

전자 회로 2 중간고사(2 차) **해답지**

2007 년 11 월 13 일

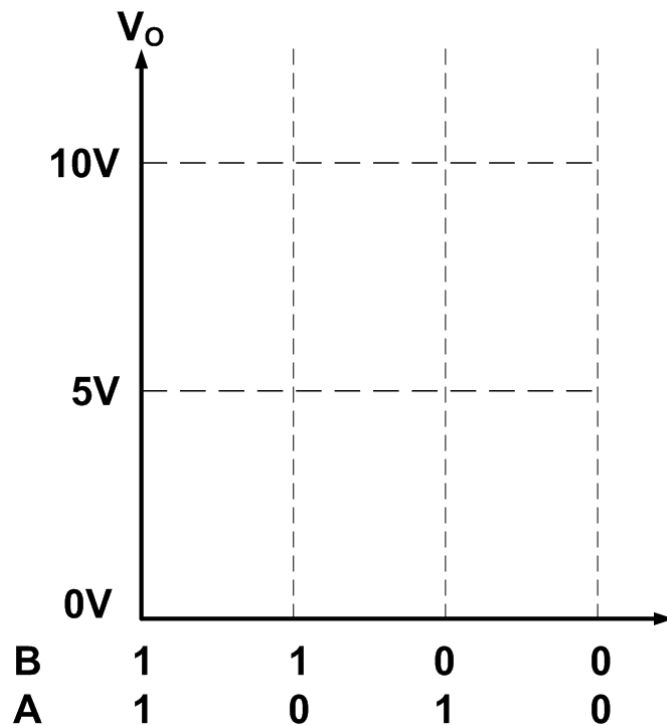
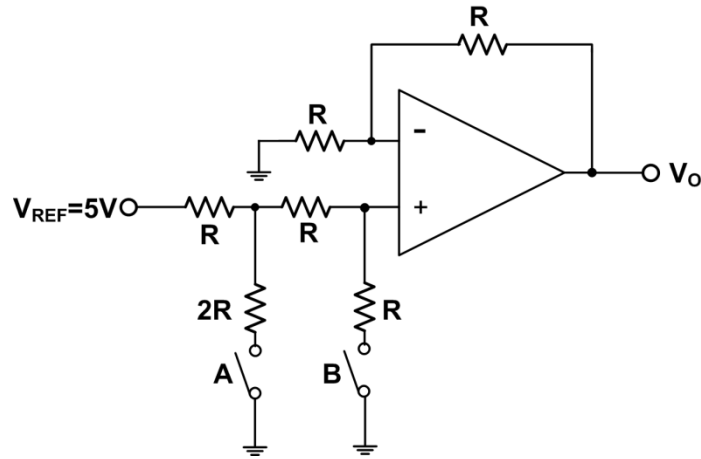
담당교수: 정덕균

A4-size one-page note allowed, 총 5 문제, 100 점 만점, 시험시간 120 분

학번: _____ 이름: _____ 서명 : _____

Problem	Max Score	Score
1	15	
2	25	
3	25	
4	20	
5	15	
Total	100	

[1] 다음과 같은 2-bit Digital-to-Analog Converter 가 있다. 디지털 입력에 대한 출력 단 전압의 관계를 아래 그래프에 나타내시오. (그래프에서 B, A 의 값은 다음과 같은 의미를 갖는다. 1: switch on, 0: switch off)



sol)

B=0, A=0 일 때 회로는 gain=2 인 noninverting configuration 이 되므로 $V_o=10V$

B=0, A=1 일 때 회로는 2/3 voltage divider 와 gain=2 인 noninverting configuration 을 가진 amp 가 되므로 $V_o=20/3=6.67V$

B=1, A=0 일 때 회로는 1/3 voltage divider 와 gain=2 인 noninverting configuration 을 가진 amp 가 되므로 $V_o=10/3=3.33V$

B=1, A=1 일 때 회로는 1/4 voltage divider 와 gain=2 인 noninverting configuration 을 가진 amp 가 되므로 $V_o=10/4=2.5V$

가 된다.

[2] 다음과 같은 조건의 LPF 를 설계하려고 한다.

