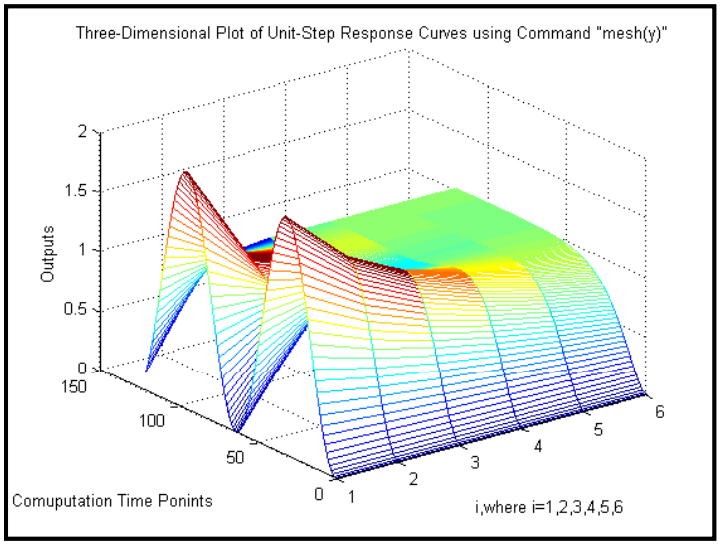
```
figure(2)                          %  2번 figure창 활성화
mesh(y)                            % 3차원 데이터 plot
title('Three-Dimensional Plot of Unit-Step Response Curves using Command "mesh(y)"');
xlabel('i,where i=1,2,3,4,5,6');
ylabel('Comuputation Time Ponints');
zlabel('Outputs');

figure(3)                          % 3번 figure 창 활성화
mesh(y ')                          % 3차원 데이터 plot (y 의 transpose)
title('Three-Dimensional Plot of Unit-Step Response Curves using Command "mesh(y transpose)"');
xlabel('Comuputation Time Ponints');
ylabel('i,where i=1,2,3,4,5,6');
zlabel('Outputs');
```

