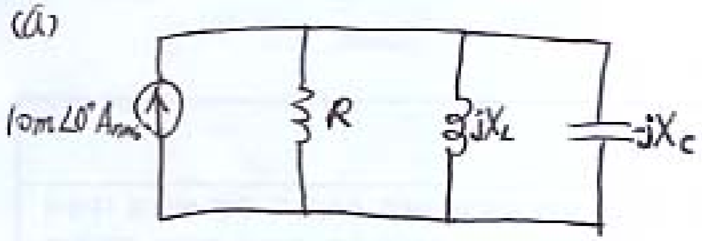
1.

①

(a)



$$X_L = \omega L = 2\pi f L$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

$$Y_T = \frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L} + \frac{1}{-jX_C} = \frac{1}{R} + j\left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)$$

Since the phase angle of the current source is 0°,

the circuit will resonate (electrically) when $\left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right) = 0$.

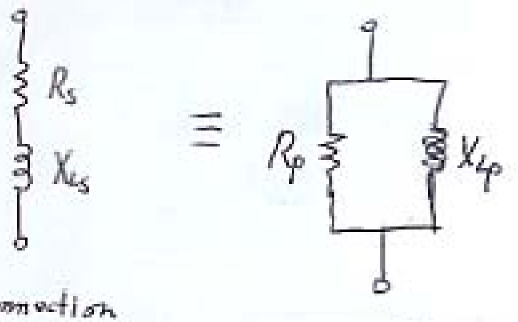
$$\Rightarrow X_C = X_L$$

$$\frac{1}{\omega_s C} = \omega_s L \Rightarrow \omega_s^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \omega_s = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\Rightarrow \omega_s = \frac{1}{\sqrt{24\mu \cdot 15n}} = 1.667M\,(\text{rad/s})$$

$$f_s = \frac{\omega_s}{2\pi} = 265258\ [\text{Hz}]$$

(b)



Series connection

$$Y_{Ts} = \frac{1}{R_s + jX_{Ls}} = \frac{R_s - jX_{Ls}}{R_s^2 + X_{Ls}^2} = \frac{R_s}{R_s^2 + X_{Ls}^2} - j\frac{X_{Ls}}{R_s^2 + X_{Ls}^2}$$

parallel connection

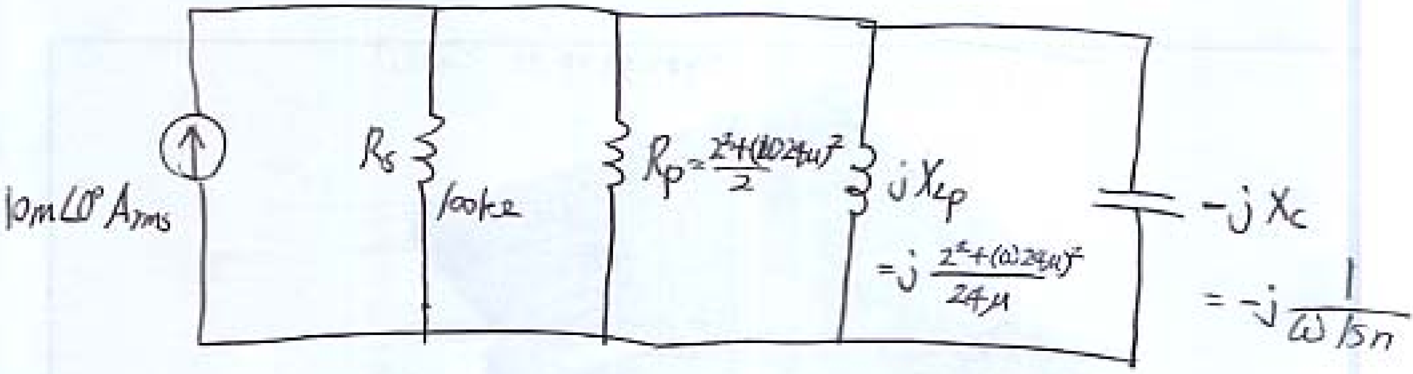
$$Y_{Tp} = \frac{1}{R_p} + \frac{1}{jX_{Lp}} = \frac{1}{R_p} - j\frac{1}{X_{Lp}}$$

$$\Rightarrow R_p = \frac{R_s^2 + X_{Ls}^2}{R_s}, \quad X_{Lp} = \frac{R_s^2 + X_{Ls}^2}{X_{Ls}}$$

Substituting the values into this equations gives

$$\boxed{R_p = \frac{2^2 + (\omega\, 24\mu)^2}{2}\ (\Omega) \qquad X_{Lp} = \frac{2^2 + (\omega\, 24\mu)^2}{\omega\, 24\mu}\ (H)}$$

(C)



$$Y_T = \frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_p} + j\left(\frac{1}{X_c} - \frac{1}{X_{Lp}}\right)$$

Since the phase angle of the current source is 0°, the circuit will resonate (electrically) when $\left(\frac{1}{X_c} - \frac{1}{X_{Lp}}\right) = 0$.

