

2007년 정덕균 교수님 수업 전자회로 2 1차 중간고사 답안

작성자 : 추교진, 김태호, 한재덕 (ISDL)

1번

1)

- M6~M8의 W/L ratio에 의해 $I_{M6D}=I_{M7D}=0.5I_{M8D}$ 임을 알 수 있다. 따라서 $I_{M6D} = 100\mu A$ 였으므로 $I_{M7D} = 100\mu A$, $I_{M8D} = 200\mu A$ 이다.

- $I_{M7D} = 100\mu A$ 이고 M1과 M2, M3와 M4가 perfectly match되었고, 모두 saturation에서 동작한다는 가정하에 이 active loaded differential pair의 각 branch에는 $50\mu A$ 가 흐른다. 또 M8이 제공하는 전류가 모두 M5에 흐르므로 second stage의 common source amplifier엔 $200\mu A$ 가 흐른다.

- Saturation current 공식 $I_{Dn} = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} V_{ov}^2$ (nmos), $I_{Dp} = \frac{1}{2} \mu_p C_{ox} \frac{W}{L} V_{ov}^2$ (pmos) 에 따라 V_{ov} 에 $0.2V$, $\mu_n C_{ox} = 80\mu A/V$, $\mu_p C_{ox} = 40\mu A/V$ 를 대입하고 각 transistor에 흐르는 전류를 고려하면 M1~M5의 W/L ratio를 알 수 있다.

$$(W/L)_1 = (W/L)_2 = 31.25$$

$$(W/L)_3 = (W/L)_4 = 62.5$$

$$(W/L)_5 = 250$$

$$(W/L)_6 = (W/L)_7 = 62.5$$

$$(W/L)_8 = 125$$

2)

- Amplifier를 두 개의 stage로 나누어 생각하면 전체 gain A_v 는 첫 번째 스테이지의 게인 A_1 과 두 번째 스테이지의 게인 A_2 의 곱이다. ($A_v=A_1A_2$) (MOS의 게이트 입력저항은 무한대이므로 각 스테이지의 앰프에 로딩이 일어날 경우는 주파수분석을 하지 않는 이 문제에선 고려하지 않는다.)

- 첫 번째 스테이지의 gain은 $G_{m1} * R_{out1}$ 이고 두 번째 스테이지의 gain은 $G_{m2} * R_{out2}$ 이다.

- $G_{m1}=g_{m1}=2I_{D1}/V_{ov1}=500\mu A/V$ 이고, 첫 번째 단 출력에서 M4의 r_o 와 M2의 r_o 가 보인다. $r_{o4} = V_A/I_{D4} = 20/50\mu = 400k\Omega$, $r_{o2} = V_A/I_{D2} = 20/50\mu = 400k\Omega$ 이므로,

$$R_{out1} = r_{o2} // r_{o4} = 400k // 400k = 200k\Omega$$

이다.

-그러므로 $A_1 = 500\mu \cdot 200k\Omega = 100V/V$ 이다.

-비슷한 방법으로 $G_{m2} = g_{m5} = 2mA/V$ 이고, $R_{out2} = 50k\Omega$ 이므로 $A_2 = 100 V/V$ 이다.

-그러므로 $A_v = A_1 \cdot A_2$ 에서 $10000V/V$ 이다.

3)

모든 transistor가 saturation에서 동작할 수 있도록 하는 input의 common mode는 최저 $V_{ov} + V_{gs1} = 2V_{ov} + V_T$ 최고 $V_{DD} - |V_{gs3}| - V_{ov} + V_{gs1}$ 이다. (0.9V~3.1V)

그리고 출력 단이 나타낼 수 있는 output range는 최대 $V_{DD} - V_{ov}$, 최소 V_{ov} 이다. (0.2V~3.1V)

4)

- Amplifier의 pole들은 first stage의 출력(second stage의 입력)과 second stage의 출력에 있다.

- First Stage의 출력 node에선 R_{out1} 과 C_1 으로 이루어진 RC네트워크가 보인다. 따라서

$$f_{p1} = \frac{1}{R_{out1}C_1} = 3.98MHz$$

이다.