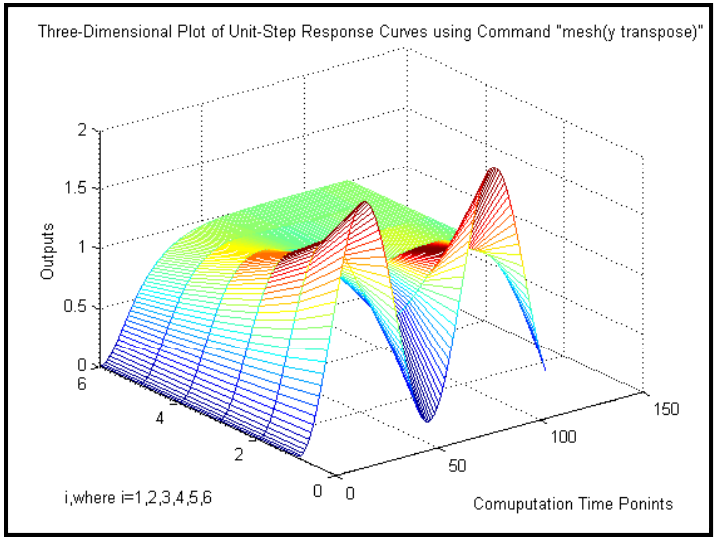
▪ Simulation Results

▪ 2-Dimensional Plot



▪ 3-Dimensional Plot





■ MATLAB 실행에 관한 몇 가지 tip

1) 주석 처리 단축명령어 : **ctrl+r** **(명령문을 주석처리 하면 실행되지 않는다)**

2) 주석 해제 단축명령어 : **ctrl+t**

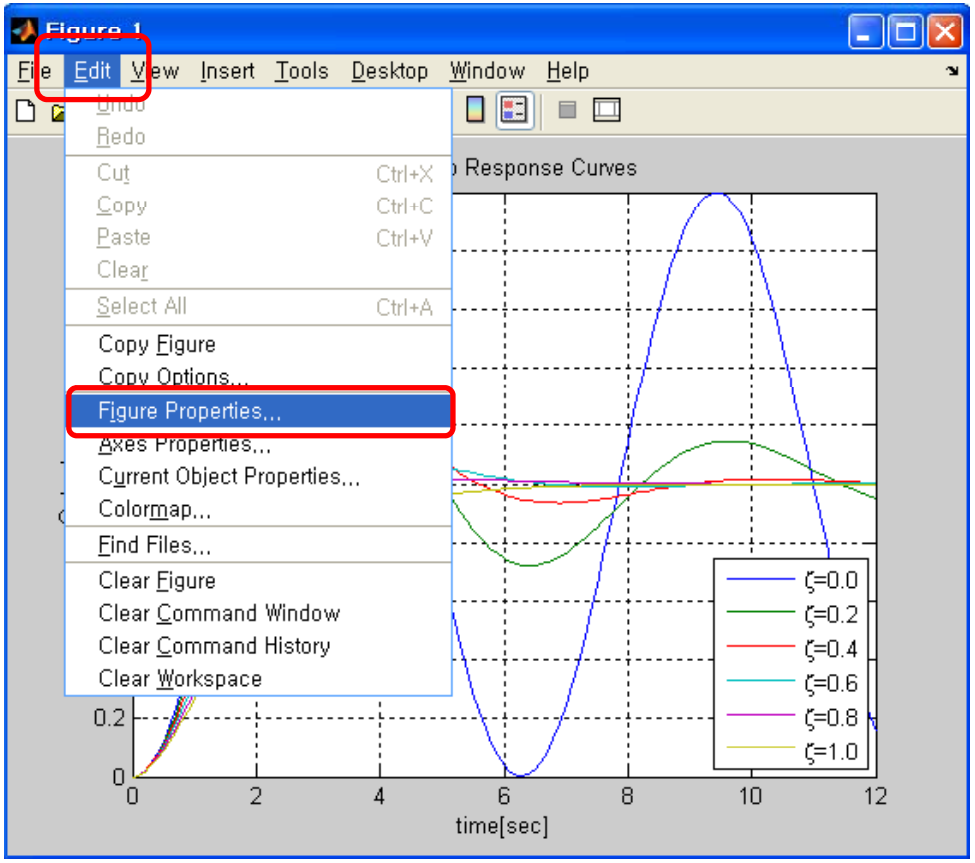
3) **M**파일에서 **Drag**한 부분만 실행하고자 할 경우 : **F9** 버튼

