1번 문항. (16점) Angular momentum operator L̂의 x,y,z 방향 성분의 식을 쓰시오. 그 x 성분과 y 성분과의 commutator는 z 성분과 어떤 관계를 갖는지 유도하시오.

(풀이)

$$\hat{L} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ x & y & z \\ -i\hbar\frac{\partial}{\partial x} & -i\hbar\frac{\partial}{\partial y} & -i\hbar\frac{\partial}{\partial z} \end{vmatrix} = \hat{L}_x a_x + \hat{L}_y a_y + \hat{L}_z a_z$$

그러므로

$$\hat{L}_x = y\hat{p}_z - z\hat{p}_y = -i\hbar(y\frac{\partial}{\partial z} - z\frac{\partial}{\partial y})$$

$$\hat{L}_y = z\hat{p}_x - x\hat{p}_z = -i\hbar(z\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial z})$$

$$\hat{L}_z = x\hat{p}_y - y\hat{p}_x = -i\hbar(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x})$$

혹은 구면 좌표계로 표현하면

$$\hat{L}_x = i\hbar(\sin\phi\frac{\partial}{\partial\theta} + \cot\theta\cos\phi\frac{\partial}{\partial\phi})$$

$$\hat{L}_y = -i\hbar(\cos\phi\frac{\partial}{\partial\theta} - \cot\theta\sin\phi\frac{\partial}{\partial\phi})$$

$$\hat{L}_z = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\phi}$$

위의 식들을 이용하여 x 성분과 y 성분과의 commutator를 구해보면

$$\left[\widehat{L_x}, \widehat{L_y}\right] = \left[\hat{y}\widehat{p_z} - \hat{z}\widehat{p_y}, \hat{z}\widehat{p_x} - \hat{x}\widehat{p_z}\right] = (\hat{y}\widehat{p_z} - \hat{z}\widehat{p_y})(\hat{z}\widehat{p_x} - \hat{x}\widehat{p_z}) - (\hat{z}\widehat{p_x} - \hat{x}\widehat{p_z})(\hat{y}\widehat{p_z} - \hat{z}\widehat{p_y})$$

$$= \hat{y}\widehat{p_x}\left[\widehat{p_z}, \hat{z}\right] + \hat{x}\widehat{p_y}\left[\hat{z}, \widehat{p_z}\right] = i\hbar(\hat{x}\widehat{p_y} - \hat{y}\widehat{p_x}) = i\hbar\widehat{L_z}$$

(채점기준)

- x, y, z 성분 하나당 2점씩
- x 성분과 y성분과 z성분의 관계를 답만 정확하게 쓰면 3점
- 부호만 틀린 경우 5점
- 올바른 풀이과정까지 포함되어 있으면 10점

2번 문항. (20점)

MIT학생의 해

이 학생은 나의 x,y,z축을 z,x,y축으로 놓았으므로 이 축을 각각 z′,x′,y′라 하고, 이 z′,x′,y′를 기준으로 spherical coordinate를 잡으면(spherical coordinate를 잡을 때는 z′축을 z축으로 보고 잡는다. 그러므로 SNU학생이 잡은 구면좌표계랑 표현식이 다르지 않다.)

$$z' = r\cos\theta$$
$$x' = r\sin\theta\cos\phi$$
$$y' = r\sin\theta\sin\phi$$

$\therefore \;\; r = \sqrt{(x')^2 + (y')^2 + (z')^2}, \;\; r\cos\theta = z'$ 대입

$$\psi_{p_{z'}} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}a_0^{\frac{3}{2}}}\frac{1}{a_0}e^{-\frac{\sqrt{(x')^2+(y')^2+(z')^2}}{2a_0}}z'$$

z′=x이므로 이 식은

$$\psi_{p_x} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}a_0^{\frac{3}{2}}}\frac{1}{a_0}e^{-\frac{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{2a_0}}x$$

와 동일함을 알 수 있다.