ω_p	$2\pi \times 1000$ (rad/s)
A_{max}	1 (dB)
ω_s	$2\pi \times 1200$ (rad/s)
A_{min}	40 (dB)

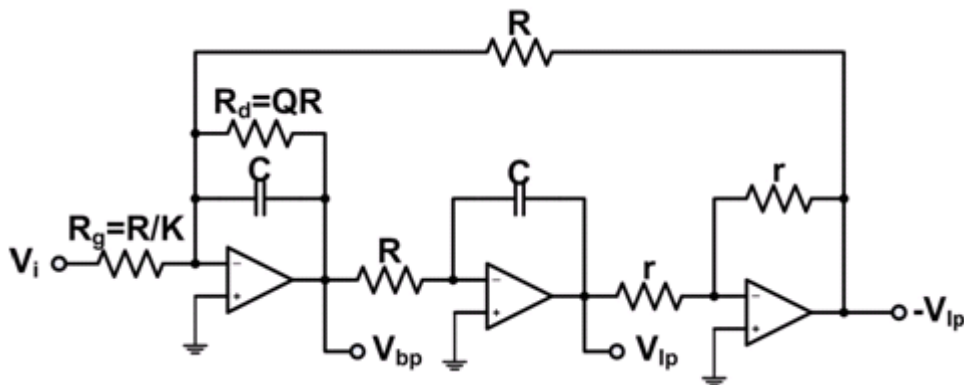
1) Chebychev filter 로 위 필터를 구현하려면 필터의 차수는 최소 얼마여야 하는가?

(단, 필터의 차수는 반드시 짝수여야 함.)

2) 위 필터의 pole 중에서 Q 가 가장 큰 conjugal pole pair 를 구하고, 이 pole pair 로 만든 2 차 biquad filter 의 transfer function 을 구하시오. (단, filter gain $K = 1$.)

3) 위에서 구한 2 차 biquad filter 의 transfer function 을 아래 그림의 Tow Thomas 구조로 구현하기 위해 필요

한 R_d, R_g, R 값을 구하시오. (단, $C = 0.01\mu F$ 이고 filter gain $K = 1$ 이고 $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$, $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $\sinh^{-1}(1.9654) = 1.4281$, $\cosh^{-1}(1.2) = 0.6224$ 이다.)



sol)

1)

- 주어진 A_{max} 조건에서 epsilon 을 구하면

$$\epsilon = \sqrt{10^{A_{max}/10} - 1} = 0.9976 \text{ 이다.}$$

- 주어진 A_{min} 조건에 의하면 ω_s 에서의 attenuation 이 최소 60 dB 이어야 하므로,

$$A(\omega_s) = 10 \log \left\{ 1 + \epsilon^2 (\omega_s / \omega_p)^{2N} \right\} \geq 60 \text{ dB 인데,}$$

N 이 18 일 때, $A(\omega_s) = 63.37 \text{ dB}$ 이고, N 이 16 일 때, $A(\omega_s) = 56.33 \text{ dB}$ 이므로,

주어진 조건을 만족하는 chebychev filter 를 구현하기 위해 필요한 최소 차수 $N = 18$ 이다.

2)

- $N = 18$ 일 때, Chebychev filter 의 pole 위치는 아래 식으로 알 수 있다.

$$P_k = \omega_o \left(-\sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{2k-1}{18}\right) + i \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{2k-1}{18}\right) \right) \quad (k = 1, 2 \dots N)$$

$$\omega_o = \omega_p \left(\frac{1}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{N}} = 2\pi \times 1000.13 = 6284(\text{rad/s})$$

- 따라서

$$P_1 = \omega_o(-0.0872 + j0.9962)$$

....

....

이다. 이들 중 Q가 가장 큰 conjugal pair는 P1과 P18이므로

$$P_1 \& P_{18} \rightarrow \frac{\omega_o}{Q} = 0.1744\omega_o \Rightarrow Q = 5.734$$

- 우리가 원하는 2차 biquad filter의 Transfer Function은

$$\text{TransferFunction} = \frac{\omega_o^2}{(s - P_1)(s - P_{18})} = \frac{4\pi^2 \cdot 1000000}{s^2 + 1095s + 4\pi^2 \cdot 1000000}$$

3)

- 우리가 구현해야 할 function은 low-pass filter이므로 출력은 V_{lp} 로 한다.

