

# 2009년 창의적 선박설계 기말고사 Part 3

일시: Part I. 2009년 6월 18일 목요일 오전 9시 ~ 오후 1시 (4H)

Part II. 2009년 6월 18일 목요일 오후 2시 ~ 오후 5시30분 (3H30M)

Part III. 2009년 6월 18일 목요일 오후 6시30분 ~ 오후 9시30분(3H)

아래 주어진 설계선의 주요 요목과 요구사항을 바탕으로 Part3의 설계를 진행하시오.

주요요목	기준선 (3700TEU)	설계호선
<b><u>Main Dimensions</u></b>		
LOA	257.4 m	261.2 m
LBP	245.24 m	246.2 m
B mld	32.2 m	32.25 m
D mld	19.3 m	19.3 m
d(design)	10.1 m	Abt. 11 m
d(scant.)	12.5 m	Abt. 12.5 m
<b><u>Deadweight</u></b>		
(design/scant.)	34,300/50,200 MT	51,000mt at scant. draught
<b><u>Capacity</u></b>		
Container on deck/in hold	2,174 TEU / 1,565 TEU	Abt. 4,100TEU
Ballast water	13,800 m <sup>3</sup>	11,500 m <sup>3</sup>
Heavy fuel oil	6,200 m <sup>3</sup>	6,700 m <sup>3</sup>
Marine diesel oil	400 m <sup>3</sup>	
Fresh water	360 m <sup>3</sup>	
<b><u>Main Engine &amp; Speed</u></b>		
M/E type	Sulzer 7RTA84C	
MCR (BHP * rpm)	38,570 * 102	
NCR (BHP * rpm)	34,710 * 98.5	
Service speed at NCR	22.5 knots (11.5m)	23.0 knots
(design draught, 15% SM)	30,185 BHP	(design draught, 15% SM)
Daily FOC at NCR	103.2 MT	
Cruising range	20,000 N.M	Abt. 20,000 N.M
<b><u>Others</u></b>		
Complement	30 P.	30 P.
Crane 유무	Crane 있음	Crane 없음

## 시험 시 추가로 주어지는 자료

-각 Part 종료와 동시에 시험지와 자료 수거

### Part 3.

#### 1) 3700TEU 기준선 자료 중 관련 부분

a) Midship Section

#### 2) DNV Rule 자료 중 관련 부분 (구조 설계)

a) SWBM & VWBM 추정식

b) 설계선의 stress factor ( $f_{2b}$ ,  $f_{2d}$ )

c) Plate & Longitudinal stiffener 치수 결정에 필요한 모든 수식

#### 3) 형강재 단면 계수 및 단면 특성 Table

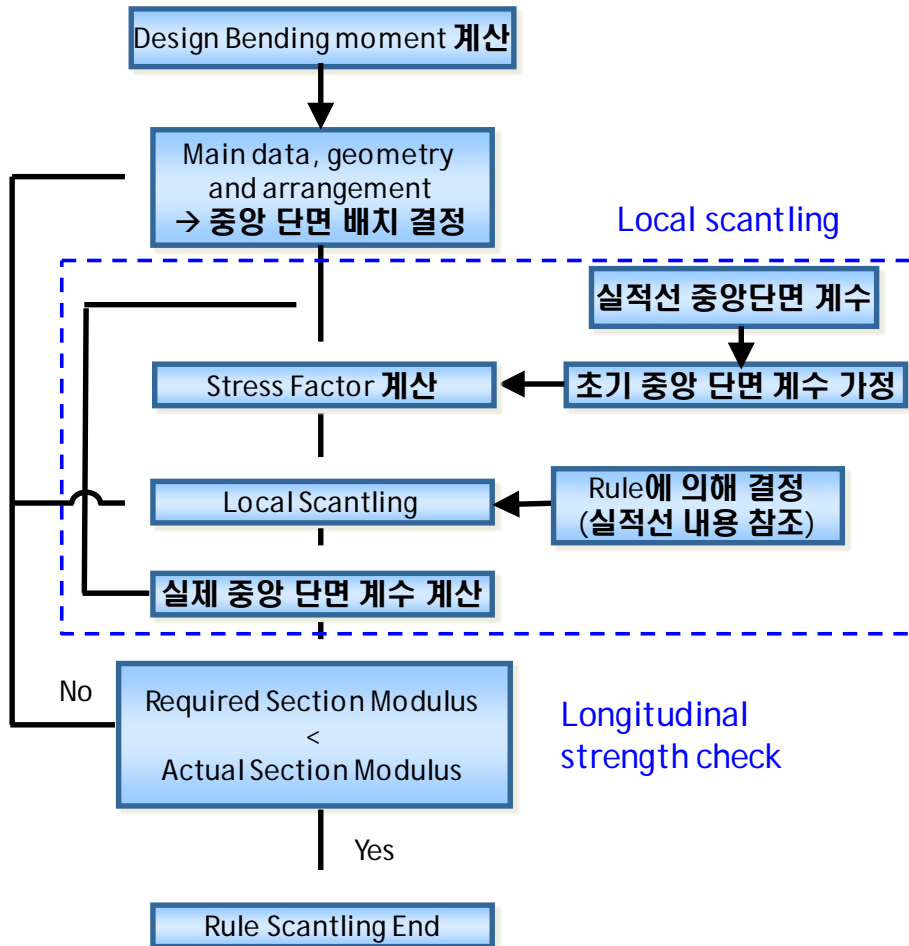
# 이외의 자료 및 문제에 기재되지 않은 식에 대해서는 각자 알고 있어야 함.