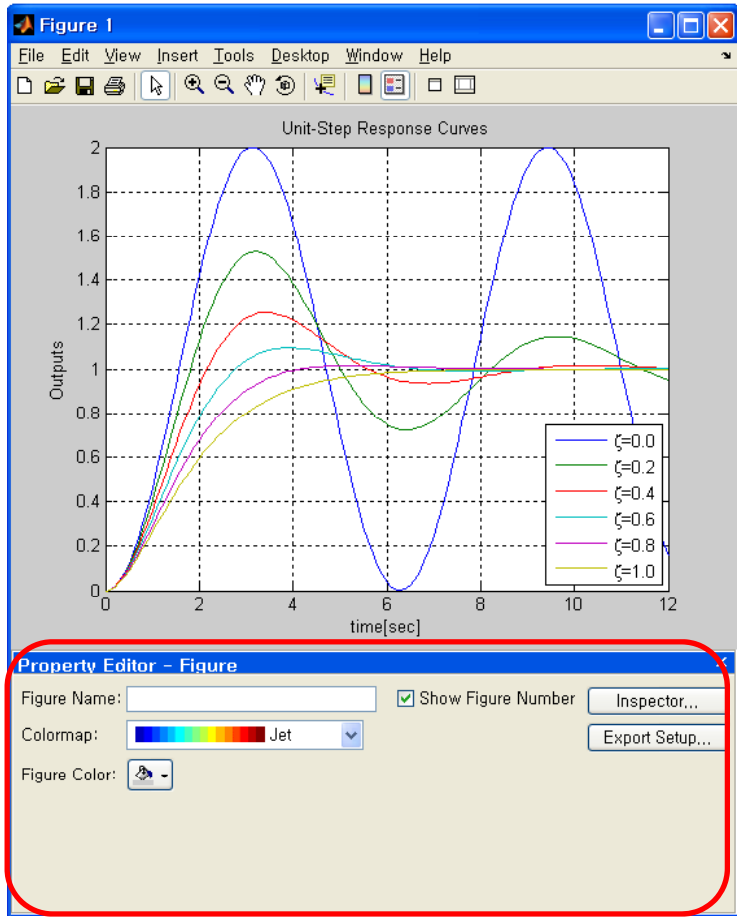
혹은 마우스 오른쪽버튼 누르고

Evaluate selection 탭 클릭

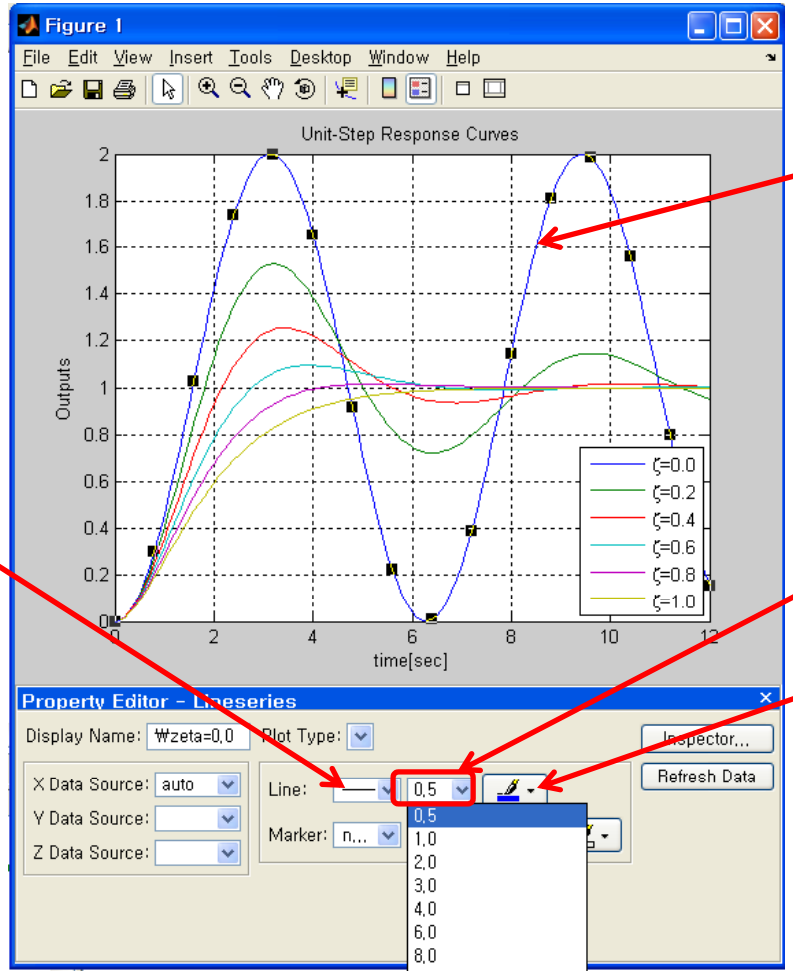
■ figure 수정 방법 및 figure를 word에 붙이는 방법

1) edit 탭의 Figure Properties를 클릭하면 아래에 창이 하나 생긴다.





2) 선의 굵기 및 종류, 색 수정 (프린트 할 경우 필수)