=> 이 결과로 보아 P_x, P_y, P_z는 각 축에 대해 동일한 분포를 갖는다는 사실을 알 수 있다. 여기서 MIT학생이 구한 해는 P_x가 되는 데, 이 해는 SNU학생이 구한 Table에 나타나 있지 않지만 다음과 같이,

$$\psi_{p_x} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{2,1,1} + \psi_{2,1,-1})$$

$$\psi_{p_x} = \frac{1}{\sqrt{2}}c(\sin\theta e^{i\phi} + \sin\theta e^{-i\phi}) \quad \text{where} \quad c = \frac{1}{8\sqrt{\pi}a_0^{\frac{3}{2}}}\frac{r}{a_0}e^{-\frac{r}{2a_0}}$$

$$\psi_{p_x} = \frac{2}{\sqrt{2}}c\sin\theta(\frac{e^{i\phi}+e^{-i\phi}}{2}) = \frac{2}{\sqrt{2}}c\sin\theta\cos\phi = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}a_0^{\frac{3}{2}}}\frac{1}{a_0}e^{-\frac{r}{2a_0}}x'$$

의 선형결합을 통해 나타낼 수 있으므로

SNU학생이 구한 해는 틀린 것이 아니며, MIT학생은 축을 변환시킴으로써 해의 표현방식을 바꾼 것이다.

채점기준)

a) 결론이 틀리면 0점

b) 단순 축 변환만을 이용해 해가 같다는 것만을 증명하면 10점

c) 단순히 x,y,z 축을 z',x',y'로 변환하여 Spherical coordinate를 잡을 때 y'축을 z축으로 잡고 풀어서 ψ_{p_y} 를 구하면 -5점

d) 선형결합의 수식적인 증명이 없으면 -3점

3번 문항 (28점-각7점)

$$\left\langle B; n_{k,\alpha} - 1 | H_{Int} | A; n_{k,\alpha} \right\rangle$$

$$= -\frac{e}{mc}\left\langle B; n_{k,\alpha} - 1 | \sum_i c\sqrt{\frac{\hbar}{2\omega V}} a_{k,\alpha}(0) e^{i(\mathrm{k}\cdot\mathrm{x}-\omega t)} \mathrm{p}_i \cdot \varepsilon^{(\alpha)} | A; n_{k,\alpha} \right\rangle$$

$$= -\frac{e}{m}\sqrt{\frac{n_{k,\alpha}\hbar}{2\omega V}} \sum_i \left\langle B | e^{i\mathrm{k}\cdot\mathrm{x}} \mathrm{p}_i \cdot \varepsilon^{(\alpha)} | A \right\rangle e^{-i\omega t}$$

(a)이는 무엇을 계산하기 위한 것인가?

Atom이 빛을 흡수하거나 방출하는 interaction관계를 initial state(ket) , final state(bra) , 그리고 interaction hamiltonian을 이용하여 구하는 과정이며, 이 경우 photon이 n개에서 n-1개로 줄어들면서 state는 A에서 B로 변화하는 atom의 absorption 확률을 계산하기 위한 것이다.

- 전자의 state변화와 photon의 개수 변화의 두 가지 관점에서 모두 언급 필요.
- 둘 중 하나만 언급시 2점 감점
- '흡수' 하는 것이 아닌 '방출'하는 것으로 잘못 설명한 경우 5점 감점
- photon의 수가 아닌 전자가 n -> n-1으로 이동한 것이라 언급하는 경우 0점
- 기타 틀린 언급을 하는 경우 3점 감점

(b)첫 줄의 식에서 둘째 줄의 식으로 가는 유도과정을 보이시오.

