1. ***The flap mode is highly damped.***

hovering에서 flapping 방정식은 다음과 같다.



여기에서 damping 계수를 나타내는 값은  이다. 이는 aerodynamic damping이며 이 감쇠력이 상당하기 때문에 공진에서조차 쉽게 unstable 한 상태가 되지 않는다.

이에 비해 lead-lag에서는 damping이 매우 작아 쉽게 unstable 한 상태가 된다.

1. ***In an articulated rotor blade, the rotating flap frequency was found to be less than one per revolution.***

Flap hinge에서 고유 진동수는 다음과 같다.



그러므로 고유 진동수는 1/rev 보다 약간 큰 값을 가진다. 그러나 aerodynamic damping이 존재하여

 

 에서 앞서 말했듯일반적으로 flap의 damping은 크기 때문에 Retating flap frequency 가 1/rev 보다 작게 된다.

1. ***Most of the flying rotors have fundamental flap frequencies (rotating) of less than 1.2per revolution.***

위의 식의 uniform blade에서 articulated blade의 경우 은 0.04~0.06 이고, 그에 따른은 1.03~1.05 정도이고 hingeless blade의 경우 가 1.08~1.15의 값을 가진다. 따라서 Fundamental natural frequencies값은 1.2/rev 보다 작다.

1. ***Propeller blades have fundamental flap frequencies much higher than those of helicopter blades.***
* Propeller blade를 hingeless가 생각하고 helicopter blade와 비교를 해보면 Euler-Bernoulli Beam이라 가정했을 때, 강성은 $\frac{3EI}{L^{3}}$가 된다. 두 경우에 질량이 동일하다고 가정하면. 프로펠러는 헬리콥터 로터에 비해 길이(L)가 훨씬 짧기 때문에 강성이 훨씬 큰 값이 되므로, non-rotating natural frequency가 훨씬 커진다. 고속일 때는 centrifugal stiffening이 중요한데, 프로펠러가 헬리콥터 로터에 비해 속도가 훨씬 빠르기 때문에 이에 의한 frequency increase도 프로펠러가 더욱 클 것이다.
1. ***Most of the rotors operate at one fixed rotational speed.***

Helicopter rotors are designed to operate at a specific RPM. The throttle controls the power produced by the engine, which is connected to the rotor by a transmission. The purpose of the throttle is to maintain enough engine power to keep the rotor RPM within allowable limits in order to keep the rotor producing enough lift for flight. In single-engine helicopters, the throttle control is a motorcycle-style twist grip mounted on the collective control, while dual-engine helicopters have a power lever for each engine.

( <http://en.wikipedia.org/wiki/Helicopter>)

1. ***Free decay vibration frequency is not natural frequency.***

Free decay vibration frequency 는 w 이고, 다음과 같은 식으로 주어진다.



Critical damping ratio는  가 되고, Free decay 한다. 따라서 Free decay vibration frequency는 Natural frequency 가 아니다.

1. ***At higher rotational speeds, the fundamental flap frequency becomes rotational speed itself.***

균일한 빔이 회전할 때 고유진동수는 non-rotating 고유진동수에 의존한다. 저속으로 회전할 때는 빔의 flexural stiffness에 대한 구심력의 영향은 상대적으로 작다. 하지만 고속으로 회전하면 centrifugal stiffening이 flexural stiffness를 결정짓는 가장 중요한 요소가 된다. 따라서 매우 빠른 회전속도에서 빔은 마치 string처럼 움직이며, fundamental 고유진동수는 rotational frequency에 다다르게 된다.

1. ***To calculate accurately the first few modes (2 to 3), one needs only a few terms in the assumed deflection series (4 to 6), but to calculate the bending stresses at the root of the blade, one needs a large number of terms in the series.***

만약 span 방향으로 blade 물성이나 load의 변화가 있다면 물리적인 연속성을 유지하기 위해야 한다. 작은 모드로는 이런 변화를 반영하지 못한다. 더군다나 Stress 계산의 결과에서는 Approximation method는 Displacement를 가정하여 구하기 때문에 얻어진 Displacement 자체에도 오차가 포함되어 있으므로 이런 Displacement를 미분해서 응력을 구하면 당연히 오차가 더 커지게 될 것이다.

1. ***Frequencies calculated using Galerkin method and Rayleigh-Ritz method are always higher than exact values.***

Galerkin method와 Rayleight-Ritz method는 둘 다 Euler-Bernoulli Beam 이라는 가정 하에 approximation을 수행한 것이다. 따라서 shear deformation과 rotary inertia를 고려하지 않았기 때문에 실제 강성보다, 더욱 큰 강성 값으로 계산되었다. 따라서 항상 overestimate 된 값이 나온다. 이 두 가지를 모두 고려한 Timoshenko beam model을 이용하여 approximation을 수행하면 정확한 값을 얻을 수 있을 것이다.

