

마이크로시스템기술개론 기말고사

2009년 1학기

[1] 밑줄 친 곳의 이유를 써라 (10점)

콤 사이의 간격을 g , 콤의 높이를 h , 겹쳐지는 콤의 길이를 x 라고 하면, Driving comb finger 한 개에 대한 capacitance C 와 $\partial C / \partial x$ 는

$$C(x) = \frac{\epsilon h x}{g} \times 2, \quad \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{2 \epsilon h}{g}$$

따라서 $\partial C / \partial x$ 는 constant 이다.

[2] (1) 식을 유도하라 (써라) (10점).

$$i_s = C(x) \frac{dv}{dt} + V \frac{dC(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

이때 $v=V_s$ 로 일정하므로 위의 식은

$$i_s = V_s \frac{dC(x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

이다.

[3] (2)식을 유도하라 (써라)(10점).

F_x 는 drive voltage v_D 에 의해 발생한 힘으로써, 다음과 같이 얻어진다.

$$F_x = \frac{\partial W_e}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2} C(x) v_D^2 \right) = \frac{v_D^2}{2} \frac{\partial C(x)}{\partial x}$$

따라서,

$$x = \frac{F_x}{k_{sys}} = \frac{v_D^2}{2k_{sys}} \frac{\partial C(x)}{\partial x}$$

[4] (3) 식을 유도하라 (써라)(10점).

문제 [3] 에서 구한 x 에 관한 식에,

$$v_D = V_P + v_d \sin(\omega t)$$

을 대입하고 양 변을 t 에 대해 편미분 하면,,

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{(V_P + v_d \sin(\omega t))^2}{2k_{sys}} \frac{\partial C(x)}{\partial x} \right) \\ &= \frac{1}{2k_{sys}} \frac{\partial C(x)}{\partial x} \frac{\partial}{\partial t} (V_P^2 + 2V_P v_d \sin(\omega t) + v_d^2 \sin^2(\omega t)) \\ &= \frac{1}{2k_{sys}} \frac{\partial C(x)}{\partial x} (2\omega V_P v_d \cos(\omega t) + \omega v_d^2 \sin(2\omega t)) \end{aligned}$$

[5] (4)식을 유도하라(써라)(10점).

위에서 구한 $\partial x / \partial t$ 에 관한 식에서 오른쪽 두번째 항은 작으므로 무시하고 phasor 로 변환하면,

$$j\omega \hat{X} = \frac{1}{2k_{sys}} \frac{\partial C(x)}{\partial x} (2\omega V_P \hat{V}_d) = \frac{\partial C(x)}{\partial x} \frac{\omega V_P}{k_{sys}} \hat{V}_d$$

따라서 기계적 공진시 공진주파수 ω_r 일 때 입력 V_d 에 대한 변위 X 의 비는, quality factor Q 를 곱한,

$$\left| \frac{\hat{X}}{\hat{V}_d} \right| = Q \frac{V_P}{k_{sys}} \frac{\partial C(x)}{\partial x}$$

이 된다.

[6] (5) 식을 유도하라(써라)(10점).

식 (1)을 phasor 로 표현하면,

$$\hat{I}_s = j\omega V \frac{dC(x)}{dx} \hat{X}$$

따라서,

$$\frac{\hat{I}_s}{\hat{X}} = j\omega V_s \frac{dC(x)}{dx}$$

이를 식 (4) 에 대입하면

$$\left| \frac{\hat{I}_s}{\hat{V}_d} \right| = \omega V_s Q \frac{V_p}{k_{sys}} \left(\frac{\partial C(x)}{\partial x} \right)^2$$

[7]그림과 같은 마이크로폰(또는 스피커)가 있다.

(a)운동방정식과 회로방정식을 써라.(10점)

운동 방정식

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} = f^e + f(t) - K(x-l) - B \frac{dx}{dt}$$

회로 방정식

$$\frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\epsilon_0 A v}{x} \right) = \frac{V_s - v}{R} \quad \text{과} \quad v_0(t) = -R \frac{dq}{dt} = -R \frac{d}{dt} \left(\frac{\epsilon_0 A v}{x} \right)$$

(b)평형점에서의 식을 써라.(10점)

평형점 $x=X$ 와 $v=V$ 에서 $f(t)=0, v_0=0$ 이므로 (a)의 식은,

$$\text{운동 방정식으로 부터 : } 0 = f^e - K(X-l) \quad , \quad \text{회로방정식으로 부터 : } v_0(t) = -R \frac{dq}{dt} = \frac{V_s - v}{R} = 0$$

$$\text{이때 } f^e = -\frac{\epsilon_0 A v^2}{2x^2} \quad \text{이므로 위의 식은 각각,}$$

$$K(X-l) + \frac{\epsilon_0 A V_s^2}{2X^2} = 0 \quad , \quad V = V_s$$

이다.