$\Rightarrow X_c = X_{Lp}$ (note $X_{Ls} = \omega L$)

$$\frac{R_s^2 + X_{Ls}^2}{X_{Ls}} = X_c \quad , \quad R_s^2 + X_{Ls}^2 = X_c X_{Ls} = \frac{1}{\omega C}\omega L = \frac{L}{C}.$$

$$\Rightarrow X_{Ls}^2 = \frac{L}{C} - R_s^2 \quad , \quad X_{Ls} = 2\pi f_p L = \sqrt{\frac{L}{C} - R_s^2}.$$

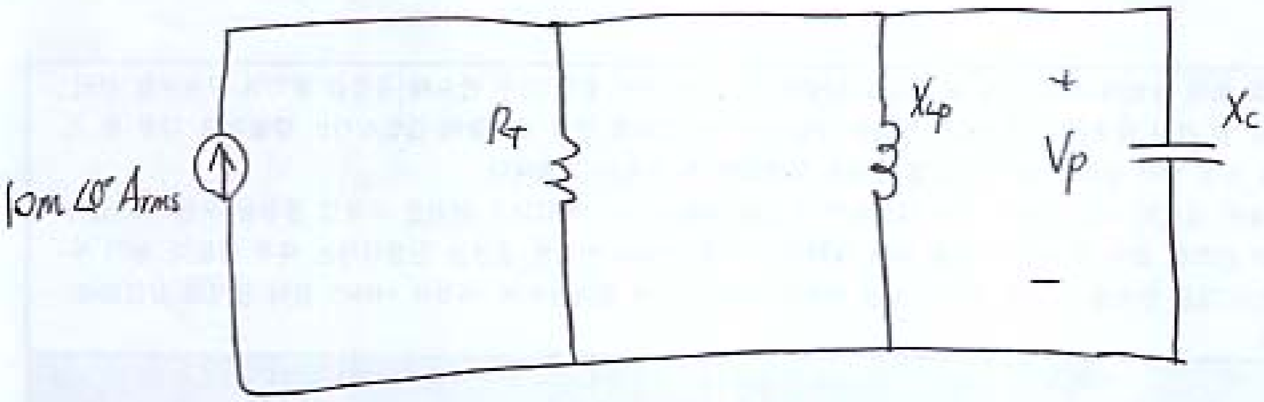
$$\therefore f_p = \frac{1}{2\pi L}\sqrt{\frac{L}{C} - R_s^2} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\sqrt{1 - \frac{R_s^2}{(L/C)}}$$

$$= f_s \sqrt{1 - \frac{R_s^2}{(L/C)}}.$$

Substituting ckt values into the equation gives

$$f_p = 264926 \text{ [Hz]}$$

(d)



$$R_T = \left(100k \; // \; \frac{2^2+(2\pi f_p \cdot 24\mu)^2}{2}\right) \; [\Omega] = 800\Omega$$

$$X_{Lp} = \frac{2^2+(2\pi f_p \cdot 24\mu)^2}{2\pi f_p \cdot 24\mu} \quad [\Omega] \doteqdot 40\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega_p 15n} \quad [\Omega] \doteqdot 40\Omega$$

☆

(e)

$$Q_p = \frac{\text{Reactive power}}{\text{Average power}} \left(= \frac{\text{stored energy}}{\text{dissipated energy}} \right)$$ more generally (at unity power factor)

$$= \frac{V_p^2/X_{Lp}}{V_p^2/R} = \frac{R_T}{X_{Lp}} = \frac{R_S // R_P}{X_{Lp}}$$

$$= \frac{100k \; // \; \frac{2^2+(2\pi f_p \, 24\mu)^2}{2}}{\frac{2^2+(2\pi f_p \cdot 24\mu)^2}{2\pi f_p \cdot 24\mu}} \qquad f_p = 264926 \; [Hz]$$

$$\Rightarrow \boxed{Q_p \doteqdot 20}$$

(f) at cutoff frequency total impedance is $\frac{R_T}{\sqrt{2}}$

$$|Z| = \frac{1}{\left|\frac{1}{R_T} + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})\right|} = \frac{R_T}{\sqrt{2}}$$

$\Downarrow$ inverse, square

$$\frac{2}{R_T^2} = \frac{1}{R_T^2} + (\omega C - \frac{1}{\omega L})^2$$

$$\frac{1}{R_T} = \omega C - \frac{1}{\omega L} \quad \text{for } \omega C \geq \frac{1}{\omega L} \quad ①$$

$$\frac{1}{R_T} = -(\omega C - \frac{1}{\omega L}) \quad \text{for } \omega C \leq \frac{1}{\omega L} \quad ②$$

① & ② gives

$$\omega^2 - \frac{1}{R_T C}\omega - \frac{1}{LC} = 0 \quad \cdots ①'$$

$$\omega^2 + \frac{1}{R_T C}\omega - \frac{1}{LC} = 0 \quad \cdots ②'$$

for ①'

$$\omega = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{R_T C} + \sqrt{(\frac{1}{R_T C})^2 + \frac{4}{LC}}\right] \rightarrow \omega_2$$

$$\omega = \frac{1}{2}\left[-\frac{1}{R_T C} + \sqrt{(\frac{1}{R_T C})^2 + \frac{4}{LC}}\right] \rightarrow \omega_1$$

$$BW = f_2 - f_1 = \frac{1}{2\pi}(\omega_2 - \omega_1) = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{R_T C}$$

$$R_T = R_s \parallel R_p|_{\omega=\omega_p} = 800\Omega$$

$$C = 15nF$$

$$\Rightarrow \boxed{BW = 13.26\ kHz}$$

$$f_2 = f_p + \frac{BW}{2} = 271557\,[Hz]$$

$$f_1 = f_p - \frac{BW}{2} = 258294\,[Hz]$$

(g) $Q_\ell = \dfrac{X_{Ls}}{R_{Ls}}$

at resonant frequency $f_s = 265258$ [Hz]

$$Q_\ell = \frac{2\pi \cdot 265258 \cdot 24 \cdot 10^{-6}}{2} \cong 20.$$

Since Q_ℓ is large, (≥ 10)