혹시 위의 자료 중 배포되지 않은 자료가 있으면 시험감독에게 알릴 것.

준비물:

자, 계산기, 필기구

## 9. Rule Scantling



Local scantling을 통하여 부재들의 치수가 결정되고 따라서 중앙단면 계수가 결정된다.

하지만 Local scantling을 하기 위해서는 Stress factor를 알아야 하는데, Stress factor를 알려면 중앙단면 계수를 알아야 한다. 따라서 처음에는 기준선의 중앙단면 계수로 가정하여 Stress factor를 구한 뒤 iteration을 한다.

Given : 기준선 Midship Section 도면, DNV Rule 구조설계 부분

[문제 9.1] 중앙단면에 작용하는 Total Bending Moment를 구하시오.

Total Bending Moment = SWBM + VWBM

이때, SWBM: Rule의 Minimum SWBM값 고려

VWBM: Rule의 추정식으로 구한 VWBM

※원래는 선박의 Loading condition 별로 계산한 SWBM값과 Rule의 값 중에서 큰 값을 이용해야 하나, 시간 관계상 Rule의 minimum 값을 이용하여 하는 것으로 한다.

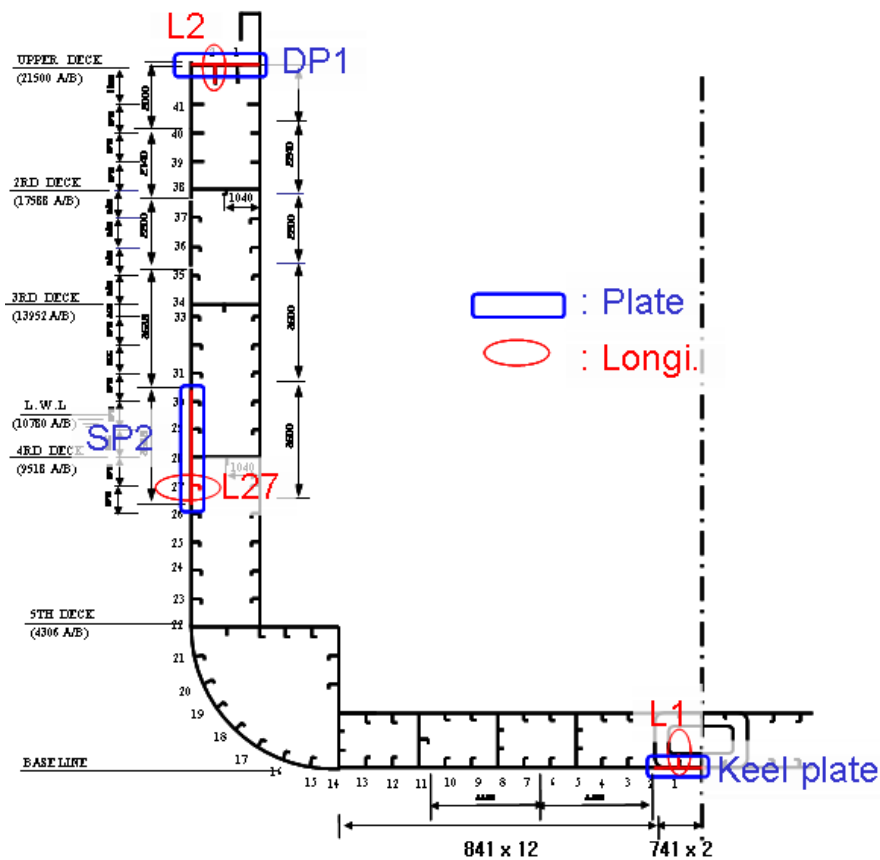
[문제 9.2] Local Scantling

제공되는 DNV Rule을 이용하여, Bottom, Side, Deck에 대해 각각 한 개의 Plate와 Longitudinal Stiffener에 대하여 Local Scantling을 수행하시오.

