전산선박설계
프로그래밍 시험 문제

2006년 2학기 전산선박설계

2006. 10. 18

Advanced
Ship
Design
Automation
Laboratory

1. Cubic Bezier Curve 식을 이용하여 곡선상의 점을 구하는 프로그램 작성

- 다음 Cubic Bezier Curve 식을 이용해 주어진 t 값에 해당하는 곡선상의 점을 구하는 프로그램을 작성하시오. (5점)

Given 1. $\mathbf{b}_0 = (0,0,0),\quad \mathbf{b}_1 = (2,4,0),\quad \mathbf{b}_2 = (5,-3,0),\quad \mathbf{b}_3 = (6,1,0)$

2. Cubic Bezier Curve Function

$$\mathbf{r}(t) = (1-t)^3\mathbf{b}_0 + 3(1-t)^2 t\mathbf{b}_1 + 3(1-t)\mathrm{t}^2\mathbf{b}_2 + t^3\mathbf{b}_3$$

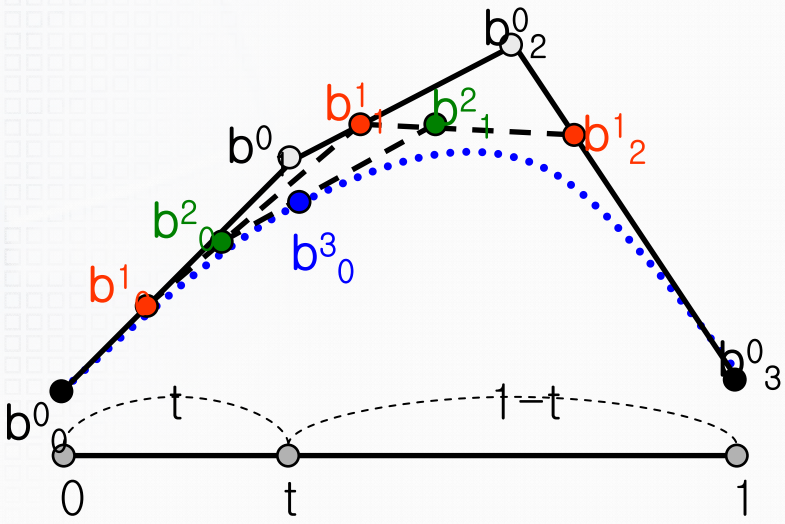
Find : $t = 0.4$에 해당하는 곡선상의 점 $\mathbf{r}(0.4)$

Solution : $\mathbf{r}(0.4) = (2.688,\quad 0.928,\quad 0)$

2. de Casteljau algorithm을 이용하여 곡선상의 점을 구하는 프로그램 작성

- de Casteljau algorithm 를 이용해 주어진 t 값에 해당하는 곡선상의 점을 구하는 프로그램을 작성하시오. (10점)

Given : $\mathbf{b}_0 = (0,0,0),\ \ \mathbf{b}_1 = (2,4,0),\ \ \mathbf{b}_2 = (5,-3,0),\ \ \mathbf{b}_3 = (6,1,0)$



$$\mathbf{b}_0^1(t) = (1-t)\mathbf{b}_0^0 + t\mathbf{b}_1^0$$
$$\mathbf{b}_1^1(t) = (1-t)\mathbf{b}_1^0 + t\mathbf{b}_2^0$$
$$\mathbf{b}_2^1(t) = (1-t)\mathbf{b}_2^0 + t\mathbf{b}_3^0$$

$$\mathbf{b}_0^2(t) = (1-t)\mathbf{b}_0^1 + t\mathbf{b}_1^1$$
$$\mathbf{b}_1^2(t) = (1-t)\mathbf{b}_1^1 + t\mathbf{b}_2^1$$

$$\mathbf{b}_0^3(t) = (1-t)\mathbf{b}_0^2 + t\mathbf{b}_1^2$$

Find : $t = 0.4$ 에 해당하는 곡선상의 점 $\mathbf{r}(0.4)$ (즉, $\mathbf{b}^3{}_0$ 의 좌표)

Solution : $\mathbf{r}(0.4) = (2.688,\ \ 0.928,\ \ 0)$

3. 주어진 점들을 지나는 Cubic Bezier Curve의 Bezier Point들을 구하는 프로그램 작성(Cubic Bezier Interpolation)