① $X_{Lp} = \dfrac{R_s^2 + X_{Ls}^2}{X_{Ls}} = \dfrac{R_{Ls}^2 X_{Ls}}{X_{Ls}^2} + X_{Ls} = \dfrac{X_{Ls}}{Q_\ell^2} + X_{Ls} \approx X_{Ls}.$

② $R_p = \dfrac{R_{Ls}^2 + X_{Ls}^2}{R_{Ls}} = R_{Ls} + \dfrac{X_{Ls}^2 R_{Ls}}{R_{Ls}^2} = R_{Ls} + R_{Ls} Q_\ell^2 \approx R_{Ls} Q_\ell^2.$

③ $Z_{Tp} \cong R_s \parallel R_p = R_s \parallel Q_\ell^2 R_{Ls} \approx Q_\ell^2 R_\ell$ (note $R_s = 100k\Omega$)

at resonance,

$Z_{Tp} = Q_\ell^2 R_{Ls}$

$V_C = V_L = V_R = I_T Z_{Tp} = I_T Q_\ell^2 R_{Ls}$

$I_C = \dfrac{V_C}{X_C} = \dfrac{I_T Q_\ell^2 R_{Ls}}{X_C} \Rightarrow Q_\ell I_T.$

(note) at resonance $X_{Lp} \approx X_C$ and $\underline{X_{Ls} = Q_\ell R_{Ls}}$ (for large Q $X_{Lp} \approx X_{Ls}$)

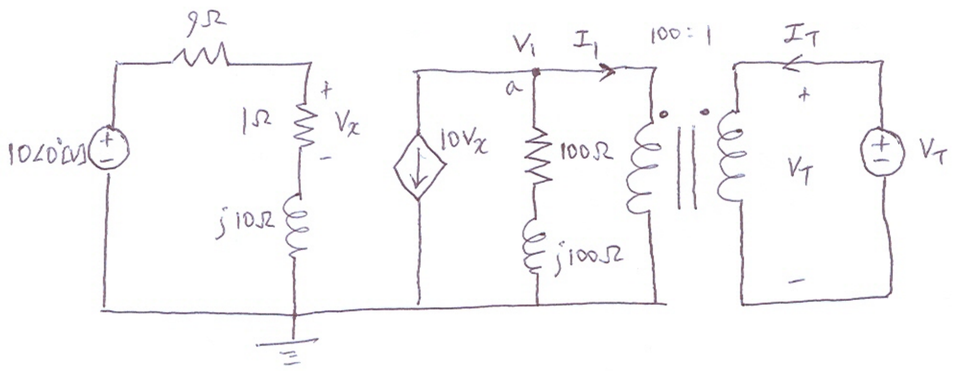
$Q_\ell \cong 20$, $I_T = 10m\angle 0°$ Arms.

$$\boxed{\text{magnitude of } I_C \simeq 20 \cdot 10m = 0.2 \text{ Arms}}$$

2.

[2] 0.01Ω 저항과 미지의 소자 X 의 좌측에 대한 테브난 등가회로를 구해보자.

준 회로를 phasor 회로로 적용시켜보면 아래와 같다.



$$V_x = \frac{1}{9+1+j10} \times 10\angle 0^\circ = \frac{1}{1+j}$$: voltage divider ····· ①

$$10V_x + \frac{V_1}{100+j100} + I_1 = 0$$: KCL at node a ···· ②

$$\frac{V_T}{V_1} = \frac{1}{100}, \quad 100I_1 + I_T = 0$$: Ideal Transformer ···· ③

위 식을 V_T 와 I_T 에 대해 정리해보면 ①, ③ → ②

$$10 \times \frac{1}{1+j} + \frac{100V_T}{100+j100} + \left(-\frac{1}{100}I_T\right) = 0$$

정리하면 $V_T = \left(\frac{1}{100} + j\frac{1}{100}\right)I_T - 10$ [V]

따라서 $Z_{TH} = \frac{1}{100} + j\frac{1}{100}$ [Ω], $V_{TH} = -10$ [V] 이다.

(a) 최대전력전달은 소자 X의 impedance를 Z_X 라고 했을 때

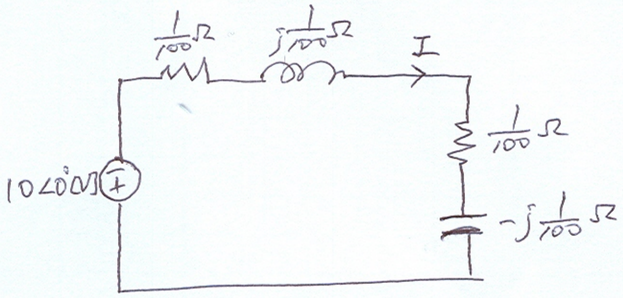
$$0.01 + Z_X = Z_{TH}^{*} \quad 일때 이므로$$

$$0.01 + Z_X = Z_{TH}^{*} = \frac{1}{100} - j\frac{1}{100} \quad 이고$$

$$Z_X = -j\frac{1}{100}\ [\Omega] \quad 이 되어야 한다.$$

따라서 소자 X는 Capacitor 이고, 소자값은 $\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{10C} = \frac{1}{100}$, $C = 10\ [F]$