$\hat{H} = \frac{1}{2m}\left[\hat{\mathrm{p}} - \frac{e}{c}\mathrm{A}(\mathrm{r},t)\right]^2 + V(\mathrm{r})$ 으로부터, [1점]

$\hat{H}^{(0)} = \frac{\hat{\mathrm{p}}^2}{2m} + V(\mathrm{r})$, $\hat{H}' = -\frac{e}{2mc}[\hat{p}\cdot\mathrm{A} + \mathrm{A}\cdot\hat{p}]$, $\hat{H}'' = \frac{e^2}{2mc^2}\mathrm{A}^2$

이중에 우리가 관심 있는 부분은 photon의 수가 ±1만큼 변화하는 $\hat{H}'$ 이다.

즉, $H_{\text{int}} = \hat{H}' = -\frac{e}{2mc}[\hat{p}\cdot \mathrm{A} + \mathrm{A}\cdot \hat{p}]$ 이 식까지 유도 또는 언급 [2점]

$\hat{p}\cdot \mathrm{A}\psi_n = \frac{\hbar}{i}\nabla\cdot(\mathrm{A}\psi_n) = \frac{\hbar}{i}[\psi_n\nabla\cdot\mathrm{A}+(\mathrm{A}\cdot\nabla)\psi_n]$ & $\nabla\cdot\mathrm{A}=0$ (transversality condition)

$\therefore H_{\text{int}} = -\frac{e}{2mc}[\hat{p}\cdot\mathrm{A}+\mathrm{A}\cdot\hat{p}] = -\frac{e}{mc}\hat{p}\cdot\mathrm{A} = -\frac{e}{mc}\mathrm{A}\cdot\hat{p}$

이 식에 A에 관한 식을 넣어주면,

$$A(x,t) = \frac{1}{\sqrt{V}}\sum_k\sum_\alpha c\sqrt{\frac{\hbar}{2\omega}}[a_{k,\alpha}(0)\varepsilon^{(\alpha)}e^{i(kx-wt)} + a^{\dagger}_{k,\alpha}(0)\varepsilon^{(\alpha)}e^{-i(kx-wt)}]$$

A의 식을 적으면 3점,

적지는 않더라도 annihilation operator와 creation operator의 선형 결합이라는 것을 언급하면 2점

creation operator을 적지 않은 경우에도 2점

그런데 이때 creation operator의 경우 n의 값을 하나 증가시키므로,

$\langle n_{k,\alpha}-1|n_{k,\alpha}+1\rangle$ =0 의 꼴이 되어 영향을 미치지 못하므로, annihilation operator부분만을 생각하면 된다.

creation operator는 absorption에 영향을 주지 않음을 언급하면 1점

따라서, $A(x,t) = \frac{1}{\sqrt{V}}\sum_k\sum_\alpha c\sqrt{\frac{\hbar}{2\omega}}a_{k,\alpha}(0)\varepsilon^{(\alpha)}e^{i(kx-wt)}$ 를 대입하고 모든 photon이

(k,α) state만 존재한다고 가정하면,

$$-\frac{e}{mc}\left\langle B;n_{k,\alpha}-1\right|\sum_i c\sqrt{\frac{\hbar}{2\omega V}}a_{k,\alpha}(0)e^{i(\mathrm{k\cdot x}-\omega t)}\mathrm{p}_i\cdot\varepsilon^{(\alpha)}\left|A;n_{k,\alpha}\right\rangle$$

식을 얻을 수 있게 된다.

- H의 식으로부터 차근차근히 유도를 하는 것이 중요

-유도 문제이므로 뒷부분이 맞더라도 앞의 내용을 적지 않으면 해당 부분의 점수 없음

(c)둘째 줄의 식에서 셋째 줄의 식으로 가는 유도과정을 보이시오.