이 때,

$$\frac{V_{bp}(s)}{V_i(s)} = -\frac{(QR // \frac{1}{sC})}{R} = -\frac{QR}{sQR^2C + R}$$

$$\frac{V_{lp}(s)}{V_{bp}(s)} = -\frac{1}{sC} = -\frac{1}{sRC} \quad \text{이므로}$$

$$A_{open-loop}(s) = \frac{V_{lp}}{V_i} = \frac{QR}{sQR^2C + R} \cdot \frac{1}{sRC} \quad \text{인데,}$$

V_{lp} 와 V_i 사이에는 $\beta=1$ 인 negative feedback이 있으므로 전체 closed-loop function A_f 는 아래와 같다.

$$A_f(s) = \frac{\frac{QR}{s^2QR^3C^2 + sR^2C}}{1 + \frac{QR}{s^2QR^3C^2 + sR^2C}} = \frac{QR}{s^2QR^3C^2 + sR^2C + QR} = \frac{\frac{1}{R^2C^2}}{s^2 + \frac{1}{QRC}s + \frac{1}{R^2C^2}}$$

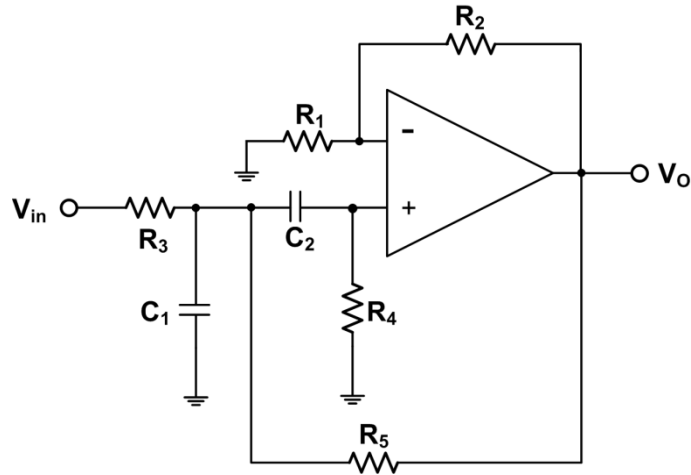
$$\text{여기서 } \frac{1}{R^2C^2} = 4\pi^2 \cdot 1000000, \quad Q = 5.734 \quad \text{이므로}$$

$R=16 \text{ KOhm}, R_d = QR = 5.734 \cdot R = 91.3 \text{ KOhm}, R_g = R/K = R = 16 \text{ KOhm}$ 이다.

3) 2번 방법

책에서 주어진 공식에서 $C_1=0, R_2=R_3 = \text{무한대}$ 일 때 Tow Thomas 구조의 Transfer function을 구할 수 있으므로 이를 식에 대입하여 Transfer function을 구해 저항 값들을 찾는다.

[3] 다음과 같은 OPAMP 로 만들어진 Filter 가 있다.



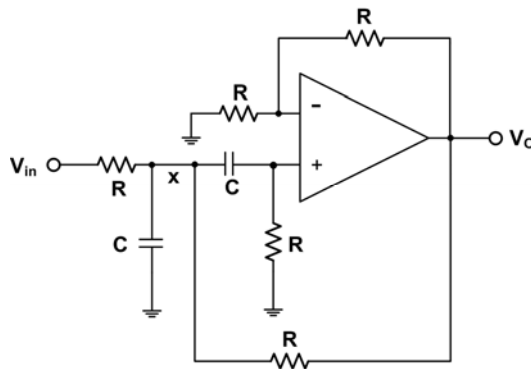
- 1) 이 필터는 어떤 type 의 필터인가?
- 2) 이 필터의 Q 와 w_0 를 구하시오. 단, 모든 $R_1=R_2=R_3=R_4=R_5=R$, $C_1=C_2=C$ 로 가정하시오.

sol) 1) $w=0$ 일 때 capacitor 는 open 상태에 있다고 할 수 있다. 이 때 R4 에는 전류가 흐르면 안 되므로 OPAMP 의 입력 단자의 전압은 모두 0V 가 되어 $V_o=0V$ 가 된다.

$w=\infty$ 일 때는 capacitor 는 short 상태에 있으므로 +단자의 전압이 0V 가 되므로 역시 $V_o=0V$ 가 된다.

따라서 이 회로는 특정 주파수 대역에서 gain 이 있고 DC 주파수와 무한대 주파수에서 gain=0 인 Bandpass Filter 의 특성을 갖는다.