(b) 테브난 등가회로로 표현하면



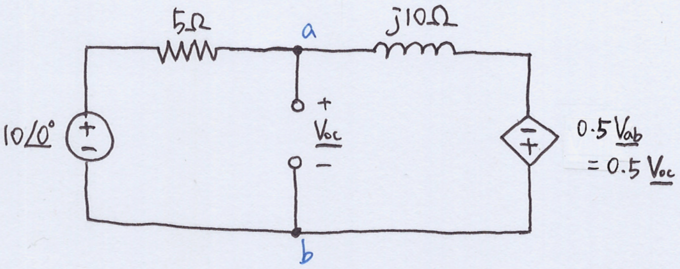
$$I = \frac{-10}{\frac{1}{100} + j\frac{1}{100} + \frac{1}{100} - j\frac{1}{100}} = -500 + j0\ [A]$$

$$P = \left(\frac{I^2}{2}\right) \times Re(Z) = \frac{-500^2}{2} \times \frac{1}{100} = 1250\ [W]$$

3.

(a)

i) V_{oc}



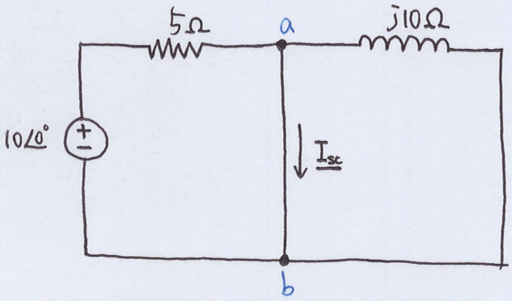
node a에서 KCL을 쓰면,

$$\frac{V_{oc} - 10\angle 0^\circ}{5} + \frac{V_{oc} + 0.5V_{oc}}{j10} = 0$$

$$(j2 + 1.5)\,V_{oc} = (j2)(10\angle 0^\circ)$$

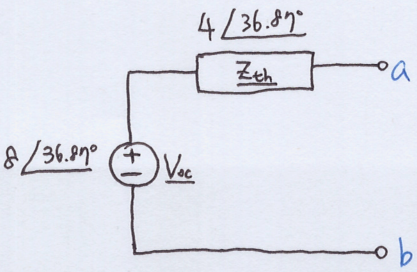
$$V_{oc} = 6.4 + j4.8\ (V) \simeq 8\angle 36.87^\circ\ (V)$$

ii) I_{sc}



$$I_{sc} = \frac{10\angle 0^\circ}{5} = 2\angle 0^\circ\ (A) = 2\ (A)$$

$$\therefore Z_{th} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} = 3.2 + j2.4\ (\Omega) \simeq 4\angle 36.87^\circ\ (\Omega)$$



채점 기준 (a)

- V_{oc}에 관한 식 +3점
- V_{oc}를 제대로 구했을 경우 +1점
- Z_{th}에 관한 식 +3점
- Z_{th}를 제대로 구했을 경우 +1점

(c)

$$P_{max} = \frac{I_m^2 R_L}{2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{|V_{oc}|^2}{(2R_{th})^2}\cdot R_L = \frac{|V_{oc}|^2}{8R_{th}}\ (\because R_{th} = R_L)$$

$$= 2.5\,(W)$$

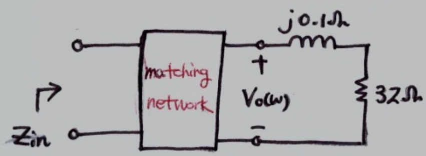
채점 기준 (c)

- P_{max}에 관한 식 +3점
- P_{max}를 제대로 구했을 경우 +1점

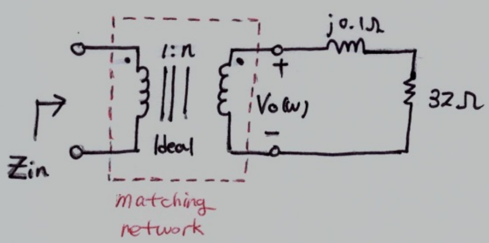
(b) Source의 Thévenin equivalent impedance는 (a)에서 구한 바와 같이 $3.2+j2.4\Omega$ 이므로 load에 최대 power가 전달되기 위한 조건은,

$$Z_{in} = 3.2 - j2.4 [\Omega]$$

($\because$ $Z_{th}^* = Z_{in}$이 maximum power transfer의 조건)



위 그림에서 $Z_{in} = 3.2 - j2.4\Omega$으로 만들기 위해 turn ratio가 n인 ideal transformer를 이용하면, 다음과 같다.

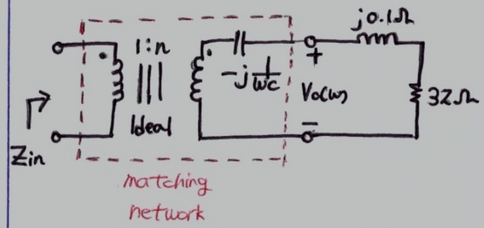


이 때 Z_{in}을 계산하면,

$$Z_{in} = \frac{1}{n^2}(32 + j0.1) \ [\Omega]$$

그런데, 이 경우 Z_{in}의 imaginary part가 positive 이므로 원하는 Z_{in} 값인 $3.2-j2.4\Omega$ 으로 matching 하는 것이 불가능하다.

