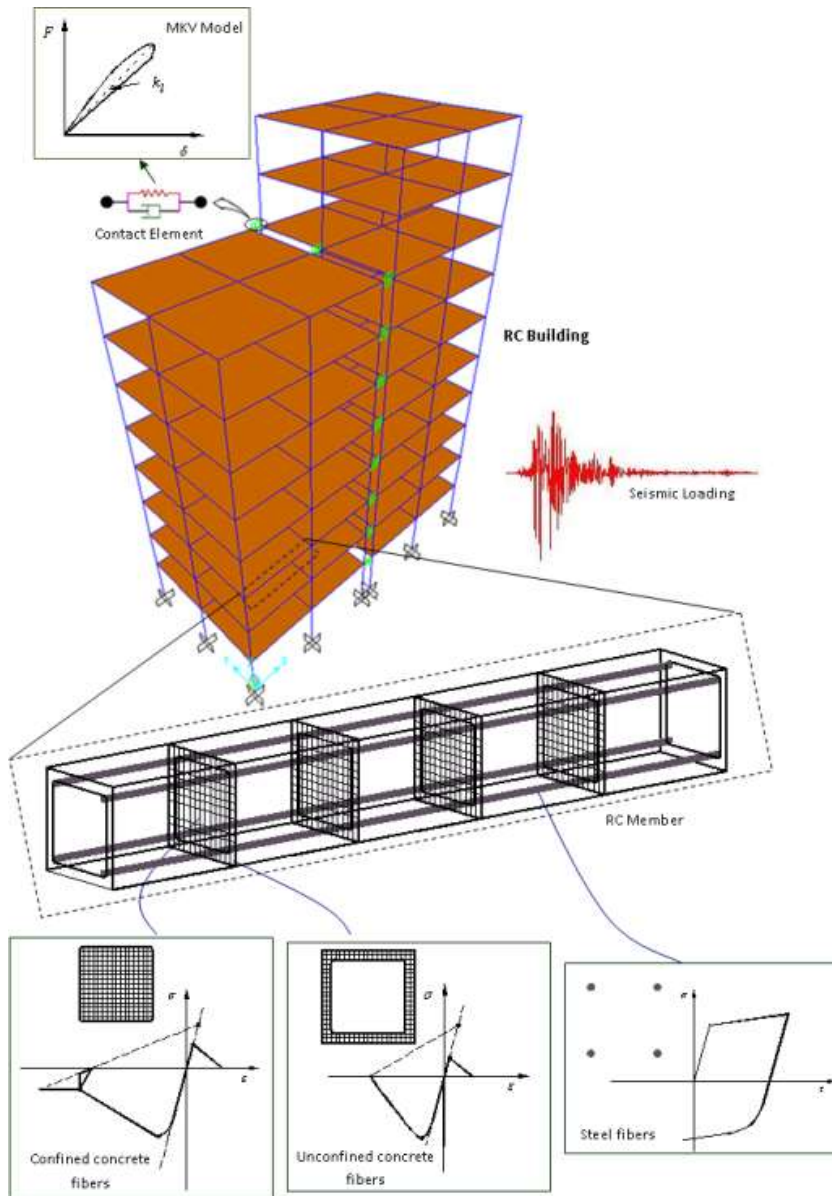


Nonlinear numerical analysis of frames



Beams, columns, walls

Slab--- rigid diaphragm option.

Guidelines for nonlinear analysis and performance based design

공동주택성능기반설계지침 (대한건축학회, AIK)

철근콘크리트 건축물의 성능기반내진설계 지침 (new version)

철근콘크리트 건축물의 비선형해석모델 지침

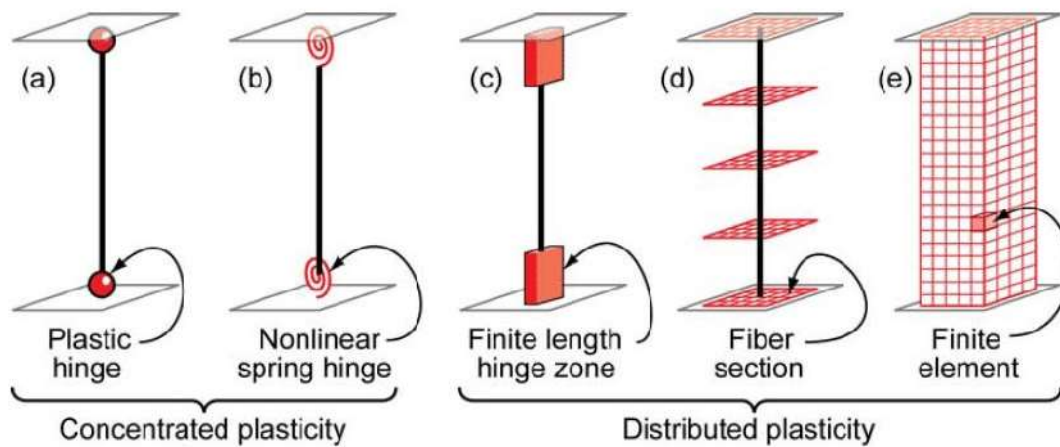
ASCE 41-17, "Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings", ASCE, 2017.

Types of nonlinear models for line elements

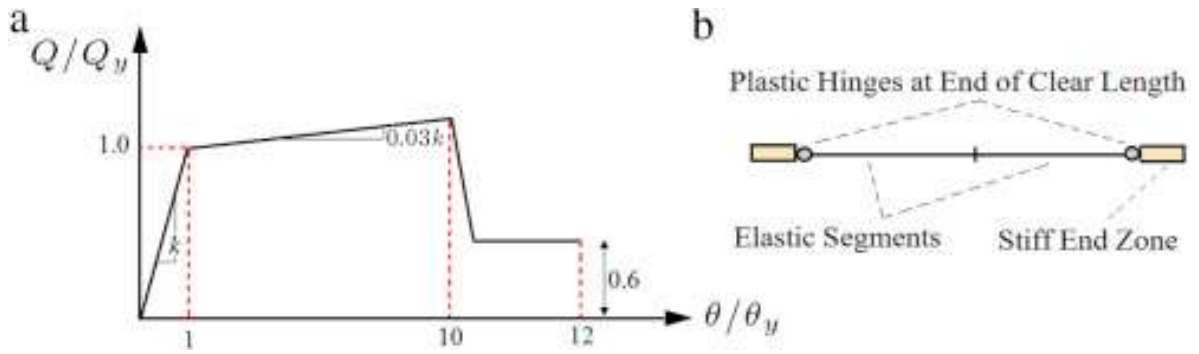
Concentrated plastic hinge model

Distributed plastic hinge model

Nonlinear finite element model

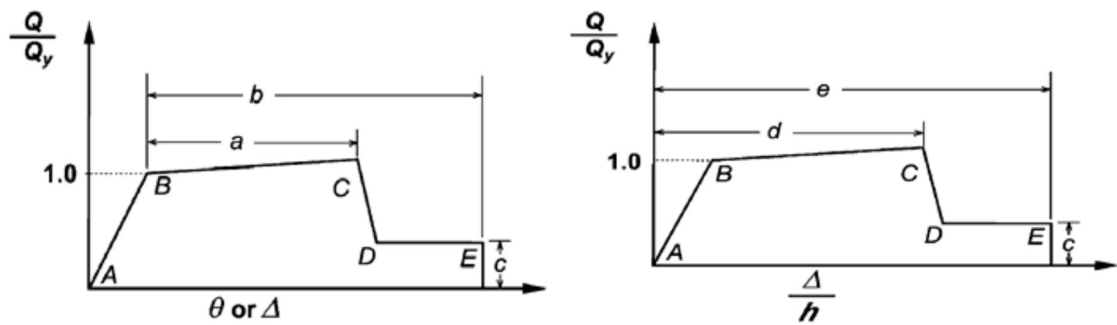


Plastic hinge model for beams and columns (line elements)



공동주택성능기반설계지침 (대한건축학회, AIK)

ASCE 41-17, "Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings", ASCE, 2017.



Flexural action : deformation-control (inelastic behavior model)

Shear action : force-control (elastic behavior model, elastic shear stiffness is used)

[표 4.3] 부재의 유효강성

	휨강성	전단강성	축강성
보 (프리스트레스가 없는 경우)	$0.3E_cI_g$	GA_W	-
보 (프리스트레스가 있는 경우)	E_cI_g	GA_W	-
기둥 ¹⁾ (축력비가 0.5이상)	$0.7E_cI_g$	GA_W	E_cA_g
기둥 ¹⁾ (축력비가 0.1이하)	$0.3E_cI_g$	GA_W	E_cA_g
벽 (균열이 없는 경우)	$0.70E_cI_g$	GA_W	E_cA_g
벽 (균열이 있는 경우)	$0.35E_cI_g$	$0.5GA_W$	E_cA_g
연결보 ²⁾	$0.07(l/h)E_cI_g$ $\leq 0.3E_cI_g$	GA_W	-

1) 선형보간하거나 설계에 미치는 영향을 고려하여 보수적인 값을 적용한다. 축력비는 4.1(3)의 예상중력하중에 의한 값을 적용할 수 있다.

2) l : 연결보의 순경간 h : 연결보의 총

[표 4.5] 철근콘크리트 보의 비선형 모델

	모델링 파라미터			허용기준 (소성회전각, rad.)		
	소성회전각 (rad.)		잔류 강도비	거주가능	인명안전	붕괴방지
	a	b	c			

1. 휨에 의해 지배되는 비내진상세 단면일 경우

주근의 배근상태	작용전단력의 비율						
0 이하	0.25 이하	0.02	0.03	0.2	0.005	0.02	0.03
	0.5 이상	0.01	0.015	0.2	0.0015	0.01	0.015
0.5 이상	0.25 이하	0.01	0.015	0.2	0.005	0.01	0.015
	0.5 이상	0.005	0.01	0.2	0.0015	0.005	0.01

2. 휨에 의해 지배되는 내진상세 단면일 경우

주근의 배근상태	작용전단력의 비율						
0 이하	0.25 이하	0.025	0.05	0.2	0.010	0.025	0.05
	0.5 이상	0.02	0.04	0.2	0.005	0.02	0.04
0.5 이상	0.25 이하	0.02	0.03	0.2	0.005	0.02	0.03
	0.5 이상	0.015	0.02	0.2	0.005	0.015	0.02

3. 전단에 의해 지배되는 경우

스터럽 간격이 d/2 이하인 경우	0.003	0.02	0.2	0.0015	0.01	0.02
스터럽 간격이 d/2 초과인 경우	0.003	0.01	0.2	0.0015	0.005	0.01

4. 정착 혹은 철근이음의 파괴가 예상되는 경우

스터럽 간격이 d/2 이하인 경우	0.003	0.02	0.0	0.0015	0.01	0.02
스터럽 간격이 d/2 초과인 경우	0.003	0.01	0.0	0.0015	0.005	0.01

5. 보-기둥접합부의 정착파괴가 예상되는 경우

	0.015	0.03	0.2	0.01	0.02	0.03
--	-------	------	-----	------	------	------

1. 사이값은 선형보간 한다.
2. 1~5중 복수의 조건에 해당하는 경우 가장 불리한 값을 사용한다.
3. 내진상세단면과 비내진상세단면의 판단은 건축물 콘크리트구조 설계기준(KDS 41 30 00) 4.18 내진설계 시 특별고려사항의 규정에 따른 횡보강근의 만족여부에 따른다. (소성힌지구간에서 전단보강근의 간격이 d/3이하이고 전단보강근에 의한 전단강도가 설계전단력의 3/4이상일 경우 내진상세를 만족하는 것으로 본다.)
4. 주근의 배근상태는 $(\rho - \rho') / \rho_{bal}$ 로 평가한다.
5. 작용전단력의 비율은 $V / (\sqrt{f_{ck}} b_w d)$ 로 평가한다.

[표 4.4] 모델링 변수 결정을 위한 기둥의 분류

	횡보강근 상세		
	135도 후크가 있는 특수 모멘트골조 상세	90도 후크가 있는 폐쇄형 상세	기 타
$V_p / (V_n / k) \leq 0.6$	조건 1 ^a	조건 2	조건 2
$1.0 \geq V_p / (V_n / k) > 0.6$	조건 2	조건 2	조건 3
$V_p / (V_n / k) > 1.0$	조건 3	조건 3	조건 3

^a조건 1을 적용하기 위해서는 휨 소성힌지 영역에서 $A_v/b_w s \geq 0.002$ 및 $s/d \leq 0.5$ 이어야 하며, 그렇지 않으면 조건 2를 적용하여야 한다.

V_p : 소성힌지의 휨강도에서 전단요구량

V_n : ASCE 41-13 Eq. (10-3)에 의한 전단강도

k : ASCE 41-13에 제시된 기둥의 휨 연성요구량에 대한 계수. 기둥의 휨 연성요구량이 2 이하인 경우에는 1.0, 6 이상인 경우에는 0.7, 그 사이에서는 선형보간.

[표 4.6] 철근콘크리트 기둥의 비선형 모델

	모델링 파라미터			허용기준 (소성회전각, rad.)		
	소성회전각 (rad.)		잔류 강도비	거주가능	인명안전	붕괴방지
	a	b	c			

1. 조건 1

축력비	전단 철근비							
0.1 이하	0.006 이상		0.035	0.06	0.2	0.005	0.045	0.06
	0.002		0.027	0.034	0.2	0.005	0.027	0.034
0.6 이상	0.006 이상		0.01	0.01	0.0	0.003	0.009	0.01
	0.002		0.005	0.005	0.0	0.002	0.004	0.005

2. 조건 2

축력비	전단 철근비	작용전단력의 비율						
0.1 이하	0.006 이상	0.25 이하	0.032	0.06	0.2	0.005	0.045	0.06
		0.5 이상	0.025	0.06	0.2	0.005	0.045	0.06
	0.0005 이하	0.25 이하	0.012	0.012	0.0	0.005	0.01	0.012
		0.5 이상	0.006	0.006	0.0	0.004	0.005	0.006
0.6 이상	0.006 이상	0.25 이하	0.01	0.01	0.2	0.003	0.009	0.01
		0.5 이상	0.008	0.008	0.2	0.003	0.007	0.008
	0.0005 이하	0.25 이하	0.004	0.004	0.0	0.002	0.003	0.004
		0.5 이상	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

3. 조건 3

축력비	전단 철근비							
0.1 이하	0.006 이상		0.0	0.06	0.0	0.0	0.045	0.06
	0.0005 이하		0.0	0.006	0.0	0.0	0.005	0.006
0.6 이상	0.006 이상		0.0	0.008	0.0	0.0	0.007	0.008
	0.0005 이하		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

4. 조건 4 : 순높이 방향의 부적절한 이음이나 정착에 의해 지배되는 기둥

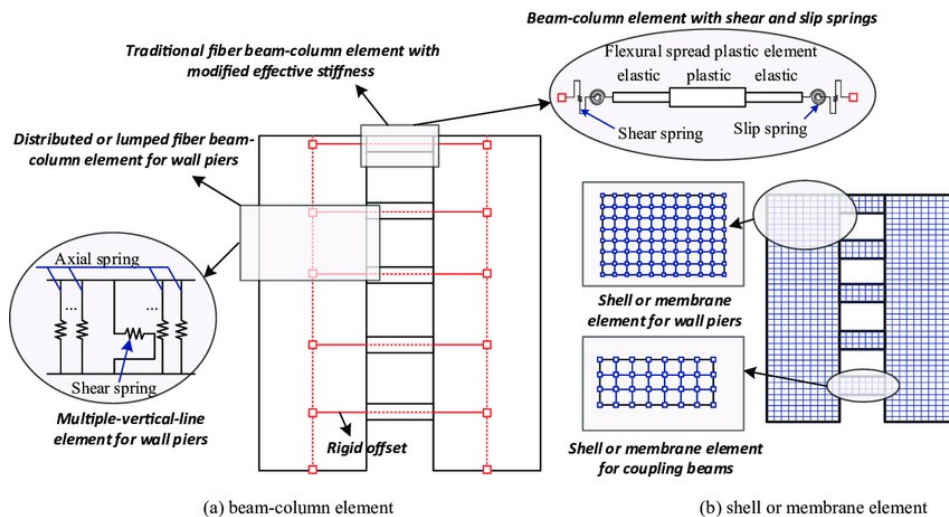
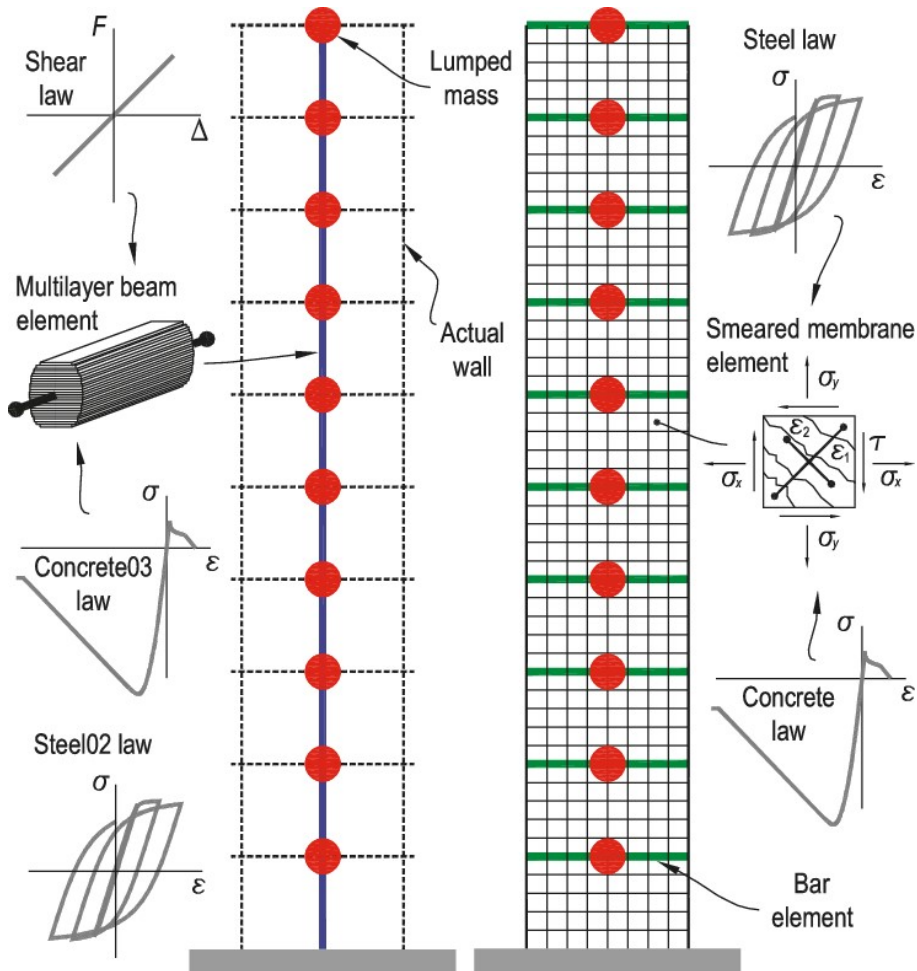
축력비	전단 철근비							
0.1 이하	0.006 이상		0.0	0.06	0.4	0.0	0.045	0.06
	0.0005 이하		0.0	0.006	0.2	0.0	0.005	0.006
0.6 이상	0.006 이상		0.0	0.008	0.4	0.0	0.007	0.008
	0.0005 이하		0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

1. 사이값은 선형보간한다.
2. 축력비는 $P/A_g f_{ck}$ 로 평가한다.
3. 작용전단력의 비율은 $V/(\sqrt{f_{ck}} b_w d)$ 로 평가한다.
4. 전단철근비는 $\frac{A_v}{b_w s}$ 로 평가한다.

