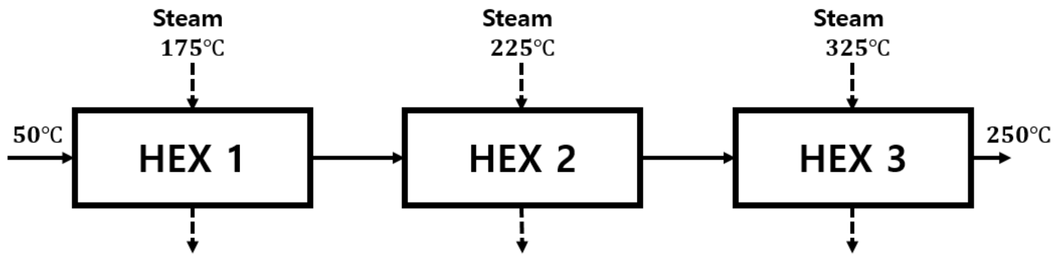
최적에너지시스템설계 기말고사

446.414A 2019. 06. 18. (화)

1 아래의 그림과 같이 50°C의 기체가 세 개의 스팀 열교환기를 거쳐 250°C로 배출된다. 아래의 표는 각 열교환기의 입구 및 출구온도에 따른 비용을 나타낸 것이다. 열교환기를 통해 50°C의 기체를 250°C의 기체로 가열시키기 위한 최소 비용과 이를 만족시키기 위한 각 열교환기 출구 온도를 **<u>Dynamic programming 기법을 통하여 계산</u>**하여라. (복수의 출구 온도 조합이 나올 경우 모두 기재.)



HEX	Inlet T(℃)	Outlet T(℃)				
		50	100	150	200	250
1	50	0	20	58	-	-
2	50	0	23	62	130	-
	100	-	0	36	93	-
	150	-	-	0	63	-
3	50	0	25	80	130	177
	100	-	0	41	94	141
	150	-	-	0	51	103
	200	-	-	-	0	58

음영 = cost ($)

풀이)

Hex 2 inlet T	Hex 3 inlet T	(Hex 2 + Hex 3) cost
50	50	0+177=177
	100	**23+141+164***
	150	62+103=165
	200	130+58=188
100	100	0+141=141
	150	**36+103=139***
	200	93+58=151
150	150	**0+103=103***
	200	63+58=121

Hex 1 inlet T	Hex 2 inlet T	(Hex 2 + Hex 3) cost
50	50	0+164=164
50	100	**20+139=159***
50	150	58+103=161

50->100->150->250 (최적)

최적 cost : 159

Table or chart : 4 Point
경로 정답 : 3 Point
최적값 정답 : 3 point

2 아래 그림과 같이 대기(ambient air)가 6400 kPa로 압축되는데 세 개의 압축기를 거친다. 중간 냉각기(intercooler)는 압축과정에서 상승된 온도를 다시 대기 온도로 낮추어 압축기로 들어가는 기체의 온도를 일정하게 유지시키는 역할을 수행한다. 압축기 일은

$$W_{pump} = \frac{k}{k-1} RT_{in} \left(1 - \left(\frac{P_{out}}{P_{in}} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right)$$

로 나타낼 수 있다. 총 일의 최소값을 찾기 위하여 **<u>Geometrical programming 기법을 이용</u>**하여 총 일의 최솟값을 찾는 과정을 구체적으로 서술하시오.