따라서 Z_{in}의 imaginary part를 negative로 만들기 위해 아래 그림과 같이 capacitor를 추가할 수 있다. (1번째 방법)



이 때 Z_{in}을 계산하면,

$$Z_{in} = \frac{1}{n^2}\left(32 + j0.1 - j\frac{1}{\omega C}\right)$$

$$= \frac{1}{n^2}\left(32 + j0.1 - j\frac{1}{100C}\right)$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{1}{n^2}\left(32 + j0.1 - j\frac{1}{100C}\right) = 3.2 - j2.4$$

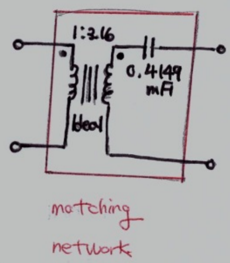
$$\Rightarrow \frac{32}{n^2} = 3.2 \ \cdots ①, \quad \frac{1}{n^2}\left(0.1 - \frac{1}{100C}\right) = -2.4 \ \cdots ②$$

식 ①에서 $n^2 = 10$. 이것을 식 ②에 대입하면

$$\frac{1}{10}\left(0.1 - \frac{1}{100C}\right) = -2.4$$

$\therefore$ $C = 4.149 \times 10^{-4}$ [F], $n = 3.16$

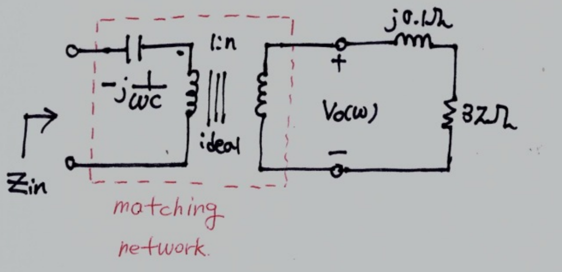
(또는 0.4149 [mF])



capacitor를 다음과 같이 추가해서

matching network를 구성할 수도 있다.

(2번째 방법)



이 때 Zin을 계산하면,

$$Z_{in} = \frac{1}{n^2}(32 + j0.1) - j\frac{1}{\omega C}$$

⇓

$$\frac{1}{n^2}(32 + j0.1) - j\frac{1}{100C} = 3.2 - j2.4$$

$$\Rightarrow \frac{32}{n^2} = 3.2, \quad \frac{0.1}{n^2} - \frac{1}{100C} = -2.4$$

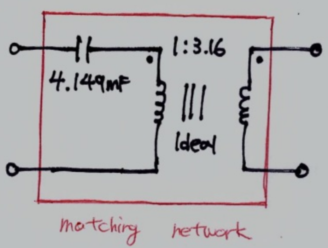
$\cdots$ ③ $\qquad\qquad$ $\cdots$ ④

식 ③에서 $n^2 = 10$, 이것을 식 ④에 대입하면

$$\frac{0.1}{10} - \frac{1}{100C} = -2.4$$

$$\therefore C = \frac{1}{241}\,[F] = 4.149 \times 10^{-3}\,[F]$$

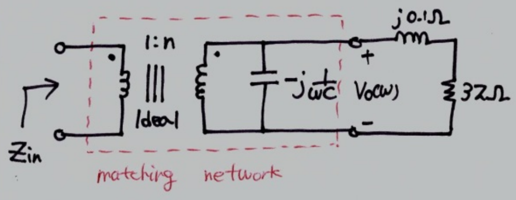
(또는 4.149 mF) , $n = 3.16$



Capacitor를 다음과 같이 추가해서

matching network를 구성할 수도 있다.

(3번째 방법)



$Y_{in} = \frac{1}{Z_{in}}$ 이라 두면,

$$Y_{in} = \frac{1}{Z_{in}} = \frac{1}{3.2 - j2.4}$$

$$= n^2 \left(j100C + \frac{1}{32 + j0.1} \right)$$

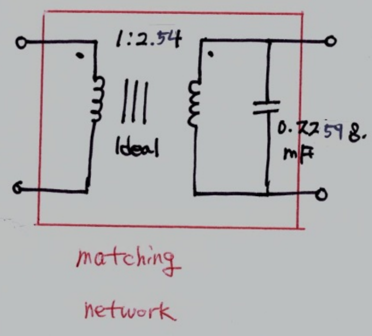
이 식을 계산하면

$n^2 = 20/3.1$ 이고 C를 계산하면

$$C = 2.2598 \times 10^{-4}\,[F]$$

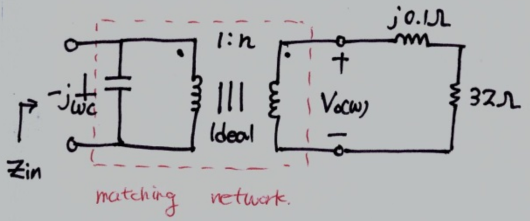
$\therefore$ $C = 2.2598 \times 10^{-4}\,[F]$, $n = 2.54$

(또는 0.22598 mF)



capacitor를 다음과 같이 추가해서 matching network를 구성할 수도 있다.