단 Stress factor를 기준선과 같다고 가정 하여 계산 할 것. (시간 관계상 iteration 생략)

기준선의 Stress factor :  $f_{2b}=1.030, f_{2d}=1.140$

- Web Frame 간격 : 4 frame \* 0.79 = 3.16 m
- Stiffener의 span결정 시, Bracket에 의한 span 감소효과를 200mm 고려할 것



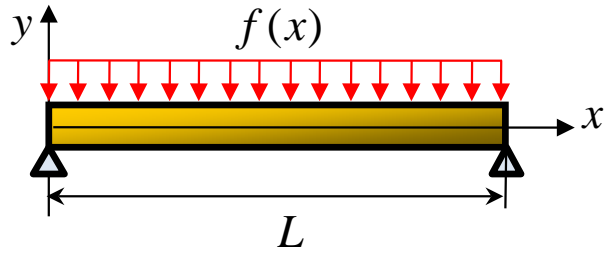
[문제 9.3]  $\sigma_{act.} < \sigma_l$  ( $\sigma_l$  :allowable stress)을 만족 하도록 부재의 치수를 결정 하시오.

2)번 문제에서 구한 부재를 추가하여, 전체 Midship Section에 대한 면적, 1차 모멘트, Neutral Axis, 2차 모멘트를 계산하고, 모든 부재에 대하여  $\sigma_{act.} < \sigma_l$  를 만족하도록 부재의 치수를 결정하시오.

	면적 ( $cm^2$ )	1차Moment[ $cm^3$ ]	2차 Moment[ $cm^4$ ]
Total (단, 2번 문제의 부재들은 제외)	19,331	18,976,694	32,534,474,040

## 10. Beam Theory & Elasticity

[문제 10.1] 다음 그림과 같은 좌표계 에서, 보에 하중이 작용하고 있다. 보의 처짐 방정식은  $EIy'''' = -f(x)$ 로 주어질 때, 다음 질문에 답하여라.



질문(1) Boundary condition을 쓰시오.

질문(2) 보의 처짐 방정식과 Boundary condition을 이용하여, Deflection, Shear force, Bending moment를 구하고, 그래프로 나타내시오.

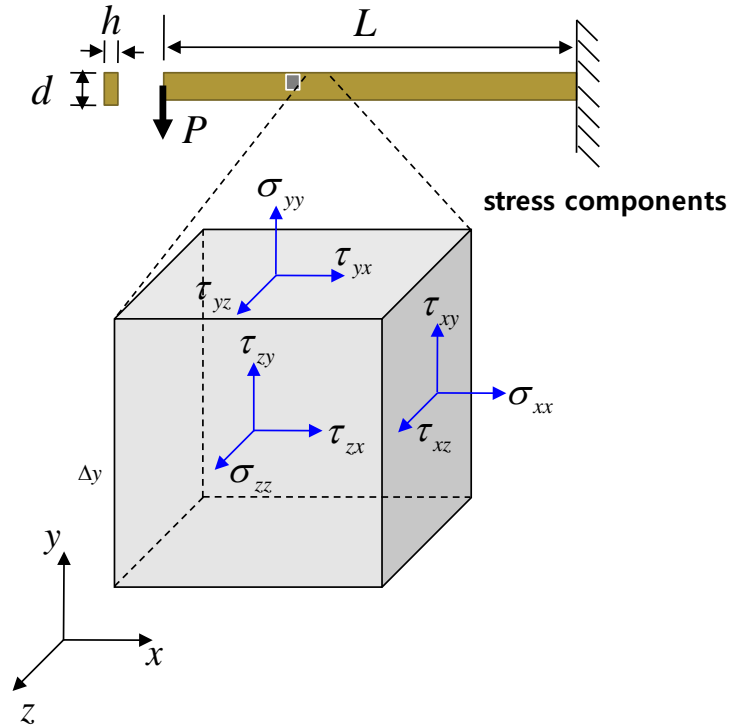
질문(3)  $x = \frac{1}{4}L$ 인 지점에서 자유물체도를 표현하고, Shear force와 Bending moment를 구하시오.

질문(4)  $x = \frac{1}{2}L$ 인 지점에서 자유물체도를 표현하고, Shear force와 Bending moment를 구하시오.