- Second Stage의 출력 node에선 R_{out2} 와 C_L 으로 이루어진 RC네트워크가 보인다. 따라서

$$f_{p2} = \frac{1}{2\pi R_{out2}C_L} = 3.18MHz$$

이다.

5)

- f_z 는 M5의 transconductance와 C_c 로 인해 만들어진 zero이다. 공식에 의해

$$f_z = \frac{1}{2\pi C_c \left(\frac{1}{g_{m5}} - R \right)}$$

인데, 이것을 없애야 하므로 f_z 를 무한대로 보내야 한다. 따라서 R은 $1/g_{m5}$ 의 값을 가져야 하고, 이때 R = 500이다.

6)

- Unity gain feedback은 $\beta = 1$ 인 경우 이므로 $|A(j\omega)|$ 가 0dB(=20*log(1/β)=0)를 지나는 지점에서의 phase가 phase 마진을 결정한다. 그런데 이 PM이 45°여야 하므로 $|A(j\omega)|$ 의 second pole은 $|A(j\omega)|$ 가 0dB와 교차하는 지점에 있어야 한다.

- 위 조건을 식으로 표현하면 $f_{p1}A_v = f_t$, $f_{p2} = f_t$, 그러므로 $f_{p1}A_v = f_{p2}$ 이다. A_v 는 10000이고,

$$fp1 = \frac{1}{2\pi * gm5 * Cc * Rout1 * Rout2}, \quad fp2 = \frac{gm5Cc}{2\pi * (C1CL + Cc(C1 + CL))}$$

이므로 위 식에 대입하면 $Cc = 224\text{fF}$ 이다.

7)

$$SR = 2\pi f_{ov1} V_{ov1} = 2\pi f_{p2} V_{ov1} = 2\pi(152\text{MHz})(0.2) = 191\text{MV/s} = 191\text{V/us}$$

8)

- $\beta = 1/2$ 일 때 phase margin은 $|A(jw)|$ 가 $6\text{dB}(20*\log(1/\beta)=6)$ 를 지나는 지점에서의 phase로 결정된다.

f_{p1} 과 f_{p2} 가 위 문제대로이면, f_{p1} 에 의해 더해지는 phase shift는 $-90'$ 이라고 봐도 무방하고($f_{p1} \ll f_t'$), f_{p2} 에 의해 더해지는 phase shift는 $-\tan^{-1}(f_t'/fp2) = -\tan^{-1}(1/2) = -26.56'$ 이다.

- 이 지점에서의 phase shift는 $-116.56'$ 이고 PM은 $63.44'$ 이다.

9)

- gain A_v 는 절반이 된다. 왜냐하면 같은 dimension의 MOS를 두고 전류를 두 배로 늘리면 V_{ov} 는 $\sqrt{2}$ 배가 된다. 따라서 $G_m' = 2I/\sqrt{2}V_{ov}$ 가 되므로 $G_m' = \sqrt{2}G_m$ 이다. 또 $R_{out} \propto Va/I_D$ 이므로 $R_{out}' = 1/2R_{out}$ 이다. 그러므로 $A_1' = G_{m1}'*R_{out1}' = (G_{m1}*R_{out1}) / \sqrt{2}$ 이고, $A_2' = G_{m2}'*R_{out2}' = (G_{m2}*R_{out2}) / \sqrt{2}$ 이다. 따라서 $A_v' = A_1'*A_2' = A_1*A_2/2 = A_v/2$ 이다.

2번.

- h_{fe} 가 무한대임을 가정하면, A~D의 모든 회로의 첫 번째 stage gain은 무한대이다. 피드

백 gain $A_f = A/(1+A\beta)$ 에서 (open-loop gain) A가 무한대로 가면 $A_f \approx \frac{1}{\beta}$ 이다.