(4번째 방법)



$Y_{in} = \frac{1}{Z_{in}}$ 이라 두면,

$$Y_{in} = \frac{1}{Z_{in}} = \frac{1}{3.2 - j2.4}$$

$$= j100C + \frac{n^2}{32 + j0.1}$$

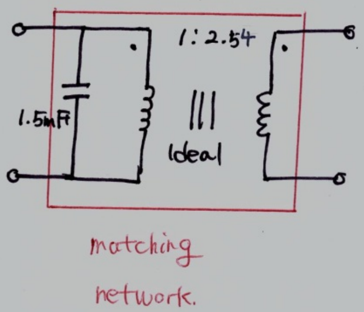
이 식을 계산하면

$n^2 = 20/3.1$이고 C를 계산하면

$C = 1.5 \times 10^{-3}$ [F]

∴ $C = 1.5 \times 10^{-3}$ [F], $n = 2.54$

(또는 1.5mF).



채점 기준 (b)

- maximum power transfer 조건을 이용해서 요구되는 Zin 값을 제대로 구했을 경우 + 3점
  - 조건만 쓴 경우 −1점
  - 그 외에 부분 점수 없음
- Ideal transformer 만으로 matching이 불가능 한 것을 언급 + 1점
- Capacitor를 도입해서 Zin 또는 Yin 대한 식 유도 + 2점
  - 식 틀린 경우 부분 점수 없음.
- C 값 +1점, n 값 +1점
  - 식은 맞으나 답이 틀린 경우 (계산실수) 식에 대한 점수만 부여.
- 풀이에서 제시된 방법들 중 한 가지 방법만 제시해도 점수 부여.

- Resistor의 경우는 matching network에서 power loss가 있으므로 사용할 수 없고, Inductor의 경우 Zin의 imaginary part를 negative로 만들 수 없으므로 사용할 수 없다.

- R이나 L만 쓴 경우 점수 부여하지 않음.

4.

(a)

조건 1과 조건 2에서

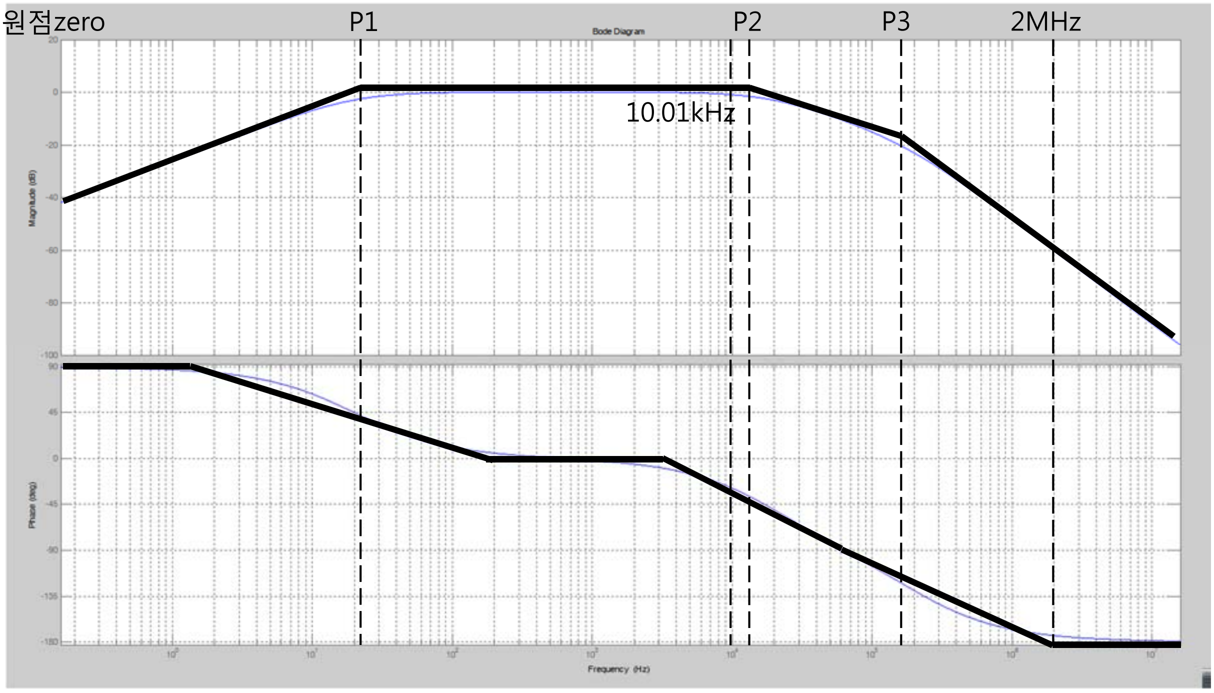
$$f_1 = 10.01 * 10^3 - \frac{19.98 * 10^3}{2} = 20Hz$$

$$f_2 = 10.01 * 10^3 + \frac{19.98 * 10^3}{2} = 20kHz$$

따라서 가청 주파수 영역(20Hz~20kHz)에서 통과시키는 필터를 설계하는 문제이다.

조건에 의해 pole 끼리 서로 간섭하지 않는다고 가정할 수 있기 때문에 근접선을 이용하여 설계하여도 비교적 정확하게 필터를 설계 할 수 있다. (이때, 조건에 의해 한 주파수에 두 개의 pole을 위치시키는 것은 허용되지 않는다.)

