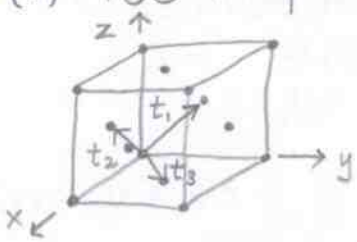
Midterm exam -

3. (a) FCC 의 primitive translation vector



$$t_1 = \frac{a}{2}(011), \quad t_2 = \frac{a}{2}(101), \quad t_3 = \frac{a}{2}(110) \quad \cdots (\text{I})$$

(I) 이 명시된 경우 +5

하나라도 틀리면 −5

전체 풀이 맥락과 무관련 명백히 실수로 사소한 보이는 경우 (부호 표기 등)

아주 사소한 실수 −1

큰 실수 −2

↳ 명백한 실수이나 전체 풀이 맥락에 영향 큰 경우.

(b) $$b_1 = 2\pi \frac{t_2 \times t_3}{t_1 \cdot (t_2 \times t_3)}$$

$$t_2 \times t_3 = \frac{a^2}{4}\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \frac{a^2}{4}(\bar{1}11)$$

$$t_1 \cdot (t_2 \times t_3) = \frac{a^2}{4}(\bar{1}11) \cdot (011)\frac{a}{2} = \frac{a^3}{8} \cdot 2 = \frac{a^3}{4}$$

$$\therefore b_1 = \frac{2\pi \cdot \cancel{\frac{a^2}{4}}(\bar{1}11)}{\cancel{\frac{a^3}{4}}} = \frac{2\pi}{a}(\bar{1}11)$$

$$b_2 = 2\pi \frac{t_3 \times t_1}{t_1 \cdot (t_2 \times t_3)}$$

$$t_3 \times t_1 = \frac{a^2}{4}\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \frac{a^2}{4}(1\bar{1}1)$$

$$\therefore b_2 = 2\pi \frac{\cancel{\frac{a^2}{4}}(1\bar{1}1)}{\cancel{\frac{a^3}{4}}} = \frac{2\pi}{a}(1\bar{1}1)$$

$$b_3 = 2\pi \frac{t_1 \times t_2}{t_1 \cdot (t_2 \times t_3)}$$

$$t_1 \times t_2 = \frac{a^2}{4}\begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \frac{a^2}{4}(11\bar{1})$$

b_1, b_2, b_3 가 명시된 경우 +5

하나라도 틀리면 −5

$$\therefore b_3 = 2\pi \frac{\cancel{\frac{a^2}{4}}(11\bar{1})}{\cancel{\frac{a^3}{4}}} = \frac{2\pi}{a}(11\bar{1})$$

---

* $G = v_1 b_1 + v_2 b_2 + v_3 b_3$ (v_1, v_2, v_3 는 정수) 가 아닌

$G = 2\pi(v_1 b_1 + v_2 b_2 + v_3 b_3)$ 로 정의 하고

$$b_1 = \frac{t_2 \times t_3}{t_1 \cdot (t_2 \times t_3)} = \frac{1}{a}(\bar{1}11), \quad b_2 = \frac{t_3 \times t_1}{t_1 \cdot (t_2 \times t_3)} = \frac{1}{a}(\bar{1}11)$$

$$b_3 = \frac{t_1 \times t_2}{t_1 \cdot (t_2 \times t_3)} = \frac{1}{a}(11\bar{1})$$ 로 풀수도 있다.

(c) FCC 의 (b) 에서 구한 reciprocal lattice vector 는 $\boxed{\text{BCC}}$ 의 real space 에서의 primitive translation vector 의 2π 배 (혹은 그 자체) 와 동일하다. 따라서 BCC 구조이다.

{ BCC 구조가 명시되면 +5
그외 실수는 −2

(d) $G = v_1 b_1 + v_2 b_2 + v_3 b_3$ (v_1, v_2, v_3 는 정수)

$$= \frac{2\pi}{a}\left[(-v_1+v_2+v_3)\hat{x} + (v_1-v_2+v_3)\hat{y} + (v_1+v_2-v_3)\hat{z}\right]$$

이 중 가장 짧은 G vector 는

$\frac{2\pi}{a}(\pm\hat{x} \pm \hat{y} \pm z)$ 의 8개이다.