Wall modeling

Line element with plastic hinge model : limitation for irregular shaped walls.

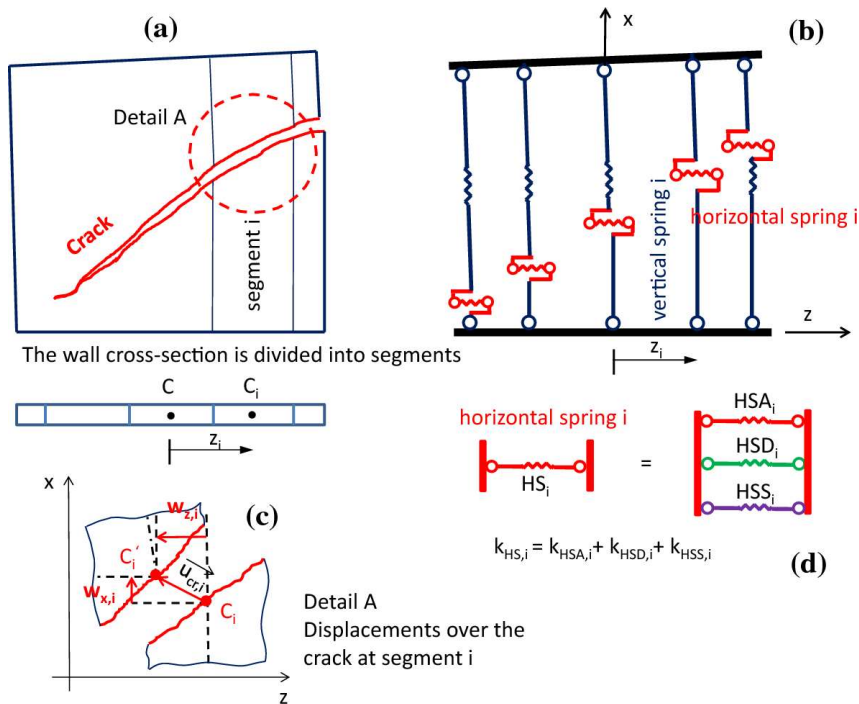
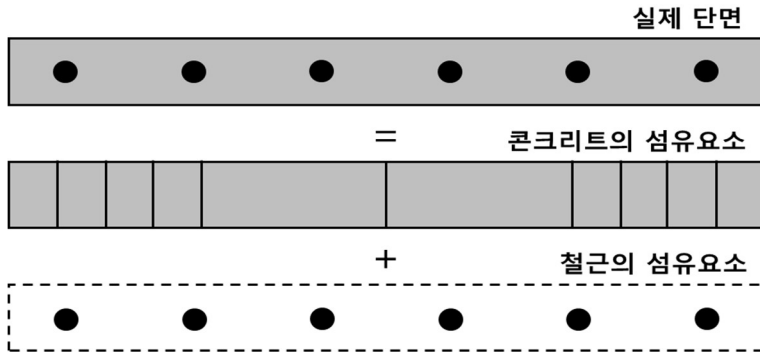
Finite element : complex modeling and too much time for numerical analysis



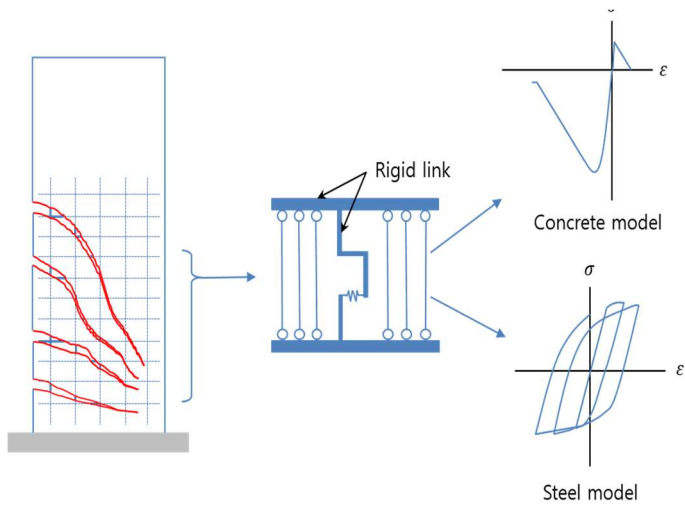
Fiber model for walls

Assumptions : linear strain distribution (flexural behavior)

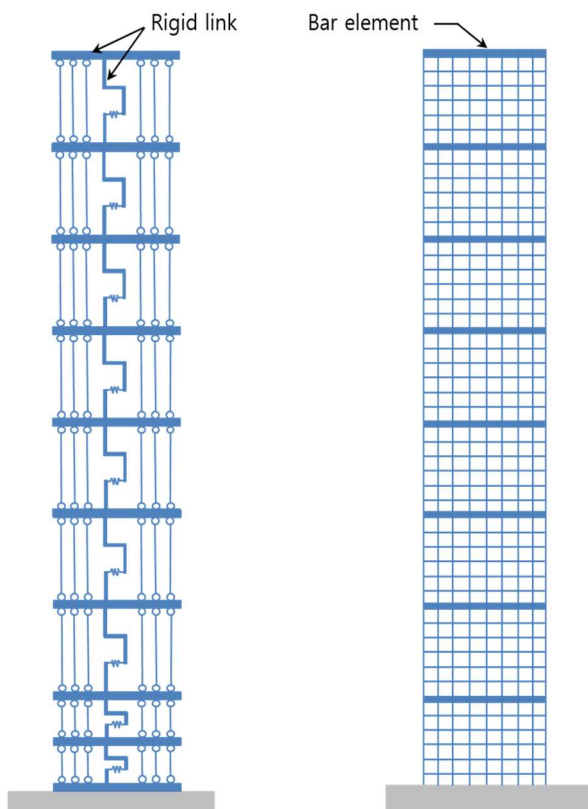
Single curvature in a story



For each fiber, the nonlinear stress-strain relationships of concrete and steel are used.



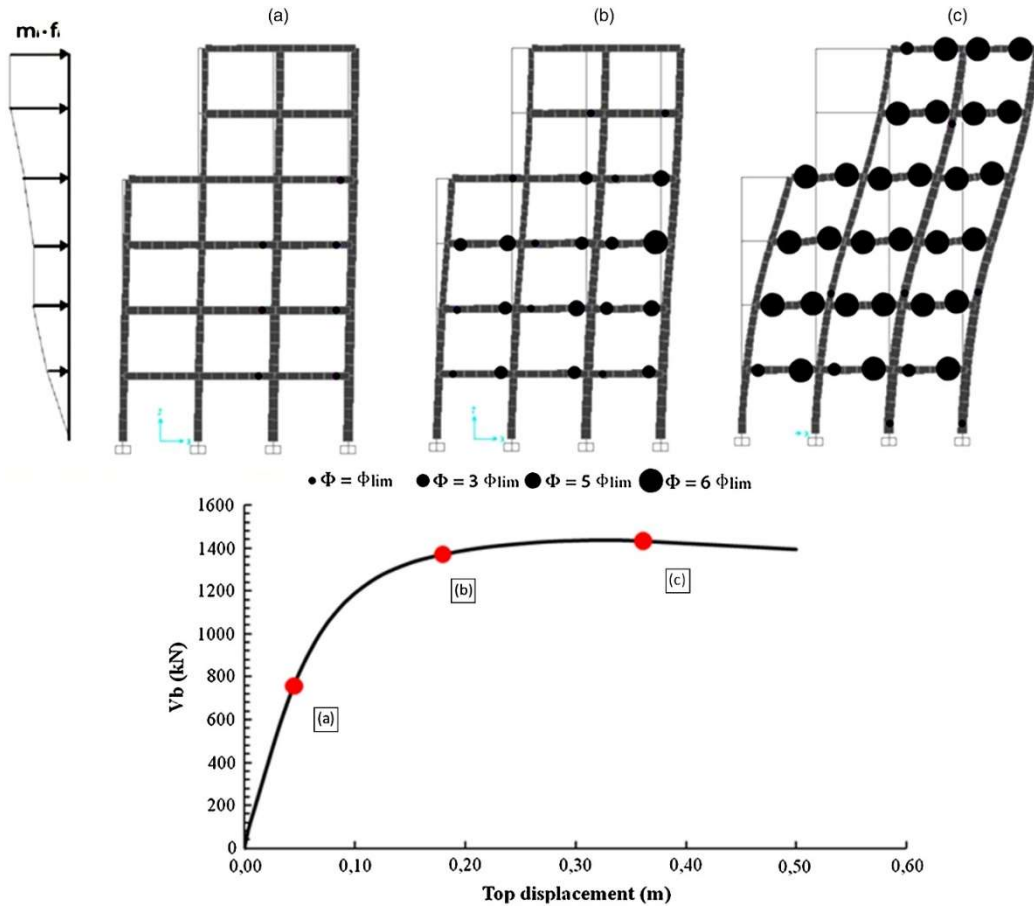
Simplified Fiber model with shear stiffness for wall



Fiber model versus finite element model

Example of nonlinear numerical analysis of frame.

Displacement control method



Load-control methods

- Force control method
- Displacement control method
- Arc length method

Nonlinear Static Analysis Procedure

ATC -40 : seismic evaluation and retrofit of concrete buildings

FEMA 440 : improvement of nonlinear static seismic analysis procedures. 2013.

공동주택성능기반설계지침

Disadvantages of equivalent linear analysis procedure using inelastic design response spectrum

Inelastic behavior cannot be directly predicted.

No direct relationship between design earthquake load and performance of structures such as strength and ductility

Thus, it is easy but not accurate

Disadvantages of nonlinear time history analysis

Technically there are too large uncertainties and difficulties.

Uncertainties in time history ground motions of earthquakes

Technically, it is difficult for engineers to perform nonlinear time history analysis.

Thus, it is accurate but difficult and uncertainty

Compromise is required between the two methods.

---- nonlinear static analysis method.

Nonlinear static analysis method - Nonlinear analysis but static

Similar methods

Capacity spectrum method

Equal displacement method

Direct displacement design

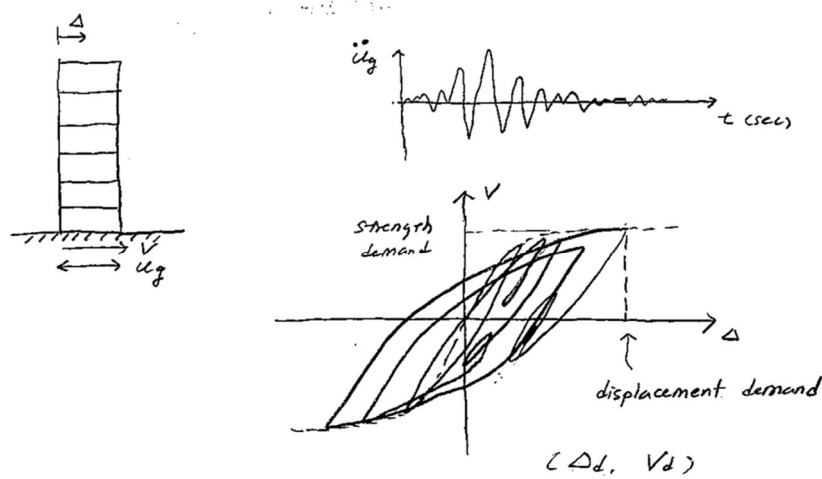
Capacity –based design

Secant method

Displacement coefficient method

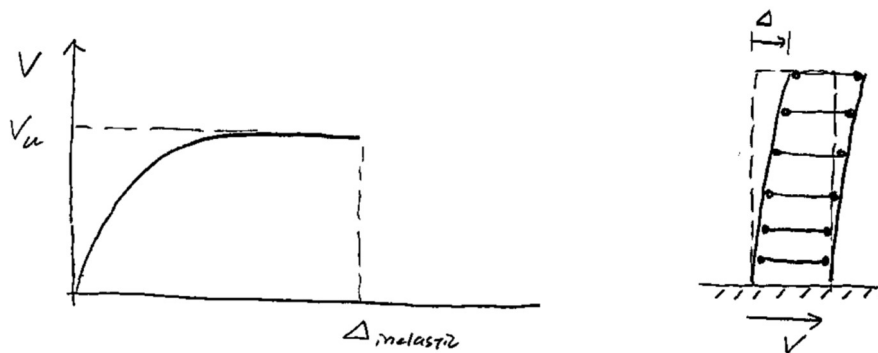
How can be the demand related to the capacity of structure when nonlinear static analysis is used?

In actual behavior of structures, Structures are subjected to repeated cyclic loading, showing large inelastic deformation (or ductility) and energy dissipation.



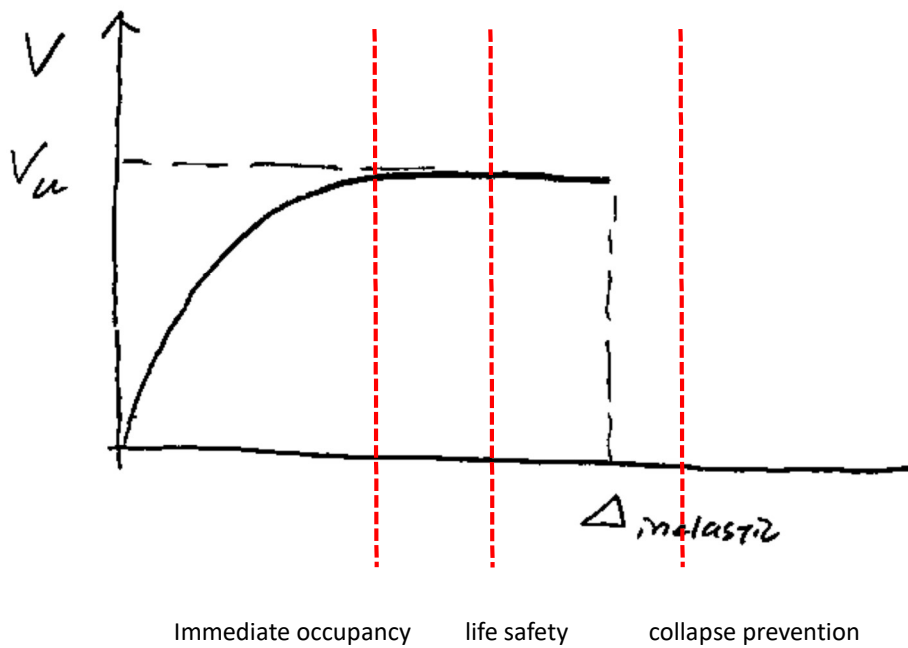
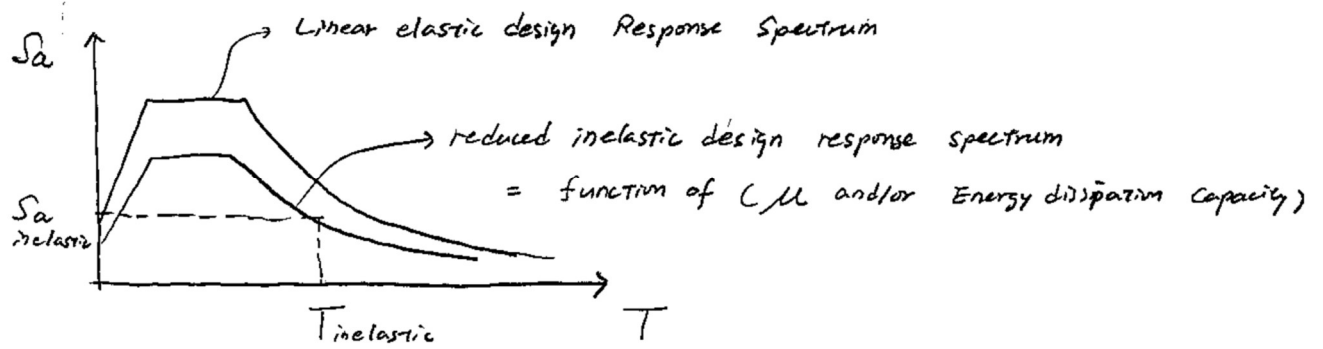
Capacity is defined as the relationship of load-carrying capacity and deformation of structures.

Capacity of a structure can be predicted by performing nonlinear static analysis (Pushover analysis).



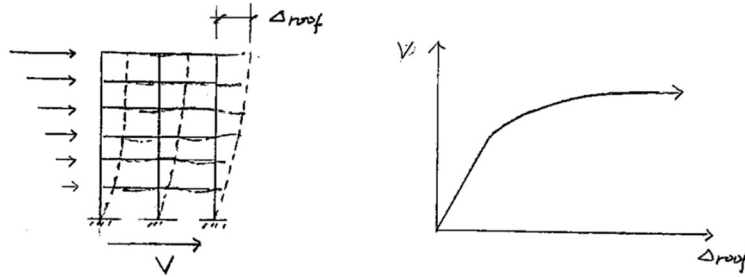
In static analysis,

Demand is defined as the function of the dynamic period of structures, and can be reduced by considering the ductility μ or energy dissipation capacity of structures.

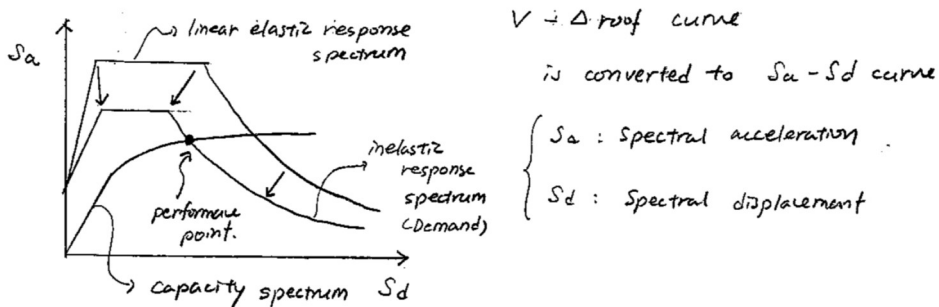


Procedure of Capacity Spectrum Method

- 1) Construct inelastic V -(base-shear)- Δ_{roof} curve performing nonlinear static analysis (usually by computer program). In general, the lateral load distribution is not known. Thus, multiple lateral load distributions can be considered, such as triangular distribution and uniform distribution.

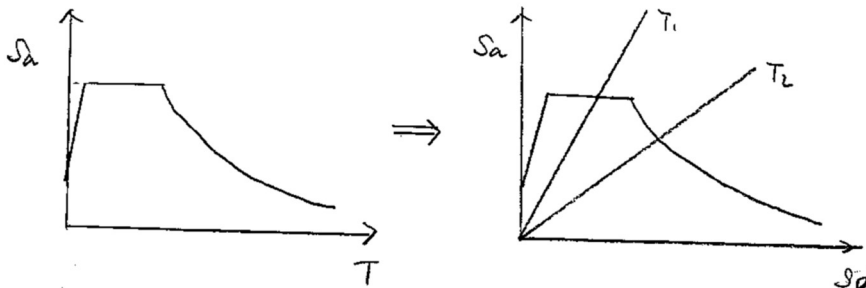


- 2) Convert the V - Δ_{roof} curve to $S_a - S_d$ curve to produce the capacity spectrum

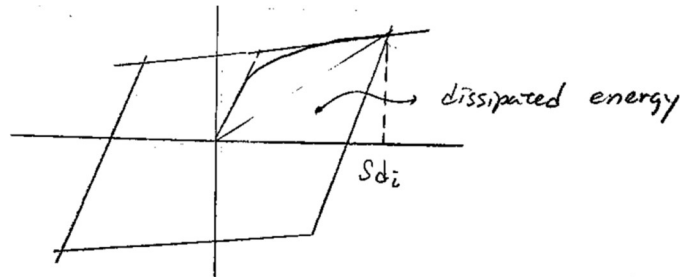


$\left\{ \begin{array}{l} S_a: \text{spectral acceleration} \\ S_d: \text{spectral displacement} \end{array} \right.$

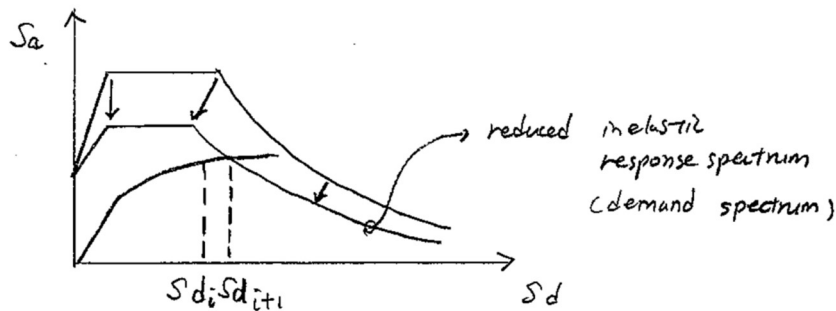
- 3) Construct S_a - S_d Linear elastic response spectrum (5% damping) using code-specified S_a - T relation.