$$-\frac{e}{mc}\left\langle B; n_{k,\alpha}-1 \middle| \sum_i c\sqrt{\frac{\hbar}{2\omega V}} a_{k,\alpha}(0) e^{i(\mathrm{k}\cdot\mathrm{x}-\omega t)} \mathrm{p}_i\cdot\varepsilon^{(\alpha)} \middle| A; n_{k,\alpha}\right\rangle$$

$$=-\frac{e}{m}\sqrt{\frac{\hbar}{2\omega V}}\sum_i \left\langle B; n_{k,\alpha}-1 \middle| a_{k,\alpha}(0) e^{i\mathrm{k}\cdot\mathrm{x}} \mathrm{p}_i\cdot\varepsilon^{(\alpha)} \middle| A; n_{k,\alpha}\right\rangle e^{-i\omega t}$$

이 때, $a_{k,\alpha}(0)$는 annihilation operator로

$a_{k,\alpha}(0)\left|n_{k,\alpha}\right\rangle=\sqrt{n_{k,\alpha}}\left|n_{k,\alpha}-1\right\rangle$를 만족한다.

$$\therefore -\frac{e}{m}\sqrt{\frac{\hbar}{2\omega V}}\sum_i \left\langle B; n_{k,\alpha}-1 \middle| a_{k,\alpha}(0) e^{i\mathrm{k}\cdot\mathrm{x}} \mathrm{p}_i\cdot\varepsilon^{(\alpha)} \middle| A; n_{k,\alpha}\right\rangle e^{-i\omega t}$$

$$=-\frac{e}{m}\sqrt{\frac{\hbar}{2\omega V}}\sum_i \left\langle B; n_{k,\alpha}-1 \middle| \sqrt{n_{k,\alpha}}\, e^{i\mathrm{k}\cdot\mathrm{x}} \mathrm{p}_i\cdot\varepsilon^{(\alpha)} \middle| A; n_{k,\alpha}-1\right\rangle e^{-i\omega t}$$

$$=-\frac{e}{m}\sqrt{\frac{n_{k,\alpha}\hbar}{2\omega V}}\sum_i \left\langle B \middle| e^{i\mathrm{k}\cdot\mathrm{x}} \mathrm{p}_i\cdot\varepsilon^{(\alpha)} \middle| A\right\rangle e^{-i\omega t}$$

- 계산 실수 1점 감점
- 기타 전개 흐름상 문제가 있는 경우 3점 감점

(d)다음의 식에서 네모('가')에 들어갈 계수를 쓰시오.

$$\left\langle B; n_{k,\alpha}+1 \middle| H_{Int} \middle| A; n_{k,\alpha}\right\rangle$$

$$=-\frac{e}{mc}\left\langle B; n_{k,\alpha}+1 \middle| \sum_i c\sqrt{\frac{\hbar}{2\omega V}} a^{\dagger}_{k,\alpha}(0) e^{i(\mathrm{k}\cdot\mathrm{x}-\omega t)} \mathrm{p}_i\cdot\varepsilon^{(\alpha)} \middle| A; n_{k,\alpha}\right\rangle$$

$$=\boxed{-\frac{e}{m}\sqrt{\frac{(n_{k,\alpha}+1)\hbar}{2\omega V}}}\sum_i \left\langle B \middle| e^{i\mathrm{k}\cdot\mathrm{x}} \mathrm{p}_i\cdot\varepsilon^{(\alpha)} \middle| A\right\rangle e^{-i\omega t}$$

- 맞으면 7점, 틀리면 0점,
- 단, 답이 틀렸으나 creation operator에 대한 언급이 있는 경우 4점

4번 문항 (21점)

<숙제 7의 문항3 참조>

$\psi = \sum_k c_k(t)u_k(x)e^{-iE_k t/\hbar}$ time dependent 일 때의 일반적인 파동함수 기술 (2.103)

$H_0 u_k(x) = E_k u_k(x)$ time dependent한 perturbation이 없는 경우 (2.104)

Perturbation이 존재하는 경우의 슈뢰딩거 방정식은 다음과 같이 기술된다.

