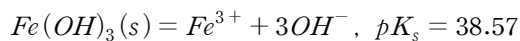


과제 #1 - Solutions

제출일시: 9/28 23:59

* 과제는 여러분들의 자가학습을 위한 것으로, 정답을 기준으로 채점하지 않고 본인이 직접 문제를 해결했는지 여부로 평가합니다. 문제풀이를 한 노력이 보이면 감점은 전혀 없습니다. 답안 작성을 하지 않았을 경우 해당 문제를 0점, 한 문제라도 다른 이의 답안을 그대로 활용한 것이 분명할 경우 해당 과제 전체를 0점 처리합니다.

1. FeCl₃ 1.0 mg를 플라스크에 넣고 증류수와 HCl, NaOH를 이용하여 pH 2.0, 7.0, 12.0인 1.00 L 용액을 각각 제조하였다. 묽은 용액(몰농도=활성도)과 침전-용해 평형을 가정하여 다음 질문에 답하시오. 다음의 반응을 참조하고, 온도는 25°C로 가정하시오.



- 1) 각 pH에서 용해된 Fe³⁺ 이온의 농도를 mM과 mg/L 단위로 구하시오. (18점)

답)

$$[Fe^{3+}][OH^-]^3 = K_s = 10^{-38.57} \quad (1)$$

$$[H^+][OH^-] = K_w = 10^{-14} \quad (2)$$

(2)로부터 pH = 2.0, 7.0, 12.0에서 [OH⁻]는 각각 10^{-12.0}, 10^{-7.0}, 10^{-2.0} M임.

이를 (1)에 대입하면,

pH = 2.0에서

$$[Fe^{3+}] = 2.69 \times 10^{-3} M = 2.69 mM$$

pH = 7.0에서

$$[Fe^{3+}] = 2.69 \times 10^{-18} M = 2.69 \times 10^{-15} mM$$

pH = 12.0에서

$$[Fe^{3+}] = 2.69 \times 10^{-33} M = 2.69 \times 10^{-30} mM$$

그런데, FeCl₃ 1.0 mg을 1.00 L에 녹였을 때 용해 가능한 최대 Fe³⁺ 이온의 농도를 구하면 (Fe 원자량 55.85, Cl 원자량 35.45),

$$\frac{1.5 \text{ mg/L}}{\{55.85 + 3 \times 35.45\} \text{ mg/mole}} = 6.17 \times 10^{-3} \text{ mmole/L (mM)} < 2.69 \text{ mM}$$

따라서 Fe³⁺의 농도는

pH 2.0에서 6.17×10^{-3} mM, pH 7.0에서 2.69×10^{-15} mM, pH 12.0에서 2.69×10^{-30} mM

이를 mg/L로 환산하면,

pH = 2.0에서

$$6.17 \times 10^{-3} \text{ mmole/L} \times 55.85 \text{ mg/mmole} = 0.345 \text{ mg/L}$$

pH = 7.0에서

$$2.69 \times 10^{-15} \text{ mmole/L} \times 55.85 \text{ mg/mmole} = 1.50 \times 10^{-13} \text{ mg/L}$$

pH = 12.0에서

$$2.69 \times 10^{-30} \text{ mmole/L} \times 55.85 \text{ mg/mmole} = 1.50 \times 10^{-28} \text{ mg/L}$$

따라서 Fe^{3+} 의 농도를 mg/L 단위로 표현하면,

pH 2.0에서 0.345 mg/L, pH 7.0에서 1.50×10^{-13} mg/L, pH 12.0에서 1.50×10^{-28} mg/L

- 2) 철, 알루미늄, 납 등 중금속은 일반적으로 수산화물 침전(예: $\text{Fe}(\text{OH})_2$, $\text{Fe}(\text{OH})_3$, $\text{Al}(\text{OH})_3$, $\text{Pb}(\text{OH})_2$)을 형성한다. 위 연습문제를 통해 얻은 pH에 따른 중금속 수산화물 용해도에 대한 결론을 고려할 때, 중금속 수산화물이 존재하는 토양에 산성비가 내려 토양이 산성화되었을 경우 어떠한 현상이 일어날 것으로 예측되는가? 간단히 답하시오. (7점)

답)

수산화물의 용해도는 pH의 감소에 따라 급격히 증가하므로, 토양이 산성화되었을 경우 중금속이 용해되어 그 이동성이 크게 향상될 것이다(즉, 용출이 발생할 것이다).