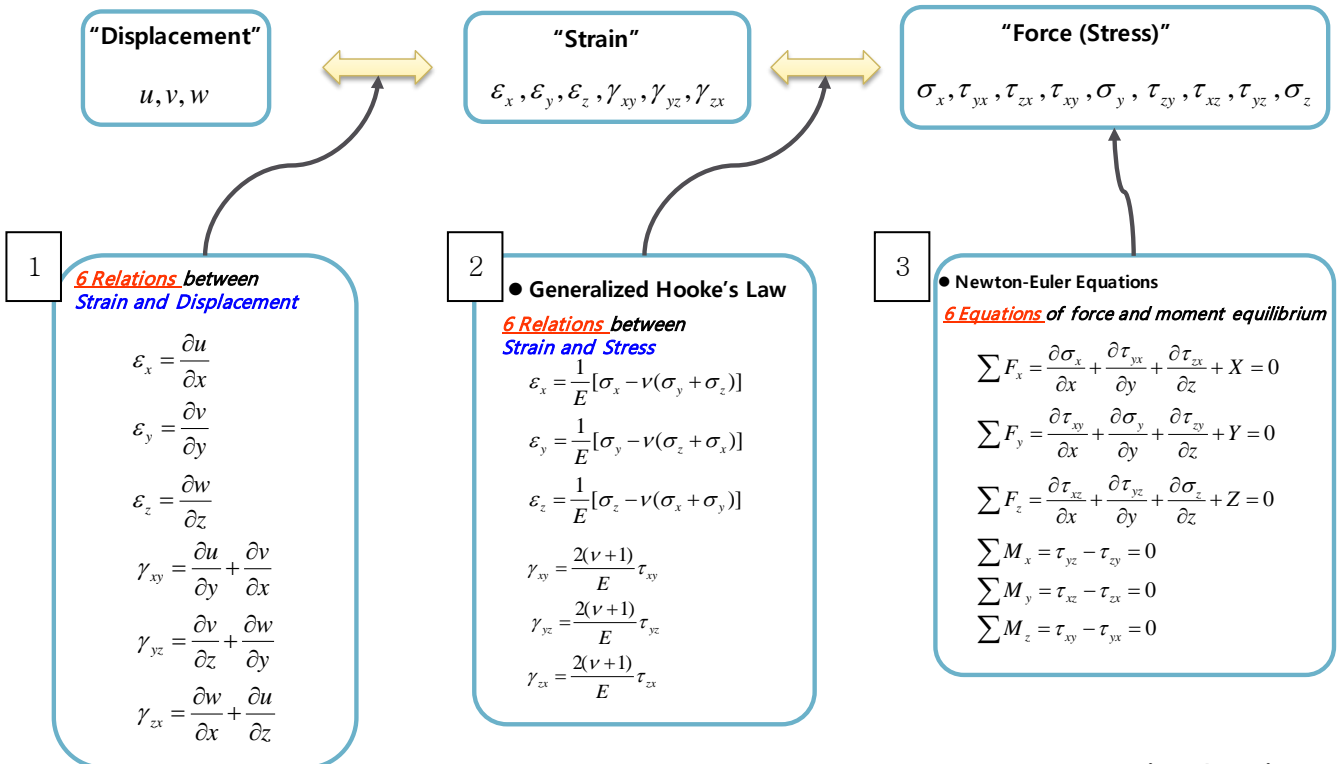
질문(5). 질문(3)과 (4)의 결과를 (2)의 값과 비교하시오. 이때, 각각 크기와 방향에 대해 의미를 서술하시오.

질문(6). Bending moment가 최대가 되는 지점을 찾고 왜 최대가 되는지 기하학적 의미를 설명하시오.

[문제 10.2] 다음과 같은 elastic body에 주어진 경계조건 하에서 하중이 작용할 때, Stress나 displacement를 구하고자 한다. 다음의 질문에 답하여라.



Displacement, strain, Stress 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.



$$\frac{2(\nu+1)}{E} = \frac{1}{G} \quad \begin{array}{l} \nu : \text{Poisson's Ratio} \\ G : \text{Shear Modulus} \\ E : \text{Young's Modulus} \end{array}$$

질문(1) 위의 18개 방정식(Force Equilibrium, Strain-Displacement 관계식, Strain-Stress 관계식)을 이용하여, 다음의 Displacement 관계식을 유도 하는 과정을 설명 하시오. (직접 유도 하는 것이 아니라 과정을 간략히 설명)

**Given : Body force  $X, Y, Z$**

**Find : Displacement  $u, v, w$**

$$(\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial x} + G \nabla^2 u + X = 0$$

$$(\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial y} + G \nabla^2 v + Y = 0$$

$$(\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial z} + G \nabla^2 w + Z = 0$$



**3 Variables**

**3 Equations**

$X, Y, Z$ : bodyforce in x,y, and z direction repectively

$$e = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad G : \text{Shear Moldulus}$$



질문(2) 2차원 문제로 가정하면, 위의 18개 방정식을 다음과 같이 바꾸어 쓸 수 있다. 2차원에서 Stress의 관계식을 유도 하기 위해서 Compatibility equation을 도입해야 하는 이유를 설명하고, Strain 관계식을 이용하여 compatibility equation을 유도 하시오.

