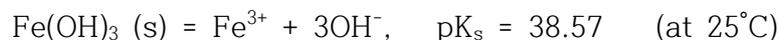


과제 #1 - Solutions

제출일: 10/1 수업시간

*** 과제는 여러분들의 자가학습을 위한 것으로, 정답을 기준으로 채점하지 않고 본인이 직접 문제를 해결했는지 여부로 평가합니다. 문제풀이를 한 노력이 보이면 감점은 전혀 없습니다. 답안 작성을 하지 않았을 경우 해당 문제는 0점, 킨닝의 경우 과제#1에 대하여 수강생 최저점수의 80%를 부여합니다(최저점수가 0점일 경우는 0점).**

1. [추석특선] 환경 관련 영화 [에린 브로코비치] (2000년작)를 감상하고, 그 내용과 본인의 감상을 반페이지 내외로 간략히 적으시오. (30점)
2. 안동댐 및 그 상류에서 발생한 중금속 오염에 대한 신문 기사를 3개 이상 읽고, 오염에 대한 요약 및 본인의 감상을 반페이지 내외로 간략히 적으시오. (15점)
3. FeCl_3 1.0 mg를 플라스크에 넣고 증류수와 HCl, NaOH를 이용하여 pH 2.0, 7.0, 12.0인 1.00 L 용액을 각각 제조하였다. 묽은 용액(물농도=활성도)과 침전-용해 평형을 가정하여 다음 질문에 답하시오. 다음의 반응을 참조하고, 온도는 25°C 로 가정하시오.



- 1) 각 pH에서 용해된 Fe^{3+} 이온의 농도를 mM과 mg/L 단위로 구하시오. (10점)

답)

$$[\text{Fe}^{3+}][\text{OH}^-]^3 = K_s = 10^{-38.57} \quad (1)$$

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = K_w = 10^{-14} \quad (2)$$

(2)로부터 pH = 2.0, 7.0, 12.0에서 $[\text{OH}^-]$ 는 각각 $10^{-12.0}$, $10^{-7.0}$, $10^{-2.0}$ M임.

이를 (1)에 대입하면,

pH = 2.0에서

$$[Fe^{3+}] = 2.69 \times 10^{-3} M = 2.69 \text{ mM}$$

pH = 7.0에서

$$[Fe^{3+}] = 2.69 \times 10^{-18} M = 2.69 \times 10^{-15} \text{ mM}$$

pH = 12.0에서

$$[Fe^{3+}] = 2.69 \times 10^{-33} M = 2.69 \times 10^{-30} \text{ mM}$$

그런데, $FeCl_3$ 1.0 mg을 1.00 L에 녹였을 때 용해 가능한 최대 Fe^{3+} 이온의 농도를 구하면(Fe 원자량 55.85, Cl 원자량 35.45),

$$\frac{1.5 \text{ mg/L}}{\{55.85 + 3 \times 35.45\} \text{ mg/mmmole}} = 6.17 \times 10^{-3} \text{ mmole/L (mM)} < 2.69 \text{ mM}$$

따라서 Fe^{3+} 의 농도는

pH 2.0에서 6.17×10^{-3} mM, pH 7.0에서 2.69×10^{-15} mM, pH 12.0에서 2.69×10^{-30} mM

이를 mg/L로 환산하면,

pH = 2.0에서

$$6.17 \times 10^{-3} \text{ mmole/L} \times 55.85 \text{ mg/mmmole} = 0.345 \text{ mg/L}$$

pH = 7.0에서

$$2.69 \times 10^{-15} \text{ mmole/L} \times 55.85 \text{ mg/mmmole} = 1.50 \times 10^{-13} \text{ mg/L}$$

pH = 12.0에서

$$2.69 \times 10^{-30} \text{ mmole/L} \times 55.85 \text{ mg/mmmole} = 1.50 \times 10^{-28} \text{ mg/L}$$