(참고: 특히 알루미늄 이온은 동식물에 대한 독성이 강하므로 산성비에 의한 알루미늄의 용출은 식물 고사 등의 큰 원인이 된다)

2. 0.15 g의 아세트산(CH_3COOH)을 플라스크에 넣고 순수한 물(H_2O)을 첨가하여 1.00 L의 용액을 제조하였다. 아세트산은 온도 25°C 에서 pK_a 값이 4.75인 약산으로, 수용액에서 양성자가 해리된 형태인 아세트산 이온(CH_3COO^- , acetate) 또는 양성자가 결합한 형태인 아세트산(CH_3COOH , acetic acid)으로 존재한다. 편의상 제조한 용액의 온도는 25°C 이고, 수용액의 활성도는 몰농도와 같다고 가정하자.

이 수용액을 만들기 위해 투입한 화합물은 CH_3COOH 와 H_2O 이며, CH_3COOH 는 CH_3COO^- 이온과 H^+ 이온을 H_2O 는 해리되어 H^+ 이온과 OH^- 이온을 생성할 수 있다. 따라서, 이 수용액에는 궁극적으로 CH_3COO^- , H^+ , OH^- 등 이온 세 종과 CH_3COOH , H_2O 등 분자 두 종이 존재한다. 이 수용액에 존재하는 이온들간에는 우리가 수업을 통하여 학습한 물의 해리상수(dissociation constant of water), 산의 해리상수(acid dissociation constant)에 더하여, 전기적 중성의 규칙(electroneutrality principle)이라 부르는 관계가 성립한다. 전기적 중성의 규칙이란 수용액 내의 (+) 전하와 (-) 전하의 합이 동일하다는 것이다. 이 수용액에 대하여 전기적 중성의 규칙은 다음과 같이 표현된다.

$$[\text{H}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{CH}_3\text{COO}^-]$$

이때, 다음 물음에 답하시오.

- 1) 이 수용액에 존재하는 CH_3COO^- 이온과 CH_3COOH 분자의 몰농도의 합 $C_T = [\text{CH}_3\text{COO}^-] + [\text{CH}_3\text{COOH}]$ 를 구하시오(단위: M). (5점)

답)

각 원소의 원자량 - C : 12, H : 1, O : 16 , Na : 23

첨가된 CH_3COOH

$$= \frac{0.15 \text{ g}}{(2 \times 12 + 4 \times 1 + 2 \times 16) \text{ g/mole}} = 2.5 \times 10^{-3} \text{ mole}$$

이를 물에 녹여 1.00 L의 수용액을 만들었으므로, $C_T = 2.5 \times 10^{-3} \text{ M}$

- 2) 이 수용액에 존재하는 이온들간에 성립하는 세 가지 규칙에 대한 위 설명과 1)에서 도출한 관계를 이용하여 이 수용액에 존재하는 각 이온의 농도와 pH를 구하시오. (20점)

답)

궁극적으로 이 수용액에 존재하는 화학종들간에는 다음의 네 관계가 성립한다.

$$[\text{CH}_3\text{COO}^-] + [\text{CH}_3\text{COOH}] = C_T = 2.5 \times 10^{-3} \quad (1) \text{ (질량 보존의 법칙)}$$

$$[\text{H}^+] = [\text{OH}^-] + [\text{CH}_3\text{COO}^-] \quad (2) \text{ (전기적 중성의 법칙)}$$

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = K_w = 10^{-14} \quad (3) \text{ (물의 해리상수)}$$

$$\frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-][\text{H}^+]}{[\text{CH}_3\text{COOH}]} = K_a = 10^{-4.75} \quad (4) \text{ (산의 해리상수)}$$

위 네 식을 이루는 변수(화학종 농도)는 네 개이며, 다양한 수학적 방법을 활용하여 각 변수값을 계산할 수 있다. 예를 들어, 네 개의 식을 그대로 활용하여 정리하면 한 변수에 대한 3차 방정식을 도출할 수 있으며, 이를 공학용 계산기, Excel 등 3차방정식의 해를 제공하는 다양한 툴을 활용하여 그 변수값을 계산해 낼 수 있다.

여기에서는 3차방정식의 해를 제공하는 툴을 사용하지 않고도 변수값을 계산할 수 있는 방법을 소개한다.

순수한 물에 아세트산을 녹인 용액의 pH는 산성일 것으로 예상된다(물에 약산을 녹였으므로).