$$(H_0 + H_I)\psi = i\hbar(\partial\psi / \partial t)$$

$$= \boxed{\text{(가)} \ \ i\hbar\sum_k (\dot{c}_k(t)u_k(x)e^{-iE_k t/\hbar} - i(E_k/\hbar)c_k(t)u_k(x)e^{-iE_k t/\hbar})} \qquad (2.105)$$

식을 정리하면,

$$H_0\psi + H_I\psi = i\hbar\sum_k (\dot{c}_k(t)u_k(x)e^{-iE_k t/\hbar}) + \sum_k E_k c_k(t)u_k(x)e^{-iE_k t/\hbar} = i\hbar\sum_k (\dot{c}_k(t)u_k(x)e^{-iE_k t/\hbar}) + H_0\psi$$

$$\therefore H_I\psi = \sum_k (H_I c_k(t)u_k(x)e^{-iE_k t/\hbar}) = i\hbar\sum_k (\dot{c}_k(t)u_k(x)e^{-iE_k t/\hbar}) \qquad (2.106)$$ [2점]

양변에 $u_m^*(x)e^{iE_m t/\hbar}$ 를 곱하고 공간에 대해 적분하면

$$\sum_k \langle m|H_I|k\rangle e^{i(E_m-E_k)t/\hbar}c_k(t) = i\hbar\dot{c}_m(t)\sum_k \langle m|k\rangle e^{i(E_m-E_k)t/\hbar} = i\hbar\dot{c}_m(t)$$ [3점]

$$\therefore \dot{c}_m(t) = \boxed{\text{(나)} \ \ (1/i\hbar)\sum_k \langle m|H_I(t)|k\rangle e^{i(E_m-E_k)t/\hbar}} c_k(t) \qquad (2.107)$$

초기에 (t=0) l state 하나에만 전자가 존재할 수 있었다라고 가정하면,

$$c_k(0) = \delta_{kl} \qquad (2.108)$$

$\delta_{kl} = \langle k|l\rangle$을 107식에 대입하고 $\sum_k |k\rangle\langle k|l\rangle = |l\rangle$ 임을 이용하면,

$\dot{c}_m(t) = (1/i\hbar)\langle m|H_I|l\rangle e^{i(E_m-E_k)t/\hbar}$ 식을 얻게 되고 이 식의 양변을 적분함으로써

$$c_m^{(1)}(t) = (1/i\hbar)\int_0^t dt' \langle m|H_I(t')|l\rangle e^{i(E_m-E_k)t'/\hbar} \qquad (2.109)$$ [1점]

의 식을 얻는다.

원자가 photon을 흡수하거나 방출하는 현상을 모델링 하기 위한 perturbation은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$H_I(t) = H_I' e^{\mp iwt} \qquad \text{for} \begin{Bmatrix} \text{absorption} \\ \text{emission} \end{Bmatrix}$$ (2.112) [2점]

이것을 식 (2.109)에 대입하게 되면 time dependent 부분과 그렇지 않은 부분으로 나눌 수 있게 된다.

$$c_m^{(1)}(t) = (1/i\hbar)\langle m \mid H_I' \mid l \rangle \int_0^t dt' e^{i(E_m - E_k \mp \hbar w)t'/\hbar}$$ (2.113) [3점]

이 값을 제곱하면 기존에 한 state에 있던 전자가 다른 state로 전이하게 되는 transition probability를 의미하게 된다.