따라서 Fe^{3+} 의 농도를 mg/L 단위로 표현하면,

pH 2.0에서 0.345 mg/L, pH 7.0에서 1.50×10^{-13} mg/L, pH 12.0에서 1.50×10^{-28} mg/L

2) 각 pH에서 침전된 $Fe(OH)_3$ 의 질량을 mg 단위로 구하시오. (5점)

답)

위 1)의 결과를 통하여 pH 2.0에서는 침전물이 생성되지 않으며, pH 7.0과 12.0에서는 침전되는 Fe^{3+} 에 비하여 용해된 채로 남아있는 Fe^{3+} 는 매우 미미하다는 것을 알 수 있다. 따라서, pH 7.0, 12.0에서는

침전된 $Fe(OH)_3$ 의 몰 수 \approx 첨가한 $FeCl_3$ 의 몰 수 = 6.17×10^{-3} mmole

O의 원자량 16.0, H의 원자량 1.0을 이용하면,

$$6.17 \times 10^{-3} \text{ mmole} \times \{55.85 + 3 \times (16 + 1)\} \text{ mg/mmmole} = 0.659 \text{ mg}$$

따라서, pH 2.0에서 0 mg, pH 7.0과 12.0에서 0.659 mg

- 3) 철, 알루미늄, 납 등 중금속은 일반적으로 수산화물 침전(예: $\text{Fe}(\text{OH})_2$, $\text{Fe}(\text{OH})_3$, $\text{Al}(\text{OH})_3$, $\text{Pb}(\text{OH})_2$)을 형성한다. 위 연습문제를 통해 얻은 pH에 따른 중금속 수산화물 용해도에 대한 결론을 고려할 때, 중금속 수산화물이 존재하는 토양에 산성비가 내려 토양이 산성화되었을 경우 어떠한 현상이 일어날 것으로 예측되는가? 간단히 답하시오. (5점)

답)

수산화물의 용해도는 pH의 감소에 따라 급격히 증가하므로, 토양이 산성화되었을 경우 중금속이 용해되어 그 이동성이 크게 향상될 것이다(즉, 용출이 발생할 것이다).

(참고: 특히 알루미늄 이온은 동식물에 대한 독성이 강하므로 산성비에 의한 알루미늄의 용출은 식물 고사 등의 큰 원인이 된다)

4. 과염소산(Hypochlorous acid; HOCl)이 자외선 조사를 통하여 분해되는 반응을 관찰하여 다음의 결과를 얻었다.

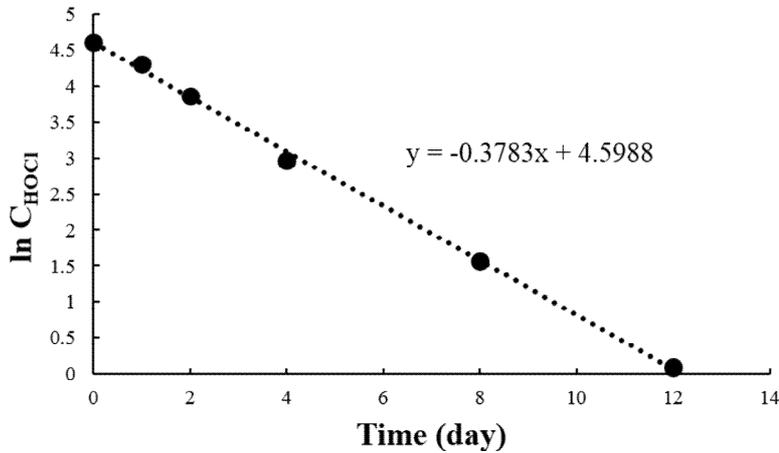
시간 (day)	농도 (mg/L)
0	100.0
1	73.2
2	47.3
4	19.3
8	4.8
12	1.1

- 1) 이 반응을 1차반응으로 가정하고 1차반응 상수(first-order reaction constant) k 를 구하시오. (10점)

(Hint: 어떤 반응물질 A에 대한 1차반응식 $r = dC_A/dt = -kC_A$ 을 통하여 식 $\ln(C_A/C_{A0}) = -kt$ (C_A = 시간에 따른 A의 농도, C_{A0} = A의 초기농도)를 얻을 수 있으며, 따라서 t 를 x축, $\ln C_A$ 를 y축으로 하는 그래프의 회귀직선을 구하여 그 기울기값 $-k$ 를 취함으로써 1차반응 상수 k 를 구할 수 있음.)