풀이)

압축기 1번 출구 압력을 P1, 압축기 2번 출구 압력을 P2라고 하자.

$$W_{pump1} = \frac{k}{k-1} RT_{in} \left(1 - \left(\frac{P_1}{P_a} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right)$$

$$W_{pump2} = \frac{k}{k-1} RT_{in} \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right)$$

$$W_{pump3} = \frac{k}{k-1} RT_{in} \left(1 - \left(\frac{P_{out}}{P_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right) \qquad (P_a = 100\ kPa,\ P_{out} = 6{,}400\ kPa,\ T_{in} = 293.15\ K)$$

$W_{total} = W_{pump1} + W_{pump2} + W_{pump3}$ **식 제시 : 5 Point**

총 펌프일이 최소가 되기 위해서는 $\left(\frac{P_1}{100}\right)^{\frac{k-1}{k}} + \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} + \left(\frac{6400}{P_2}\right)^{\frac{k-1}{k}}$가 최대가 되어야 한다. **최소로 서술하면 -2**

$$y = \left(\frac{1}{100}\right)^{\frac{k-1}{k}} P_1^{\frac{k-1}{k}} + \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} + (6400)^{\frac{k-1}{k}} P_2^{\frac{-k+1}{k}}$$

$$y^* = g^* = \left(\frac{100^{\left(\frac{-k+1}{k}\right)}}{w_1}\right)^{w_1} \left(\frac{1}{w_2}\right)^{w_2} \left(\frac{6400^{\frac{k-1}{k}}}{w_3}\right)^{w_3}$$ **식 제시 : 5 Point // 계수 오류 : 2 point**

$w_1 + w_2 + w_3 = 1$ **1 Point**

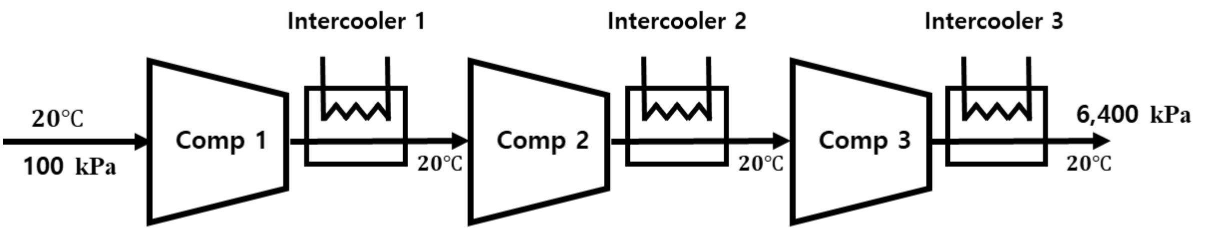
$$P_1:\ w_1 * \left(\frac{k-1}{k}\right) - w_2 * \left(\frac{k-1}{k}\right) = 0$$

$$P_2:\ w_2 * \left(\frac{k-1}{k}\right) - w_3 * \left(\frac{k-1}{k}\right) = 0$$

$\therefore\ w_1 = w_2 = w_3 = \frac{1}{3}$ **2 Point**

$$y^* = g^* = \left(3 * \left(\frac{1}{100}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right)^{\frac{1}{3}} * (3)^{\frac{1}{3}} * \left(3 * (6400)^{\frac{k-1}{k}}\right)^{\frac{1}{3}} = 3 * 4^{\frac{k-1}{k}}$$ **대입 : 3point // 계수 오류 : 1 point**

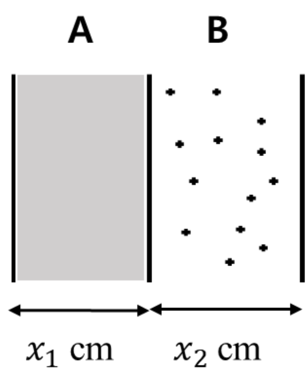
$$W_{min} = \frac{k}{k-1} R T_{in} \left(3 - 3 * 4^{\frac{k-1}{k}}\right)$$ **4 Point // 계수 오류 : 2 point**



3 아래의 그림과 같이 서로 다른 두 가지 재료를 이용하여 벽을 설치하려 한다. 열저항(thermal resistance) 관련 비용의 합은 120 unit 이상이어야 하며, 내부하용량(load bearing capacity) 관련 비용의 합은 42 unit 이상이어야 한다. 벽을 제작하는 최소 비용을 구하고자 한다.

a) 목적함수(objective function)와 제한조건(constraints)들을 제시하시오.

b) 최적값을 도출하는 과정을 그래프를 이용하여 서술하시오.