따라서, 식 (2)에서 $[\text{H}^+] \gg [\text{OH}^-]$ 임을 가정하자. 즉,

$$[\text{H}^+] \approx [\text{CH}_3\text{COO}^-] \quad (5)$$

이를 식 (4)에 대입하고 정리하면,

$$[\text{CH}_3\text{COOH}] = \frac{[\text{H}^+]^2}{10^{-4.75}} \quad (6)$$

위 두 식을 식 (1)에 대입하면,

$$10^{4.75}[\text{H}^+]^2 + [\text{H}^+] - (2.5 \times 10^{-3}) = 0$$

근의 공식을 이용하면,

$$[H^+] = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 + 4 \times 10^{4.75} \times (2.5 \times 10^{-3})}}{2 \times 10^{4.75}}$$

두 해 중 양수인 것만 취하면,

$$[H^+] = 2.02 \times 10^{-4} M$$

식 (3)에 따라,

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{2.02 \times 10^{-4}} = 4.95 \times 10^{-11} M \quad (7)$$

이로써 가정 $[H^+] \gg [OH^-]$ 는 유효함이 검증되었으며 식 (5)가 거의 정확히 성립한다. 따라서,

$$[CH_3COO^-] = 2.02 \times 10^{-4} M$$

이 수용액의 pH는

$$pH = -\log[H^+] = -\log(2.02 \times 10^{-4}) = 3.69$$

3. 지하수 시료를 분석하여 다음 결과를 얻었다. 다음 물음에 답하시오.

항목	이온량(ionic weight)	결과
Na ⁺	23.0	230.0 mg/L
K ⁺	39.1	39.1 mg/L
Ca ²⁺	40.1	200.0 mg/L
Mg ²⁺	24.3	12.15 mg/L
Cl ⁻	35.5	71.0 mg/L
HCO ₃ ⁻	61.0	610.0 mg/L
SO ₄ ²⁻	96.1	480.5 mg/L
pH	-	7.0
Temperature	-	25 °C

1) 이 시료의 이온강도(ionic strength)를 구하시오. (13점)

답)

우선, 각 이온의 농도 단위를 몰농도로 바꿔야 함.

$$concentration \text{ (in mM)} = \frac{concentration \text{ (in mg/L)}}{ionic \text{ weight (mg/mole)}}$$

항목	이온량(ionic weight)	농도(mg/L)	농도(C _i , mM)	전하량(z _i)
Na ⁺	23.0	230.0	10.0	1
K ⁺	39.1	39.1	1.00	1
Ca ²⁺	40.1	200.5	5.00	2
Mg ²⁺	24.3	12.15	0.500	2
Cl ⁻	35.5	71.0	2.00	1
HCO ₃ ⁻	61.0	610.0	10.0	1
SO ₄ ²⁻	96.1	480.5	5.00	2

이 시료에는 HCO₃⁻의 해리에 의하여 소량의 CO₃²⁻ 또한 존재한다. 그러나 pH가 7.0로 탄산(H₂CO₃)의 pK_{a2} 값이 10.33으로 pH가 pK_{a2}보다 충분히 낮으므로, CO₃²⁻의 존재량은 미미하

다. 굳이 계산을 하자면,

$$K_{a2} = \frac{[CO_3^{2-}][H^+]}{[HCO_3^-]}$$

$$[CO_3^{2-}] = K_{a2} \cdot \frac{[HCO_3^-]}{[H^+]} = 10^{-10.33} \cdot \frac{0.01 M}{10^{-7.0} M} = 4.68 \times 10^{-6} M = 0.281 mg/L$$

으로 HCO_3^- 의 농도에 비해 2000배 가량 낮음을 확인할 수 있다. 따라서, CO_3^{2-} 를 제외하고 계산하면,

$$I = \frac{1}{2} \sum C_i z_i^2$$

$$= \frac{1}{2} \times (10.0 \times 1^2 + 1.00 \times 1^2 + 5.00 \times 2^2 + 0.500 \times 2^2 + 2.00 \times 1^2 + 10.0 \times 1^2 + 5.00 \times 2^2)$$

$$\times 10^{-3} mM/M$$

$$= 0.03225$$

2) 이 시료의 알칼리도(alkalinity)를 mg/L as $CaCO_3$ 단위로 구하시오. (7점)

답)

이 시료는 중성 pH에 가까우므로,

$$Alk \approx [HCO_3^-] = 10.0 meq/L = 500 mg/L as CaCO_3$$

확인을 위하여 H^+ , OH^- , CO_3^{2-} 를 모두 포함하여 계산해 보면,

$$[H^+] = 10^{-7.0} M = 10^{-4.0} mM, [OH^-] = \frac{K_w}{[H^+]} = \frac{10^{-14}}{10^{-7.0} M} = 10^{-7.0} M = 10^{-4.0} mM \text{ 이므로,}$$

$$Alk = [HCO_3^-] + 2[CO_3^{2-}] + [OH^-] - [H^+]$$

$$= 10.0 mM + 2 \times 4.68 \times 10^{-3} mM + 10^{-4.0} mM - 10^{-4.0} mM$$

$$= 10.0 meq/L + 9.36 \times 10^{-3} meq/L$$

$$\approx 10.0 meq/L \text{ (} CO_3^{2-} \text{에 의한 기여분이 유효숫자에 미치지 못함)}$$

$$= 500 mg/L as CaCO_3$$

4. 일반적으로는 바이러스(virus)는 생명체로 분류되지 않는다. 일반적인 생명체에 대한 바이러스의 유사성과 차별성에 대하여 각각 서술하시오. (10점)