명시해야

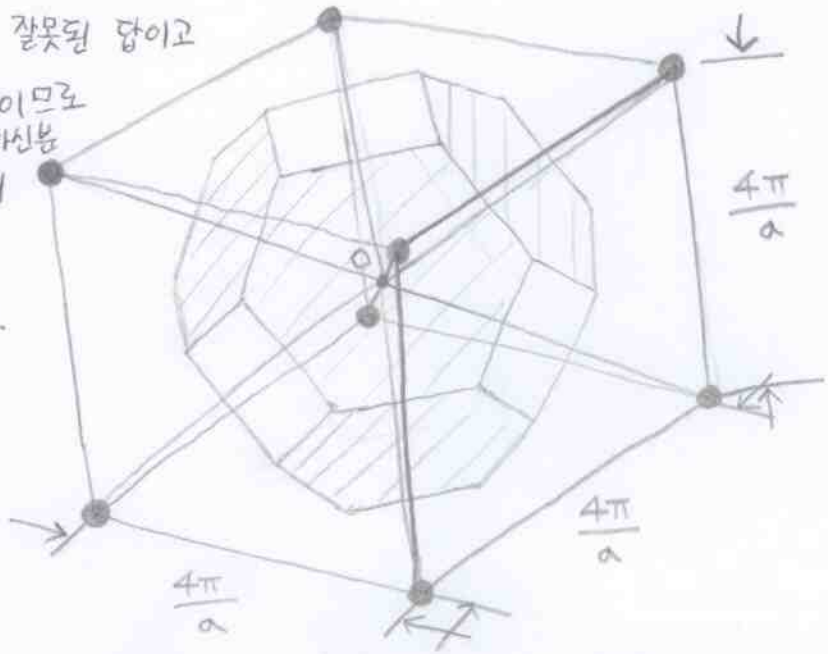
이 G vector 에 의해 1st BZ 의 8면이 결정된다 (빗금면) (II)

한편 1st Bz 은 G vector 에 의해 형성되는 BZ 중 최소 체적을 갖는다. 따라서 8면체 모서리는

$\frac{2\pi}{a}(\pm 2\hat{x})$, $\frac{2\pi}{a}(\pm 2\hat{y})$, $\frac{2\pi}{a}(\pm 2z)$ 의 bisecting plane 에 의해 만들어지는 6개 새로운 면에 의해서도 둘러 싸인다. (흰면) 즉 14면체 구조를 갖게 된다.

* 사과의 글

숙제 답지에서는 8면체라고 했었는데 잘못된 답이고 조교의 실수이므로 8면체라고 하신분 모두 정답 처리 하였습니다. 죄송합니다.



(II) 까지 쓰면 +2

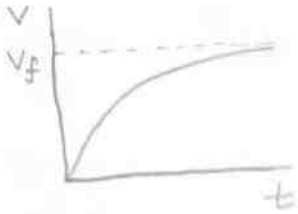
그림까지 모두 맞은경우 +5.

그외 실수는 −1.

Midterm exam.

5. 가정 : 자유전자는 마치 gas 분자처럼 모든 방향으로 random하게 운동한다. 따라서 충돌 후의 방향과 충돌 전의 방향은 서로 아무런 영향을 주지 않는다.

Electric field 가 가해지면 전자는 가속되고 이는 material 내부의 원자와의 충돌에 의한 감속효과에 의해 steady state 에 도달하여 v_f ; drift velocity 를 갖는다.



$$m\frac{dv}{dt} + \underbrace{\gamma v}_{\text{friction force}} = e\mathcal{E} \quad \cdots ①$$

(γ : constant)

For steady state, $\frac{dv}{dt} = 0$

$$\gamma v_f = e\mathcal{E} \quad \cdots ②$$

① 식에 대입하면

$$m\frac{dv}{dt} + \frac{e\mathcal{E}}{v_f} v = e\mathcal{E}$$

$$\Rightarrow v = v_f\left[1 - \exp\left(-\left(\frac{e\mathcal{E}}{mv_f}t\right)\right)\right]$$

* relaxation time (τ)
; v가 v_f의 $1-\frac{1}{e}$ 만큼 되는데 걸리는 시간

여기에서 relaxation time $\tau = \frac{mv_f}{e\mathcal{E}}$ ③ ① ~ ③

를 얻을 수 있다.

③ 을 다시 쓰면 $v_f = \frac{\tau e\mathcal{E}}{m}$

한편 $j = N_f v_f e = \sigma\mathcal{E}$ ... ④

j : current density

N_f : number of free electrons

$$\Rightarrow N_f \cdot \frac{\tau e\mathcal{E}}{m} \cdot e = \sigma\mathcal{E} \qquad \boxed{\therefore \sigma = \frac{N_f \cdot \tau e^2}{m}} \cdots ⑤$$

채점기준

① ~ ③ 과정에 상응하는 유도가 없을시 −10

④ 과정이 없을시 −5

⑤ 〃 −5

그외 가정의 오류 작은 −1

계산식의 오류 −2