- 4) Assuming a maximum deformation value corresponding to an assumed performance point, estimate effective damping ratio β_{eff} corresponding to the energy dissipated during inelastic cyclic behavior



- 5) Using the β_{eff} value, make the inelastic response spectrum (demand spectrum) reduced from the elastic response spectrum



- 6) Draw the demand spectrum and the capacity spectrum in the same $S_a - S_d$ plane.

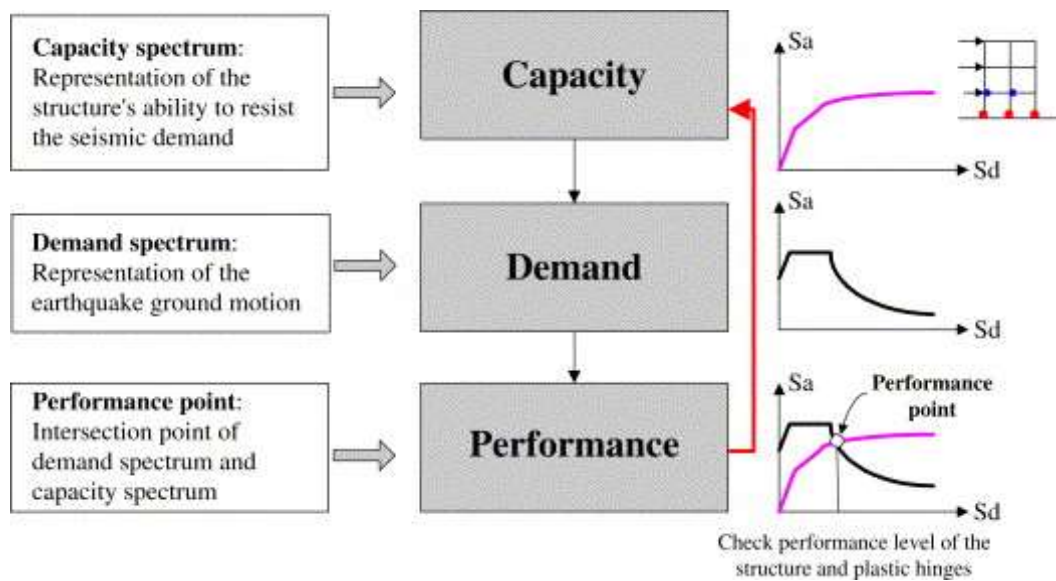
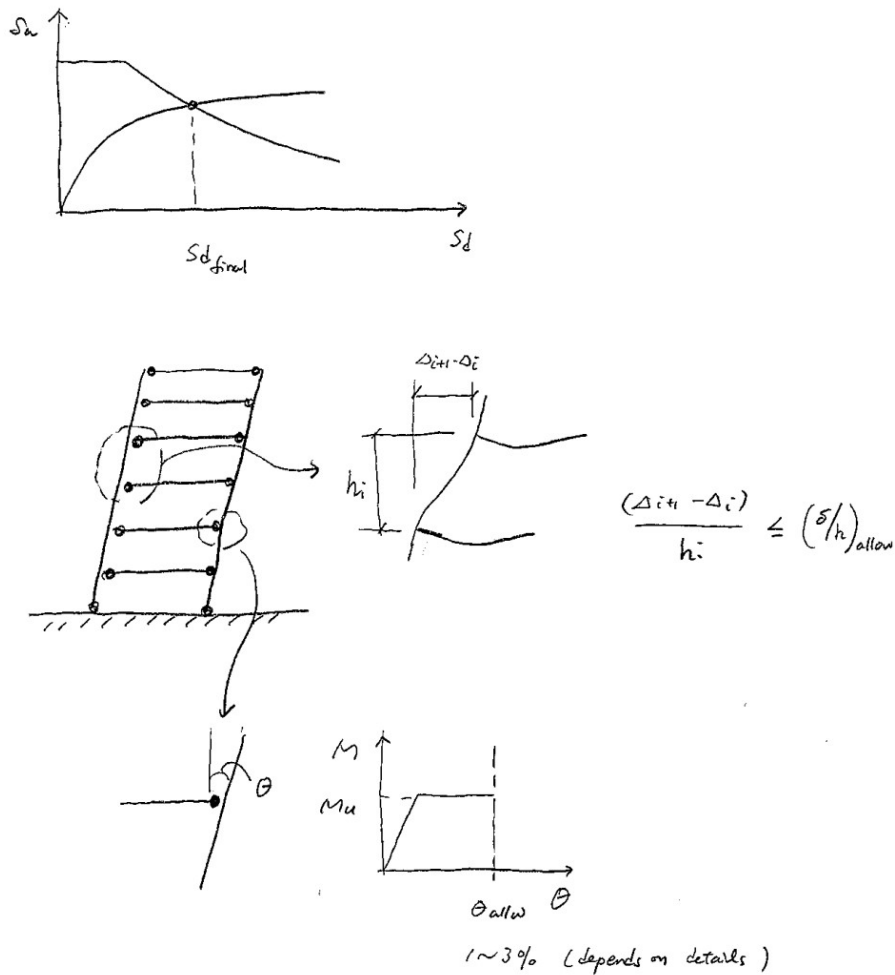
When the capacity spectrum and the demand spectrum curves have the same β_{eff} value, the intersection point can be defined as the performance point.

In the capacity curve, the β_{eff} value is the function of the deformation. Thus, iterative calculations are required assuming a deformation.

I.e. If $S_{di} \approx S_{di+1}$, $S_a, S_d \Rightarrow$ performance point

If $S_{di} \neq S_{di+1}$, New S_{di} is assumed and repeat 4) and 5)

7) **Check safety of overall structure and its members,** particularly comparing the deformation demand with the deformation capacity: story drift ratio and plastic rotations



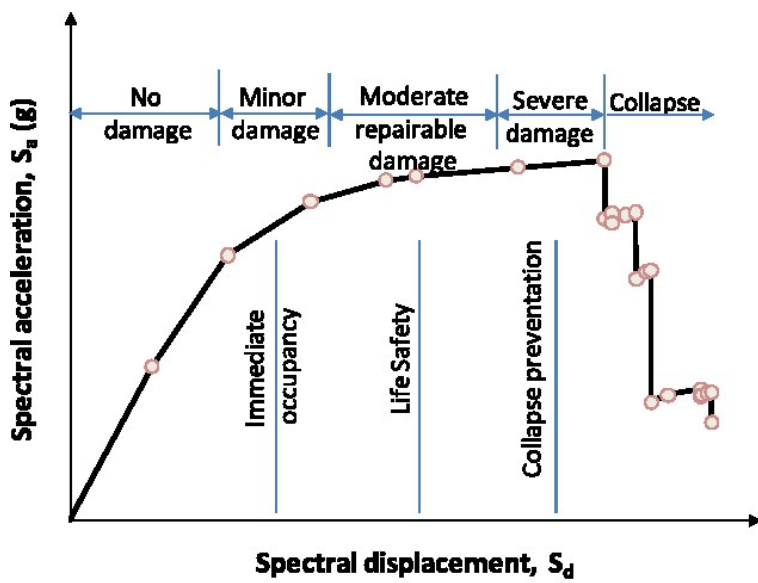
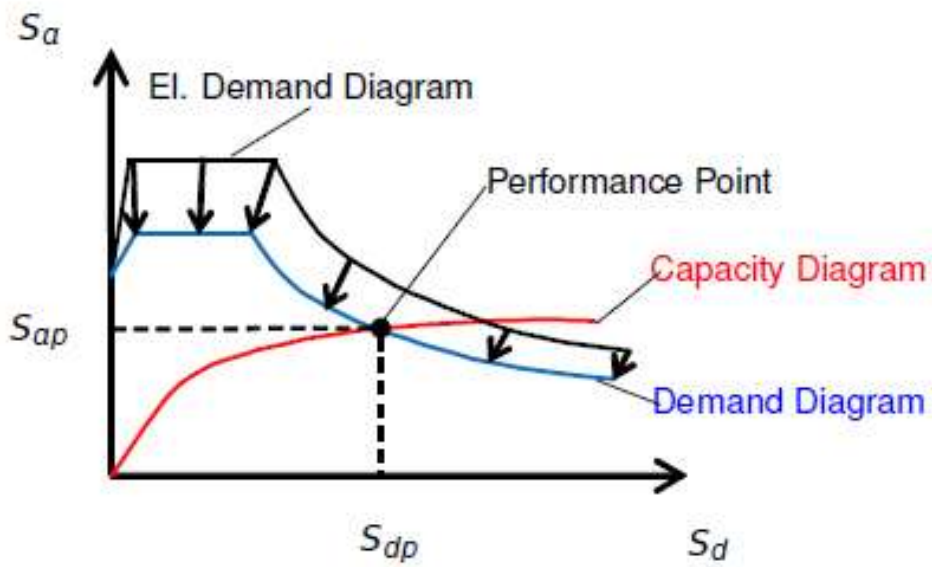
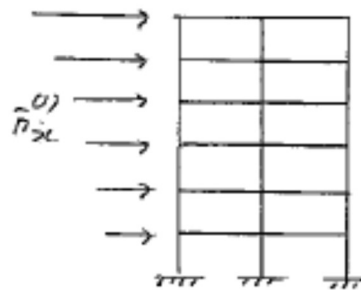


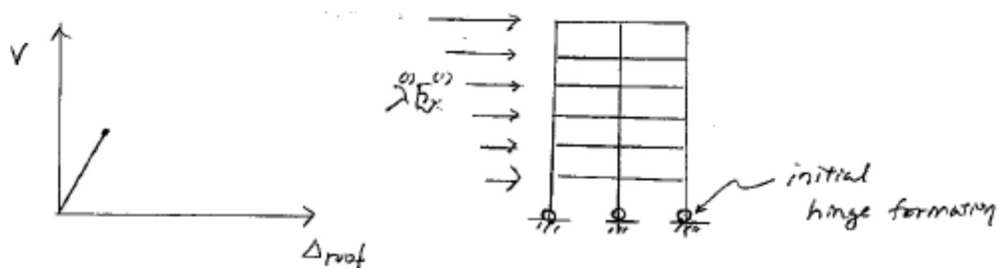
Fig. 1. A typical performance curve from a uniform ductility

Procedure to determine capacity curve (V- Δ curve)

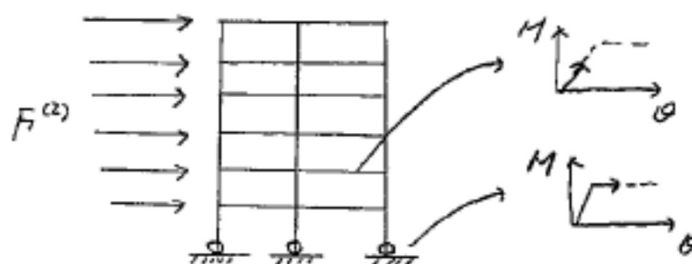
1. Create a structural model using nonlinear numerical analysis programs (Drain 2D, MiDas, SAP, Perform 3D, etc)
2. Multiple lateral load distributions are assumed. Generally, triangular and uniform distributions are used.
3. For a given lateral load distribution, structural analysis is performed.



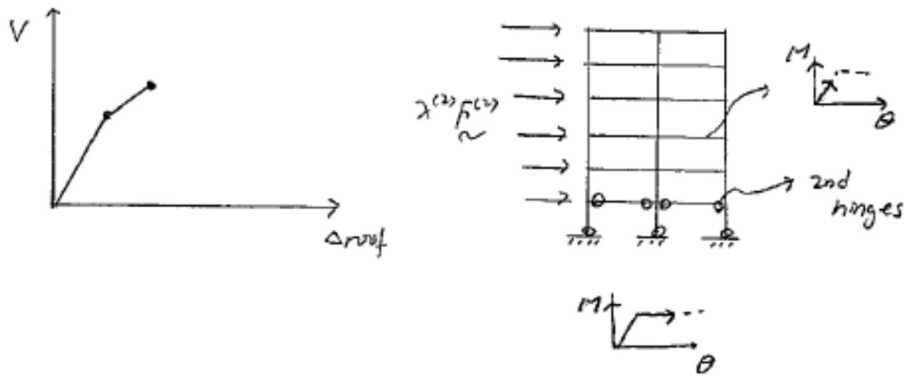
4. Until first yielding, linear elastic behavior is obtained.



5. After first yielding, the stiffness at each plastic hinge is reduced.



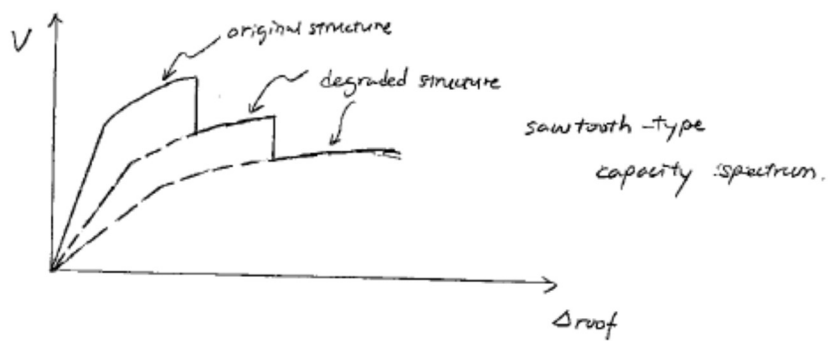
6. At the second yielding, again, the stiffness of each new plastic hinge is reduced.

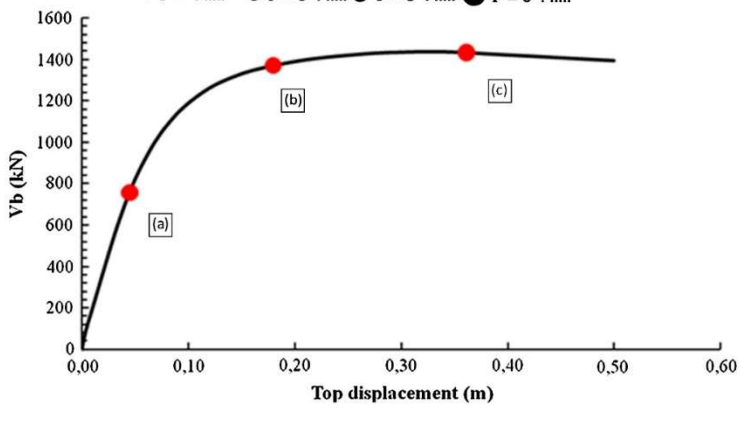
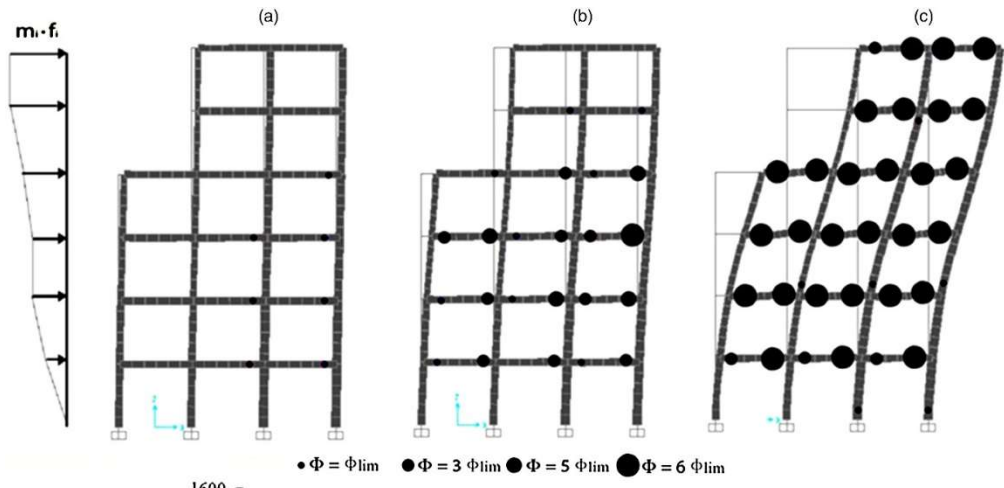


7. Repeat structural analysis until the target displacement is reached.

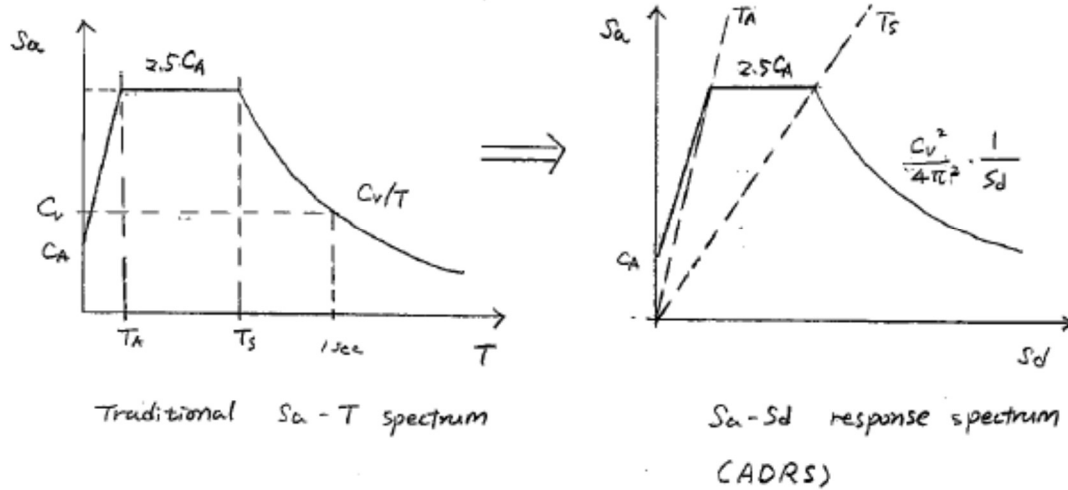


8. If the structure has brittle elements or degraded elements, the overall behavior shows step-down curves.





Construction of Linear Elastic Response Spectrum (5% damping)



C_A : seismic coefficient based on peak ground acceleration ($2.5C_A = S_d s$)

C_V : seismic coefficient corresponding to 1 sec dynamic period ($S_d 1$)

$$\left. \begin{aligned} T_S &= C_V / 2.5C_A \\ T_A &= 0.2T_S \end{aligned} \right\} \text{control periods}$$

S_a : spectral acceleration (Non dimension)