**<3-D problem>**

**6 Equations of force equilibrium**

$$\begin{aligned} \sum F_x = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X = 0 & \quad \sum M_x = \tau_{yz} - \tau_{zy} = 0 \\ \sum F_y = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + Y = 0 & \quad \sum M_y = \tau_{zx} - \tau_{xz} = 0 \\ \sum F_z = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z = 0 & \quad \sum M_z = \tau_{xy} - \tau_{yx} = 0 \end{aligned}$$

**6 Relations btw. Strain and Displacement**

$$\begin{aligned} \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \end{aligned}$$

**6 Relations btw. 6 Strain and 6 Stress**

$$\begin{aligned} \sigma_x = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} e + \frac{E}{(1+\nu)} \epsilon_x & \quad , \tau_{xy} = \frac{E}{2(\nu+1)} \gamma_{xy} \\ \sigma_y = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} e + \frac{E}{(1+\nu)} \epsilon_y & \quad , \tau_{yz} = \frac{E}{2(\nu+1)} \gamma_{yz} \\ \sigma_z = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} e + \frac{E}{(1+\nu)} \epsilon_z & \quad , \tau_{zx} = \frac{E}{2(\nu+1)} \gamma_{zx} \end{aligned}$$

**<2-D problem>**

(without gravitational force)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_x = \frac{1+\nu}{E} [(1-\nu)\sigma_x - \nu\sigma_y] \\ \epsilon_y = \frac{1+\nu}{E} [(1-\nu)\sigma_y - \nu\sigma_x] \\ \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \end{aligned}$$

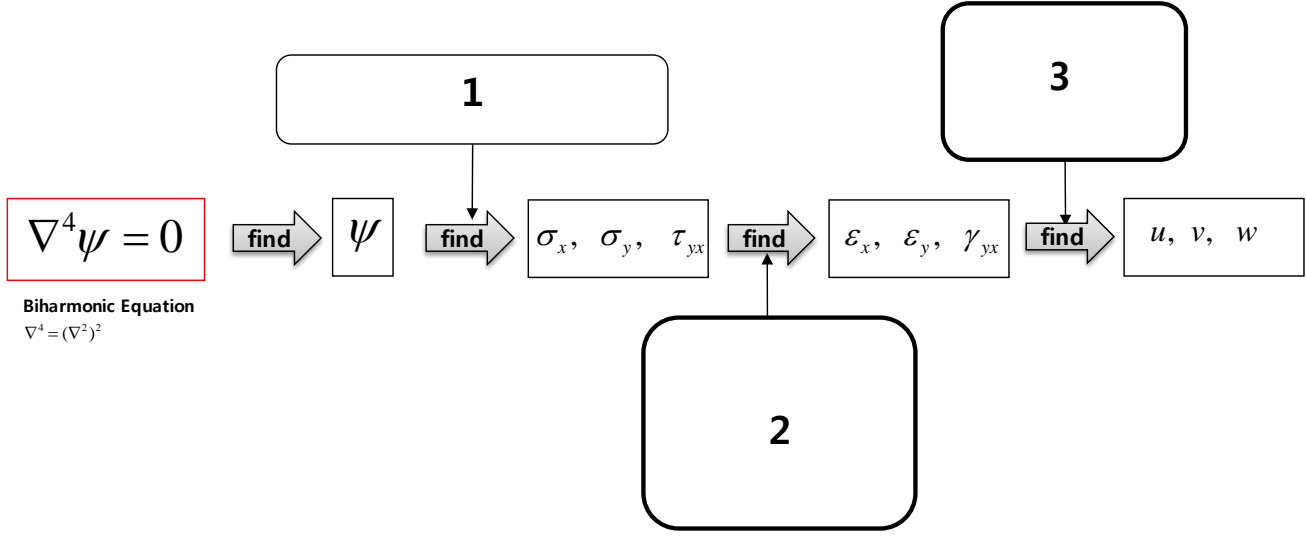
질문(3) 위의 질문(2)에서 유도한 Compatibility equation과 stress-strain 관계식, 그리고 다음을 만족하는 Stress function을 도입하여, Biharmonic function을 유도 하시오.

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \psi}{\partial^2 y}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \psi}{\partial^2 x}, \quad \tau_{yx} = -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y}$$

$$\nabla^4 \psi = 0$$

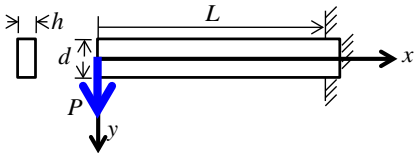
**Biharmonic Equation**  
 $\nabla^4 = (\nabla^2)^2$

질문(4) Biharmonic function을 풀어서  $\psi$ 를 구하면, 위에서 구했던 관계식들을 이용하여 다음과 같이 변위를 구할 수 있다. 다음의 1,2,3에 들어갈 관계식을 쓰시오.



[문제 10.3] 문제 10.2에서 설명한 방법을 다음 문제에 적용하면 x방향 displacement  $u$ 와 y방향 displacement  $v$ 를 구할 수 있다. 같은 문제에 대하여 보이론을 적용하여 문제를 풀고, 다음의 결과와 비교 하시오. 만약 결과가 다르다면 그 이유를 설명 하시오.