$$\left|c_m^{(1)}\right|^2 = -\frac{1}{\hbar^2}\left|\langle m | H_I' | l \rangle\right|^2 \left[\frac{\hbar}{i(E_m - E_l \mp \hbar w)}(e^{i(E_m - E_l \mp \hbar w)t/\hbar} - 1)\right]^2$$

$$= \frac{1}{\hbar^2}\left|\langle m | H_I' | l \rangle\right|^2 \left|e^{i(E_m - E_l \mp \hbar w)t/2\hbar}\right|^2 \left[\frac{2i\hbar}{(E_m - E_l \mp \hbar w)} \frac{(e^{i(E_m - E_l \mp \hbar w)t/2\hbar} - e^{-i(E_m - E_l \mp \hbar w)t/2\hbar})}{2i}\right]^2$$

$$= 4\pi\left|\langle m | H_I' | l \rangle\right|^2 \left[\frac{\sin^2((E_m - E_l \mp \hbar w)t/2\hbar)}{\pi(E_m - E_l \mp \hbar w)^2 t/2\hbar}\right] t/2\hbar$$

여기서 공식

$$\lim_{\alpha \to \infty} \frac{1}{\pi} \frac{\sin^2 \alpha x}{\alpha x^2} = \delta(x)$$ (2.115) [4점]

를 사용, $\alpha = t/2\hbar$, $x = (E_m - E_l \mp \hbar w)$ 으로 치환하여 생각하면 간단하다.

따라서 최종 결과는

$$\left|c_m^{(1)}\right|^2 = \boxed{(\text{다}) \quad \frac{2\pi}{\hbar}\left|\langle m | H_I' | l \rangle\right|^2 \delta(E_m - E_l \mp \hbar w)t}$$ (2.114)

으로 얻어진다.

(채점 기준)

- 일단 과정의 유무와 관계없이 답이 맞으면 7점
- 답이 틀린 경우에는 답이 틀린 정도와 풀이를 봄
- 풀이가 전부 옳고 답에만 경미한 실수가 있는 경우 -2점

- 그 외에는 풀이를 전개한 정도에 따라 부분점수 적용(0~4점, (나)(다)만 해당)
- 답을 외워서 적었는데 틀린 경우 경미한 실수인 경우에만 2점 인정, 그 외 0점
- 경미한 실수란 과정을 다 맞게 서술하고(풀이가 있다면), 부호 하나 정도 틀리거나 문자 하나 정도 빠트린 경우를 말함.

5번 문항(15점)

풀이1

3번 문항의 식으로부터,

$$-\frac{e}{m}\sqrt{\frac{n_{k,\alpha}\hbar}{2\omega V}}\sum_i \langle B|e^{i\mathrm{k}\cdot\mathrm{x}}\mathrm{p}_i\cdot\varepsilon^{(\alpha)}|A\rangle e^{-i\omega t}$$ 식은

Electric dipole approximation을 이용함으로써,

$$e^{i\mathrm{k}\cdot\mathrm{x}} = 1+\mathrm{k}\cdot\mathrm{x}+\frac{1}{2}(\mathrm{k}\cdot\mathrm{x})^2\ldots\simeq 1$$ 로 근사를 하게 되면, 간단하게

$$-\frac{e}{m}\sqrt{\frac{n_{k,\alpha}\hbar}{2\omega V}}e^{-i\omega t}\times\langle B|\mathrm{p}|A\rangle$$ 의 꼴로 표현할 수 있다.

(sigma는 계산의 편의를 위해 hydrogen-like atom을 가정하여 제거)

$$\langle B|\mathrm{p}|A\rangle = \left\langle B|\frac{\mathrm{im}}{\hbar}[H_0,\mathrm{x}]|A\right\rangle$$

$$=\frac{\mathrm{im}(\mathrm{E_B}-\mathrm{E_A})}{\hbar}\langle B|\mathrm{x}|A\rangle = \mathrm{i}m\omega\langle B|\mathrm{x}|A\rangle$$

$$-\frac{e}{m}\sqrt{\frac{n_{k,\alpha}\hbar}{2\omega V}}e^{-i\omega t}\times\langle B|\mathrm{p}|A\rangle = -ie\sqrt{\frac{n_{k,\alpha}\hbar}{2\omega V}}\omega e^{-i\omega t}\langle B|\mathrm{x}|A\rangle$$

으로 결국 **electric dipole approximation을 사용하면 transition rate은 $\langle B|\mathrm{x}|A\rangle$에 비례하게 됨을 알 수 있다.**

Selection rule이란, electron state의 변화가 일어날 때, 양자수가 $\Delta l=\pm1$, $\Delta m = 0\ or \pm1$ 만큼 변화함을 의미하며, 다르게 표현하면 $\langle (n',l',m')|\mathrm{u}|(n,l,m)\rangle \neq 0$ 인 경우(u=x, y, z) 가 allowed transition임을 의미한다.