S_d : spectral displacement

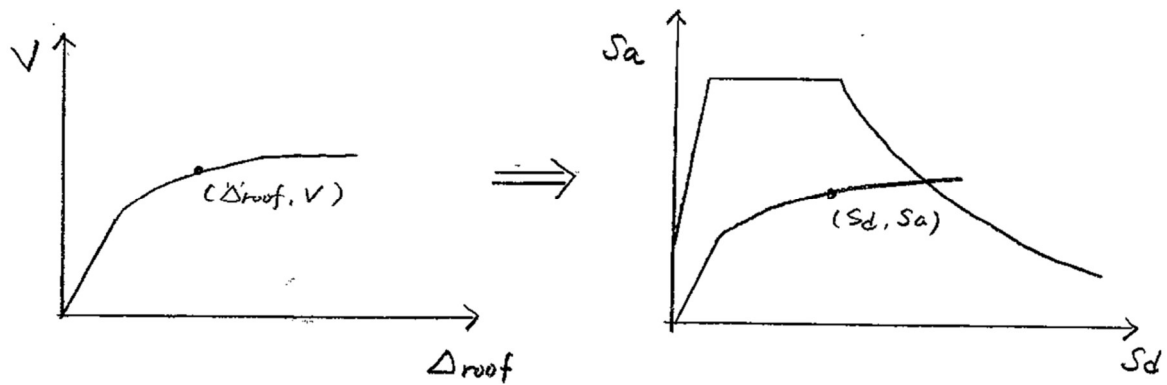
$$S_d = \frac{1}{\omega^2} S_a = \frac{T^2}{4\pi^2} S_a$$

$$S_a = C_V / T$$

$$S_a^2 = C_V^2 / T^2 = C_V^2 S_a / (4\pi^2 S_d)$$

$$S_a = \frac{C_V^2}{4\pi^2} \frac{1}{S_d}$$

Conversion of Capacity V-Δ curve to Capacity Sa-Sd curve



We need to define the relations between V and Sa , and between Δ_{roof} and Sd

Δ_{roof} - Sd relationship

Dynamic Equilibrium equation of a system subjected to EQ movement

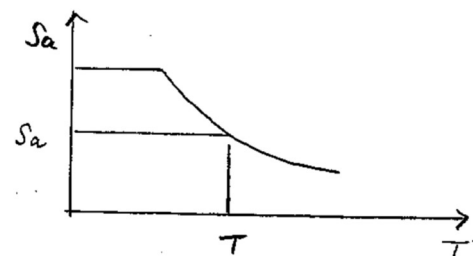
$$\underline{M}\ddot{\underline{U}} + \underline{C}\dot{\underline{U}} + \underline{K}\underline{U} = -\underline{M}\underline{r}\ddot{\underline{U}}_g$$

This Equation is decomposed into n number of single dof systems

1st mode

$$\phi_1^T \underline{M} \phi_1 \ddot{Y}_1 + \phi_1^T \underline{C} \phi_1 \dot{Y}_1 + \phi_1^T \underline{K} \phi_1 Y_1 = -\phi_1^T \underline{M} \underline{r} \ddot{\underline{U}}_g$$

$$\ddot{Y}_1 + 2\xi\omega_1\dot{Y}_1 + \omega_1^2 Y_1 = -\left(\frac{\phi_1^T \underline{M} \underline{r}}{\phi_1^T \underline{M} \phi_1}\right) \ddot{\underline{U}}_g = -(PF_1) \ddot{\underline{U}}_g$$



$$Y_{1(\max)} = Sd(PF_1)$$

$$= \left(\frac{1}{\omega^2} Sa\right)(PF_1)$$

$$= \left(\frac{T^2}{4\pi^2} Sa\right)(PF_1)$$

PF_1 : participation factor of mode 1

$$\underline{u} = Y_1 \underline{\phi}_1 + Y_2 \underline{\phi}_2 + \dots$$

If the first mode governs the response,

$$\underline{u} \approx Y_1 \underline{\phi}_1 = Sd(PF_1) \underline{\phi}_1$$

$$\mathcal{U}_{roof} = \Delta_{roof} = Sd(PF_1) \bullet \phi_{1,roof}$$

$$Sd = \frac{\Delta_{roof}}{(PF_1) \bullet \phi_{1,roof}}$$

V - Sa relationship

Story Force vector dominated by 1st mode

$$\underline{F} \approx \underline{M} \ddot{Y}_{1(\max)} \underline{\phi}_1$$

$$\ddot{Y}_{1(\max)} = Sa(PF_1)$$

$$\underline{F} = Sa(PF_1) \underline{M} \underline{\phi}_1$$

$$V = \underline{r}^T \underline{F} = Sa(PF_1) \underline{r}^T \underline{M} \underline{\phi}_1$$

Thus, $Sa = \frac{V}{(PF_1) \underline{r}^T \underline{M} \underline{\phi}_1}$ or $= \left(\frac{V/W}{\frac{(PF_1) \underline{r}^T \underline{M} \underline{\phi}_1}{W}} \right) = \frac{V/W}{M_{eff}/W} = \frac{V/W}{\alpha_1}$

M_{eff} = effective mass

α_1 = effective mass coefficient

In other expressions

Participation factor

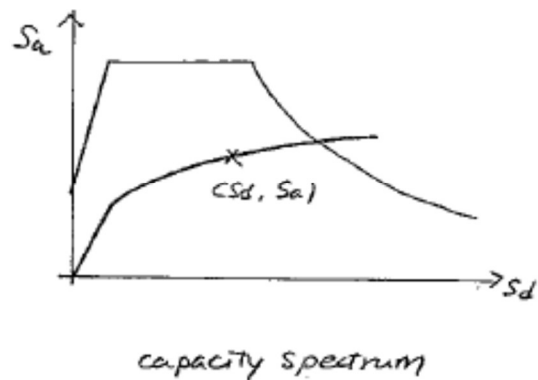
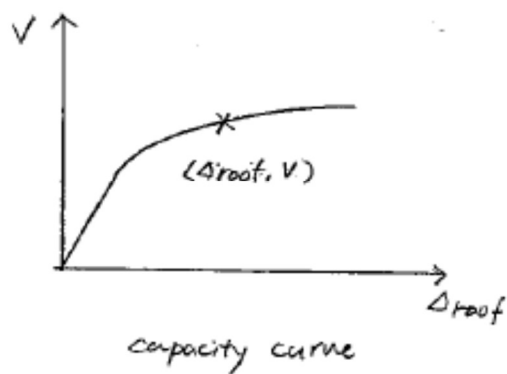
$$(PF_1) = \left(\frac{\underline{\phi}_1^T \underline{M} \underline{r}}{\underline{\phi}_1^T \underline{M} \underline{\phi}_1} \right) = \frac{\sum_{i=1}^N w_i \phi_{1i} / g}{\sum_{i=1}^N w_i \phi_{1i}^2 / g} \quad \begin{cases} N: \text{no of story} \\ w: \text{story weight} \end{cases}$$

Effective mass

$$(M_{\text{eff}_1}) = (PF_1)^T \underline{r}^T \underline{M} \underline{\phi}_1 = \frac{(\underline{\phi}_1^T \underline{M} \underline{r})^2}{\underline{\phi}_1^T \underline{M} \underline{\phi}_1} = \frac{(\sum w_i \phi_{1i} / g)^2}{\sum w_i \phi_{1i}^2 / g}$$

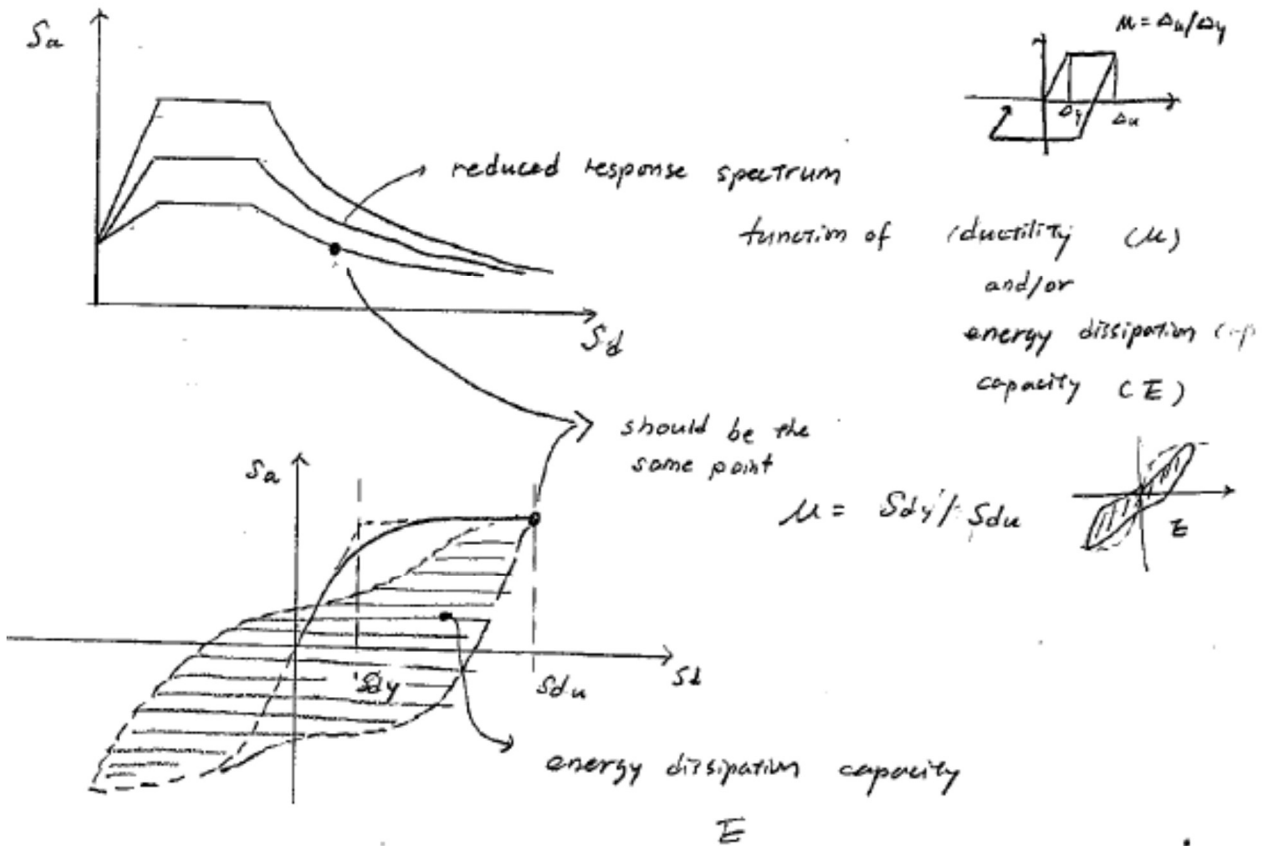
Effective mass coefficient: α_1

$$\alpha_1 = \frac{M_{\text{eff}_1}}{W} = \frac{(\sum w_i \phi_{1i} / g)^2}{(\sum w_i / g)(\sum (w_i \phi_{1i}^2) / g)}$$



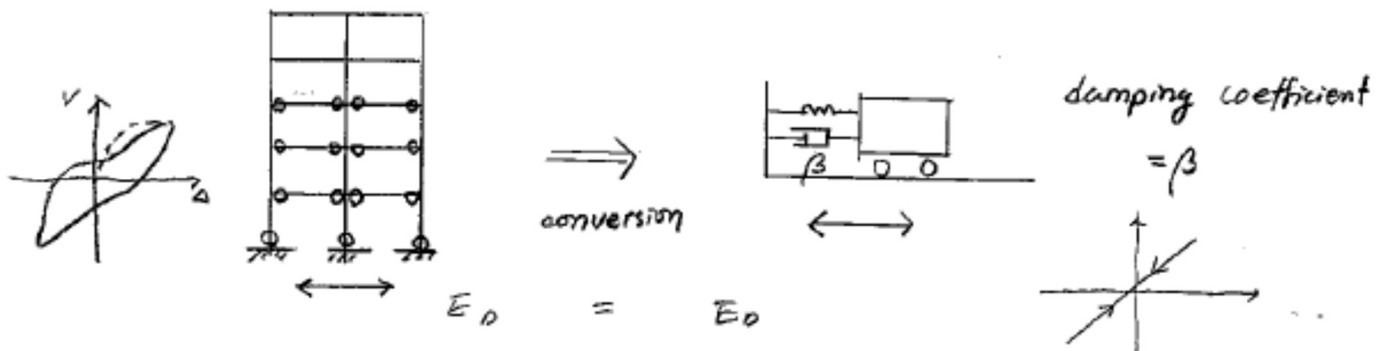
$$\begin{cases} Sa = \frac{V / W}{\alpha_1} = \frac{V}{(PF_1)^T \underline{M} \underline{\phi}_1} \\ Sd = \frac{\Delta_{\text{roof}}}{(PF_1) \phi_{1, \text{roof}}} \end{cases}$$

Determination of performance point (intersection point between the capacity and demand)



Reduced response spectrum (demand spectrum)

The cyclic hysteretic response of actual system is converted to the response of an equivalent linear elastic damped system with the same capacity of energy dissipation. (only when linear system is used, the force spectrum is the same as displacement spectrum.)



A single degree of freedom system

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = P(t) = P_0 \sin \omega t$$

The energy dissipated by viscous damping in one cycle of harmonic vibration

$$E_D = \int f_D du = \int_0^{2\pi/\omega} (c\dot{u})u dt = \int_0^{2\pi/\omega} c\dot{u}^2 dt$$

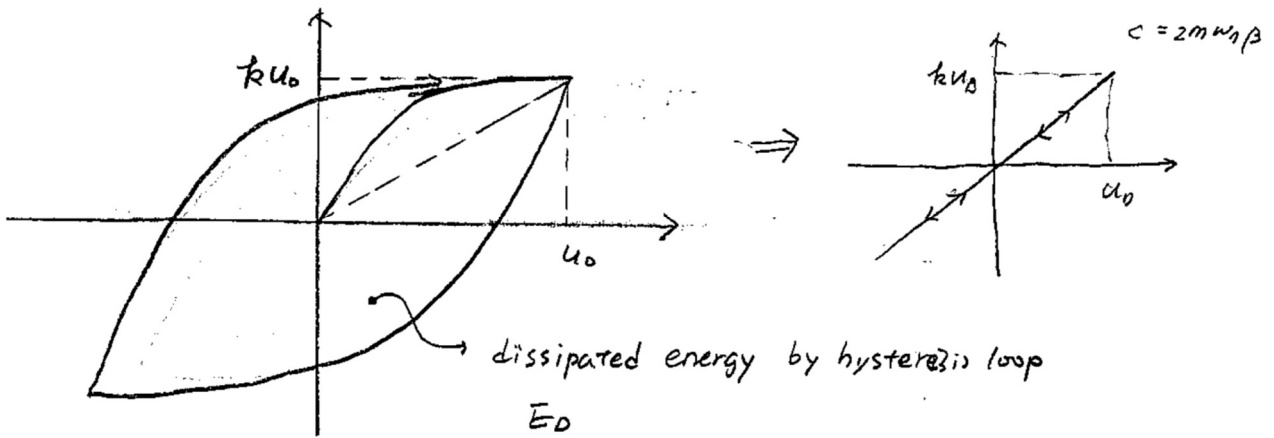
$$= c \int_0^{2\pi/\omega} [\omega u_0 \cos(\omega t - \phi)]^2 dt = \pi c \omega u_0^2$$

$$= 2\pi \xi \frac{\omega}{\omega_n} k u_0^2 \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \xi = \frac{c}{2m\omega_n} = \beta$$

$$\text{If } \omega \approx \omega_n, \quad E_D = 2\pi\beta k u_0^2 = 4\pi\beta \frac{k u_0^2}{2}$$

$$\text{Set } E_{s0} (\text{strain energy}) = \frac{k u_0^2}{2},$$

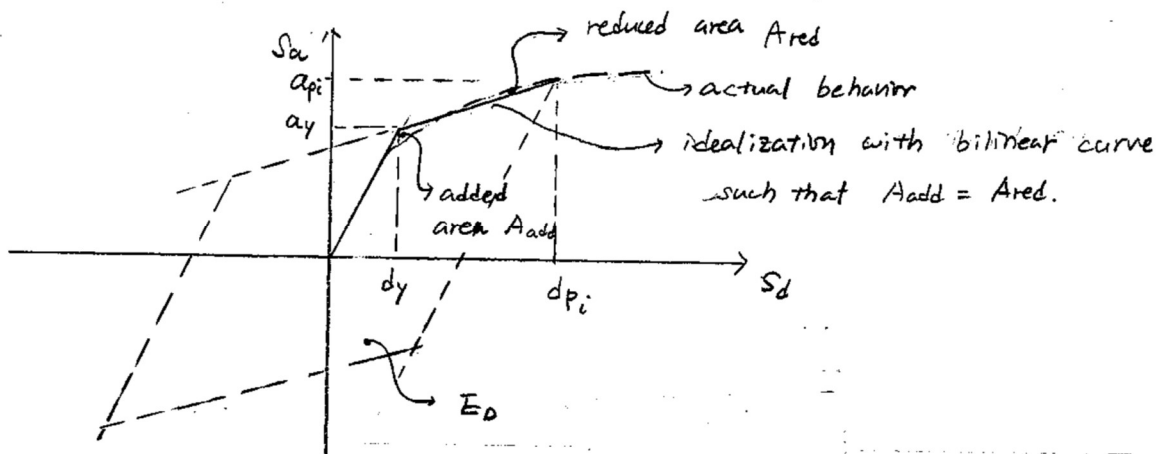
$$E_D = 4\pi\beta E_{s0}$$



With the known value of E_D , the damping coefficient ξ or β can be calculated.

$$\beta = \frac{1}{4\pi} \frac{E_D}{E_{s0}}$$

Estimation of Damping coefficient $\beta_0, \beta_{eg}, \beta_{eff}$



E_D = Energy dissipated by damping

- = Area of enclosed by hysteresis loop
- = Area of parallelogram

E_{S0} = Maximum strain energy

- = Area of hatched triangle
- = $a_{pi} d_{pi} / 2$

β_0 = Equivalent viscous damping associated

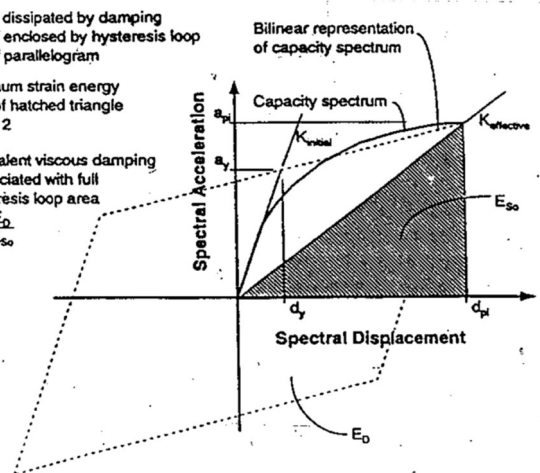
With a full hysteresis loop area

$$= \frac{1}{4\pi} \frac{E_D}{E_{S0}}$$

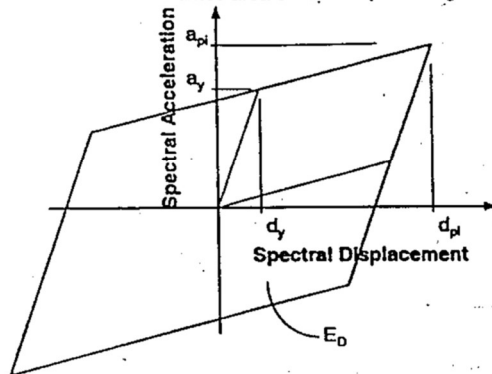
E_D = Energy dissipated by damping
 = Area of enclosed by hysteresis loop
 = Area of parallelogram

E_{S0} = Maximum strain energy
 = Area of hatched triangle
 = $a_{pi} d_{pi} / 2$

β_0 = Equivalent viscous damping associated with full hysteresis loop area
 = $\frac{1}{4\pi} \frac{E_D}{E_{S0}}$