A) 이 회로는 전압을 샘플 해 전압을 믹스하는 series-shunt topology이다. 이 회로의 feedback network는 R_4 와 R_2 로 구성되어 있으며 R_4 와 R_2 는 V_o 를 divide해서 V_s 에 믹스 해

주는 역할을 한다. 그러므로 feedback factor는 $\frac{R_2}{R_2 + R_4}$ 이므로

$$A_v = A_f = \frac{1}{\beta} = \frac{R_2 + R_4}{R_2} = 1 + \frac{R_4}{R_2} \text{ 이다.}$$

B) 이 회로는 전류를 샘플해서 전압으로 믹스해 주는 series-series topology를 가졌다. 피드백 네트워크는 R_4 와 R_3 로 이루어진 것이나 입력으로 되먹임 되는 전압은 R_3 와 I_o 의 곱이다.

따라서 $\beta = R_3$ 이고

$$A_v = \frac{V_o}{V_s} = \frac{I_o R_5}{V_s} = \frac{I_o R_5}{V_i} \cdot \frac{V_i}{V_s} = \frac{I_o}{V_i} \cdot \frac{V_i}{V_s} \cdot R_5 = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_s} \cdot R_5 = \frac{1}{R_3} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_s} \cdot R_5$$

이다.

C) 이 회로는 전류를 샘플 해서 전류를 믹스 하는 shunt-series topology를 가졌다. 이 회로의 feedback network는 R_4 와 R_3 로 이루어졌으며, R_3 와 R_4 의 conductance로 전류를 divide해서 소스로 믹스 해준다. 따라서 R_3 를 통해 소스에 mix되는 전류로 (소스에서 나가는 방향)

β 를 구해보면 $\frac{R_4}{R_3 + R_4}$ 이고

$$A_v = \frac{V_o}{V_s} = \frac{I_o R_2}{I R_s} = \frac{1}{R_s} \cdot \frac{I_o}{I_s} \cdot R_2 = \frac{1}{R_s} \cdot \frac{1}{\beta} \cdot R_2 = \frac{1}{R_s} \cdot \frac{R_3 + R_4}{R_4} \cdot R_2 \text{ 이다.}$$

D) 이 회로는 전압을 샘플해서 전류로 믹스 하는 shunt-shunt topology이다. R_3 로 이루어진

피드백 네트워크는 전압을 전류로 바꾸어 주므로 $\beta = 1/R_3$ 이다. 따라서

$$A_v = \frac{V_o}{V_s} = \frac{V_o}{I_s} \cdot \frac{I_s}{V_s} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{R_s} = \frac{R_3}{R_s} \text{ 이다.}$$

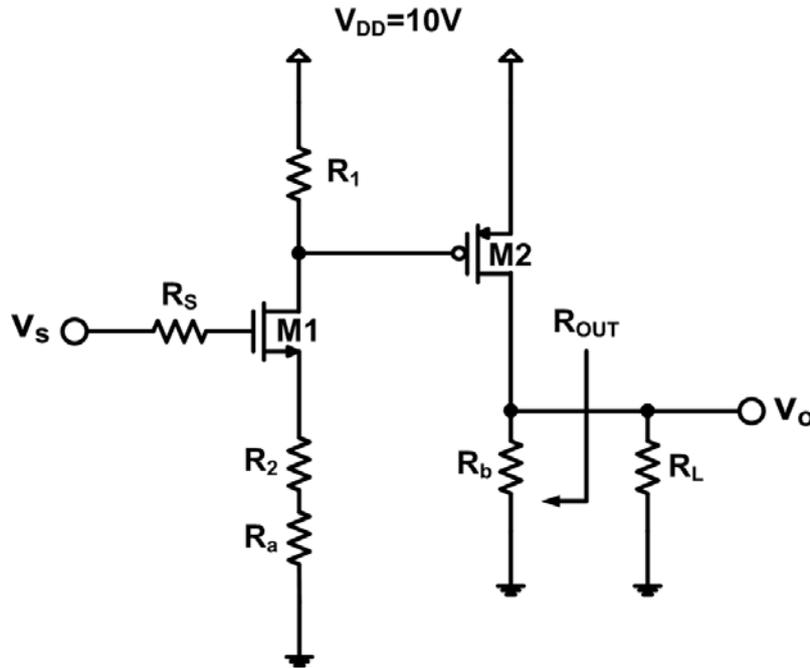
3번

1) R_3 - R_4 가 voltage divider를 이루는 series-shunt configuration이다.