Material	Thermal Resistance 관련 비용 [unit/cm]	Load bearing capacity 관련 비용 [unit/cm]	Cost [$/cm]
A	30	7	800
B	20	2	400

풀이)

제한조건 : $30x_1 + 20x_2 \geq 120$ & $7x_1 + 2x_2 \geq 42$ **2 point**

목적함수 : minimize $800x_1 + 400x_2$ **2 Point**

X1 축과 X2 축, 제한조건 두개에 대한 그래프를 그린 후 목적함수를 이동시켜 교점을 구하여 최적값을 도출한다. **6 point, (식이나 그래프에 오류가 있을 경우 2 Point)**

4 열역학 관계식 (예시: $\mathrm{H = U + PV}$), Maxwell 관계식 등을 활용하여 Van der Waals 상태 방정식 ($\mathrm{p} = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}$)을 만족하는 기체에 대해 온도가 일정할 때 압력에 따른 정압비열의 변화는 어떻게 될지 식으로 표현하시오.

풀이)

$\mathrm{dh = du + Pdv + vdP}$

$\mathrm{dh = Tds + vdP}$

$\mathrm{ds} = \frac{1}{T}dh - \frac{v}{T}dP$

$\frac{1}{T}\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p$

$c_P \equiv \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p$ **1 Point**

$\frac{c_P}{T} = \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p$

$\frac{1}{T}\left(\frac{\partial c_P}{\partial T}\right)_T = \frac{\partial^2 s}{\partial T \partial P} = \frac{\partial}{\partial T}\left[\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T\right]_P$

Maxwell eq's: $\left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P$ **2 point**

$\therefore \frac{1}{T}\left(\frac{\partial c_P}{\partial P}\right)_T = -\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}$ **4 Point**

Van der Waals : $\left(\mathrm{P} + \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{v}^2}\right)(\mathrm{v - b}) = \mathrm{RT}$

$\frac{\partial T}{\partial v} = \frac{1}{R}\left\{\mathrm{P} + \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{v}^2} + (v-b) * \left(\frac{\partial P}{\partial v} - \frac{2a}{v^3}\right)\right\}$

constant P : $\frac{\partial v}{\partial T} = R * \frac{1}{P + \frac{2ab}{v^3} - \frac{a}{v^2}}$

이후 과정 : **8 Point // 앞선 식에서 사소한 오류가 있었으나 식 전개에선 오류가 없는 경우 3 Point**

5 아래 그림과 같이 차가운 공기가 대항류 열교환기 역할을 수행하는 응축 코일(condensation coil, counterflow HEX)과 응축기 역할을 수행하는 스팀 코일(steam coil, condenser)을 거쳐 가열된다. 공기의 비열은 1 kJ/kg*K 이며 물의 비열은 4.2 kJ/kg*K 섭씨 230°C에서 증발 엔탈피는 1812 kJ/kg 이다. 포화증기는 스팀코일을 거치며 100% 포화액으로 응축되며 스팀 코일 출구에서 응축 코일 입구로 들어갈 때까지 열손실은 없다고 가정한다. (w는 질량유량)

(단, counter flow 열교환기와 condenser는 각각

$$t_{1,out} = t_{1,in} - (t_{1,in} - t_{2,in})\frac{1 - e^{D}}{\left(\frac{w_1 c_{p1}}{w_2 c_{p2}}\right) - e^{D}}$$

$$t_{out} = t_{in} + (t_{cond} - t_{in})(1 - e^{-UA/wc_p})$$

을 만족하며 $D = UA(\frac{1}{w_1 c_{p1}} - \frac{1}{w_2 c_{p2}})$ 이다.)

a) t_a, t_b, w로 이루어진 관계식들을 도출하고 이들 값을 찾기 위해 제시할 수 있는 흐름도 (information flow diagram)를 두 가지 이상 제시하시오.

b) 앞서 제시한 흐름도의 수렴, 발산을 판단하는 방법을 서술하시오

c) 수렴하는 흐름도에 연속대입법(successive substitution)을 이용하여 해를 구하는 방식을 서술하시오.