답)

위 자료를 t - C_{HOCl} 평면에 도시하여 회귀직선을 다음과 같이 얻을 수 있다.



따라서, 1차반응 상수 k 는 0.378 day^{-1} .

2) 이 반응에서 과염소산의 반감기를 구하시오. (5점)

답)

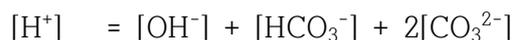
$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k} = \frac{0.693}{0.378 \text{ day}^{-1}} = 1.83 \text{ days}$$

3) 10 mg/L 과염소산 용액에 자외선을 조사하여 농도가 2.5 mg/L로 되는 데 걸리는 시간을 예측하시오. (5점)

답)

농도가 1/4로 되는 데에는 반감기의 두 배 만큼의 시간이 걸리므로 3.66일

5. 빗물에 존재하는 H_2CO_3^* 가 대기 중의 CO_2 ($P_{\text{CO}_2} = 10^{-3.53} \text{ atm}$)와 평형을 이루며, 빗물에 탄산염 이외에 다른 불순물은 없으며, 빗물을 묽은 용액으로 몰농도와 활성도가 동일하다고 가정하자. 이 빗물은 open system으로 수업 시간에 학습한 헨리의 법칙 및 이온화 상수에 근거한 탄산염 존재원리에 더하여, 전기적 중성의 규칙 (electroneutrality principle; 수용액 상에서 (+) 전하와 (-) 전하의 합은 동일)이 성립한다. 이 빗물에서의 전기적 중성의 규칙은 다음 식으로 표현된다.



(양전하의 합) = (음전하의 합)

또한 물의 해리상수(water dissociation constant, K_w)는 모든 수용액에 적용되므로, 이 빗물에는 네 가지 원리(헨리의 법칙, 이온화 상수, 전기적 중성의 규칙, 물의 해리상수)가 적용된다. 이를 이용하여 빗물의 pH를 계산하시오.

(20점)

답)

헨리의 법칙에 따라

$$[H_2CO_3^*] = K_H P_{CO_2} = 10^{-1.47} M/atm \cdot 10^{-3.53} atm = 10^{-5.00} M$$

탄산염의 이온화 상수에 따라

$$K_{a1} = \frac{[H^+][HCO_3^-]}{[H_2CO_3^*]} \rightarrow [HCO_3^-] = \frac{K_{a1} \cdot [H_2CO_3^*]}{[H^+]} = \frac{10^{-6.35} \cdot 10^{-5.00}}{[H^+]} = \frac{10^{-11.35}}{[H^+]}$$

$$K_{a2} = \frac{[H^+][CO_3^{2-}]}{[HCO_3^-]} \rightarrow [CO_3^{2-}] = \frac{K_{a2} \cdot [HCO_3^-]}{[H^+]} = \frac{10^{-10.33} \cdot 10^{-11.35}}{[H^+]^2} = \frac{10^{-21.68}}{[H^+]^2}$$

물의 해리상수에 따라

$$[H^+][OH^-] = K_w \rightarrow [OH^-] = \frac{K_w}{[H^+]} = \frac{10^{-14}}{[H^+]}$$

도출한 모든 식을 전기적 중성의 규칙에 대입하면,

$$[H^+] = \frac{10^{-14}}{[H^+]} + \frac{10^{-11.35}}{[H^+]} + \frac{10^{-21.68}}{[H^+]^2}$$

이 식의 해를 구하면,

$$[H^+] = 2.12 \times 10^{-6} M$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log(2.12 \times 10^{-6}) = 5.67$$

6. 물 시료를 분석하여 다음 결과를 얻었다. 다음 물음에 답하시오.