1) 선을 하나 클릭하여 활성화

2) 굵기는 2정도로 한다

이 버튼으로 선 색 수정 가능

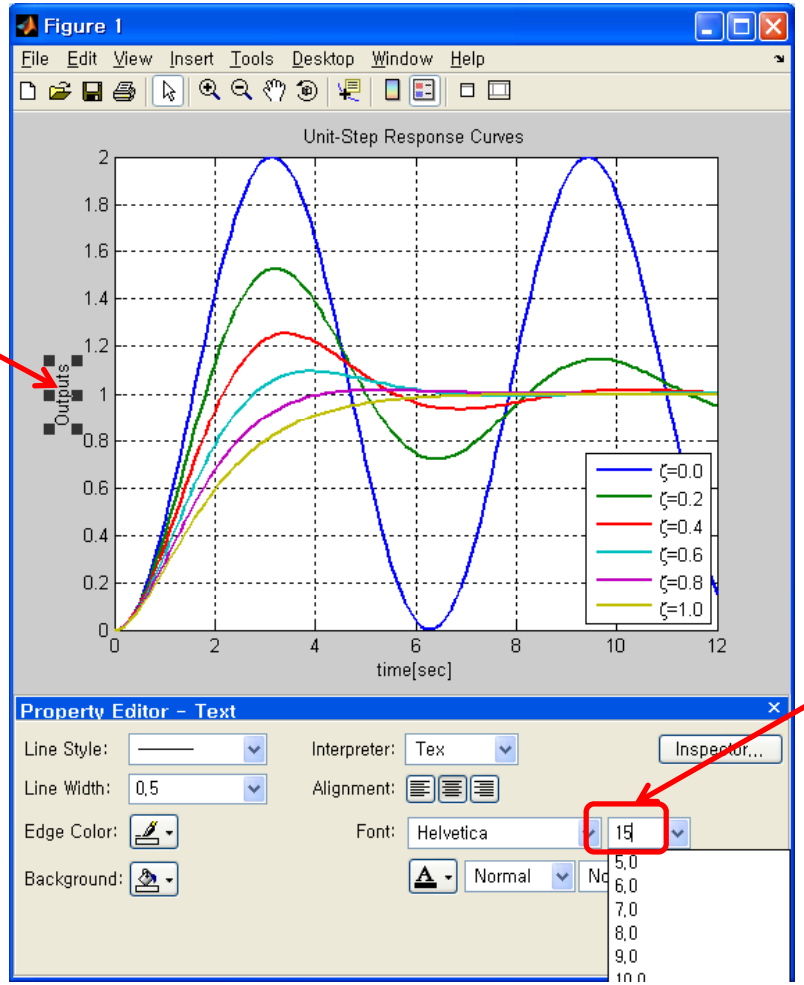
이 버튼으로 선 종류 수정 가능

(흑백 인쇄 시 반드시 필요

즉, 6가지 경우에 대하여 선 종류 및 굵기를 다르게 하여 각각 무엇을 나타내는 것인지를 명확히 하여야 한다)

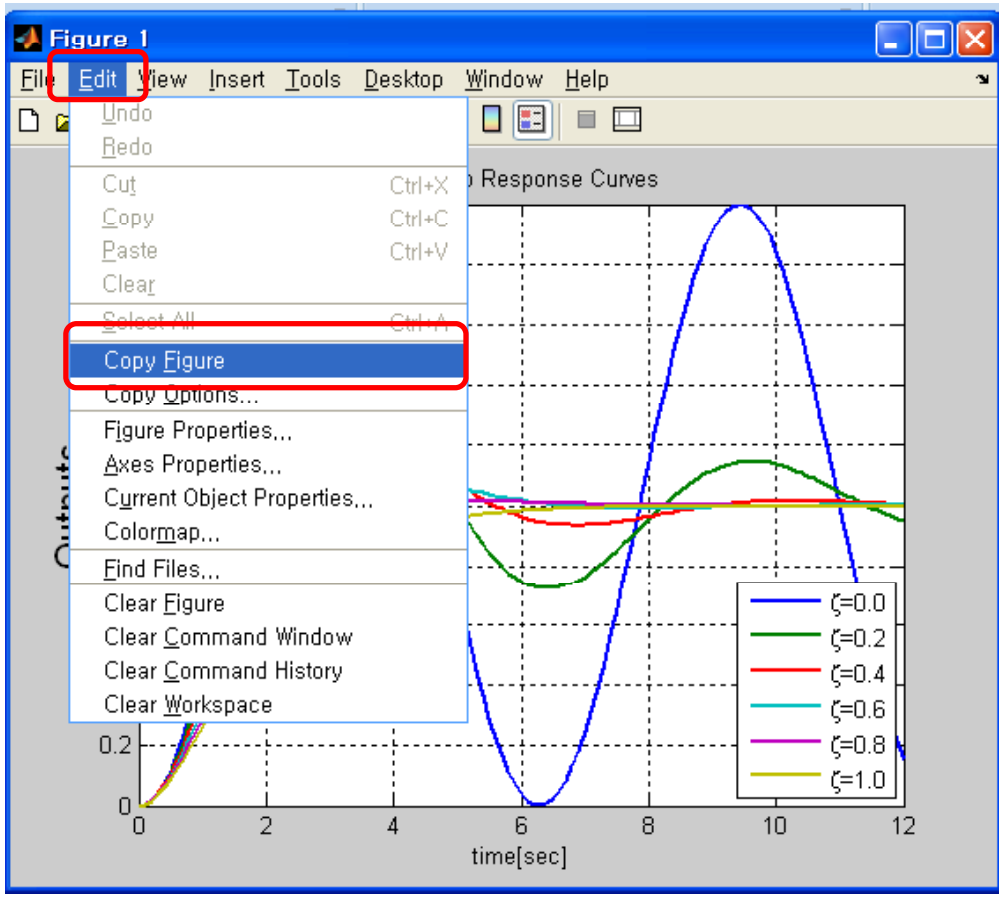
3) 폰트 크기 증가 (프린트 할 경우 필수)

1) 크게 만들고자 하는 텍스트를 클릭하여 활성화



2) 굵기는15정도로 한다

4) Figure 복사



Edit 탭의 copy figure옵션을 클릭하면 Figure가 메모리에 저장된다.

이제 그냥 워드나 한글에 붙여 넣기 하면 된다.

이 때 figure의 크기를 가능하면 복사하기 전에 수정하는 것이 좋다.

워드나 한글에 붙여 넣기 한다음 수정할 경우 글자크기가 좌우로 벌어지거나 폭이 좁아지는 경우가 발생할 수 도 있다.

수고하셨습니다!!!