답)

유사성:

- 유전물질의 존재 (DNA 또는 RNA)
contains genetic molecules (DNA or RNA)
- 자연적으로 진화
evolves by natural selection
- 번식

reproduces

차별성:

- 자체적으로 대사작용을 하지 못하며, 새로운 물질을 만들기 위해 숙주세포가 필요
does not have its own metabolism, and requires a host cell to make new products
- 숙주세포 외부에서는 번식 불가
cannot reproduce outside of a host cell

5. 그간 자취방에서 흡연을 하지 않다가 코로나 걱정에 처음으로 방 안에서 흡연을 하였다. 그런데 하필이면 흡연을 막 마치려던 차에 집주인으로부터 방문하고 싶다는 연락을 받았다. 집주인에게 자취방에서 흡연하는 것을 들키고 싶지 않아 속히 창문을 열어 환기를 시키기 시작했다. 연락 시점의 자취방 내 담배연기 농도는 100 mg/m^3 , 자취방의 총 공기부피가 50 m^3 이고, 창문을 열었을 때 방 내부 공기의 외부 공기와의 치환 속도는 $2 \text{ m}^3/\text{min}$ 이며, 자취방 내부의 공기는 완전혼합(completely mixed)된다고 가정하자. 집주인이 담배연기 농도가 1 mg/m^3 미만이어야 냄새를 느낄 수 없다고 한다면, 집주인이 몇 시간 이후에 방문하여야 흡연을 들키지 않을 수 있겠는가? (단, 외부 공기에는 담배연기가 전혀 없고, 담배연기는 별도로 공기 중에서 반응하지 않는다고 가정) (10점)

답)

별도로 일어나는 반응은 없으므로, CMFR solution 중 반응이 없는 케이스에 대한 다음의 식 활용

$$C_{out,t} = C_o \left[\exp\left(-\frac{t}{t_o}\right) \right] + C_{in} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{t_o}\right) \right]$$

여기서, 외부로부터 들어오는 공기의 농도 C_{in} 은 0이므로

$$C_{out,t} = C_o \left[\exp\left(-\frac{t}{t_o}\right) \right]$$

$$t = t_o \cdot \ln \frac{C_o}{C_{out,t}}$$

$$t_o = \frac{V}{Q} = \frac{50 \text{ m}^3}{2 \text{ m}^3/\text{min}} = 25 \text{ min}$$

$$t = 25 \text{ min} \cdot \ln \frac{100}{1} = 115 \text{ min} = 1.92 \text{ hr}$$

6. 정수장에서 염소소독으로 병원균을 제거하고자 한다. 병원균 제거는 1차반응을 따르고, 반응상수(reaction constant)는 $1.0/\text{min}$ 이다. 염소소독으로 병원균 99.9% 제거를 목표로 하고, PFR과 CMFR 중 어떤 반응조를 사용할 것인지 결정하고자 한다. 유입유량이 $20 \text{ m}^3/\text{min}$ 일 때, PFR과 CMFR 각각에서 필요한 반응조 부피를 구하시오. (10점)

답)

i) PFR

$$\frac{C_{out}}{C_{in}} = e^{-kt}, \quad t_0 = -\frac{1}{k} \cdot \ln\left(\frac{C_{out}}{C_{in}}\right) = -\frac{1}{1.0/\text{min}} \cdot \ln 0.001 = 6.91 \text{ min}$$

$$V = Q \cdot t_0 = (20 \text{ m}^3/\text{min}) \cdot (6.91 \text{ min}) = 138 \text{ m}^3$$

ii) CMFR

$$\frac{C_{out}}{C_{in}} = \frac{1}{1+kt_0}, \quad t_0 = \frac{1}{k} \left(\frac{C_{in}}{C_{out}} - 1 \right) = \frac{1}{1.0/\text{min}} (1000 - 1) = 999 \text{ min}$$

$$V = Q \cdot t_0 = (20 \text{ m}^3/\text{min}) \cdot (999 \text{ min}) = 19980 \text{ m}^3$$

필요 부피는 PFR이 훨씬 작으므로, 제거효율 측면에서는 PFR로 결정하는 것이 합리적임.