

Assignment & Solution

Assignment # 1

행렬에 의한 최소제곱법에서 관측방정식을 구성하면 아래와 같다.

$${}_n A_{mm} X_1 = {}_n L_1 + {}_n V_1$$

여기서, n : 최확값의 개수, m : 관측수 ($m \geq n$)

구하고자 하는 최확값은 X 의 행렬이며, 최소제곱법에 의해 아래와 같은 행렬식을 통해 계산할 수 있다.

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

위의 행렬식을 유도하시오.

Solution

$\Sigma V^2 = 0$ 이므로 미지수에 대하여 편미분을 취하면,

$$\frac{\partial(V^T V)}{\partial X} = 0 = 2V^T \frac{\partial V}{\partial X} \quad (\text{식 1})$$

관측방정식을 변형하면 다음 식 $V = AX - L$ 가 되며,

$$\frac{\partial V}{\partial X} = \frac{\partial(AX - L)}{\partial X} = A \quad (\text{식 2})$$

$$2V^T A = 0, \quad V^T A = 0 \quad (\text{식 3})$$

$$\therefore A^T V = 0 \quad (\text{식 4})$$

식 4에 다음 식 $V = AX - L$ 을 대입하면,

$$A^T(AX - L) = 0, \quad A^T AX = A^T L \quad \text{이므로,}$$

$$\therefore X = (A^T A)^{-1} A^T L$$