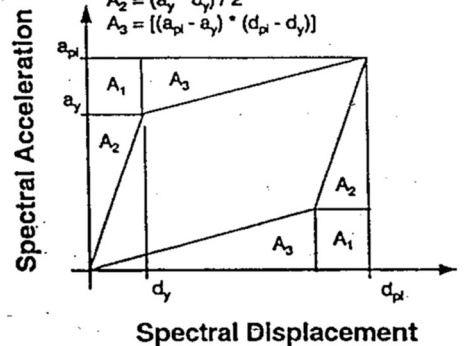


E_D = Area of enclosed by hysteresis loop
 = Area of large parallelogram
 = 4 times area of shaded parallelogram



Formulas for designated areas:

- $A_1 = (a_{pi} - a_y) \cdot d_y$
- $A_2 = (a_y \cdot d_y) / 2$
- $A_3 = [(a_{pi} - a_y) \cdot (d_{pi} - d_y)]$



E_D = Area of enclosed by hysteresis loop
 = Area of large parallelogram
 = 4 times area of shaded parallelogram

Formulas for designated areas:

$$A_1 = (a_{pi} \cdot a_y) \cdot d_y$$

$$A_2 = (a_y \cdot d_y) / 2$$

$$A_3 = [(a_{pi} - a_y) \cdot (d_{pi} - d_y)]$$

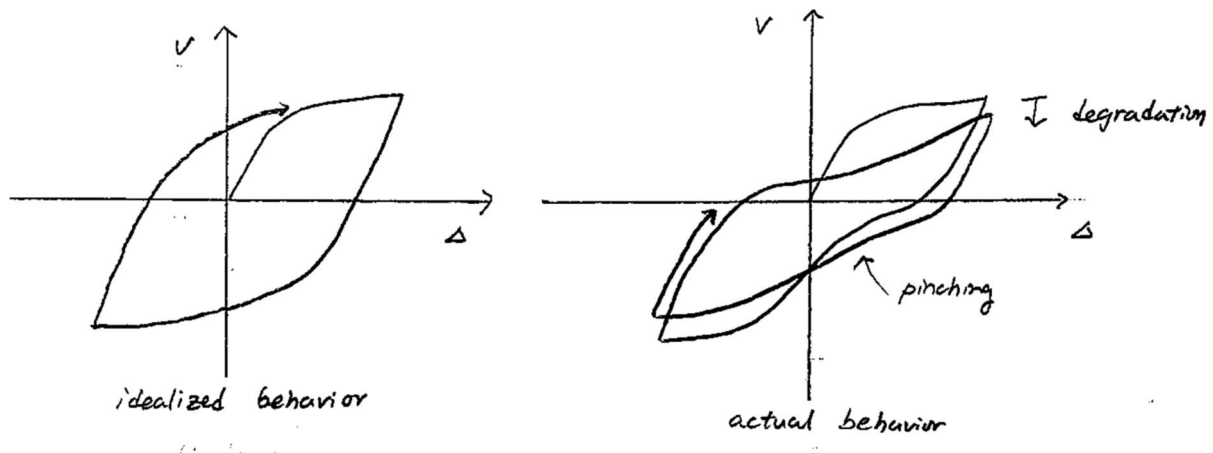
$$\begin{aligned}
 E_D &= 4(a_{pi}d_{pi} - 2A_1 - 2A_2 - 2A_3) \\
 &= 4[a_{pi}d_{pi} - a_yd_y - (d_{pi} - d_y)(a_{pi} - a_y) - 2d_y(a_{pi} - a_y)] \\
 &= 4(a_yd_{pi} - d_ya_{pi})
 \end{aligned}$$

$$E_{so} = a_{pi}d_{pi} / 2$$

$$\begin{aligned}
 \beta_0 &= \frac{1}{4\pi} \frac{E_D}{E_{so}} = \frac{1}{4\pi} \frac{4(a_yd_{pi} - d_ya_{pi})}{a_{pi}d_{pi} / 2} = \frac{2}{\pi} \frac{a_yd_{pi} - d_ya_{pi}}{a_{pi}d_{pi}} \\
 &= \frac{0.637(a_yd_{pi} - d_ya_{pi})}{a_{pi}d_{pi}} \\
 &= \frac{63.7(a_yd_{pi} - d_ya_{pi})}{a_{pi}d_{pi}} \quad (\text{in percentage})
 \end{aligned}$$

$$\beta_{eq} = \beta_0 + 5 \quad (\text{equivalent viscous damping including 5\% inherent in the structure})$$

Modification of damping coefficient for degraded and/or pinched cyclic behavior



The idealized hysteresis loop overestimates realistic levels of damping. Therefore we introduce effective viscous damping β_{eff} .

$$\beta_{\text{eff}} = \kappa\beta_0 + 5 = \frac{63.7\kappa(a_y d_{pi} - d_y a_{pi})}{a_{pi} d_{pi}} + 5$$

κ : damping modification factor

Table 8-1. Values for Damping Modification Factor, κ

Structural Behavior Type ¹	β_0 (percent)	κ
Type A ²	≤16.25	1.0
	>16.25	$1.13 - \frac{0.51(a_y d_{pi} - d_y a_{pi})}{a_{pi} d_{pi}}$
Type B	≤25	0.67
	>25	$0.845 - \frac{0.446(a_y d_{pi} - d_y a_{pi})}{a_{pi} d_{pi}}$
Type C	Any Value	0.33

1. See Table 8-4 for structural behavior types.

2. The formulas are derived from Tables of spectrum reduction factors. B(or B1). Specified for the design of base isolated buildings in the 1991 UBC, 1994 UBC and 1994 NEHRP Provisions. The formulas created for this

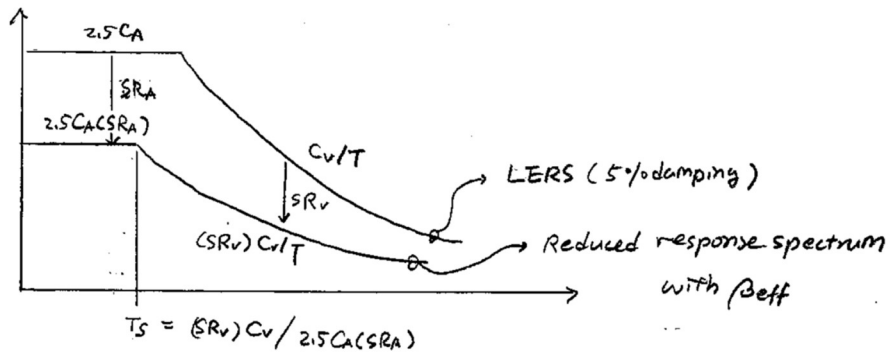
document give the same results as are in the Tables in the other documents.

Table 8-4. Structural Behavior Types

Shaking Duration ¹	Essentially New Building ²	Average Existing Building ³	Poor Existing Building ⁴
Short	Type A	Type B	Type C
Long	Type B	Type C	Type C

1. See Section 4.5.2 for criteria.
2. Buildings whose primary elements make up an essentially new lateral system and little strength or stiffness is contributed by noncomplying elements.
3. Buildings whose primary elements are combinations of existing and new elements, or better than average existing systems.
4. Buildings whose primary elements make up noncomplying lateral force systems with poor or unreliable hysteretic behavior.

Construction of reduced Response Spectrum



$$SR_A = \frac{1}{B_s} = \frac{3.21 - 0.68 \ln(\beta_{eff})}{2.12} \quad (8-9)$$

$$= \frac{3.21 - 0.68 \ln \left[\frac{63.7K(a_y d_{pi} - d_y a_{pi})}{a_{pi} d_{pi}} + 5 \right]}{2.12}$$

≥ Value in Table 8-2

$$SR_v = \frac{1}{B_L} = \frac{2.31 - 0.41 \ln(\beta_{eff})}{1.65} \quad (8-10)$$

$$= \frac{2.31 - 0.41 \ln \left[\frac{63.7K(a_y d_{pi} - d_y a_{pi})}{a_{pi} d_{pi}} + 5 \right]}{1.65}$$

≥ Value in Table 8-2

Table 8-2. Minimum Allowable SR_A and SR_V Values¹

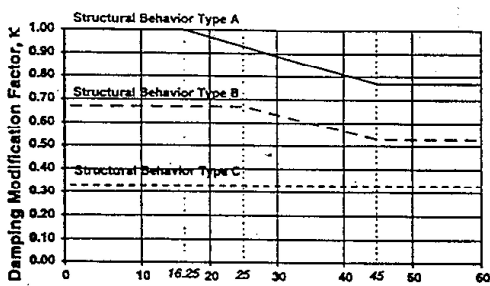
Structural Behavior Type ²	SR _A	SR _V
Type A ²	0.33	0.50
Type B	0.44	0.56
Type C	0.56	0.67

1. Values for SR_A and SR_V shall not be less than those shown in this Table
2. See Table 8-4 for structural behavior types.

Table 8-3. Spectral Reduction Factors, $SR_A = 1/B_s$ and $SR_v = 1/B_v$

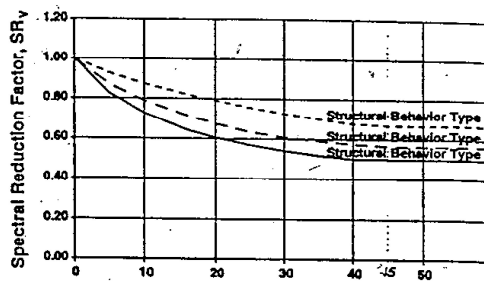
β_0 (percent)	Behavior Type A ¹			Behavior Type B ¹			Behavior Type C ¹		
	β_{eff}	SR_A (1/ B_s)	SR_v (1/ B_v)	β_{eff}	SR_A (1/ B_s)	SR_v (1/ B_v)	β_{eff}	SR_A (1/ B_s)	SR_v (1/ B_v)
0	5	1.00	1.00	5	1.00	1.00	5	1.00	1.00
5	10	0.78	0.83	8	0.83	0.87	7	0.91	0.93
15	20	0.55	0.66	15	0.64	0.73	10	0.78	0.83
25	28	0.44	0.57	22	0.53	0.63	13	0.69	0.76
35	35	0.38	0.52	26	0.47	0.59	17	0.61	0.70
≥45	40	0.33	0.50 ²	29	0.44	0.56	20	0.56	0.67 ²

1. Structural behavior type, see Table 8-4.
2. Controlled by minimum allowable value for SR_v , see Table 8.2



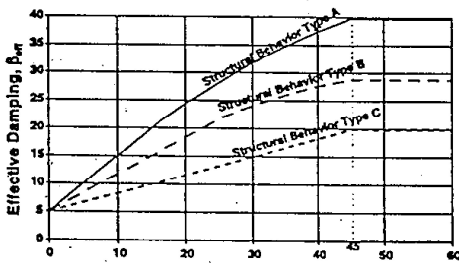
Hysteretic Damping Represented As Equivalent Viscous Damping, β_0 (%)

Figure 8-15. Damping Modification Factor, κ , for Structural Behavior Types A, B and C



Hysteretic Damping Represented As Equivalent Viscous Damping, β_0 (%)

Figure 8-18. Spectral Reduction Factor, SR_v , for Structural Behavior Types A, B and C



Hysteretic Damping Represented As Equivalent Viscous Damping, β_0 (%)

Figure 8-16. Effective Damping, β_{eff} , for Structural Behavior Types A, B and C

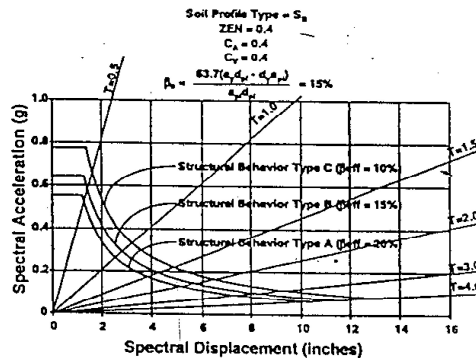
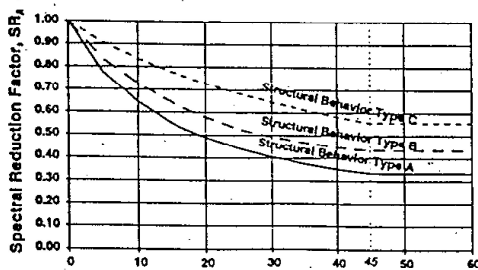


Figure 8-19. Example ADRS Response Spectra for Structural Behavior Types A, B and C



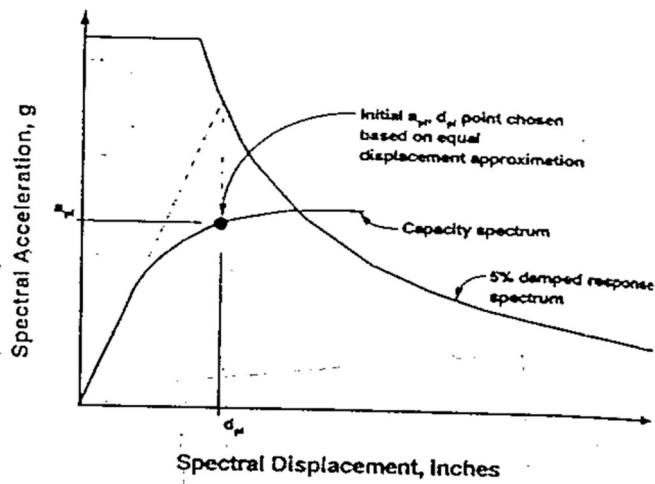
Hysteretic Damping Represented As Equivalent Viscous Damping, β_0 (%)

Figure 8-17. Spectral Reduction Factor, SR_A , for Structural Behavior Types A, B and C

Calculation of Performance Point

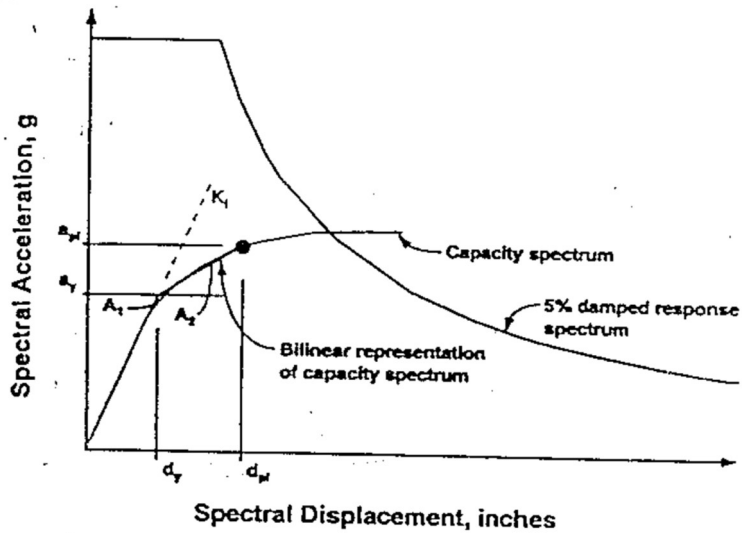
1) select a trial performance point, a_{pi} , d_{pi}

A first choice of point a_{pi} , d_{pi} could be the displacement approximation



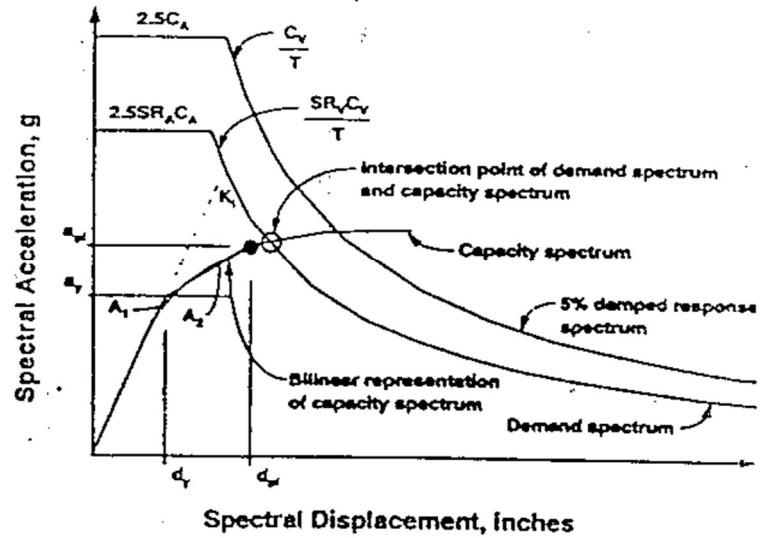
2) Develop a bilinear representation of the capacity spectrum.

Calculate effective damping $\beta_{eff} = K\beta_0 + 5$



3) Calculate the spectral reduction factors.

Draw the demand spectrum.



4) If the displacement at which the demand spectrum intersects the capacity spectrum, d_i , is within acceptable range (eg. $0.95d_{pi} \leq d_i \leq 1.05d_{pi}$),

then the trial performance point a_{pi} , d_{pi} is determined as the point $a_p d_p$.

and the displacement, d_p , represents the maximum structural displacement expected for the demand EQ.

5) If the demand spectrum does not intersect the capacity spectrum within acceptable tolerance, the $a_{pi} = a_i$, $d_{pi} = d_i$ repeat 1) to 4)

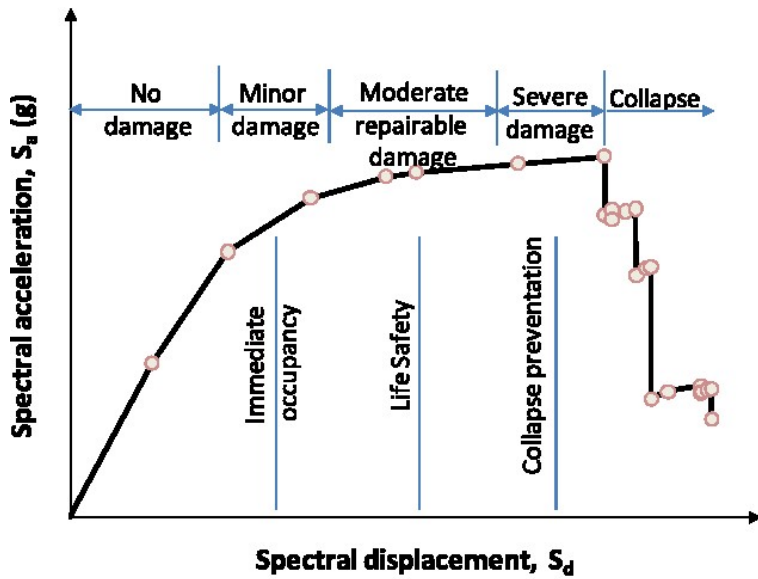
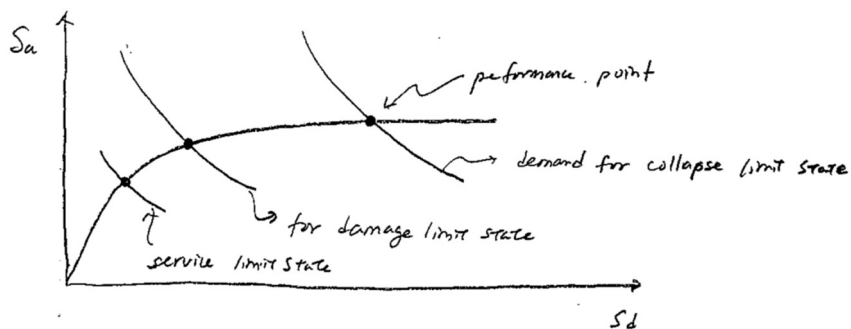


Fig. 1. A typical performance curve from a seismic analysis

Advantages of capacity Spectrum Method

1. Nonlinear Response of the structure against Earthquake Excitation can be estimated with reasonable precision.
=> No Specified R factor
2. Failures of structure and members can be examined, directly.
 - overall ductility of structure
 - plastic rotation at each plastic hinge
3. Responses of the structure with respect to multi-level performance-requirements can be evaluated at the same time.



