공학수학2 중간고사			학번					
날 짜	2008. 10. 22		이름					
문항	1	2	3	4	5	6	7	합
배점	10	20	10	10	20	15	15	100
평가								

[문제 1,2,3]

0.2kg 의 질량을 가진 물체가 스프링 상수 2 N/m 인 스프링에 매달려 있다. 이 물체가 중립(equilibrium) 위치에서 0.5m 아래 지점으로부터 초기 속도 없이 외부에서 가해지는 힘 F(t)=$5\cos 4t$ 에 의해 운동을 한다. 물체가 공기에 의한 저항 1.2 $\dot{z}$ N을 받는다고 할 때 다음 물음에 답하시오. (단 좌표축은 아래 쪽을 z의 양의 방향으로 한다.)

문1) Mass-Spring 시스템을 그림으로 표시하고, Newton's Second Law 로 부터 이 물체의 운동방정식을 유도하시오. (유도 과정과 항들에 대한 설명 포함) (10점)

문2) 이 운동의 일반 해를 구하시오. (계산시 분수를 소수로 바꾸지 마시오.) (20점)

문3) 시간이 지남에 따라 이 물체의 운동이 어떻게 되는지 문2)에서 구한 해를 가지고 설명하시오. (10점)

[문제4,5]———————————————————————————

$$y'' + \frac{1-2a}{x} y' + (b^2c^2x^{2c-2} + \frac{a^2 - p^2c^2}{x^2}) y = 0,\ p \ge 0,\ b > 0 \cdots (1)$$

$$z = bx^c,\ y(x) = \left(\frac{z}{b}\right)^{a/c} w(z) \cdots (2)$$

$$z^2 \frac{d^2w(z)}{dz^2} + z\frac{dw(z)}{dz} + (z^2 - p^2)w = 0 \cdots (3)$$

$$y = x^a \left[c_1 J_p(bx^c) + c_2 J_{-p}(bx^c) \right] \cdots (4)$$

식 (1)의 꼴의 방정식의 경우 (2)의 관계식을 이용하여 (3)과 같은 Bessel Equation 형식으로 바꿀 수 있다. 식 (3)에서 구한 Bessel Function을 이용하여 원래 식(1)의 해를 구하면 식 (4)와 같다. 이 과정을 이용하여 $4x^2y'' - 4xy' + (16x^2 + 3)y = 0$ 의 해를 찾으려고 한다.

문제 4) a,b,c,p에 해당하는 값을 각각 구하시오. (10점)

문제 5) $4x^2y'' - 4xy' + (16x^2 + 3)y = 0$의 해를 구하되 해가 sine, cosine, x의 거듭 제곱 등과 같은 elementary function의 형태로 구하시오. (20점) 단 다음에 주어진 식 중 필요한 것을 사용하시오.

$$J_\nu(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!\Gamma(1+\nu+n)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2n+\nu},\ J_{-\nu}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!\Gamma(1-\nu+n)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2n-\nu}$$

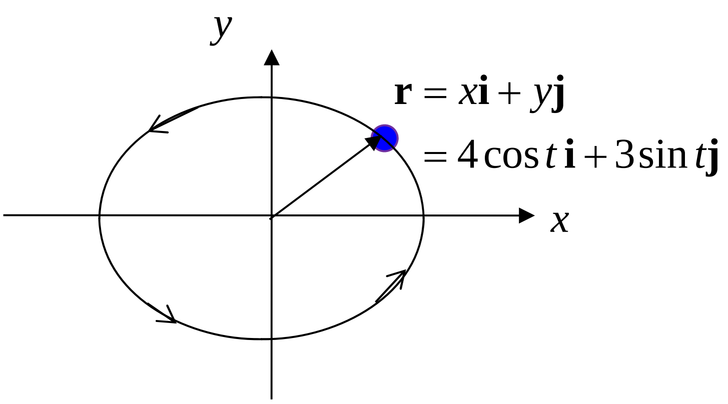
$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1}e^{-t}dt, \quad \Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$$

$$\Gamma(1+\frac{1}{2}+n) = \frac{(2n+1)!}{2^{2n+1}n!}\sqrt{\pi}),\ \Gamma(1-\frac{1}{2}+n) = \frac{(2n-1)!}{2^{2n-1}(n-1)!}\sqrt{\pi}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1} = \sin x, \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n} = \cos x$$

[문제 6,7]

문제 6) Force Field가 $\mathbf{F} = (3x - 4y + 2z)\mathbf{i} + (4x + 2y - 3z^2)\mathbf{j} + (2xz - 4y^2 + z^3)\mathbf{k}$ 로 주어져 있다. 그림과 같이 xy 평면상의 타원의 경로로 움직이는 물체에 대해 Force가 한 일을 구하시오.(15점)



문제 7) $\mathbf{F} = [y, z, x]$ 로 주어진 벡터장과 그림과 같이 주어진 curve에 대한 선적분 $\oint_c \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ 의 값을 Stokes' Theorem을 이용하여 구하시오. Surface는 $z = f(x, y) = 1 - (x^2 + y^2), (z \geq 0)$ 로 정의된다.(15점)