항목	이온량(ionic weight)	결과
Na ⁺	23.0	13 mg/L
K ⁺	39.1	0.7 mg/L
Ca ²⁺	40.1	15 mg/L
Mg ²⁺	24.3	5 mg/L
Cl ⁻	35.5	8 mg/L
HCO ₃ ⁻	61.0	77 mg/L
SO ₄ ²⁻	96.1	16 mg/L
pH	-	7.5
Temperature	-	25 °C

1) 이 시료의 이온강도(ionic strength)를 구하시오. (10점)

답)

우선, 각 이온의 농도 단위를 몰농도로 바꿔야 함.

$$\text{concentration (in mM)} = \frac{\text{concentration (in mg/L)}}{\text{ionic weight (mg/mole)}}$$

항목	이온량(ionic weight)	농도(mg/L)	농도(C _i , mM)	전하량(z _i)
Na ⁺	23.0	13	0.565	1
K ⁺	39.1	0.7	0.018	1
Ca ²⁺	40.1	15	0.374	2
Mg ²⁺	24.3	5	0.206	2
Cl ⁻	35.5	8	0.225	1
HCO ₃ ⁻	61.0	77	1.262	1
SO ₄ ²⁻	96.1	16	0.166	2

이 시료에는 HCO₃⁻의 해리에 의하여 소량의 CO₃²⁻ 또한 존재한다. 그러나 pH가 7.5로 탄산(H₂CO₃)의 pK_a 값이 10.33으로 pH가 pK_a보다 충분히 낮으므로, CO₃²⁻의 존재량은 미미하다. 굳이 계산을 하자면,

$$K_{a2} = \frac{[CO_3^{2-}][H^+]}{[HCO_3^-]}$$

$$[CO_3^{2-}] = K_{a2} \cdot \frac{[HCO_3^-]}{[H^+]} = 10^{-10.33} \cdot \frac{1.262 \times 10^{-3} M}{10^{-7.5} M} = 1.87 \times 10^{-6} M = 1.87 \times 10^{-3} mM = 0.112 mg/L$$

으로 HCO₃⁻의 농도에 비해 1000배 가량 낮음을 확인할 수 있다. 따라서, CO₃²⁻를 제외하고 계산하면,

$$I = \frac{1}{2} \sum C_i z_i^2 = \frac{1}{2} \times (0.565 \times 1^2 + 0.018 \times 1^2 + 0.374 \times 2^2 + 0.206 \times 2^2 + 0.225 \times 1^2 + 1.262 \times 1^2 + 0.166 \times 2^2) \\ = 2.527 mM$$

2) 이 시료의 알칼리도(alkalinity)를 mg/L as CaCO₃ 단위로 구하시오. (5점)

답)

이 시료는 중성 pH에 가까우므로,

$$Alk \approx [HCO_3^-] = 1.262 meq/L = 63.1 mg/L \text{ as } CaCO_3$$

확인을 위하여 H⁺, OH⁻, CO₃²⁻를 모두 포함하여 계산해 보면,

$$[H^+] = 10^{-7.5} M = 10^{-4.5} mM, [OH^-] = \frac{K_w}{[H^+]} = \frac{10^{-14}}{10^{-7.5} M} = 10^{-6.5} M = 10^{-3.5} mM \text{ 이므로,}$$

$$Alk = [HCO_3^-] + 2[CO_3^{2-}] + [OH^-] - [H^+] = 1.262 mM + 2 \times 1.87 \times 10^{-3} mM + 10^{-3.5} mM + 10^{-4.5} mM$$

$$= 1.262 meq/L + 3.74 \times 10^{-3} meq/L + 3.16 \times 10^{-4} meq/L + 3.16 \times 10^{-5} meq/L$$

$$= 1.266 meq/L = 63.3 mg/L \text{ as } CaCO_3$$

으로 결과는 거의 동일하다.

7. 세균(bacteria)의 세포기관 중 편모(flagellum)와 섬모(pilus)가 수행하는 기능을 간단히 설명하시오. (10점)

답)

편모: 박테리아의 운동 기능을 담당. 박테리아가 영양분 또는 빛 등 에너지를 획득하는 데 필요한 자원이 있는 방향으로 이동하도록 함. 박테리아 종에 따라서는 편모가 세포 외부의 화학물질, 온도 등을 감지하는 기능을 하기도 함.