**Bending of a Narrow Cantilever of Rectangular Cross Section under an End Load**



A cantilever beam of narrow rectangular cross section under an end load  $P$ . With its width  $h$  small compared with the depth  $d$ , the loaded beam may be regarded with as an example in plane stress

Boundary condition : shearing force at  $x=0$  is equal to  $P$

If  $P$  is large compared with  $\rho g$ , the gravitational force can be neglected

$$\sigma_x = -\frac{Pxy}{I}, \quad \sigma_y = 0, \quad \tau_{xy} = \frac{I}{2} P \left( y^2 - \frac{1}{4} d^2 \right)$$

$$\epsilon_x = -\frac{Pxy}{EI}, \quad \epsilon_y = \frac{\nu Pxy}{EI}, \quad \gamma_{xy} = \frac{P(1+\nu)}{EI} \left( y^2 - \frac{d^2}{4} \right)$$

$$u = -\frac{P}{2EI} x^2 y + \frac{P}{3EI} \left(1 + \frac{\nu}{2}\right) y^3 + \frac{P}{2EI} \left[ L^3 - (1+\nu) \frac{d^2}{2} \right] y$$

$$v = \frac{\nu P}{2EI} xy^2 + \frac{P}{6EI} x^3 - \frac{PL^2}{2EI} x + \frac{PL^3}{3EI}$$

**Boundary Condition**

No bending moment at  $x=0 \rightarrow EIv''(0) = 0$

Shear force  $P$  at  $x=0 \rightarrow EIv'''(0) = P$

No displacement at  $x=L \rightarrow v(L) = 0$

No slope at  $x=L \rightarrow v'(L) = 0,$

# 11. Integral Equation

[문제 11. 1] 다음의 미분방정식의 Exact solution을 구하시오.

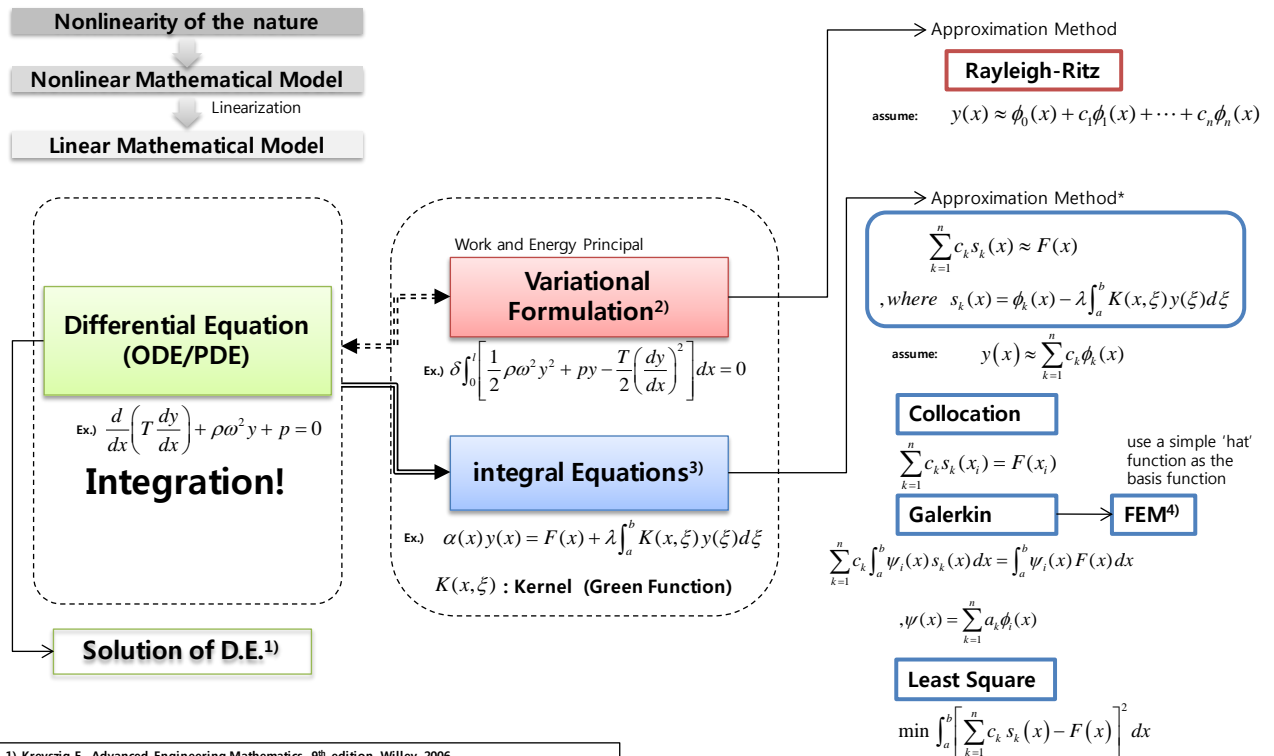
$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 2y = 0$$

$$y(0) = 0, y(1) = 1$$

[문제 11.2] 다음의 설명을 참고하여 문제 11.1의 미분방정식을 적분방정식 형태로 변환 하시오.