- 주어진 4개의 점을 지나는 Cubic Bezier Curve의 Bezier Point들을 구하는 프로그램을 작성하시오. (15점)

Given 1. $\mathbf{P}_0 = (-1,0,0)$, $\mathbf{P}_1 = (0,1,0)$, $\mathbf{P}_2 = (0,-1,0)$, $\mathbf{P}_3 = (1,0,0)$

2. $t_0 = 0,\ t_1 = 1/3,\ t_2 = 2/3,\ t_3 = 1$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}_0 \\ \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{p}_2 \\ \mathbf{p}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_0^3(t_0) & B_1^3(t_0) & B_2^3(t_0) & B_3^3(t_0) \\ B_0^3(t_1) & B_1^3(t_1) & B_2^3(t_1) & B_3^3(t_1) \\ B_0^3(t_2) & B_1^3(t_2) & B_2^3(t_2) & B_3^3(t_2) \\ B_0^3(t_3) & B_1^3(t_3) & B_2^3(t_3) & B_3^3(t_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{b}_0 \\ \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{b}_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{M}\mathbf{B}$$

$$\Rightarrow \mathbf{B} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{P}$$

Find : Bezier Points $\mathbf{b}_0, \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3$

Solution : $\mathbf{b}_0 = (-1,0,0)$, $\mathbf{b}_1 = (1.167, 4.5, 0)$, $\mathbf{b}_2 = (-1.167, -4.5, 0)$, $\mathbf{b}_3 = (1,0,0)$

4. Cubic B-Spline Curve 식을 이용하여 곡선상의 점을 구하는 프로그램 작성

- Cubic B-Spline Curve 식을 이용하여 주어진 u 값에 해당하는 곡선상의 점을 구하는 프로그램을 작성하시오. (15점)

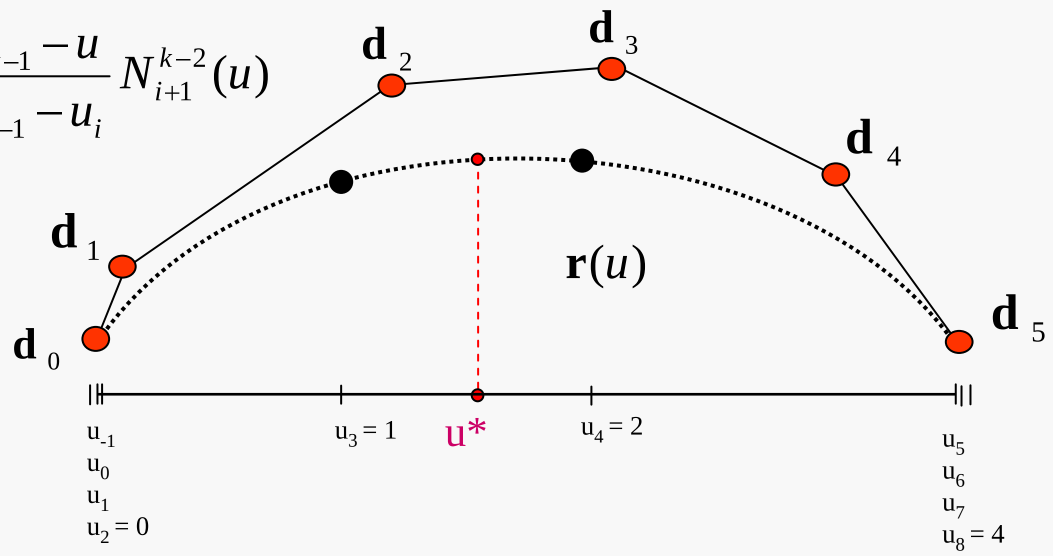
Given

1. $\mathbf{d}_0 = (0,0,0),\ \mathbf{d}_1 = (0,2,0),\ \mathbf{d}_2 = (2,2,0),\ \mathbf{d}_3 = (2,0,0),\ \mathbf{d}_4 = (4,0,0),\ \mathbf{d}_5 = (4,2,0)$
2. $u_{-1} = u_0 = u_1 = u_2 = 0,\ u_3 = 1,\ u_4 = 2,\ u_5 = u_6 = u_7 = u_8 = 4$
3. $\mathbf{r}(u) = \mathbf{d}_0 N_0^3(u) + \mathbf{d}_1 N_1^3(u) + \mathbf{d}_2 N_2^3(u) + \mathbf{d}_3 N_3^3(u) + \mathbf{d}_4 N_4^3(u) + \mathbf{d}_5 N_5^3(u)$