(c)(a) 의 식을 평형점에서 선형화하라.(10점)

평형점 X 와 V 에서 미소 변화 x', v' 가 발생할 경우 , 식 (a) 에 $x=X+x', v=V+v'=V_s+v'$ 을 대입하면,

운동방정식 :

$$M \frac{d^2 x'}{dt^2} + B \frac{dx'}{dt} + K(X+x'-l) + \frac{\epsilon_0 A (V_s+v')^2}{2(X+x')^2} = f(t)$$

이때 좌변 네번째 항은,

$$\frac{\epsilon_0 A (V_s+v')^2}{2(X+x')^2} = \frac{\epsilon_0 A V_s^2 (1 + 2 \frac{v'}{V_s} + \left(\frac{v'}{V_s}\right)^2)}{2X^2 (1 + 2 \frac{x'}{X} + \left(\frac{x'}{X}\right)^2)}$$

이때 x', v' 의 제곱항은 매우 작으므로 무시하면서, Taylor's series 사용하면 위의 식은 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$\frac{\epsilon_0 A V_s^2 (1 + 2 \frac{v'}{V_s} + \left(\frac{v'}{V_s}\right)^2)}{2X^2 (1 + 2 \frac{x'}{X} + \left(\frac{x'}{X}\right)^2)} = \frac{\epsilon_0 A V_s^2}{2X^2} \left(1 + 2 \frac{v'}{V_s}\right) \left(1 - 2 \frac{x'}{X}\right) \cong \frac{\epsilon_0 A V_s^2}{2X^2} + \frac{\epsilon_0 A}{X} \cdot \frac{V_s}{X} v' - \frac{\epsilon_0 A}{X} \cdot \frac{V_s^2}{X^2} x'$$

이를 원래의 식에 대입하면,

$$M \frac{d^2 x'}{dt^2} + B \frac{dx'}{dt} + K(X + x' - l) + \frac{\epsilon_0 A V_s^2}{2X^2} + \frac{\epsilon_0 A}{X} \cdot \frac{V_s}{X} v' - \frac{\epsilon_0 A}{X} \cdot \frac{V_s^2}{X^2} x' = f(t)$$

이때 평형점에서의 관계식 $K(X - l) + \frac{\epsilon_0 A V_s^2}{2X^2} = 0$ 을 대입하면,

$$M \frac{d^2 x'}{dt^2} + B \frac{dx'}{dt} + \left(K - \frac{\epsilon_0 A}{X} \cdot \frac{V_s^2}{X^2} \right) x' + \frac{\epsilon_0 A}{X} \cdot \frac{V_s}{X} v' = f(t)$$

위와 같이 선형화 할 수 있다.

회로 방정식 :

$x = X + x'$, $v = V_s + v'$ 을

$$\frac{V_s - v}{R} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\epsilon_0 A v}{x} \right)$$

에 대입하면, 앞에서와 같은 방식으로 전개할 수 있다

$$\frac{V_s - (V_s + v')}{R} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\epsilon_0 A (V_s + v')}{X + x'} \right) \cong \frac{d}{dt} \left(\frac{\epsilon_0 A V_s}{X} \left(1 + \frac{v'}{V_s} - \frac{x'}{X} \right) \right)$$

$$\frac{-v'}{R} = \frac{\epsilon_0 A}{X} \frac{dv'}{dt} - \frac{\epsilon_0 A V_s}{X} \frac{dx'}{dt}$$

이때 $v_0(t)$ 는 $v(t)$ 중에서 고주파 신호성분이므로,

$$v_0(t) = v'(t) = -R \left(\frac{\epsilon_0 A}{X} \frac{dv'}{dt} - \frac{\epsilon_0 A V_s}{X} \frac{dx'}{dt} \right)$$

(d) 전기적인 스프링을 포함하는 실질적인 스프링 상수를 구하라. (10점)

앞에서 구한 미소 성분 x', v' 에 대한 선형화된 운동 방정식을 보면,

$$M \frac{d^2 x'}{dt^2} + B \frac{dx'}{dt} + \left(K - \frac{\epsilon_0 A}{X} \cdot \frac{V_s^2}{X^2} \right) x' + \frac{\epsilon_0 A}{X} \cdot \frac{V_s}{X} v' = f(t)$$

이를 기존의 운동방정식과 비교해 보았을 때 미소 성분에 대한 실질적인 스프링 상수 K_0 는

$$K_0 = K - \frac{\epsilon_0 A}{X} \cdot \frac{V_s^2}{X^2}$$

임을 알 수 있다.