2) $I_{D1}=100\mu A$, $I_{D2}=200\mu A$, $v_{ov1}=0.5V$ 이고 R_1 에 흐르는 전류가 $100\mu A$ 이므로 M_2 의 $v_{ov2}=100\mu A \cdot 12K - 1V = 0.2V$ 이다. 이를 이용해 각 MOS의 g_m 을 구해 보면

$g_{m1}=2 \cdot 100\mu A / 0.5V = 400\mu A/V$, $g_{m2}=2 \cdot 200\mu A / 0.2V = 2000\mu A/V$ 가 된다.

A회로의 gain을 구하기 위해 feedback회로를 제거하면 회로는 다음과 같이 된다.



여기서 R_a , R_b 는 피드백 회로를 바라보았을 때의 등가저항으로 각각 $18.1K$, $220K$ 의 값을 가진다. 따라서 gain을 구해보면,

$$\left. \frac{v_o}{v_s} \right|_{A-ckt} = \frac{g_{m1} R_1}{1 + g_{m1} (R_2 + R_a)} g_{m2} (R_b || R_L) = 25.6$$

그리고 $\beta = 20K / (200K + 20K) = 0.091$ 이다. 따라서 전체 gain은

$$A_v = \frac{A}{1 + A\beta} = 7.69$$

3) 회로의 출력 저항

$$R_o = \frac{R_b || R_L}{1 + A\beta} = R_{OUT} || R_L$$

이므로 $R_{OUT} = 31.8k\Omega$ 이 된다.

4번

1) Feedback circuit 에서 $\beta = 1k/(1k+9k) = 1/10$ 이다.

그러므로 closed loop gain은

$$\begin{aligned}
 A_v(s) &= \frac{H(s)}{1+\beta H(s)} = \frac{H(s)}{1+\frac{1}{10}H(s)} = \frac{\frac{10^5}{(1+\frac{s}{2\pi f_{p1}})(1+\frac{s}{2\pi f_{p2}})}}{1+\frac{1}{10}\frac{10^5}{(1+\frac{s}{2\pi f_{p1}})(1+\frac{s}{2\pi f_{p2}})}} \\
 &= \frac{10^5}{(1+\frac{s}{2\pi f_{p1}})(1+\frac{s}{2\pi f_{p2}})+10^4}
 \end{aligned}$$

2) 3dB bandwidth를 찾기 위해 closed loop gain에서 분모 부분을 보자

$$\left(1+\frac{s}{\omega_{p1}}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_{p2}}\right)+10^4 = 1+\frac{s}{\omega_{p1}}+\frac{s}{\omega_{p2}}+\frac{s^2}{\omega_{p1}\omega_{p2}}+10^4$$

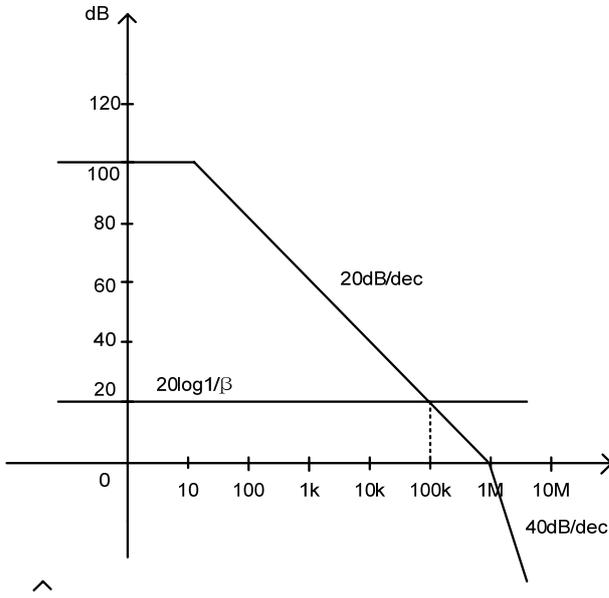
$$H(s) = \frac{10^5 \omega_{p1} \omega_{p2}}{s^2 + (\omega_{p1} + \omega_{p2})s + (1+10^4)\omega_{p1}\omega_{p2}}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{(-\omega_{3dB}^2 + (1+10^4)\omega_{p1}\omega_{p2})^2 + \omega_{3dB}^2 (\omega_{p1} + \omega_{p2})^2}$$

