

이름:

학번:

점수: () / 100

주의: 모든 과정을 정확히 제시 할 것.

1. P \neq NP라면, 어떠한 $\epsilon > 0$ 에 대해서도 메트릭 k -센터의 $(2 - \epsilon)$ -근사해법은 불가능하다.

2. 다음과 같은 gknap 문제를 생각하자.

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ \text{s.t.} \quad & x \in Q \\ & d^T x \leq B, \\ & x \in \{0, 1\}^n. \end{aligned}$$

where, Q , poly-separable $0 - 1$ polytope, $c, d \in \mathbb{Z}_+^n$, and $B \in \mathbb{Z}_+$.

(1) 이 문제의 최적목적함수 값을 OPT , c 를 $\hat{c}_j = \lfloor \frac{c_j}{\epsilon C/n} \rfloor$ 로 스케일하여 얻은 문제의 최적해를 \hat{x} , 최적목적 함수 값을 \widehat{OPT} 이라고 했을 때 다음을 증명하라.

$$\begin{aligned} c^T \hat{x} &< OPT + \epsilon C, \\ \widehat{OPT} &> \lfloor \frac{n}{\epsilon} \rfloor \Rightarrow OPT > C, \\ \widehat{OPT} &\leq \lfloor \frac{n}{\epsilon} \rfloor \Rightarrow OPT < (1 + \epsilon)C. \end{aligned}$$

(2) gkanp의 FPTAS를 가질 필요충분조건은 $\text{poly}(n, c_{\max}, \langle d_{\max} \rangle)$ 시간 안에 풀리는 것임을 이용하여, $\text{poly}(n, \langle c_{\max} \rangle, d_{\max})$ 시간 안에 풀리는 것도 gkanp의 FPTAS를 가질 필요충분조건임을 증명하라.

3. 다음과 같은 Max-Sat문제의 randomized 알고리듬을 생각하자: 각 변수가 독립적으로 $\frac{1}{2}$ 확률로 True가 되도록 진리값을 생성한다.

(1) 각 절의 리터럴의 개수가 2개 이상이면 3/4-근사해법이 되는 것을 증명하라.

(2) derandomized 알고리듬을 제시하고 이를 증명하라.

4. 다음과 같은 Set Cover 문제를 생각하자.

입력: 유한집합 U , $|U| = n$. U 의 부분집합의 콜렉션 $\mathcal{S} = \{S_1, \dots, S_m\}$, $c : \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{Q}_+$.

최적해: 합하면 U 가 되는 \mathcal{S} 의 최소비용 부분 콜렉션.

(1) 다음이 f -근사알고리듬임을 증명하라.

LP-rounding algorithm

1. 선형완화문제의 최적해를 구한다;
2. $x_S \geq \frac{1}{f}$ 인 S 를 모두 고른다.

(2) 다음이 f -근사알고리듬임을 증명하라.

Set Cover 원-쌍대 근사 알고리듬

1. $x \leftarrow 0$, $y \leftarrow 0$;
2. 모든 원소가 커버될 때 까지 다음을 반복한다:
아직 커버되지 않은 임의 원소 e 를 선택한다;
등호로 만족되는 쌍대 제약식이 생길 때 까지
 y_e 를 증가시킨다;
등호로 만족되는 제약식의 집합들을
모두 커버에 넣고 이에 따라 x_S 를 업데이트한다;
이 때 새롭게 커버되는 원소들을 업데이트 한다.
3. 집합커버 x 를 출력한다.