따라서 Electric dipole approximation을 사용하게 되면 3번 문항의 식이 $\langle B|\mathrm{x}|A\rangle$와 비례하게 되고, 이것이 의미하는 바는 **transition rate $\neq 0$ 이기 위해서는 $\langle (n',l',m')|\mathrm{u}|(n,l,m)\rangle \neq 0$ 이어야 한다는 것, 즉 selection rule을 만족하는 allowed transition 만이 가능하다는 것을 의미한다.**

풀이2

문제에서 electric dipole approximation의 근사식이 주어졌으므로 이를 이용한다.

3번 문제의 transition rate를 구하는 식, $\left\langle B; n_{k,\alpha}-1 | H_{Int} | A; n_{k,\alpha} \right\rangle$ 으로부터,

$H_{Int} = -\frac{e\mathrm{A}\cdot\mathrm{p}}{mc} \rightarrow -\frac{e}{c}\mathrm{x}\cdot\frac{\partial \mathrm{A}}{\partial t} = -e\mathrm{x}\cdot E$ 를 이용,

Absorption의 경우, $A^{(absorp)} = A_0^{(absorp)} e^{i\mathrm{k}\cdot\mathrm{x}-i\omega t}$ 을 넣고 대입하면,

($A_0^{(absorp)} = c\sqrt{n_{k,\alpha}\hbar/2\omega V}\,\varepsilon^{(\alpha)}$ 보충자료.11 2.102 참조)

$$
\begin{aligned}
&\left\langle B; n_{k,\alpha}-1 | H_{Int} | A; n_{k,\alpha} \right\rangle \\
&\qquad = \frac{e}{c}\left\langle B; n_{k,\alpha}-1 \left| \mathrm{x}\cdot\frac{\partial \mathrm{A}}{\partial t} \right| A; n_{k,\alpha} \right\rangle \\
&\qquad = -\frac{e}{c} i\omega A_0^{(absorp)} \left\langle B | \mathrm{x} | A \right\rangle \\
&\qquad = -ie\sqrt{\frac{n_{k,\alpha}\hbar}{2\omega V}}\,\omega e^{-i\omega t} \left\langle B | \mathrm{x} | A \right\rangle
\end{aligned}
$$

으로 풀이.1 과 똑같은 결과를 얻을 수 있고, 이후의 설명은 동일하다.

(채점 기준) 세세한 수식을 적을 필요는 없음

(1)Selection rule의 allowed transition이 $\left\langle (n', l', m') | \mathrm{u} | (n, l, m) \right\rangle \neq 0$ 임을 언급하면 3점

$\Delta l = \pm 1$, $\Delta m = 0$ *or* ± 1 만 언급하면 3점 대신 2점

(2)Electric dipole approximation을 이용함으로써 transition rate이 $\left\langle B | \mathrm{x} | A \right\rangle$에 비례하게 됨을 보이면 5점, 증명없이 적으면 3점

(3)설명 파트 7점

-(1),(2)의 내용을 모두 적은 경우, 둘을 연관지어 설명하고 틀린 언급만 하지 않으면 7점

-(1),(2)의 내용을 다 적지 않더라도, 설명의 타당성이 어느 정도 있으면 5점

(보통 설명만 쓴 사람중에 정확한 설명을 한 경우가 없었음)

-설명이 위 내용의 핵심과 많이 빗나가면 3점