풀이)

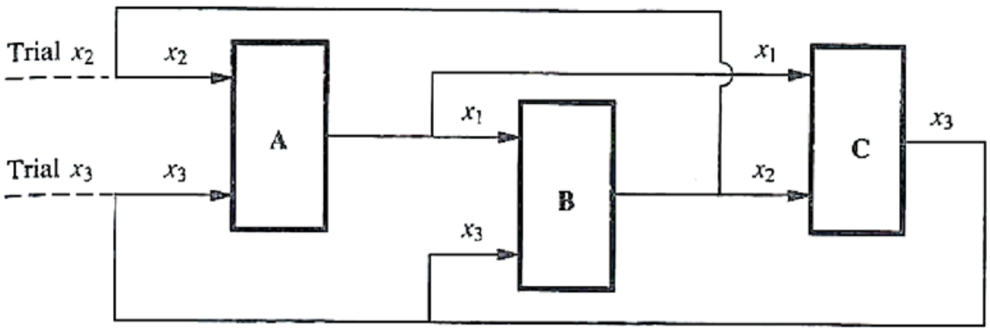
$t_a = -10 - (-10 - 230)\frac{1 - e^{D_c}}{\left(\frac{8*1}{w*4.2}\right) - e^{D_c}}$ (condensation coil) **3 Point**