1. ***If an assumed deflection series satisfies all the boundary conditions, will there be any difference in the results obtained using the Galerkin method and Rayleigh-Ritz method.***

EI가 Constant인 경우, Galerkin method와 Rayleigh-Ritz method의 차이점은 M- matrix에서 Deflection series의 4th Derivative가 들어가느냐, 2nd Derivative의 제곱이 들어가는가의 차이밖에는 없다. 부분 적분을 해보면, Deflection series가 모든 경계 조건을 만족 할 때, Galerkin method와 R-R method 동일 하다는 것을 알 수 있다.

1. ***The solution converges monotonically to the exact solution with the increasing number of terms in the approximate series(R-R method). For one particular series, the solution fluctuated with an increasing number of terms. Any possible source of trouble.***
2. ***The lumped parameter formulation (Myklestad) is a crude form of finite element analysis.***

Finite element analysis를 수행할 때, 편의를 위해 계산된 Force와 Mass를 집중된 Force와 Mass로 바꾸어 준다. 이 경우, 결과에 Error가 생기게 되지만 Force에 대한 해석이 간단해 지며, Diagonal mass matrix가 나오게 된다. 따라서 Lumped parameter formulation은 Finite element analysis의 한 형태라고 볼 수 있다.

1. ***To increase the polynomial distribution for displacement within a beam element one can include the continuity of the second derivative of displacement between elements, but it is never done that way.***

Beam의 경우, 지배 방정식이 Displacement의 4th derivative의 형태로 나온다. FEM을 수행하기 위해서 변분을 해주면, 최고차 항이 2nd derivative의 형태로 나온다. 따라서 경계조건은 Displacement와 그것의 1st derivative로 나타나게 되고, 그 조건에 의해서 결국 Displacement의 Polynomial distribution을 증가시키게 되면, Displacement와 1st derivative는 정확해 지지만, 2nd derivative의 Continuity는 잘 향상되지 않는다.

1. ***The beauty of finite element analysis is its adaptability to different configurations which is not possible with other approximate methods.***

FEM은 작은 여러 개의 element로 나누기 때문에 구속조건을 고려하기가 다른 근사해법에 비해 상대적으로 훨씬 쉽다. 따라서 different configuration에 적용하는데에도 보다 적합하다.

1. ***A great care is taken to calculate the natural vibration characteristics (rotating) of the blade.***

Natural mode는 구조물이 진공에서 Damping 없이 진동하는 것을 표현할 수 있는 유일한 방법이다. 따라서 어떤 Approximate method를 사용하더라도, Rotating elastic blade의 Natural frequency와 그에 따른 Mode shape를 구하는 것은 매우 중요하고, 주의를 기울여야 한다.

1. ***For calculating the bending stresses, the force summation is preferred over the modal method.***

Modal method의 경우, Bending stress가 Displacement의 2nd Derivative에 비례하기 때문에 계산하기 간단하지만, Mode shape을 적게 가정할 경우에, Differentiation의 Order에 따라 Solution Error가 증가하므로, 결과가 정확하지 않다. 이에 반하여 Force summation method의 경우에는 Bending moment를 구할 때, 모든 Element force를 적분하여 구하므로 Mode shape를 적게 가정해도 Modal method 보다 더 좋은 결과가 나온다.

1. ***For dynamic response, the normal mode approach results in key simplification of the multi-degree system.***

Normal mode approach를 이용하면 지배방정식이 여러 개의 decoupled된 상미분 방정식으로 바뀐다. 이 중 가장 낮은 2~3개의 모드까지만 고려하여도 시스템의 응답을 적절히 나타낼 수 있다.

1. ***The Fourier series is quite different from the Fourier coordinate transformation.***

Fourier series는 임의의 주기 함수를 가장 간단한 주기함수인 sin, cos 형태로 나타내는 것이다. 반면 Fourier coordinate transformation은 motion의 reference frame을 전환하고 싶을 때 사용하는 방법이다.

FCT는 reversible 하며 coefficients($β\_{0}$,$ β\_{nc}$,$ β\_{ns}$,$ β\_{N/2}$)는 시간에 대한 함수이다. 또한 FCT series 는 infinite 이다. Fourier Series는 반면에 finite series이며, not reversible하며, coefficients들이 시간에 대해서는 일정한 값을 가진다.

1. ***One has to be careful using the Fourier series solution to transient response problems.***

Fourier series는 주기함수를 가장 간단한 주기함수인 sin, cos 형태로 나타내는 것이다. Steady state problem에서 fourier series는 가장 낮은 차수의 항들만이 상당한 크기를 가지고, 이 이후의 고차항들은 고려하지 않아도 관계없지만, transient response problem에서는 어느 정도 고차항까지 고려하여야 한다. 이 점을 주의하여, 몇 번째 항까지 고려할 지를 주의 깊게 정해야 한다.