4. Effect of over-strength due to material, Design method, etc. can be directly addressed.

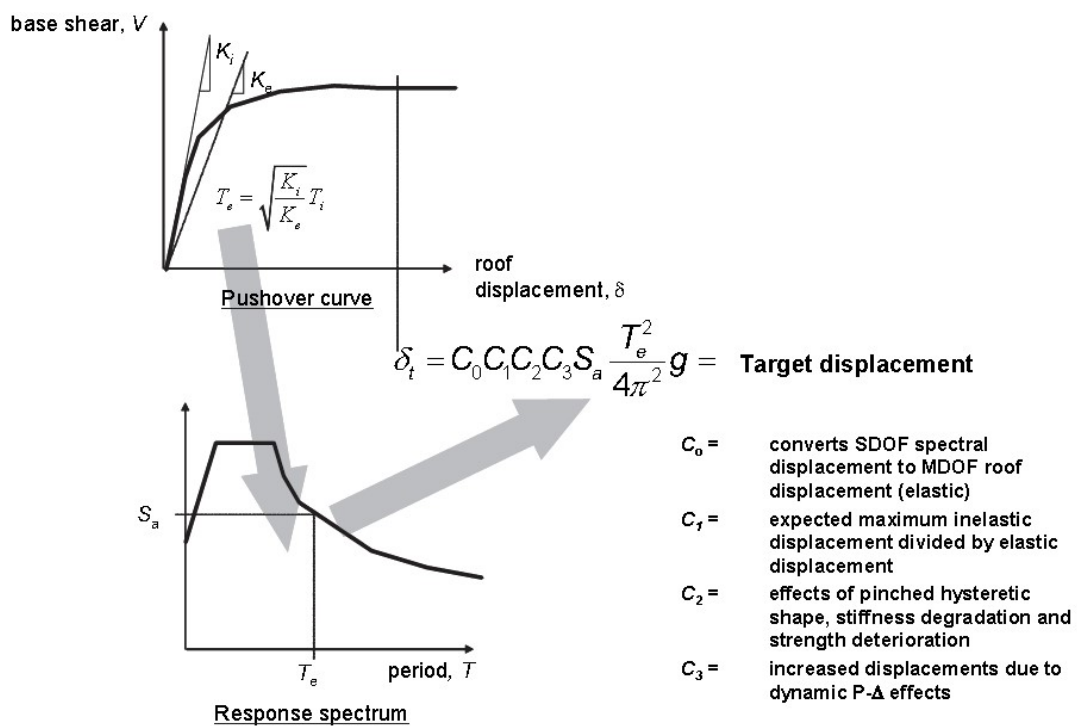
Uncertainties in Capacity Spectrum Method

1. Assumed lateral load profile (high mode effect) is used. In general, the higher mode effect is not considered. - multiple lateral load distributions should be considered.
2. Demand spectrum is constructed by using an equivalent linear system which is different from the actual energy dissipation mechanism.
3. It is difficult to accurately estimate the energy dissipation capacity without performing cyclic load analysis.

Displacement Coefficient Method

After nonlinear static load-displacement is obtained, the inelastic displacement is directly estimated without converting to spectrum format. (FEMA 273 및 FEMA 356)

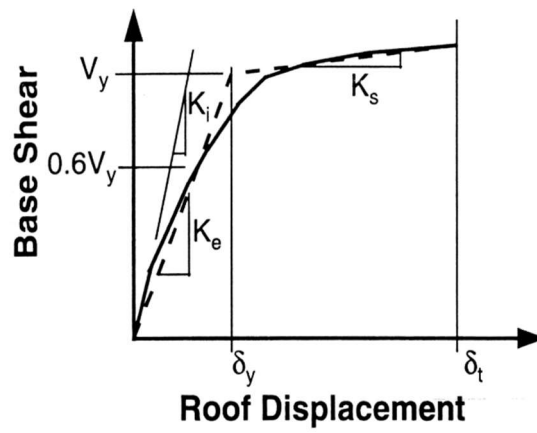
This method is practical and relatively convenient



Concept of displacement coefficient method. (FEMA 440 Figure 2-12)

Through Pushover analysis, $P-\Delta$ curve is obtained. Based on the result, a single DOF system with effective stiffness (K_{eff}) and effective period (T_{eff}) is assumed. The spectral displacement (S_d) is calculated. Then, coefficients of C_0, C_1, C_2, C_3 are multiplied to estimated the inelastic displacement of the structure.

Definition of K_e .



C0 = effect of multi-DOF system

C1 = amplification of displacement (effect of inelastic deformation)

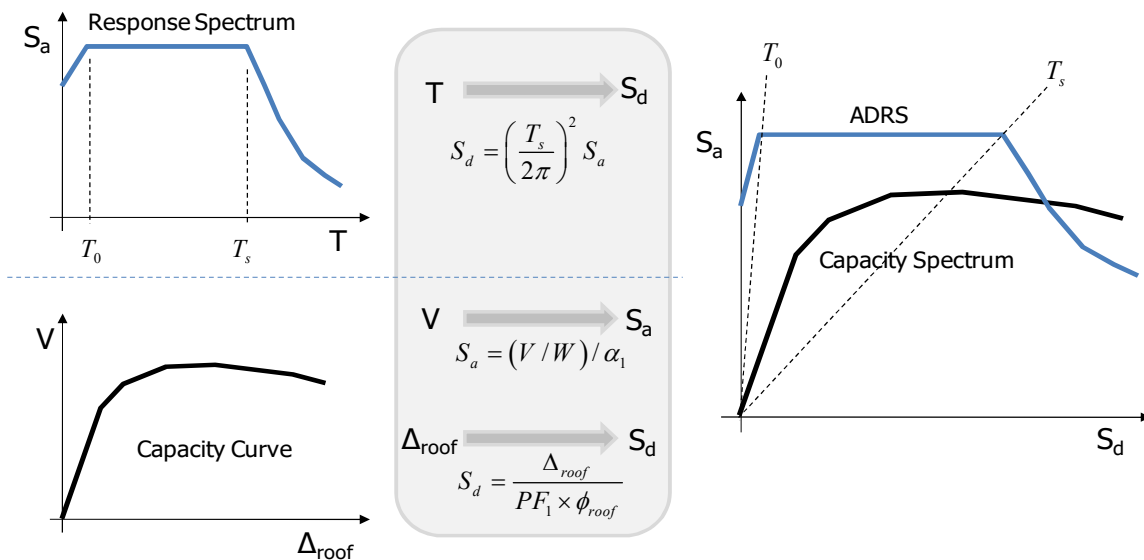
C2 = effect of stiffness and strength degradation

C3 = second order effect.

공동주택 성능기반내진설계 지침

부록 1. 역량스펙트럼법

역량스펙트럼법에서는 건축물의 횡하중에 대한 저항능력을 비선형정적해석을 수행한 후 밀면전단력-최상층변위 역량곡선으로 나타내고, 고려하고자 하는 지진에 대한 요구를 응답스펙트럼 형식으로 나타낸다. 이 두 곡선을 하나의 공통된 형식의 좌표계로 표현함으로써 역량과 요구의 상호관계를 효과적으로 나타낼 수 있으며, 두 곡선의 교차점은 고려한 지진에 대한 건축물의 비선형 응답과 성능수준을 의미한다. ATC 40에서 내진성능평가방법으로 채택하고 있는 역량스펙트럼법에 의한 전체적인 내진성능평가 개념을 [그림 부.1]에 나타내었다.



[그림 부.1] 역량스펙트럼법의 개념

(1) 역량스펙트럼의 산정

평가대상 건축물에 대하여 비선형정적해석을 수행한 후, 밀면전단력-최상층변위 관계를 산정한다. 건축물이 보유하고 있는 능력을 산정하는데 있어 종래에 사용되었던 선형탄성해석은 건축물의 탄성능력과 항복점은 예측할 수 있으나, 항복이후의 특성이나 항복이 진행되는 동안의 붕괴메커니즘에 대한 예측, 그리고 하중의 재분배 등은 고려할 수가 없다. 그러므로 건축물에 대하여 보다 정확한 보유능력을 평가하기 위하여 비선형정적해석을 이용하여 건축물이 보유한 비탄성 변형능력을 산정한다.

비선형정적해석에서 역량곡선을 산정하기 위해 사용하는 횡하중의 크기는 점진적으로 증가시키면서 가력하며, 건축물이 불안정해지거나 사전에 미리 설정된 한계상태(목표변위)에 도달할 때까지 해석이 진행된다. 역량스펙트럼법에서 역량스펙트럼은 비선형정적해석에 의한 밀면전단력과

건축물의 최상층변위 관계를 각각 응답가속도와 응답변위의 관계로 표현한 것이다. ATC 40에서는

$$S_a = \frac{V}{\alpha_1 W} \quad S_d = \frac{\Delta_{roof}}{\Gamma_1 \times \phi_{roof,1}} \quad (\text{식 부.1})$$

(식 부.1)의 관계를 통하여 밀면전단력은 응답가속도로, 최상층변위는 응답변위로 변환된다.

여기서,

W : 건축물의 총중량

$\phi_{roof,1}$: 1차 모드에 의한 최상층 변위

$$\alpha_1 = \frac{\left(\sum_{k=1}^N m_k \phi_{k1} \right)^2}{\sum_{k=1}^N m_k \sum_{k=1}^N m_k \phi_{k1}^2} \quad : \quad \text{1차 모드 유효질량계수}$$

$$\Gamma_1 = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \phi_{i1}}{\sum_{i=1}^N m_i \phi_{i1}^2} \quad : \quad \text{1차 모드 모드참여계수}$$

(2) 요구스펙트럼의 산정

건축물에 부가되는 지진하중에 대한 요구스펙트럼은 일반적으로 주기(T)에 대한 응답가속도의 형태로 표현된다. 그러므로 역량스펙트럼과 하나의 그래프 상에 표현하기 위해서는 가속도-변위 응답스펙트럼(Acceleration Displacement Response Spectrum 이하, ADRS)의 형태, 즉 응답가속도와 응답변위의 관계로 변환하여야 한다. 일반적으로 응답가속도는 건축물의 주기와 응답변위를

$$S_a = \frac{4\pi^2}{T^2} S_d \quad (\text{식 부.2})$$

사용한 (식 부.2)와 같이 산정할 수 있다.

ATC 40에서 비탄성 요구스펙트럼은 5% 감쇠비를 가지는 선형탄성 설계응답스펙트럼(Linear Elastic Design Response Spectrum)을 기준으로 비탄성 이력특성을 고려하여 감쇠비를 조정된 스펙트럼을 사용하고 있다. 일반적으로 비탄성 스펙트럼은 최대변위에 대한 항복변위의 비로 표현되는 변위연성비(μ)를 이용하여 산정하기 때문에 높은 감쇠비를 이용하여 스펙트럼의 비탄성을 고려하는 ATC 40의 방법은 다소 추정적이라서 몇 가지 문제점을 가지고 있다. ATC 40에서 제시하는 역량스펙트럼법에서는 비선형정적해석 수행 후 건축물의 역량스펙트럼을 이용하여 에너지 소산능력을 평가하고 이력거동에 따라 평가대상 건축물을 3가지 건축물 거동형태로 분류한다.

- Type A : 주요한 수평하중에 대한 저항부재가 새로 설치된 완전한 이력특성거동을 나타내는 건축물

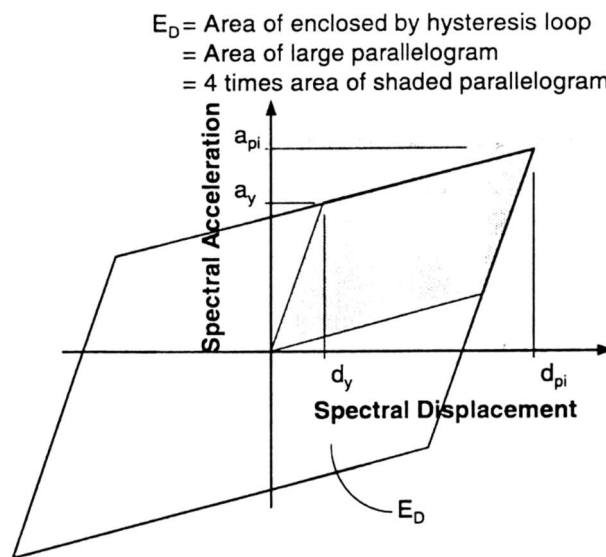
- Type B : 수평하중에 대한 저항부재가 일부 새로 설치되어 기존부재와 혼재되어 보통의 이력 특성을 나타내는 건축물

Shaking Duration	Essentially New Building	Average Existing Building	Poor Existing Building
Short	Type A	Type B	Type C
Long	Type B	Type C	Type C

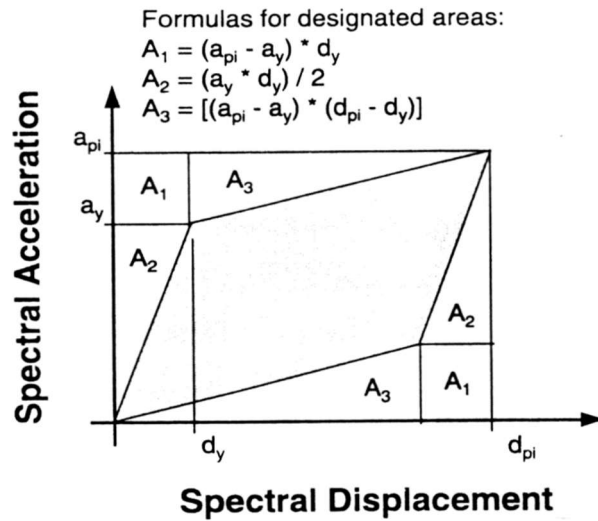
- Type C : 주요 수평부재가 수평하중에 저항할 수 없는 열악한 이력특성을 나타내는 건축물

① 등가이선형곡선에 의한 등가감쇠 산정

비선형정적해석 이후 변환된 역량곡선을 등가의 면적을 가지는 이선형(Bilinear)곡선으로 표현할 수 있다. 역량스펙트럼법에서는 이러한 등가이선형곡선에서 성능점강도(a_y)와 성능점변위(d_y)를 이용하여 탄성요구스펙트럼을 저감시키는 유효감쇠계수(β_{eff})를 산정한다. 성능점강도 및 성능점변위의 산정은 비선형정적해석에 의하여 시행착오적인 방법으로 구하거나, 내진성능평가기준의 변형한계 수준으로 산정할 수 있다.



[그림 부.2] 감쇠에 의하여 소산되는 에너지(출처 : ATC 40 Figure 8-12)



[그림 부.3] 소산되는 에너지양 계산(출처 : ATC 40 Figure 8-13)

건축물의 감쇠에 의하여 소산되는 에너지양은 등가이선형곡선에서의 이력거동에 대한 내부면적

$$\beta_{ec} = \beta_0 + 5 \quad \beta_0 = \frac{1}{4\pi} \frac{E_D}{E_{co}} = \frac{63.7(a_y d_{pi} - d_y a_{pi})}{a_{pi} d_{pi}} \quad (\text{식 부.3})$$

을 나타내며 (식 부.3)을 이용하여 등가감쇠(β_{ec})를 산정할 수 있다.

여기서,

E_D = 건축물의 감쇠에 의하여 소산되는 에너지

E_{co} = 건축물의 최대 변형에너지

$$\beta_{ec} = \beta_0 + 5 = \frac{63.7(a_y d_{pi} - d_y a_{pi})}{a_{pi} d_{pi}} + 5 \quad (\text{식 부.4})$$

(식 부.3)을 백분율의 형태로 표현하면 (식 부.4)와 같이 나타낼 수 있다.

여기서, β_{ec} 는 감쇠율(%)을 나타내며 ATC 40에서는 β_{ec} 가 25%를 초과할 경우 신중한 판단이 요구되며 β_{ec} 는 최대 50%를 초과할 수 없다.

② 유효감쇠계수의 산정

지진하중을 받는 철근콘크리트 건축물의 이력특성은 강도저하(Stiffness Degradation), 강성저하(Strength Deterioration), 슬립 및 핀칭(Slip or Pinching) 등에 의하여 이상적인 이선형모델의 이력특성을 나타내지 못한다. 그러므로 ATC 40에서는 철근콘크리트 건축물에서의 이러한 이력거동의 특성을 반영하기 위하여 감쇠조정계수(Damping Modification factor, κ)를 사용하여 등가감쇠(β_{ec})를 조정한다. 조정된 등가감쇠를 유효감쇠계수(β_{eff})라고 하며 (식 부.5)와 같이 산정할 수 있다.

$$\beta_{eff} = \kappa\beta_0 + \delta = \frac{63.7\kappa(a_y d_{yx} - d_y a_{yx})}{a_{yx} d_{yx}} + \delta \quad (\text{식 부.5})$$

(식 부.5)에서 감쇠율 5%는 탄성시스템에 대한 감쇠비이므로, 철근콘크리트 재료의 이력특성을 반영하는 감쇠조정계수(κ)는 β_0 에 적용된다. 그리고 이러한 이력특성으로 인하여 건축물의 에너지 소산능력의 저하현상을 반영하기 위하여 분류된 건축물에 따라서 감쇠조정계수를 <표 부.2>

구 분	$\beta_0(\%)$	감쇠조정계수 κ
Type A (완전한 이력특성)	≤ 16.25	1.0
	> 16.25	$1.13 - \frac{0.51(a_y d_{yx} - d_y a_{yx})}{a_{yx} d_{yx}}$
Type B (보통의 이력특성)	≤ 25	0.67
	> 25	$0.345 - \frac{0.446(a_y d_{yx} - d_y a_{yx})}{a_{yx} d_{yx}}$
Type C (열악한 이력특성)	Any Value	0.33

와 같이 세 단계로 구분하여 적용하였다.

③ 비탄성 요구스펙트럼의 산정

ATC 40에서는 앞서 산정된 유효감쇠계수를 적용하여 비탄성 응답스펙트럼을 고려한다. 즉 유효 감쇠계수를 이용하여 응답스펙트럼의 조정계수인 응답감소계수(Spectrum Reduction Factor, SR)를 산정하며 응답감소계수는 가속도구간 및 속도구간으로 구분하여 각각 다르게 적용한다.

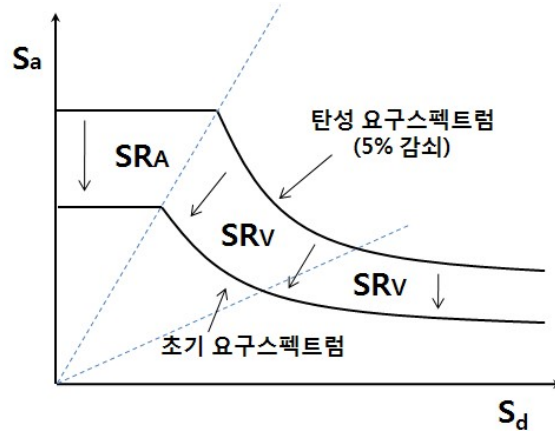
응답감소계수는 Newmark 와 Hall(1982)의 지반운동 증폭계수를 이용한 것이며, 가속도구간의 응답감소계수(SR_A)와 속도구간의 응답감소계수(SR_V)는 (식 부.6)과 같이 산정되며 건축물의 이력

$$SR_A = \frac{3.21 - 0.651 \ln(\beta_{eff})}{2.12}, \quad SR_V = \frac{2.31 - 0.41 \ln(\beta_{eff})}{1.65} \geq \text{Min.Values} \quad (\text{식 부.6})$$

구 분	κ	SR_A	SR_V
Type A (완전한 이력특성)	1.00	0.33	0.50
Type B (보통의 이력특성)	0.67	0.44	0.56
Type C (열악한 이력특성)	0.33	0.56	0.67

거동에 따라 ATC 40에서는 응답감소계수의 하한치를 <표 부.3>과 같이 제시하였다.