2MHz 에서 -60dB가 되기 위해서 20kHz~2MHz 사이에 pole이 하나 더 필요한데, 조건에 의해 200kHz 에만 pole을 놓을 수 있다. 따라서 bode plot은 다음과 같다.



[a번 채점기준]

Magnitude bode plot 을 제대로 그린 경우 (4 점)

- 통과 대역 경계 주파수 f1,f2를 제대로 구하고 표시한 경우 +1점
- 200kHz 에 pole을 위치 시킨 경우 +1점
- 구한 pole에 맞게 근사적으로 bode plot을 잘 그린 경우 +2점

Phase bode plot을 정확하게 그린 경우 (1 점)

단위를 쓰지 않은 경우 1점 감점

Bode plot에서 기울기를 제대로 표시하지 않은 경우 1점 감점

총 (5점)

(b) (a)의 transfer function을 구하시오

$$\mathrm{H(w)} = \frac{k * jw}{(1 + j\frac{w}{2\pi * 20})(1 + j\frac{w}{2\pi * 20 * 10\text{^}3})(1 + j\frac{w}{2\pi * 200 * 10\text{^}3})}$$

$$\mathrm{H(w)} = \frac{0.008 * jw}{(1 + j\frac{w}{2\pi * 20})(1 + j\frac{w}{2\pi * 20 * 10\text{^}3})(1 + j\frac{w}{2\pi * 200 * 10\text{^}3})}$$

k값은 0.008~0.009

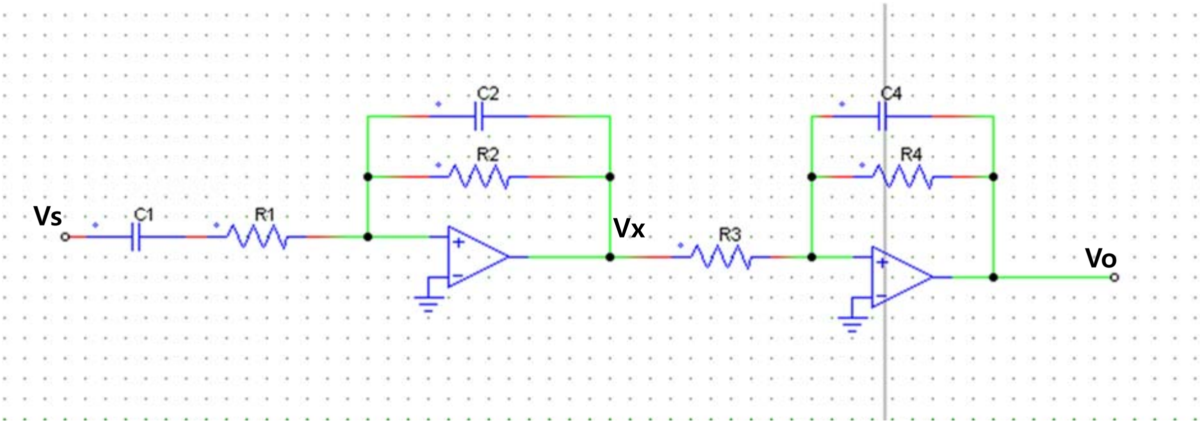
transfer function값을 제대로 구하면 5점

잘못된 (a)값을 가지고 transfer function을 구하면 점수 없음.

부분점수 따로 없음.

(c)

(b)에서 구한 transfer function을 만족하기 위해, 최소 2개의 op amp를 사용하여 다음과 같이 구성할 수 있다.



$$\frac{\mathrm{V_x}}{V_s}(jw) = -\frac{jwR_2C_1}{(1+jwR_1C_1)(1+jwR_2C_2)} \quad => 2\,poles, 1\,zero$$

$$\frac{\mathrm{V_o}}{V_x}(jw) = -\frac{\frac{R_4}{R_3}}{(1+jwR_4C_4)} \quad => 1\,pole$$

$$\frac{\mathrm{V_o}}{V_s}(jw) = \frac{jwR_2C_1\frac{R_4}{R_3}}{(1+jwR_1C_1)(1+jwR_2C_2)(1+jwR_4C_4)} \quad => 3\,poles\,, 1\,zero\ system$$

즉,

$$\mathrm{p_1} = \frac{1}{R_1C_1}\ , p2 = \frac{1}{R_2C_2}\ , p3 = \frac{1}{R_4C_4}\ , K = \frac{R_2R_4C_1}{R_3}$$