섬모: 박테리아가 개체 상호간에 유전자를 교환하는 통로 역할을 함(이러한 방법으로 진행되는 박테리아의 살아 있는 세포 간 유전자 교환을 'conjugation'이라 함). 또한 박테리아가 고체 표면에 부착할 수 있도록 함. 유형에 따라 박테리아가 표면에서 이동하도록 하는 기능을 담당하기도 함.

8. 폐수로부터 어떤 물질 A를 제거하기 위한 반응조를 설계하고자 한다. 이 물질은 폐수에서 2차반응식 $\frac{dC_A}{dt} = -kC_A^2$ 에 따라 제거된다고 한다. 이 때, 다음 물음에 답하시오.

- 1) Completely Mixed Flow Reactor(CMFR)에 대하여 물질 A에 대한 반응조 전체의 물질수지식(mass balance equation)을 수립하고, steady state에서 유출수 내 물질 A의 농도 $C_{A,out}$ 을 반응조의 hydraulic retention time(HRT) t_0 와 유입수 내 물질 A의 농도 $C_{A,in}$ 으로 표현하시오. (10점)

답)

Mass balance equation (CV: 반응조 전체)

$$V \frac{dC_{A,out}}{dt} = QC_{A,in} - QC_{A,out} - kC_{A,out}^2 V$$

Steady state에서,

$$0 = QC_{A,in} - QC_{A,out} - kC_{A,out}^2 V$$

$$kt_0 C_{A,out}^2 + C_{A,out} - C_{A,in} = 0$$

$$C_{A,out} = \frac{-1 + \sqrt{1^2 + 4kt_0 C_{A,in}}}{2kt_0} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4kt_0 C_{A,in}}}{2kt_0}$$

- 2) Plug flow reactor(PFR)에서 유출수 내 물질 A의 농도 $C_{A,out}$ 을 반응조의 HRT t_0 와 유입수 내 물질 A의 농도 $C_{A,in}$ 으로 표현하시오. (10점)

답)

Mass balance equation (CV: 흐름을 따라 이동하는 얇은 판의 “moving plug”)

$$\Delta V \frac{dC_A}{dt} = 0 - 0 - kC_A^2 \Delta V$$

$\Delta V = CV$ 의 부피; $C_A = CV$ 내 물질 A의 농도

$$\frac{dC_A}{dt} = -kC_A^2$$

$$\int_{C_{A,in}}^{C_{A,out}} \frac{dC_A}{C_A^2} = -k \int_0^{t_0} dt$$

$$\frac{1}{C_{A,in}} - \frac{1}{C_{A,out}} = -kt_0$$

$$C_{A,out} = \left(\frac{1}{C_{A,in}} + kt_0 \right)^{-1}$$

- 3) 2차반응 상수 k 가 $1.3 \times 10^{-3} \text{ L/mg-min}$, 반응조 HRT t_0 가 30 min일 때, 다음의 두 유입수 농도 $C_{A,in}$ 에 대하여 steady-state CMFR 및 PFR의 물질 A에 대한 제거효율 $R = \left(1 - \frac{C_{A,out}}{C_{A,in}} \right) \times 100(\%)$ 을 구하시오. (10점)

$$R = \left(1 - \frac{C_{A,out}}{C_{A,in}} \right) \times 100(\%) \text{을 구하시오. (10점)}$$

- i. 100 mg/L, ii. 1000 mg/L

답)

$$kt_0 = 0.039 \text{ L/mg}$$

- i. 100 mg/L

CMFR:

$$C_{A,out} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4kt_0 C_{A,in}}}{2kt_0} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4 \cdot 0.039 \text{ L/mg} \cdot 100 \text{ mg/L}}}{2 \cdot 0.039 \text{ L/mg}} = 39 \text{ mg/L}$$

$$R = \left(1 - \frac{39 \text{ mg/L}}{100 \text{ mg/L}} \right) \times 100(\%) = 61\%$$