이상과 같은 절차를 통하여 설계지진하중 또는 선형탄성 응답스펙트럼에 대한 비탄성 요구를 산정할 수 있으며 [그림 부.4]와 같이 유효감쇠계수를 이용하여 건축물의 비탄성 요구를 고려하여 비탄성 설계응답스펙트럼을 평가할 수 있다.



[그림 부.4] 비탄성 요구스펙트럼의 산정

이와 같이 산정된 비탄성 요구스펙트럼과 비선형정적해석을 통하여 산정된 건축물의 역량스펙트럼을 비교함으로써 건축물의 비탄성 응답변위와 응답가속도에 의한 성능수준을 결정할 수가 있다.

④ 성능수준에 따른 횡변형 한계

ATC 40에서는 역량스펙트럼법에 의하여 산정된 건축물의 성능점에 대하여 건축물의 성능수준에 따른 설계거동한계를 설정하여 산정된 성능점에 대해서 건축물의 전반적인 거동이 수용가능한지 여부와 각 부재에 부가될 부재력 및 변형도가 강도 및 사용성에 적합한지를 판단하여 건축물

허용층간변위	성능수준 단계			
	거주가능	손상제어	인명안전	붕괴방지
Maximum total drift	0.01	0.01 ~ 0.02	0.02	0.33 V/P
Maximum inelastic drift	0.005	0.005 ~ 0.015	no limit	no limit

의 내진성능을 평가한다. <표 부.4>는 성능수준에 따른 횡변형에 대한 한계값을 나타낸 것이다.

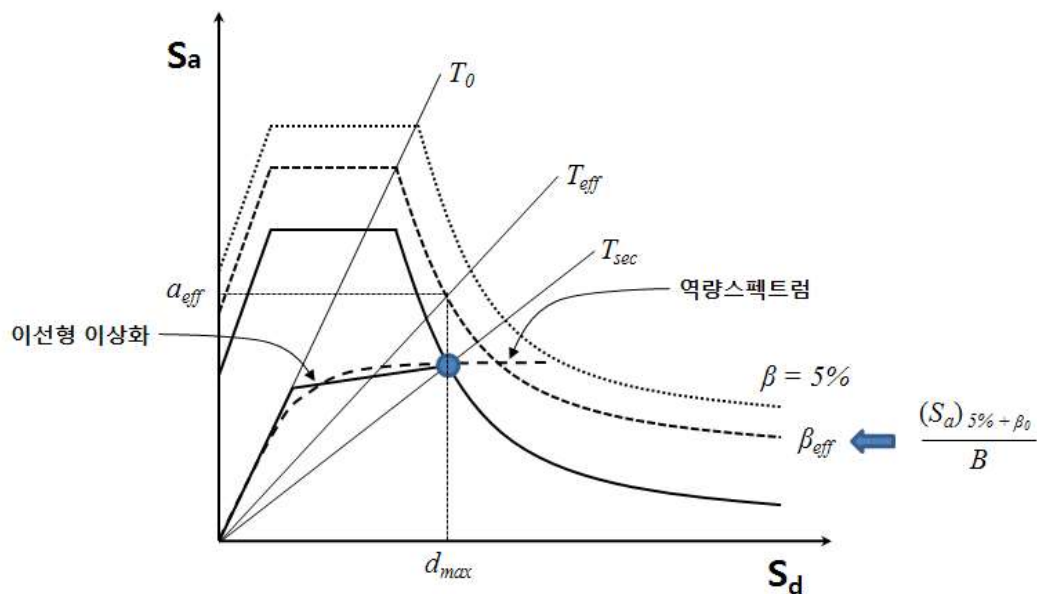
(3) 역량스펙트럼법의 발전

역량스펙트럼법은 등가선형방법(Equivalent Linearization Method)이라고도 한다. FEMA 440에서 제시한 이 방법은 기존의 역량스펙트럼법을 수정한 방법으로 성능점을 찾는 방식이 단자유도계의 응답스펙트럼에서의 요구량을 사용한다는 점에서 후술하는 변위계수법과 유사한 점이 있다. 그러나 변위계수법과의 주된 차이점은 내진요구량을 나타내는 스펙트럼과 역량스펙트럼을 하나의 그

래프에 동시에 표현하여, 두 선이 만나는 점을 성능점으로 정의하기 때문에, 후자에 비해 가시적이고 직관적인 판단을 할 수 있도록 한다는 점이다.

등가선형방법은 건축물의 성능점이 그 건축물의 주기(T_0)와 감쇠(β_0)보다 더 큰 주기(T_{eff})와 감쇠(β_{eff})에 의한 "등가"의 선형시스템으로 정의된다는 것이 기본 개념이다. ATC 40의 역량스펙트럼방법과 FEMA 440의 등가선형방법의 기본 개념 및 목표성능점을 찾는 방식은 동일하다. 단지, 역량스펙트럼법은 전술한 것처럼 좀 더 이론에 충실한 절차를 따르려고 하다 보니 비선형시간이력해석과의 비교에서 상당한 차이가 있음을 연구자들이 발견했고 이 수치적 차이를 보정하기 위해 FEMA 440에서 등가선형방법으로 통계적 방식을 이용하게 되었다.

[그림 부.5]는 FEMA 440에서 수정된 방법의 개념을 나타내고 있다. 앞서 설명한 대로, 비선형시간이력해석의 결과에 따른 통계적 방식을 이용해 기존의 결과를 맞춘 방식으로, 사용한 모델에 따라 유효주기(T_{eff})와 유효감쇠비(β_{eff})는 <표 부.5> 및 <표 부.6>의 계수값을 사용한 (식 부.7) 및 (식 부.8)과 같이 제시하고 있고, 이들 식 모두 μ 와 α 로 구성되는 것을 알 수 있다.



[그림 부.5] 등가선형방법(Equivalent Linearization Method)에 의한 성능점 산정

<표 부.5> 유효감쇠비(β_{eff}) 산출시 관련된 계수

Model	α (%)	A	B	C	D	E	F
Bilinear hysteretic	0	3.2	-0.66	11	0.12	19	0.73
Bilinear hysteretic	2	3.3	-0.64	9.4	1.1	19	0.42
Bilinear hysteretic	5	4.2	-0.83	10	1.6	22	0.40
Bilinear hysteretic	10	5.1	-1.1	12	1.6	24	0.36
Bilinear hysteretic	20	4.6	-0.99	12	1.1	25	0.37
Stiffness degrading	0	5.1	-1.1	12	1.4	20	0.62
Stiffness degrading	2	5.3	-1.2	11	1.6	20	0.51
Stiffness degrading	5	5.6	-1.3	10	1.8	20	0.38
Stiffness degrading	10	5.3	-1.2	9.2	1.9	21	0.37
Stiffness degrading	20	4.6	-1.0	9.6	1.3	23	0.34
Strength degrading	-5 ^d	5.6	-1.3	14	0.61	22	0.90
Strength degrading	-3 ^d	5.3	-1.2	14	0.69	24	0.90

<표 부.6> 유효주기(T_{eff}) 산출시 관련된 계수

Model	α (%)	G	H	I	J	K	L
Bilinear hysteretic	0	0.11	-0.017	0.27	0.090	0.57	0.00
Bilinear hysteretic	2	0.10	-0.014	0.17	0.12	0.67	0.02
Bilinear hysteretic	5	0.11	-0.018	0.09	0.14	0.77	0.05
Bilinear hysteretic	10	0.13	-0.022	0.27	0.10	0.87	0.10
Bilinear hysteretic	20	0.10	-0.015	0.17	0.094	0.98	0.20
Stiffness degrading	0	0.17	-0.032	0.10	0.19	0.85	0.00
Stiffness degrading	2	0.18	-0.034	0.22	0.16	0.88	0.02
Stiffness degrading	5	0.18	-0.037	0.15	0.16	0.92	0.05
Stiffness degrading	10	0.17	-0.034	0.26	0.12	0.97	0.10

Stiffness degrading	20	0.13	-0.027	0.11	0.11	1.0	0.20
Strength degrading	-5 ^a	0.20	-0.038	0.25	0.17	0.71	-0.05
Strength degrading	-3 ^a	0.18	-0.033	0.17	0.18	0.76	-0.03

$$\begin{aligned}
\beta_{eff} &= A(\mu-1)^2 + B(\mu-1)^3 + \beta_0 & \mu < 4 \\
\beta_{eff} &= C + D(\mu-1) + \beta_0 & 4 \leq \mu < 6.5 \\
\beta_{eff} &= E[F(\mu-1)-1]/[F(\mu-1)^2](T_{eff}/T_0)^2 + \beta_0 & 6.5 \leq \mu
\end{aligned}
\tag{식 부.7}$$

$$\begin{aligned}
T_{eff} &= (G(\mu-1)^2 + H(\mu-1)^3 + 1)T_0 & \mu < 4 \\
T_{eff} &= [I + J(\mu-1) + 1]T_c & 4 \leq \mu < 6.5 \\
T_{eff} &= \{K[\sqrt{(\mu-1)/(1+L(\mu-2))} - 1] + 1\}T_c & 6.5 \leq \mu
\end{aligned}$$

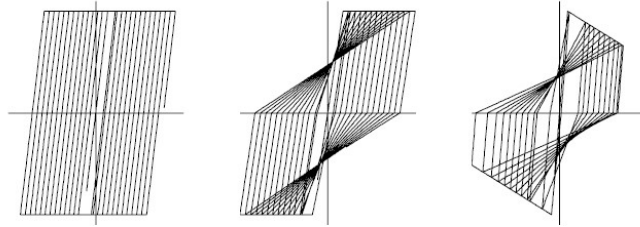
이 방법에서 가장 주목할 것은 유효감쇠비에 의해 규모가 감소된 ADRS와 $M(=a_{max}/a_{eff})$ 계수만큼 더 줄인 수정된 ADRS(MADRS)를 산정하는 부분이다. 여기서 a_{eff} 는 방사형의 유효주기 직선과 유효감쇠비에 의한 ADRS가 서로 만나는 점에서의 유효가속도이고 a_{max} 는 이선형 곡선으로부터 유도되어 정의된 최대 가속도이다. 결국은 요구응답스펙트럼에 기초한 유효주기를 이선형 곡선으로부터 유도되어 정의한 T_{sec} 로 조정하여 해당 가속도의 값으로 떨어뜨린다는 개념을 이용하고 있

$$M = \frac{a_{max}}{a_{eff}} = \left(\frac{T_{eff}}{T_{sec}}\right)^2 = \left(\frac{T_{eff}}{T_0}\right)^2 \left(\frac{T_0}{T_{sec}}\right)^2
\tag{식 부.9}$$

으며, 따라서 M 은 또한 주기 간의 관계로 만들어 낼 수 있다.

여기서, T_{sec} , T_{eff} 는 μ 와 α 로 구성된 앞서 언급된 식에서 구할 수 있다. 따라서 MADRS와 방사형의 T_{sec} 와 만나는 점이 처음에 가정한 이선형 곡선으로부터 유도되어 정의된 최대변위점과 동일해지면 최종 성능점이 되고 이는 몇 번의 반복 작업이 필요하다. [그림 부.6]은 β_{eff} 와 T_{eff} 산정에 사용된 비선형 모델의 종류를 나타낸다.

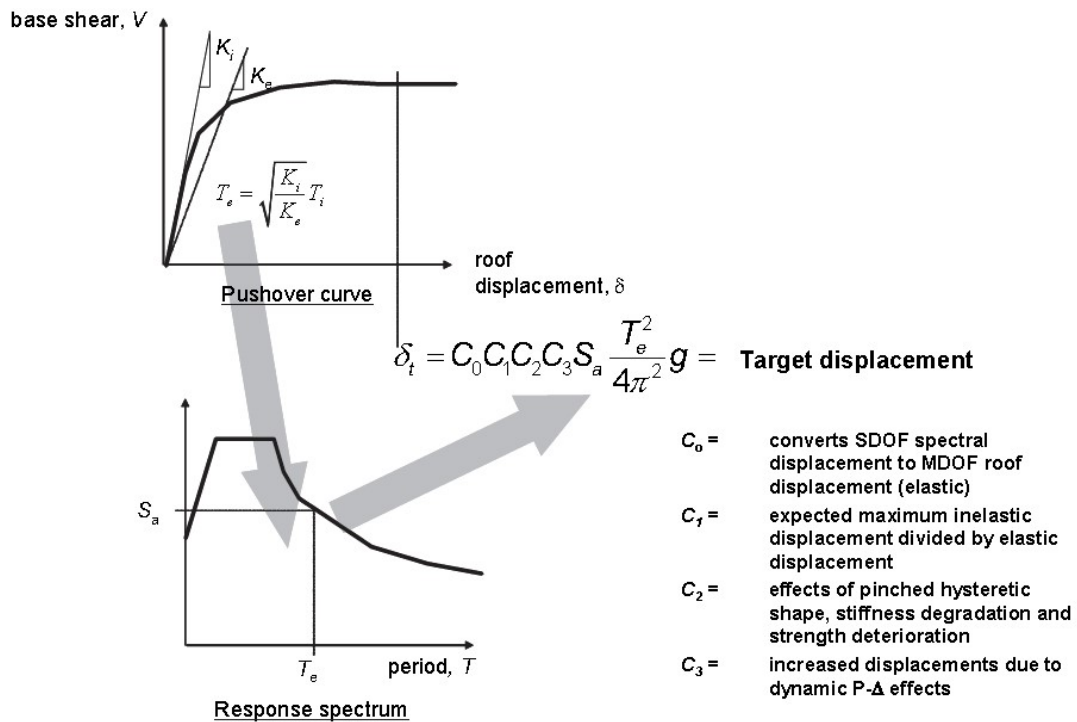
이 방법은 PERFORM 3D의 성능점을 설정하는 방식으로 채택되어 있으며, 반복 작업이 필요 없고, 컴퓨터를 이용한 방식에 비교적 적합한 방식이다.



[그림 부.6] 비선형 거동에 사용된 모델 종류(출처 : FEMA 440 Figure 6-3)

부록 B. 변위계수법

변위계수법의 가장 큰 특징은 비선형정적해석을 실행한 후 건축물의 하중-변위 관계를 스펙트럼 형식으로 변화시키지 않고 비탄성 변위를 직접적으로 평가한다는 것이다. 다른 어떠한 방법보다도 실용적이며 FEMA 273 및 FEMA 356에서 채택하고 있는 방법이다. 이 기준의 개념은 변위설계법에 기반을 둔다. 변위설계법이란 건축물의 성능제어에 가장 핵심적인 역할을 하는 것이 변위라는 가정 하에 강도가 아닌 변위에 대하여 성능을 측정하고 선택된 성능목표에 일치하는 목표최대변위, 목표항복변위 등을 규정하는 것으로부터 출발한다. 변위가 내진성능에 직접 관여한다는 사실은 단자유도 건축물에 대한 기존실험과 연구결과를 살펴볼 때 이 접근법이 성능에 기초한 내진공학에 있어 매우 유용한 설계법이라 할 수 있다. 대부분의 경우에 있어 이 방법은 ATC-40에서 제시하는 역량스펙트럼법과 유사한 결과를 나타낸다.



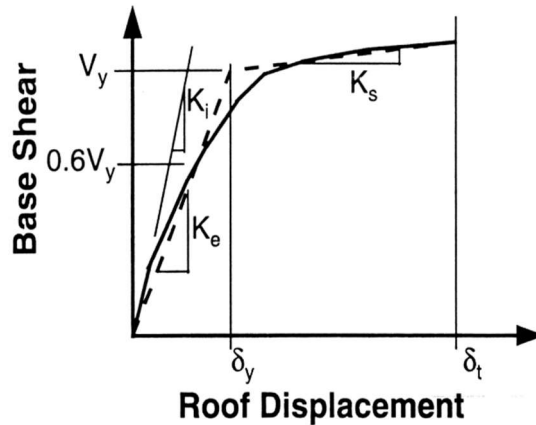
[그림 B-1] 변위계수법의 기본개념과 절차(출처 : FEMA 440 Figure 2-12)

변위계수법의 기본 개념과 절차는 [그림 B-1]과 같다. Pushover 해석을 통해 유도된 $P-\Delta$ 곡선에서 산정한 결과로부터, 이 결과로부터 유효강성(K_{eff})과 유효주기(T_{eff})를 갖는 등가의 단자유도계 건축물로 가정하고, 응답스펙트럼에서 단자유도계 유사변위(S_d)를 구한 다음, 각각의 계수

(C_0, C_1, C_2, C_3) 를 곱하여 목표변위를 산정하여 성능을 평가하는 방법이다. 변위계수법에서의 목표변위는 역량스펙트럼법에서 성능점과 같은 의미라고 할 수 있다. 목표변위를 산정하는 순서는 다음과 같다.

B.1 목표변위 산정순서

(1) 비선형정적해석에 의해서 산정된 하중-변위 관계를 [그림 B-2]과 같이 이선형 형태로 이상화시킨다. 탄성구간 이후의 강성(K_s), 유효강성(K_e), 초기강성(K_i)을 산정한 후 이상화된 이선형 형태에서 건축물의 항복변위를 평가한다. K_e 와 K_s 의 교차점이 항복강도(V_y)로 정의되며 항복강도의 60%지점에서 유효강성(K_e)이 결정된다. 이 과정은 다소 시행착오(Trial and Error)를 거쳐야 한다.



$$T_e = T_i \sqrt{\frac{K_i}{K_e}} \quad (B-1)$$

(2) 건축물의 유효주기(T_e : Effective Fundamental Period)를 식 (B-1)과 같이 산정한다.

여기서, T_i 는 동적해석에서 산정한 건축물의 1차 모드의 주기이다.

$$\delta_t = C_0 C_1 C_2 C_3 S_a \frac{T_e^2}{4\pi^2} \quad (B-2)$$

(3) 건축물의 비탄성거동을 고려한 목표변위는 식 (B-2)에 의하여 산정된다.

식 (B-2)에서 사용되는 각 매개변수의 의미는 다음과 같다.

① C_0 = 스펙트럼변위에 대한 보정계수(Modification Factor)

주로 건축물의 최상층 변위에 대하여 고려하며 다음 사항 중에서 하나를 적용한다.

- 최상층에서의 모드참여계수
- 목표변위에 해당하는 모드형상을 이용한 최상층의 모드참여계수

Number of Stories	Modification Factor
1	1.0
2	1.2
3	1.3
5	1.4
10+	1.5

- [표 B-1]에서 제시한 층수에 따른 보정 계수

② C_1 = 비탄성변위와 탄성변위와의 관계에 대한 보정계수 (1.0 ~ 2.0)

= $T_e \geq T_0$ 인 경우 1.0

= $T_e < T_0$ 인 경우 $[1.0 + (R-1) T_0 / T_e] / R$

= $T_e < 1.0$ 인 경우 2.0을 초과할 수 없다.

여기서, T_0 는 설계응답스펙트럼에서 특정 지반스펙트럼(Site Specific Spectrum)과 관계된 주기이다. 가속도와 속도 비례구간의 경계가 되는 주기 T_s 를 이용하여 산정된다. UBC-97의 설계응답스펙트럼 경우에는 $T_s = C_v / 2.5 C_a$ 이며, $T_0 = 0.2 T_s$ 이다.