$(D_c = 0.05 * 12.5 * (\frac{1}{8*2} - \frac{1}{w*4.2}))$ **1 Point**

$t_b = t_a + (230 - t_a)(1 - e^{-0.06*24/(1*8)})$ (steam coil) **3 Point**

$1 * 8 * (t_b - t_a) = w * 1812$ (energy balance) **3 Point**

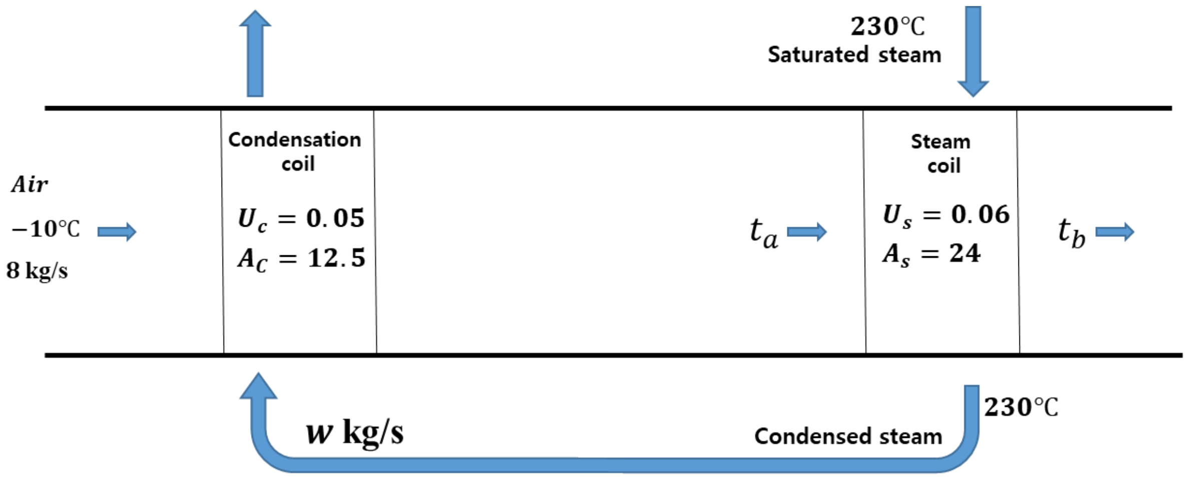
각 식에서 단위 실수 : -1 Point



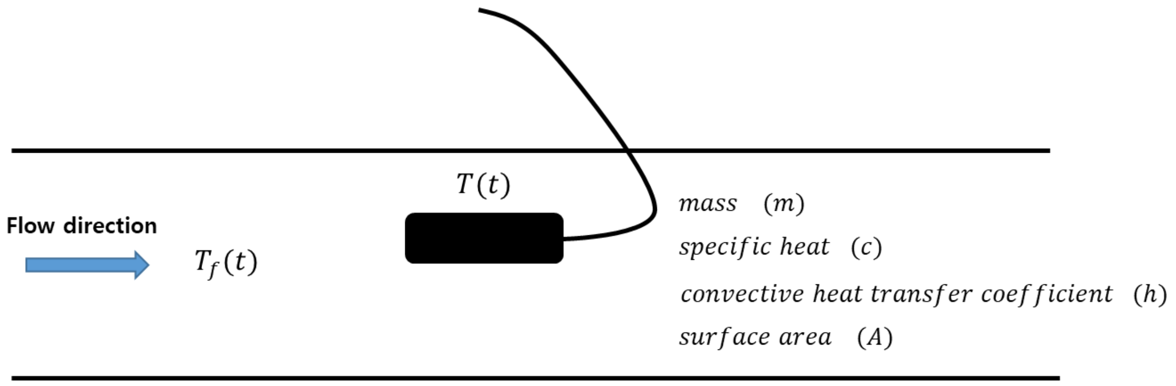
그림과 같은 information flow diagram을 두 가지 이상 제시 **5 Point / 그림없이 설명만 정답 3 point / 두 가지 서술했으나 오류 : 1 point**

행렬의 lower triangle에 λ곱하고 det=0을 가지게 하는 λ의 모두가 1보다 작은 흐름도가 수렴한다. **5 Point // det 이야기 누락 = 2 point**

편미분 or 행렬을 통한 식의 표현 **5 Point // 반복시행만 언급 : 2 point**



6. 온도감지 센서(bulb)가 아래와 같이 설치되어 있다. 작동 유체의 온도는 시간 t에 따라 $T_f = T_0 + gt$ (g는 상수)로 변하며, t=0일 때 센서가 감지하고 있는 온도는 $T(t=0) = T_o$를 만족시킨다. 온도감지 센서의 에너지 균형식(energy balance equation)을 세우고 Laplace transformation을 참고하여 시간에 따른 T의 변화를 그림에 표시된 변수 및 상수들의 조합으로 표현하시오.



풀이)

$\frac{\mathrm{mcdT}}{\mathrm{dt}} = (T_f - T)hA$ **5 Point**

$\frac{\mathrm{mcd}(\mathrm{T}-T_0)}{\mathrm{dt}} = [(T_f - T_0) - (T - T_0)]hA$

$\mathrm{mcs}\mathcal{L}(\mathrm{T} - T_0) = \left[\mathcal{L}\left(T_f - T_0\right) - \mathcal{L}(\mathrm{T} - T_0)\right]hA$

$\frac{\mathcal{L}\left(T_f - T_0\right)}{\mathcal{L}(\mathrm{T}-T_0)} = \frac{mcs}{hA} + 1$ **5 Point // 앞선 에너지식 오류에 의한 오답 : 3 point // initial value substitution 누락의 결과 : 2 point**

$\mathcal{L}(\mathrm{gt}) = \frac{g}{s^2}$

$\mathcal{L}(\mathrm{T} - T_0) = \frac{g}{s^2} * \frac{1}{\frac{mcs}{hA}+1} = \frac{g\frac{hA}{mc}}{s^2(s+\frac{hA}{mc})}$

From laplace inverse transform

$\mathrm{T} = T_0 + g\left(t + \frac{mc}{hA}\left(e^{-\left(\frac{hA}{mc}\right)t} - 1\right)\right\}$ **10 Point // 앞선 에너지식 오류에 의한 오답 : 6 point // initial value substitution 누락의 결과 : 4 point**