1. ***During the wind tunnel testing of a rotor, a 1/rev signal was observed from an accelerometer mounted on the top of the hub and the test was immediately stopped.***

Aerodynamic damping term을 고려하면, 진동의 Frequency ()가 1/rev 보다 작을 것이다. Hub 위에서 관찰한 속도는 Rotating frame에서 측정한 값이므로, Fixed frame에서 바라본 속도는 2/rev일 것이고, 그 속도에서는 TPP의 Wobble을 포함한 모든 종류의 Periodic현상들을 관찰 할 수 있다. 또한, Lead-lag의 경우에 Ground Resonance의 위험도 있으므로, 1/rev에서 정지시켜주는 것이 좋을 것이다.

1. ***For multi-cyclic vibration control, the swash plate is excited at 4/rev to eliminate 3, 4 and 5/rev bending stresses at the blade root.***
2. ***The progressive mode is quite different from the regressive mode.***

$β\_{nc}$ leads to mode $β\_{ns}$인 경우가 progressive mode이고 $β\_{nc}$ lags mode $β\_{ns}$ 인 경우가 regressive mode이다. Progressive mode(articulated rotor)에서는 tip path plane이 로터가 도는 방향으로 흔들리게 된다. 그 중 High frequency mode에서는 약2/rev 의 speed로, Low frequency mode 에서는 매주 작은 속도로 tip path plane이 흔들리게 된다. 반면 regressive mode에서는 tip path plane이 로터가 도는 방향과 반대 방향, small frequency로 흔들리게 된다.

1. ***The rotor acts as a filter for many harmonics.***

Fixed frame 으로 변환할 때 로터에서 non-pNb/rev 조화 가진은 모두 filtering 된다. 허브에 가해지는 load는 0, p, 2p, 3p….의 조화 가진을 포함하게 되는데 이를 blade passage frequency라고 한다. 만약 blade에 dissimilarity 가 존재할 경우 허브에는 모든 모든 조화가진을 가지게 되는데 이는 데미지를 입히기도 한다.

1. ***The longitudinal and lateral TPP tilt equations are coupled in hovering flight.***

속도와 가속도를 Rotating frame에서 Fixed frame으로 Transformation 하면, Coriolis와 Centrifugal term이 나온다. Hinged 4-bladed Rotor의 경우, Hovering시에 Longitudinal & lateral TTP tilt equation은 다음과 같이 Matrix form으로 Couple되어 나온다.

 

Coriolis와 Centrifugal term에 의해 Couple되어 있다는 것을 알 수 있다.

1. ***A high dynamic stress on blades does not necessarily mean high vibration in body.***

모든 dynamic stresses가 동체에 큰 진동을 주는 것은 아니다. 동체에 큰 진동을 주는 경우는 $pN\_{b}/rev$인 경우이다.

1. ***Finite different method is quite commonly used for structural response problems whereas Fourier series and Floquet methods are more commonly used for blade response problems.***

FEM으로도 blade response problem을 계산할 수 있지만, 일반적으로 blade reponse problem의 경우는 Fourier series나 Time integration technique을 이용한 Direct numerical integration을 통한 Floquet method를 이용하고, FEM은 Rotor problem 에 대한 보다 복잡한 Analysis를 사용한다.

1. ***For solving stability and response problems using Floquet theory, one needs to find the initial conditions as a first step. However, for stability calculations using the Floquet method, there is no need to find the initial conditions.***

Floquet theory를 이용해 stability & response problem을 풀 경우에는 보다 나은 Initial condition을 계산하는 것에 목적이 있다. 하지만, Stability만을 생각하는 문제의 경우에는 Transition matrix의 Eigenvalue를 구하는 standard eigenvalue problem이 되므로, Initial condition을 찾을 필요가 없다.

1. ***The nature of the eigenvalue explains the system behavior.***

Aerodynamic force와 Structural damping을 무시하면, Natural Frequency는Eigenvalue와 같다. Eigenvalue의 real part는 mode의 damping을 나타내며, imaginary part의 경우에는 oscillation의 frequency를 나타낸다.

1. ***For the dynamic of a blade, the mass distribution of the outermost part and the stiffness distribution of the innermost part play an important role.***

Blade에 작용하는 Centrifugal force는 Hub에서 멀어질수록 영향을 크게 미친다. 만약 blade의 outermost part에 질량이 집중된다면, Innermost part의 Stiffness가 좋지 않을 경우 bending stress가 집중되어 failure가 일어날 수 있다.