2)



Q 와 w_0 를 구하기 위해 식을 세워 보면, -단자와 V_o 사이에는 voltage divider rule 이 성립하므로,

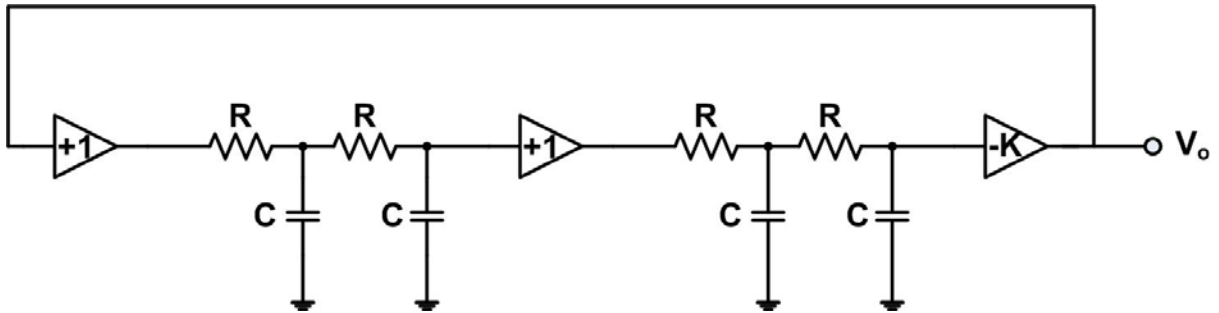
$v_+=v_-=0.5V_o$ 가 된다. 또한 x 노드의 전압은 +단자에 대한 KCL 을 세우면, $v_x = \frac{1+RCs}{2RCs} v_o$ 의 식을 얻을 수 있다.

마지막으로 x 노드에 대한 KCL 을 세우고 위 식들을 대입하면, 우리가 원하는 Transfer Function

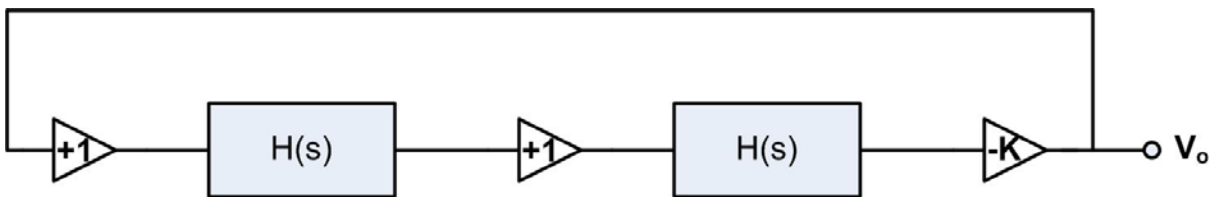
$$T(s) = \frac{\frac{2s}{RC}}{s^2 + \frac{2}{RC}s + \frac{2}{(RC)^2}}$$

을 얻을 수 있다. 여기서 $Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $w_0 = \frac{\sqrt{2}}{RC}$ 를 얻을 수 있다.

[4] 다음 그림에 나온 RC oscillator 의 발진 주파수 ω_0 와 이 회로가 발진하기 위해 필요한 amp 의 최소 gain K 를 구하시오.



- 주어진 회로는 아래의 block diagram 으로 단순화 할 수 있다. (버퍼를 사이에 두고 동일한 Transfer Function H(s) 가 loop 안에 두 번 있음.)



이 회로가 발진하기 위해선 $H(s)*H(s)$ 가 -180 도의 위상변화를 일으키면 된다. 다시 말해 $H(s)$ 가 -90 도의 위상변화를 일으키면 oscillator 는 발진한다.

$$- H(s) = \frac{\left(\frac{1}{sC} \parallel \left(R + \frac{1}{sC}\right)\right)}{R + \left(\frac{1}{sC} \parallel \left(R + \frac{1}{sC}\right)\right)} \cdot \frac{1}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{s^2 + \frac{3}{RC}s + \frac{1}{R^2C^2}}$$

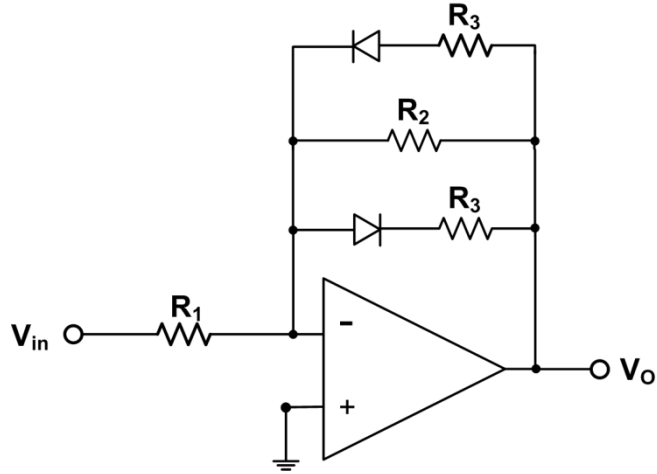
$\text{Re}(H(j\omega))=0$ 인 ω 에서 $\angle H(s) = -90$ 도 이다.