위 식을 계산하면

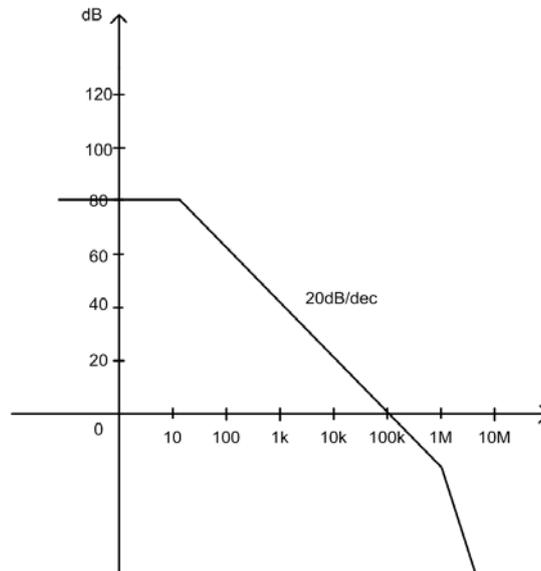
$$\omega_{3dB} \approx 100kHz$$

또는 Bode plot을 이용하면



3dB bandwidth는 100kHz 근처에서 나타남을 확인할 수 있다.

PM을 구하기 위해 Loop-gain $A\beta$ 를 plot해 보면



이 그림에서 f_t 는 100kHz임을 알 수 있다. 그러므로 $f=100\text{kHz}$ 에서 phase를 구해보면

$$\phi = -\tan^{-1} \frac{100\text{kHz}}{10\text{Hz}} - \tan^{-1} \frac{100\text{kHz}}{1\text{MHz}} = -95.705^\circ$$

$$\therefore PM = 180 - 95.705 = 84.295^\circ$$

3) Input signal의 변화율은

$$\frac{dV_s(t)}{dt} = 1V \cdot 2\pi f_s \cos 2\pi f_s t$$

$$\max\left(\frac{dV_s(t)}{dt}\right) = 1V \cdot 2\pi f_s \leq 1V / us$$

$$\therefore f_s \leq \frac{10^6}{2\pi} \approx 159kHz$$

4) H(s)를 1차 low pass filter로 approximation

$$H(s) \cong \frac{10}{\left(1 + \frac{s}{2\pi 100kHz}\right)}$$

$$\tau = \frac{1}{2\pi 100kHz} = 1.59us$$

$$\therefore V_o = 10V_s (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Output voltage의 slope를 구해보면

$$slope = \frac{dV_o}{dt} = \frac{10V_s}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Vs=1V이므로 slope의 maximum값은 t=0에서 6.29V/us가 되고 slope가 1V/us가 되는 시

간은

$$\frac{10}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 V / us$$

$$-t / 1.59us = \ln \frac{1.59}{10}$$

$$t = 2.92us$$

t>2.92에서는 slew rate보다 작아서 slew rate에 의한 제한을 받지 않게 된다.

$V_0=9.9V$ 가 되는 시간은

$$10(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = 9.9V$$

$$10e^{-\frac{t}{\tau}} = 0.1V$$

$$e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{0.1}{10}$$

$$-t/\tau = \ln \frac{0.1}{10}$$

$$t = \tau \ln 100 = 7.32\mu s$$