대역통과필터의 조건에 의해

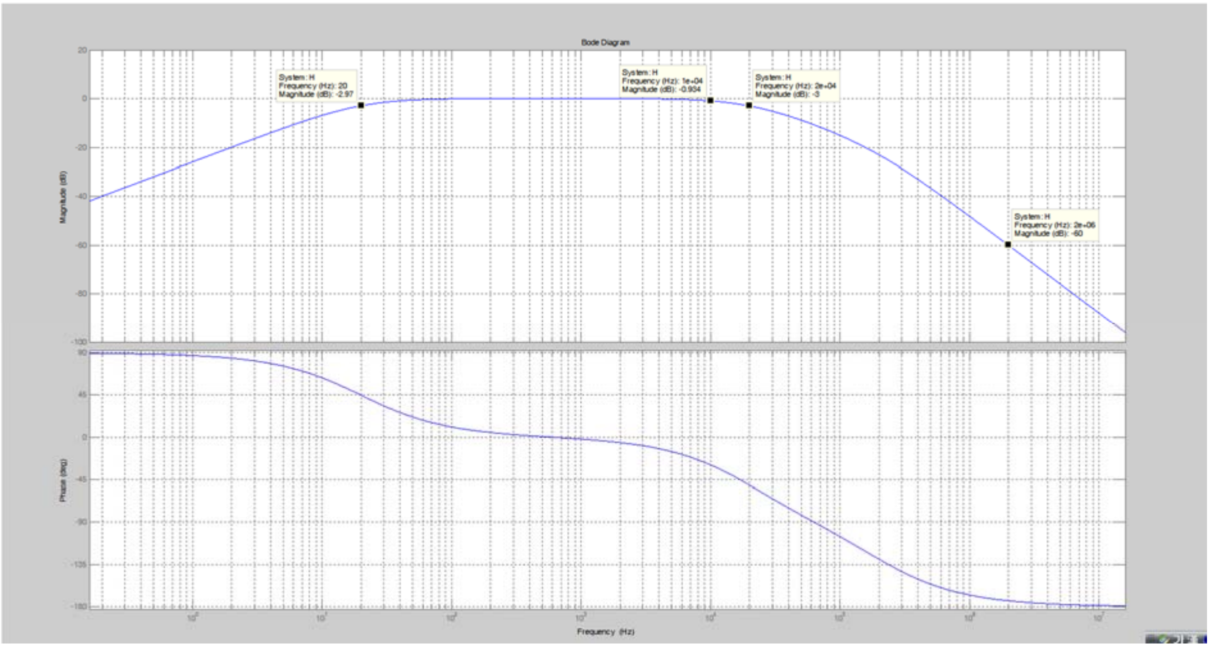
$$\mathrm{p_1} = 2\pi * 20 = 40\pi, \mathrm{p_2} = 2\pi * 2000 = 4000\pi, \mathrm{p_3} = 2\pi * 20000 = 40000\pi, K = 0.008$$

이므로 계수 비교를 통해 R,C 값을 설계 할 수 있다.

$\mathrm{R_1} = 1k\Omega$, $R_2 = 100\Omega$, $R_3 = 100\Omega$ 이라고 design 하면 근사적으로 나머지 소자 값을 얻을 수 있다.

$$\mathrm{C_1} \cong 8uF, C_2 \cong 80nF, C_3 \cong 80nF, R_3 \cong 1\Omega$$

설계한 대역통과 필터는 조건을 모두 만족시키는 것을 시뮬레이션을 통해 확인 할 수 있다.



[c번 채점기준]

Op amp 2개를 이용하여 3poles, 1 zero system을 구성한 경우 (+ 3 점)

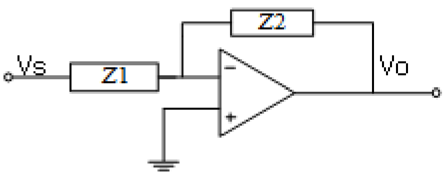
-Op amp를 3개 이상으로 사용한 경우는 1점 감점

▶회로 식과 transfer function을 계수 비교하여 소자 값을 적절히 선정한 경우 (+ 2 점)

총 (5 점)

(d)

만족한다.



Op amp가 이상적일 때 transfer function $H(w) = -\frac{Z2}{Z1}$이다.

op amp의 이득 A(w)= $10^6/(jw+200\pi)$일 때

$\frac{Vo}{Vs}$ = H_2(w) = $\frac{H(w)}{1+(1-H(w))\frac{1}{A(w)}}$ 이다.

A(w)의 bode plot은 아래와 같고, 설계한 대역통과 필터의 대역폭은 20 kHz 까지 이다.

설계한 대역통과 필터의 의미 있는 주파수는 최대 1MHz이므로 1MHz에서 A(w)의 magnitude은 100 정도 이다. A의 gain이 충분히 크므로 H_2(w) = $H(w)$라고 볼 수 있다.

따라서 설계한 필터는 조건 1~3을 만족한다고 볼 수 있다.

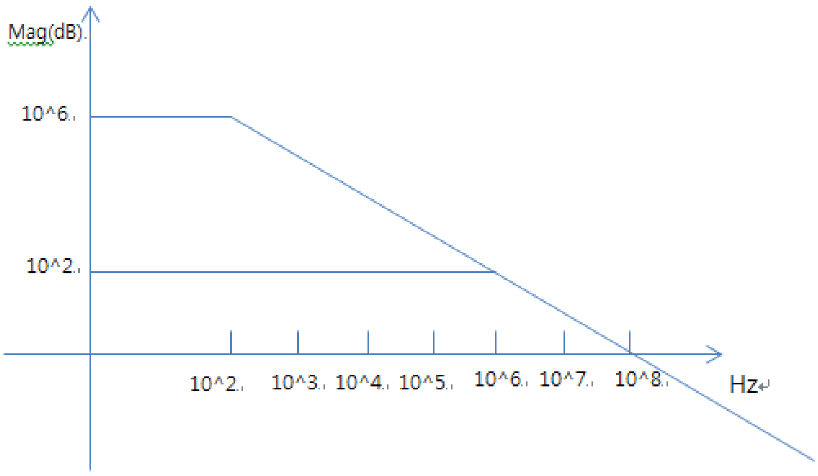


Figure 1 A(w) bode plot

만족한다고 적으면 +1점

이유가 타당하면 +4점

만족하지 않는다고 하면 0점