따라서 $\text{Re}(H(j\omega_0))=0$ 을 만족하는 주파수 = 발진주파수 $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ 이다.

- 그리고 이 때, $|H(j\omega_0)| =$

$$\frac{1}{3} \text{ 이고, } K*|H(j\omega_0)|*|H(j\omega_0)| \geq 1 \text{ 이어야 oscillator 가 발진하므로, } K \text{ 는 최소 } 9 \text{ 이어야 한다.}$$

[5] 다음 회로를 보고 물음에 답하십시오. (단, diode 는 constant-voltage-drop model 을 사용하며, 이 때의 $V_D=0.7V$ 이다.)



1) OP-AMP 가 이상적이라고 가정할 때, 입력과 출력 전압의 특성곡선(Voltage Transfer Curve)을 그리시오.

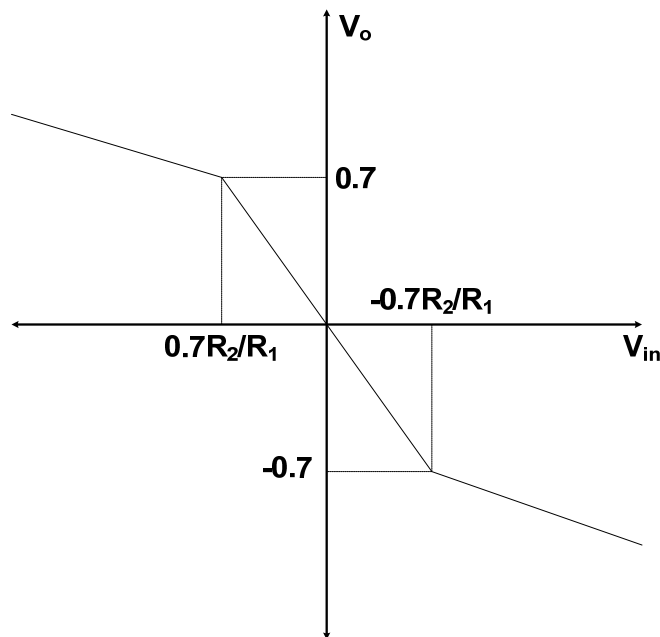
2) $R_1=10k\Omega$ 이고, 곡선의 일반 영역에서의 gain 이 -10, saturation 영역에서의 gain 이 -2 이 되도록 R_2, R_3 값을 각각 정하십시오.

sol) 1) Diode 가 켜지지 않았을 때는 R_1, R_2 저항으로 inverting configuration 구성된 amp 이므로 $v_o=-(R_2/R_1)v_{in}$ 이 된다.

위쪽 다이오드가 켜졌을 때는 위 다이오드에 0.7V 의 전압이 걸리므로 -노드에 KCL 을 적용하면 $(v_o-0.7)/R_3+v_o/R_2+v_{in}/R_1=0$ 이 되어, $V_o=-R_2R_3/(R_1(R_2+R_3))v_{in}+(0.7R_2)/(R_2+R_3)$ 가 된다.

아래쪽 다이오드가 켜졌을 때는 아래 다이오드에 0.7V 전압이 걸리므로 -노드에 KCL 을 적용하면 $(v_o+0.7)/R_3+v_o/R_2+V_{in}/R_1=0$ 이 되어, $V_o=-R_2R_3/(R_1(R_2+R_3))v_{in}-(0.7R_2)/(R_2+R_3)$ 가 된다.

각 영역의 경계 점은 $v_o=0.7V$ 또는 $-0.7V$ 가 되어 다이오드가 켜지기 시작할 때이므로, 이 값을 대입하면 각 영역의 경계 점에서의 v_{in} 값을 구할 수 있다. 이 값은 각각 $0.7R_2/R_1, -0.7R_2/R_1$ 이다. 이를 토대로 특성곡선을 그리면 아래와 같다.



2) 위 식의 값에 주어진 gain 을 대입하면 $R_2/R_1=10, R_2R_3/(R_1(R_2+R_3))=2$ 이므로 $R_2=100K\Omega, R_3=25K\Omega$ 이 된다.