PFR:

$$C_{A,out} = \left(\frac{1}{100 \text{ mg/L}} + 0.039 \text{ L/mg} \right)^{-1} = 20 \text{ mg/L}$$

$$R = \left(1 - \frac{20 \text{ mg/L}}{100 \text{ mg/L}}\right) \times 100(\%) = 80\%$$

ii. 1000 mg/L

CMFR:

$$C_{A,out} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4kt_0 C_{A,in}}}{2kt_0} = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4 \cdot 0.039 \text{ L/mg} \cdot 1000 \text{ mg/L}}}{2 \cdot 0.039 \text{ L/mg}} = 150 \text{ mg/L}$$

$$R = \left(1 - \frac{150 \text{ mg/L}}{1000 \text{ mg/L}}\right) \times 100(\%) = 85\%$$

PFR:

$$C_{A,out} = \left(\frac{1}{1000 \text{ mg/L}} + 0.039 \text{ L/mg}\right)^{-1} = 25 \text{ mg/L}$$

$$R = \left(1 - \frac{25 \text{ mg/L}}{1000 \text{ mg/L}}\right) \times 100(\%) = 97.5\%$$

4) 위 풀이와 수업 시간의 논의로부터 다음에 대하여 고찰하시오. (답안은 단답형으로 작성해도 무방하며, 그 대신 원리에 대하여 스스로 생각해 봅시다!) (5점)

- i) 어떤 물질의 제거 반응이 2차 반응일 때, steady-state CMFR과 PFR 중 제거효율의 측면에서 유리한 반응조의 형태는?
- ii) 어떤 물질의 제거 반응이 1차 반응일 때, steady-state CMFR과 PFR 각각에서 유입수 농도에 따라 제거 효율은 어떻게 달라지는가?
- iii) 어떤 물질의 제거 반응이 2차 반응일 때, steady-state CMFR과 PFR 각각에서 유입수 농도에 따라 제거 효율은 어떻게 달라지는가?

답)

- i) PFR이 보다 유리함. 2차 반응은 반응 속도 dC_A/dt 가 농도의 제곱에 비례하는 반응임. PFR은 유입수 유입 후 높은 농도에서 출발하여 물이 흐름에 반응이 진행되어 농도가 줄어들수록 초반부 높은 농도 시점(큰 C_A)에서 빠른 반응(큰 dC_A/dt)이 일어남. 그러나 CMFR은 유입수가 완전 혼합 반응조에 들어가 낮은 농도 조건에서 처음부터 반응이 일어나므로 같은 체류시간 기준으로 반응 속도 dC_A/dt 가 느릴 수밖에 없음.
- ii) 변화하지 않음. 수업에서 논의한 반응조 해석으로부터 1차 반응은 PFR과 CMFR 모두 제거효율이 유입농도의 함수가 아님을 알 수 있음.
- iii) 유입수 농도가 높을수록 제거 효율은 높아짐. 2차 반응은 1차 반응에 비하여 반응 속도 dC_A/dt 의 농도 영향이 더 큰 반응임. 따라서 1차 반응의 제거효율이 유입농도의 함수가 아니라면 2차 반응의 제거효율은 유입농도가 높을수록 높을 것임을 유추할 수 있음.

9. 대기 중의 탄소를 해양의 심층부로 이동시키는 기작인 solubility pump와 biological pump에 대하여 조사하여 간단히 설명하시오. (10점)

답)

Solubility pump: 해수 표면에서 냉각된 물이 그에 따라 높은 이산화탄소 용해도를 가져 대기 중의 이산화탄소를 용해시키고, 밀도차에 의하여 하부로 이동함으로써 대기 중의 이산화탄소를 심해로 이동

Biological pump: 해수 표면의 식물성 플랑크톤이 대기 중의 이산화탄소를 광합성을 통하여 생체의 유기탄소(바이오매스)로 전환하고, 이 사체가 가라앉으면서 탄소를 심해로 이동