-----문제11.2 설명 시작-----

## Mathematical Point of View



1)-Kreyszig E., *Advanced Engineering Mathematics*, 9<sup>th</sup> edition, Wiley, 2006.  
 Zill, D.G., Cullen, M.R., *Advanced Engineering Mathematics*, 3<sup>rd</sup> Edition, Jones and Bartlett, 2006  
 2)-Hildebrand,F.B., "Methods of Applied Mathematics", 2nd edition, Dover, 1965, Chapter Two  
 -Lanczos, C., *The Variational Principles of Mechanics*, 4<sup>th</sup> Edition, 1970, Dover Chapter II.  
 3) -Hildebrand,F.B., "Methods of Applied Mathematics", 2nd edition, Dover, 1965, Chapter Three  
 4) - Becker, E.B., *Finite Elements An Introduction*, Volume I, Prentice-Hall, 1981, Chapter 1

\* some books refer as 'Method of Weighted Residue' from the Finite Element Equation point of view and they have different type depending on how to choose the weight functions. See also Fletcher,CAJ., "Computational Galerkin Methods", Springer, 1984

An integral equation is an equation in which a function to be determined appears under an *integral sign*

Differential Equation



Integral Equations

'Fredholm equation'  $\alpha(x)y(x) = F(x) + \lambda \int_a^b K(x, \xi)y(\xi)d\xi$

'Volterra equation'  $\alpha(x)y(x) = F(x) + \lambda \int_a^x K(x, \xi)y(\xi)d\xi$



How can you transform a D.E. into an integral equation?

함수  $I_n(x)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$I_n(x) = \int_a^x (x-\xi)^{n-1} f(\xi) d\xi$$

아래와 같은 미분 관계식이 있다면,

$$\frac{d}{dx} \int_{A(x)}^{B(x)} F(x, \xi) d\xi = \int_{A(x)}^{B(x)} \frac{\partial F(x, \xi)}{\partial x} d\xi + F[x, B(x)] \frac{dB}{dx} - F[x, A(x)] \frac{dA}{dx} \quad \dots(1)$$

위와 같은 공식(1)을 이용하면, 함수  $I_n(x)$ 의 n번 미분은 다음과 같은 공식으로 정의할 수 있다.

$$\int_a^x \int_a^{x_n} \dots \int_a^{x_2} \int_a^{x_1} f(x_1) dx_1 dx_2 \dots dx_{n-1} dx_n = \frac{1}{(n-1)!} \int_a^x (x-\xi)^{n-1} f(\xi) d\xi$$

1) if you have a function f

2) and integrate it n times

3) you have this

아래와 같은 예를 생각해 보자.

### Example : Boundary Value Problem

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 y}{dx^2} + \lambda y &= 0, \\ y(0) &= 0, y(l) = 0 \end{aligned} \right\} \dots (18)$$

We obtain after a first integration over  $(0, x)$  the relation

$$\frac{dy}{dx} = -\lambda \int_0^x y(x_1) dx_1 + C$$

A second integration over  $(0, x)$  then leads to the relation

$$y(x) = -\lambda \int_0^x (x - \xi) y(\xi) d\xi + Cx$$

By using boundary condition  $y(l) = 0$

$$\lambda \int_0^l (l - \xi) y(\xi) d\xi = Cl \quad \therefore C = \frac{\lambda}{l} \int_0^l (l - \xi) y(\xi) d\xi$$

$$y(x) = -\lambda \int_0^x (x - \xi) y(\xi) d\xi + \frac{\lambda x}{l} \int_0^l (l - \xi) y(\xi) d\xi$$

$$\text{or } y(x) = \lambda \int_0^x \frac{\xi}{l} (l - x) y(\xi) d\xi + \lambda \int_x^l \frac{x}{l} (l - \xi) y(\xi) d\xi \dots (22)$$

With abbreviation

$$K(x, \xi) = \begin{cases} \frac{\xi}{l} (l - x) & \text{when } \xi < x \\ \frac{x}{l} (l - \xi) & \text{when } \xi > x \end{cases} \dots (23)$$

Equation becomes

$$y(x) = \lambda \int_0^l K(x, \xi) y(\xi) d\xi \dots (24) \quad \text{'Fredholm equation of the second kind'}$$

$$\frac{d}{dx} \int_{A(x)}^{B(x)} F(x, \xi) d\xi = \int_{A(x)}^{B(x)} \frac{\partial F(x, \xi)}{\partial x} d\xi + F[x, B(x)] \frac{dB}{dx} - F[x, A(x)] \frac{dA}{dx} \dots (5)$$