여기서,

$$N_i^{k-1}(u) = \frac{u - u_{i-1}}{u_{i+k-2} - u_{i-1}} N_i^{k-2}(u) + \frac{u_{i+k-1} - u}{u_{i+k-1} - u_i} N_{i+1}^{k-2}(u)$$

$$N_i^0(u) = \begin{cases} 1 & \text{if } u_{i-1} \le u < u_i \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$



Find : $u = 1.5$ 에 해당하는 곡선상의 점 $\mathbf{r}(1.5)$

Solution :

$\mathbf{r}(1.5) = (1.965,\ \ 1.240,\ \ 0)$

5. 주어진 점들을 지나는 Cubic B-Spline Curve의 Control Point들을 구하는 프로그램 작성(Cubic B-Spline Interpolation)

- 주어진 점들을 지나는 Cubic B-Spline Curve를 구하고 주어진 *u* 값에 해당하는 곡선상의 점을 구하는 프로그램을 작성하시오. (55점)

Given : $\mathbf{P}_0 = (0,0,0)$, $\mathbf{P}_1 = (1,1,0)$, $\mathbf{P}_2 = (0,2,0)$, $\mathbf{P}_3 = (4,6,0)$, $\mathbf{t}_0 = (1,0,0)$, $\mathbf{t}_1 = (1,1,0)$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{t_0} \\ \mathbf{p_0} \\ \mathbf{p_1} \\ \mathbf{p_2} \\ \mathbf{p_3} \\ \mathbf{t}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d_0} \\ \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \\ \mathbf{d}_3 \\ \mathbf{d}_4 \\ \mathbf{d}_5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathbf{D} = \mathbf{AX}$$

$$\Rightarrow \mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{D}$$

$$\mathbf{r}(u) = \mathbf{d}_0 N_0^3(u) + \mathbf{d}_1 N_1^3(u) + \mathbf{d}_2 N_2^3(u) + \mathbf{d}_3 N_3^3(u) + \mathbf{d}_4 N_4^3(u) + \mathbf{d}_5 N_5^3(u)$$

$$\Delta_i = (u_{i+1} - u_i);\ i = -1,\dots,8$$

$$\frac{\Delta_i}{\Delta_{i+1}} = \sqrt{\frac{|\mathbf{P}_{i-1} - \mathbf{P}_{i-2}|}{|\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{i-1}|}}\ ;\ i = 2,3$$

(놋트 간격 계산은 Centripetal 방법 이용)

$$\Delta_{-1} = \Delta_0 = \Delta_1 = \Delta_5 = \Delta_6 = \Delta_7 = 0$$

$$\Delta_2 = 1$$

5. 주어진 점들을 지나는 Cubic B-Spline Curve의 Control Point들을 구하는 프로그램 작성(Cubic B-Spline Interpolation)

$$\alpha_i = \frac{(\Delta_{i+2})^2}{(\Delta_i + \Delta_{i+1} + \Delta_{i+2})(\Delta_{i+1} + \Delta_{i+2})}$$

$$\beta_i = \{\frac{\Delta_{i+2}(\Delta_i + \Delta_{i+1})}{(\Delta_i + \Delta_{i+1} + \Delta_{i+2})} + \frac{\Delta_{i+1}(\Delta_{i+2} + \Delta_{i+3})}{(\Delta_{i+1} + \Delta_{i+2} + \Delta_{i+3})}\} / (\Delta_{i+1} + \Delta_{i+2})$$

$$\gamma_i = \frac{(\Delta_{i+1})^2}{(\Delta_{i+1} + \Delta_{i+2} + \Delta_{i+3})(\Delta_{i+1} + \Delta_{i+2})}, \quad (i = 1,2)$$

Find : $\mathbf{d}_i, u = 1.5$ 에 해당하는 곡선상의 점 $\mathbf{r}(1.5)$

Solution : $\mathbf{d}_0 = (0,0,0),\ \mathbf{d}_1 = (0.333,0,0),\ \mathbf{d}_2 = (1.833,1.258,0),$

$\mathbf{d}_3 = (-1.833,1.712,0),\ \mathbf{d}_4 = (3.667,5.667,0),\ \mathbf{d}_5 = (4,6,0)$

$\mathbf{r}(1.5) = (0.470,\ \ 1.447,\ \ 0)$