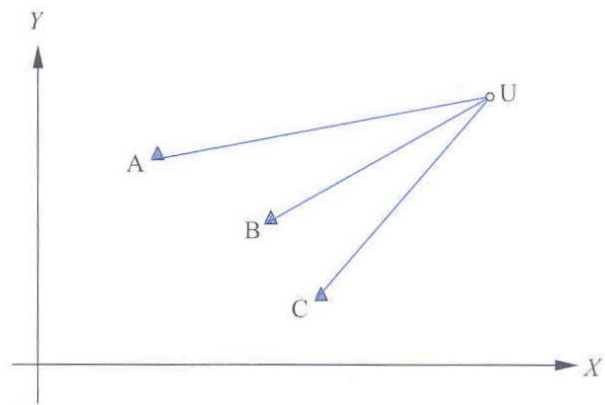


# Assignment & Solution

## Assignment # 3

다음 그림의 예에서  $\overline{AU}, \overline{BU}, \overline{CU}$ 의 실측 거리를 각각 6049.00m, 4736.83m, 5446.49m라 하고,  $A, B, C$ 의 좌표가 아래와 같다고 한다. 최소제곱법에 의해  $U$ 의 좌표를 구하라.



측점	X (m)	Y (m)
A	865.40m	4527.15m
B	2432.55m	2047.25m
C	2865.22m	27.15

**Solution**

(가) 반복 1차 계산

(1) 초기 근사값  $X_u^o, Y_u^o$ 의 계산

(a) 초  $\overline{AB}$ 의 방위각

$$\begin{aligned} \phi_{AB} &= 180^\circ + \tan^{-1} \left( \frac{X_b - X_a}{Y_b - Y_a} \right) = 180^\circ + \tan^{-1} \left( \frac{1567.15}{-2479.90} \right) \\ &= 180^\circ - 32^\circ 17' 26'' = 147^\circ 42' 34'' \end{aligned}$$

(b)  $\overline{AB}$ 의 거리

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \sqrt{(X_b - X_a)^2 + (Y_b - Y_a)^2} \\ &= \sqrt{(2432.55 - 865.20)^2 + (2047.25 - 4527.15)^2} = 2933.58 \text{ m} \end{aligned}$$

(c)  $(\overline{AU})^o$ 의 방위각

코사인 제2법칙  $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ 로 부터

$$\cos(\angle UAB) = \frac{(6049.00)^2 - (4736.83)^2 + (2933.58)^2}{2(6049.00)(2933.58)}$$

$$\therefore \angle UAB = 50^\circ 06' 50''$$

$$\therefore \phi_{au}^o = 147^\circ 42' 34'' - 50^\circ 06' 50'' = 97^\circ 35' 44''$$

(d)  $X_u^o, Y_u^o$ 의 계산

$$Y_u^o = 4527.15 + 6049.00 \cos(97^\circ 35' 44'') = 3727.596 \text{ m}$$

$$X_u^o = 865.40 + 6049.00 \sin(97^\circ 35' 44'') = 6861.325 \text{ m}$$

(2)  $(\overline{AU})^o, (\overline{BU})^o, (\overline{CU})^o$ 의 계산

$X_u^o$ 와  $Y_u^o$ 가 실측값으로부터 계산되었기 때문에  $(\overline{AU})^o$ 와  $(\overline{BU})^o$ 는 그들의 실측 거리와 똑같다. 따라서

$$(\overline{AU})^o = 6049.00 \text{ m}$$

$$(\overline{BU})^o = 4736.83 \text{ m}$$

$$(\overline{CU})^o = \sqrt{(6861.33 - 2865.22)^2 + (3727.59 - 27.15)^2} = 5446.298 \text{ m}$$

(3) 행렬의 구성

(a) A 행렬

식 (9.7) 및 (9.8)에 의하여 관측 방정식을 세우면 다음과 같다.