To recover (18) from (24), we differentiate the equal members of (22), making use of (5), as follows:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{\lambda}{l} \left[ -\int_0^x \xi y(\xi) d\xi + x(l - x) y(x) + \int_x^l (l - \xi) y(\xi) d\xi - x(l - x) y(x) \right] \\ &= \frac{\lambda}{l} \left[ -\int_0^x \xi y(\xi) d\xi + \int_x^l (l - \xi) y(\xi) d\xi \right] \\ \frac{d^2 y}{dx^2} &= \frac{\lambda}{l} \left[ -x y(x) - (l - x) y(x) \right] = -\lambda y(x) \end{aligned}$$

다음에 나오는 설명을 잘 읽고 문제 11.2에서 구한 적분 방정식의 해를 구하여, 문제1의 결과와 비교하시오.

[문제11.3] Collocation 방법을 사용하여 적분 방정식의 해를 구하시오.

[문제11.4] Galerkin 방법을 사용하여 적분 방정식의 해를 구하시오.

(approximated solution은 3개의 항까지 고려하고, basis function으로  $1, x, x^2$  를 이용하시오.)

-----문제 11.3, 11.4 설명 시작-----

## Approximation Methods of Undetermined Coefficients

Numerical methods for obtaining approximate solutions of integral equations also generally consist of reducing the problem to the consideration of a finite set of algebraic equations.

$$y(x) = F(x) + \lambda \int_a^b K(x, \xi) y(\xi) d\xi$$



The solution of the equation may be approximated by linear combination of  $n$  suitably chosen functions  $\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_n(x)$  of the form  $y(x) \approx \sum_{k=1}^n c_k \phi_k(x)$

$$\sum_{k=1}^n c_k \phi_k(x) \approx F(x) + \lambda \sum_{k=1}^n \int_a^b K(x, \xi) c_k \phi_k(\xi) d\xi$$



$$\sum_{k=1}^n c_k \phi_k(x) \approx F(x) + \lambda \sum_{k=1}^n c_k \int_a^b K(x, \xi) \phi_k(\xi) d\xi$$



$$\sum_{k=1}^n c_k \phi_k(x) \approx F(x) + \lambda \sum_{k=1}^n c_k \Phi_k(x) \quad , \text{ where } \Phi_k(x) = \int_a^b K(x, \xi) \phi_k(\xi) d\xi$$



$$\sum_{k=1}^n c_k [\phi_k(x) - \lambda \Phi_k(x)] \approx F(x)$$

Assume :  $\phi_k(x)$

Given :  $\lambda, K, F(x)$

approximated solution

Find :  $c_k \Rightarrow y(x) \approx \sum_{k=1}^n c_k \phi_k(x)$

# Approximation Methods of Undetermined Coefficients

Numerical methods for obtaining approximate solutions of integral equations also generally consist of reducing the problem to the consideration of a finite set of algebraic equations.


$$y(x) = F(x) + \lambda \int_a^b K(x, \xi) y(\xi) d\xi$$

$$y(x) \approx \sum_{k=1}^n c_k \phi_k(x)$$

$$\sum_{k=1}^n c_k [\phi_k(x) - \lambda \Phi_k(x)] \approx F(x) \quad , \text{where } \Phi_k(x) = \int_a^b K(x, \xi) \phi_k(\xi) d\xi$$

**Assume:**  $\phi_k(x)$   
**Given :**  $\lambda, K, F(x)$   
**Find :**  $c_k \Rightarrow y(x) \approx \sum_{k=1}^n c_k \phi_k(x)$  (approximated solution)

$\sum_{k=1}^n c_k s_k(x) \approx F(x)$  , where  $s_k(x) = \phi_k(x) - \lambda \Phi_k(x)$



How to find  $C_k$  ?

문제 11.3 의 수식

Collocation Method

 $\sum_{k=1}^n c_k s_k(x_i) = F(x_i) , (i = 1, 2, \dots, n)$ 

requiring an equality at  $n$  distinct points

문제 11.4의 수식

Galerkin Method  
(weighting function method)

 $\sum_{k=1}^n c_k \int_a^b \psi_i(x) s_k(x) dx = \int_a^b \psi_i(x) F(x) dx , (i = 1, 2, \dots, n)$ 

requiring that the integrals of the weighted members be equal

it is often convenient to identify the weighting functions  $\psi_i(x)$  with the approximating functions  $\phi_i(x)$   
*i.e.*  $\psi_i(x) = \alpha_i \phi_i(x)$

Least Square method

 $\min \int_a^b \left[ \sum_{k=1}^n c_k s_k(x) - F(x) \right]^2 dx$ 

requiring that the integral of the square of the difference between the two members be as small as possible

Finite Element Method

Galerkin Method with  $\psi(x) = \sum_{k=1}^n a_k \phi_k(x)$

----- 문제 11.3, 11.4 설명 끝 -----