$$a_{11}dX_u + a_{12}dY_u = L_1 + V_1$$

$$a_{21}dX_u + a_{22}dY_u = L_2 + V_2$$

$$a_{31} dX_u + a_{32} dY_u = L_3 + V_3$$

여기서,

$$a_{11} = \frac{6861.33 - 865.40}{6049.00} = 0.991$$

$$a_{12} = \frac{3727.59 - 4527.15}{6049.00} = -0.132$$

$$a_{21} = \frac{6861.33 - 2432.55}{4736.83} = 0.935$$

$$a_{22} = \frac{3727.59 - 2047.25}{4736.83} = 0.355$$

$$a_{31} = \frac{6861.33 - 2865.22}{5446.29} = 0.734$$

$$a_{32} = \frac{3727.59 - 27.15}{5446.29} = 0.679$$

(b)  $L$  행렬

$$L_1 = 6049.00 - 6049.00 = 0.000$$

$$L_2 = 4736.83 - 4736.83 = 0.000$$

$$L_3 = 5446.49 - 5446.29 = 0.192$$

(d)  $X$ 와  $V$  행렬

$$X = \begin{pmatrix} dX_u \\ dY_u \end{pmatrix}, \quad V = \begin{pmatrix} v_{au} \\ v_{bu} \\ v_{cu} \end{pmatrix}$$

(4) 행렬  $X$  구하기

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

$$A^T A = \begin{pmatrix} 0.991 & 0.935 & 0.734 \\ -0.132 & 0.355 & 0.679 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.991 & -0.132 \\ 0.935 & 0.355 \\ 0.734 & 0.679 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2.395 & 0.699 \\ 0.699 & 0.605 \end{pmatrix}$$

$$(A^T A)^{-1} = \frac{1}{0.96} \begin{pmatrix} 0.605 & -0.699 \\ -0.699 & 2.395 \end{pmatrix}$$

$$A^T L = \begin{pmatrix} 0.991 & 0.935 & 0.734 \\ -0.132 & 0.355 & 0.679 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.000 \\ 0.000 \\ 0.192 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.141 \\ 0.130 \end{pmatrix}$$

$$X = \frac{1}{0.96} \begin{pmatrix} 0.605 & -0.699 \\ -0.699 & 2.395 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.141 \\ 0.130 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.006 \\ +0.222 \end{pmatrix}$$

(5) 수정된 U의 좌표 계산

$$X_u = 6861.325 - 0.006 = 6861.319$$

$$Y_u = 3727.596 + 0.222 = 3727.818$$

(나) 반복 2차 계산

(1)  $(\overline{AU})^o$   $(\overline{BU})^o$   $(\overline{CU})^o$  의 계산

$$(\overline{AU})^o = \sqrt{(6861.319 - 865.40)^2 + (3727.818 - 4527.15)^2} = 6048.965$$

$$(\overline{BU})^o = \sqrt{(6861.319 - 2432.55)^2 + (3727.818 - 2047.25)^2} = 4736.909$$

$$(\overline{CU})^o = \sqrt{(6861.319 - 2865.22)^2 + (3727.818 - 27.15)^2} = 5446.444$$

(2) 행렬의 형성

A행렬은 실제적으로 계산하여야 옳으나 이 문제에서는 길이의 변화량이 매우 적어 A행렬을 새로 계산하여도 큰 변화가 없다(소수 3자리). 따라서  $(A^T A)^{-1}$ 의 값도 변화가 없다. 따라서 L행렬만 다시 형성하면 된다.

$$L_1 = 6049.00 - 6048.965 = 0.035$$

$$L_2 = 4736.83 - 4736.909 = -0.079$$

$$L_3 = 5446.49 - 5446.444 = 0.046$$

(3) X행렬

$$A^T L = \begin{pmatrix} 0.991 & 0.935 & 0.734 \\ -0.132 & 0.355 & 0.679 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.035 \\ -0.079 \\ 0.046 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.005 \\ -0.001 \end{pmatrix}$$

$$X = \frac{1}{0.96} \begin{pmatrix} 0.605 & -0.699 \\ -0.699 & 2.395 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0.005 \\ -0.001 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.002 \\ +0.001 \end{pmatrix}$$

(4) 수정된 U 좌표

$$X_u = 6861.319 - 0.002 = 6861.317 \text{ m}$$

$$Y_u = 3727.818 + 0.001 = 3727.819 \text{ m}$$