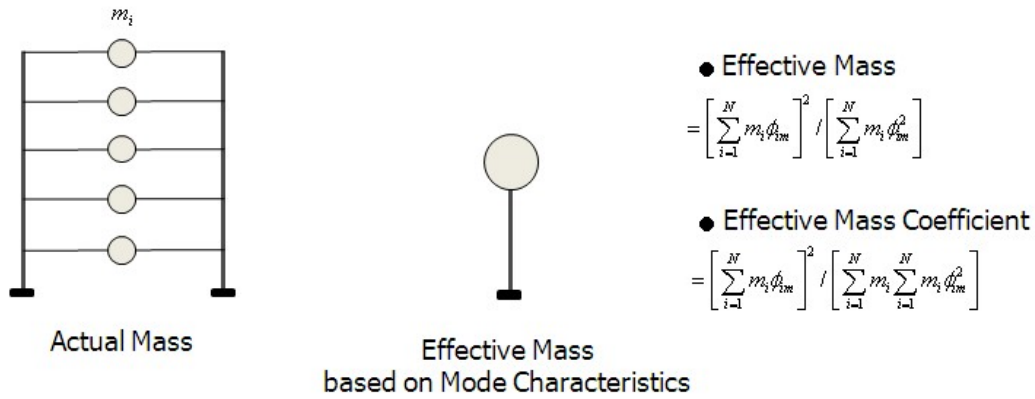
R 은 산정된 항복강도계수(Yield Strength Coefficient)에 대한 비탄성 강도수요의 비로 식 (B-3)와

$$R = \frac{(S_a)}{[V_y/W]} C_m \quad (B-3)$$

같이 산정한다.

식 (B-12)의 C_m 은 유효질량계수(Effective Mass Coefficient)로서, FEMA 356 Table 3.1에 제시되어 있다. 그러나 이 계수의 개념적 정의는 [그림 B-3]과 같이 다자유도계 시스템 상의 전체 질량과 등가 단자유도계의 유효질량에 대한 비이며, 수식적 정의는 식 (B-4)과 같다.

$$C_m = \left[\sum_{i=1}^N m_i \phi_{im} \right]^2 / \left[\sum_{i=1}^N m_i \sum_{i=1}^N m_i \phi_{im}^2 \right] \quad (B-4)$$



[그림 B-3] 유효질량계수 C_m (Effective Mass Coefficient)의 개념

Structural Performance Level	$T = 1.0$		$T \geq T_0$	
	Framing Type 1	Framing Type 2	Framing Type 1	Framing Type 2
Immediate Occupancy	1.0	1.0	1.0	1.0
Life Safety	1.3	1.0	1.1	1.0
Collapse Prevention	1.5	1.0	1.2	1.0

③ C_2 = 건축물의 이력거동에 대한 효과를 고려한 보정계수(1.0 ~ 1.5)

여기서, Framing Type 1에 해당하는 건축물이란 설계지진하중 하에서 전단에 의하여 건축물의 강도와 강성이 30% 이상 저하될 수 있는 건축물로 보통 모멘트저항골조, 중심 가새골조, 인장가새를 가지는 모멘트저항골조, 콘크리트 조적벽 건축물 및 언급된 시스템 조합 건축물을 말한다. Framing Type 2는 Framing Type 1을 제외한 모든 건축물을 말한다.

④ C_3 = 동적이차효과 (Dynamic Second-order Effect)를 고려하기 위한 보정계수로

식 (B-5)와 같이 산정한다.

- Positive Post-yield Stiffness의 경우 = 1.0

$$C_3 = 1 + [|\alpha| (R-1)^{2/3}] / T_e \quad (B-5)$$

- Negative Post-yield Stiffness의 경우

여기서, α 는 건축물의 항복 후 강성비를 의미한다.

⑤ S_a = 산정된 유효주기(T_e)에 해당하는 설계응답스펙트럼에서의 응답가속도

⑥ W = 전체 고정하중과 적재하중의 일부를 고려한 건축물의 총중량

- 창고 및 저장소의 경우는 적재하중의 25%를 고려한다.

- 실제 파티션 중량 또는 바닥면적에 대하여 10.48 kN/m² 정도를 고려한다.

- 전체 중량은 영구적인 장비와 마감에 대한 중량을 고려한다.

B.2 변위계수법의 발전

변위계수법은 FEMA 356에서는 Displacement Modification Method로 불리던 방식으로, FEMA 440에서는 Coefficient Method로 명칭이 바뀌어 계수들에 의한 변위산정법이라는 기본적인 개념을 부각시켰다. [표 B-3]에 일명 변위계수법의 발전하는 과정에서 각 계수들의 변화과정을 한눈에 알아보기 쉽게 정리하였다. 결국은 등가의 단자유도의 변위에 일련의 보정계수들을 통해서 성능점을 찾는 방식이므로 엔지니어가 적용하기에는 가장 간단한 방식으로 별도의 시행착오 방식의 반복절차 없이 손쉽게 사용할 수 있는 장점이 있다.

그러나 개발자의 관점에서 보면 그 일련의 계수 하나하나에 상당한 개념적 내용이 포함되어 있으며, 각각의 보정식을 산정하는 과정이 그리 간단하지 않음을 FEMA 440을 통해 알 수 있다. 따라서 계수 하나하나의 의미를 제대로 파악하고 FEMA 356에서 FEMA 440으로 각 계수 값의 수정이 어떠한 이유에서 이루어졌는지를 이해하는 것이 계수법을 적용하는 첫걸음이라 할 수 있다. 다음은 FEMA 356에서 FEMA 440으로 개정되는 과정에서 개선된 각 계수에 대한 개선된 내용을 설명한다.

(1) 변위계수 C_1

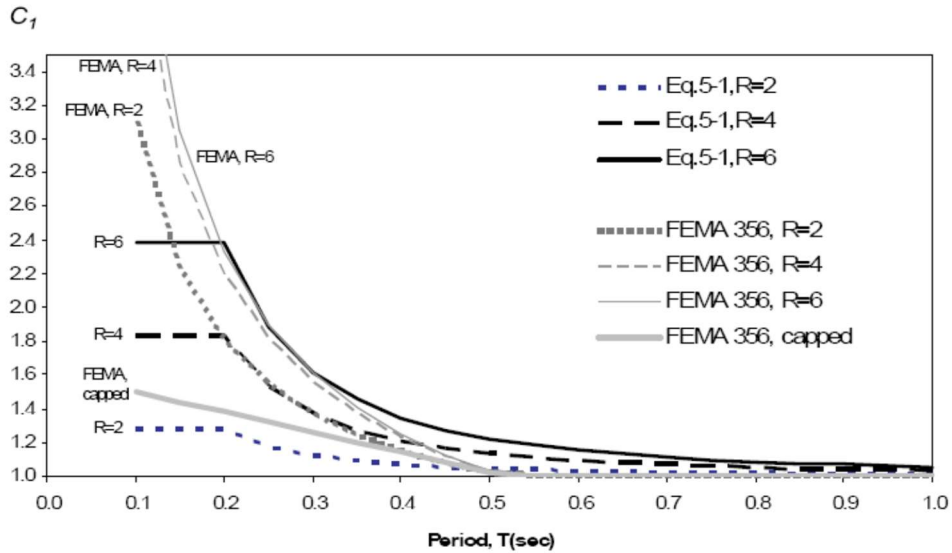
C_1 은 탄성거동에서 비탄성거동량을 산정하기 위한 계수이며, 완전탄소성(Elastic Perfectly Plastic) 모델의 부재를 사용한 비선형동적해석의 결과에 맞춰 설정되었다.

FEMA 356에서 C_1 에 대한 정의는 T_b (가속도 일정구간과 속도 일정구간의 경계)를 기준으로 T_b 보다 더 큰 주기를 가지는 건축물은 변위보존구간(Displacement Preserved Region)에 속하기 때문에 비탄성 변위가 탄성변위가 거의 동일하다고 가정하여 1.0의 값을 가지며, 0.1초보다 작은 주기의 건축물은 1.5로서 일종의 한계치(Capping)를 정하였으며, 그 중간 영역의 주기를 가지는 건축물은 1.0~1.5사이의 직선보간법을 이용하여 값을 구하도록 식이 정리되어 있다.

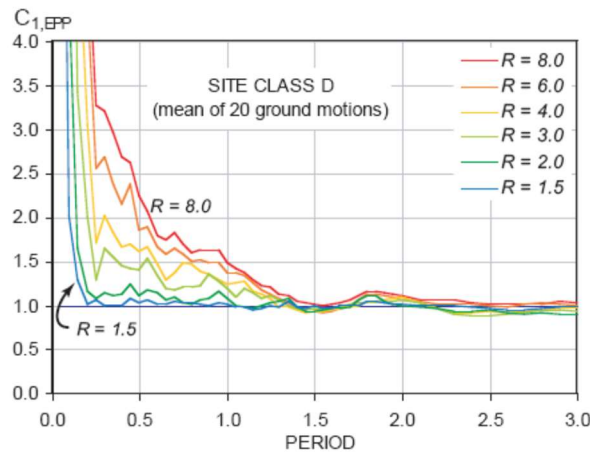
[표 B-3] 변위계수법의 각 계수들 규준상의 변화

	ATC-40(1996)	FEMA 356(2000)	FEMA 440(2005)	ASCE 41-06	Purpose of Coefficient
Name	Displacement Coefficient Method	Coefficient Method	Displacement Modification	Target Displacement	
C_0	Table 8-8 Values for Modification Factor	Table 3-2 Values for Modification Factor	Same as FEMA 356	Same as FEMA 356	spectral displacement of SDOF system and the roof displacement of MDOF system= first mode participation factor at the roof
C_1	$= 1.0 \text{ for } T_b > T_0$ $= [1.0 + (R-1)T_0/Te] / R \text{ for } T_b < T_0$ $T_b = T_1 \sqrt{K_1/K_e}$ $T_0 = \text{boundary period from constant acceleration to constant velocity}$ $R = \frac{S_a}{(V_a/W)} \frac{1}{C_0}$	Same as ATC-40 Except that, $R = \frac{S_a}{(V_a/W)} C_m \quad (3.16)$ $C_m = \text{Effective mass factor from table 3-1}$ In case of LSP, $\leq 1.0 \text{ for } T_b > T_0$ $\leq 1.5 \text{ for } T_b < T_0$	$= 1 + \frac{R-1}{aT^2}$ where $a =$ 130 for site class B 90 for site class C 60 for site class D	Same as FEMA 440	modification factor to relate expected maximum inelastic displacements to displacements calculated for linear elastic response
C_2	Table 8-9 Values for modification factor	Same as ATC-40 Table 3-3 Values for modification factor	$= 1 + \frac{1}{300} \left(\frac{R-1}{T} \right)^2$ $= 1.0 \text{ for non-degrading systems}$	Same as FEMA 440	the effect of hysteresis shape on the maximum displacement framing systems and performance
C_3	$= 1.0 \text{ for positive post-yield stiffness}$ $= 1 + \frac{ \alpha (R-1)^{3/2}}{T_b}$ $\text{for negative post-yield stiffness}$ $\alpha: \text{Ratio of post-yield stiffness to effective elastic stiffness}$	Same as ATC-40	Eliminate in favor of strength limit $R_{max} = \frac{A_c}{A_g} + \frac{ \alpha_e ^{-\epsilon}}{4} \quad (4-2)$	Same as FEMA 440	increased displacements due to second-order effects

그러나 FEMA 440에서는 단주기 구간($T = 0.1$ 초 이하)에서의 한계치를 없애고, 지반에 따른 영향을 고려하기 위해서 등급 B, C, D에 따라 매개변수를 주어 수식에 반영하였다. 대체적 경향은 FEMA 356에 비해 더 큰 계수가 도출되도록 식이 수정되었으며, 1초 이상의 주기(변위보존구간)에서 1.0을 유지하고 단주기 영역에서 주기가 0.2초까지 식에 의해 값이 증가하다가 0.2초 이하의 주기구간에서는 0.2초 때와 동일한 값이 나오게끔 하여 상한치를 설정하고 있다.



[그림 B-4] C_1 에 대한 FEMA 356과 FEMA 440 비교(출처: FEMA 440 Figure 5.1)



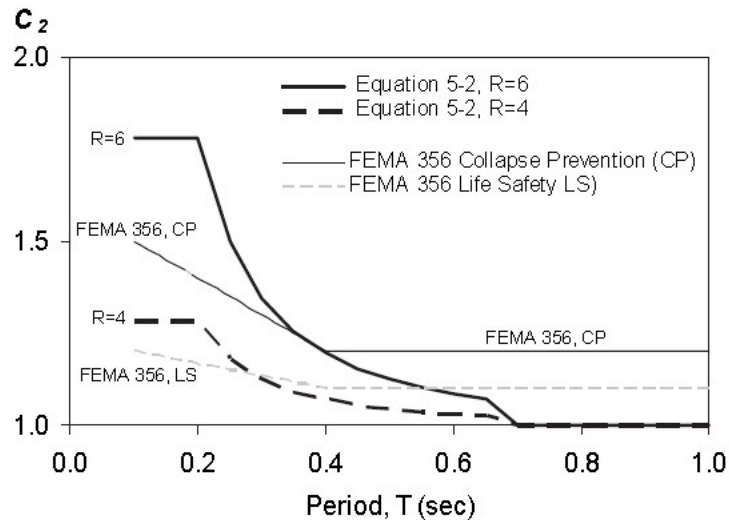
[그림 B-5] C_1 의 평균치(출처: FEMA 440 Figure 3.12)

이러한 FEMA 440에서의 수정값은 [그림 B-5]와 같이, 비선형 변위계수법에 의한 결과값의 평균값과 비교하여 보정한 수치들이다. 그러나 주목할 점은 비선형 변위계수법에서 0.1초 이하의 단주기 영역에서는 비선형 스펙트럼법의 결과에 비해 상당히 큰 값을 나타내고 있으며 이런 경향은 R 값이 클수록, 즉 횡저항력이 적은 건축물의 경우가 더욱 뚜렷하였다. 하지만, 0.2초 이하의 영역에서 0.2초 때의 값과 동일한 값을 적용하도록 한 부분은 고유주기가 단주기에 해당하는 건축물의

경우 해석값과는 다르게 실제 건축물에서 그만큼 변형은 크게 발생하지 않는다는 사실과 지반자체의 동적 흡수성이 존재함을 바탕으로 한 결과이며, FEMA 440 Chapter 8에서는 단주기 영역에서 이러한 효과가 반영되도록 C_2 를 조정된 부분에 대해 자세한 근거를 제시하고 있다.

(2) 변위계수 C_2

이 계수의 목적은 이력거동에서의 핀칭효과, 강성 및 강도의 저하를 고려하기 위함이다. FEMA 356에서는 단순히 건축물의 고유주기와 각각의 성능수준(IO, LS, CP)에 따른 계수값을 제시하고 있지만, FEMA 440에서는 한걸음 더 나아가 건축물의 R값의 변화에 따른 결과를 추가 고려한 식을 제안하였다. [그림 B-6]은 기존 FEMA 356에서 제시하는 값과 FEMA 440에서 수정된 값을 비교한 그래프이다. FEMA 440에 의한 식을 분석해보면, C_2 에서와 마찬가지로 고유주기 0.2초보다 작은 단주기 영역에는 0.2초 때의 값을 그대로 적용하도록 제한하고 있다. 이유는 C_2 에서 설명한 바와 같이 단주기에서 변위를 지나치게 과대평가하는 것을 제한하기 위함이다.



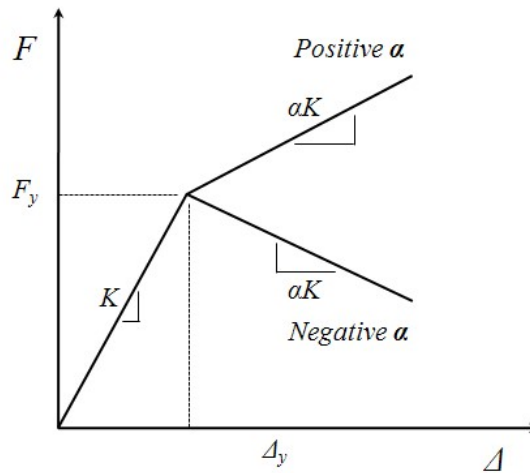
[그림 B-6] FEMA 356과 FEMA 440의 C_2 에 대한 비교(출처:FEMA 440 Figure 5.3)

(3) 변위계수 C_3

$$C_3 = 1 + \frac{|\alpha|(R-1)^{3/2}}{T_e} \quad (B-6)$$

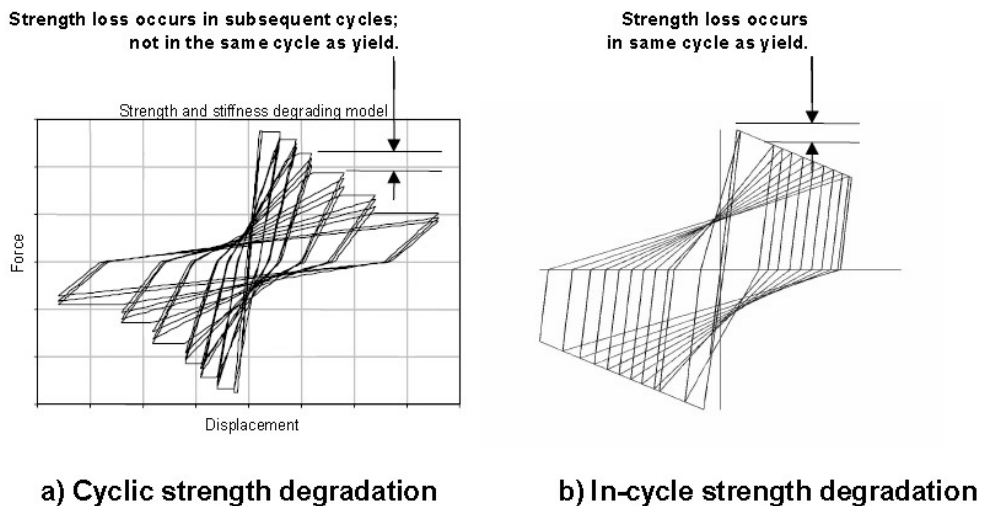
C_3 는 기존 FEMA 356에서 P- Δ 효과를 고려하기 위해 다음과 같은 식으로 정의하였다.

여기서 α 는 [그림 B-7]과 같이 탄성구간에서의 강성과 비탄성구간에서 변화된 강성의 비(Post-Yield Stiffness Factor)로서 식에 반영되어 있다.



[그림 B-7] 항복 후 강성

그러나 FEMA 440에서는, C_2 와 C_3 의 구분 즉, 이력거동에 따른 특성과 $P-\Delta$ 효과에 의한 거동의 특성이 명확히 구분되지 않는다는 이유로 C_3 를 없애는 대신 최대비선형 변위를 구할 수 있는 R 의 최대치를 제안하였다. [그림 B-8]에서와 같이, 이전의 FEMA 356에서는 [그림 B-8] a)와 같이 건축물이 반복사이클이 진행됨에 따라 강도가 저하되는 모델만을 생각하였지만, b)와 같이 동일한 반복사이클 내에서 강도가 저하되는 모델을 사용할 시에는 $P-\Delta$ 효과와 유사한 결과를 나타냄을 발견하였고, 이는 동적 불안정(Dynamic Instability)를 일으키는 요인으로 분석되고 있다.



[그림 B-8] 강도감소의 2가지 형태(출처 : FEMA 440 Figure 4.1)

이와 동일한 맥락으로, [그림 B-9]와 같이 부구배 α 를 가지는 시스템과 탄성시스템의 변위비를 R 에 따른 결과로 나타낸 그래프에서, 어느 특정 R 에 도달하면 [그림 B-9](좌)와 같이 부구배 α 를

가지는 시스템의 변위가 무한대로 커지는 경향을 가지는 결과를 나타낸다. 이러한 동적 불안정을

$$R_{\max} = \frac{\Delta_d}{\Delta_y} + \frac{|\alpha_\varepsilon|^{-t}}{4} \quad (B-7)$$

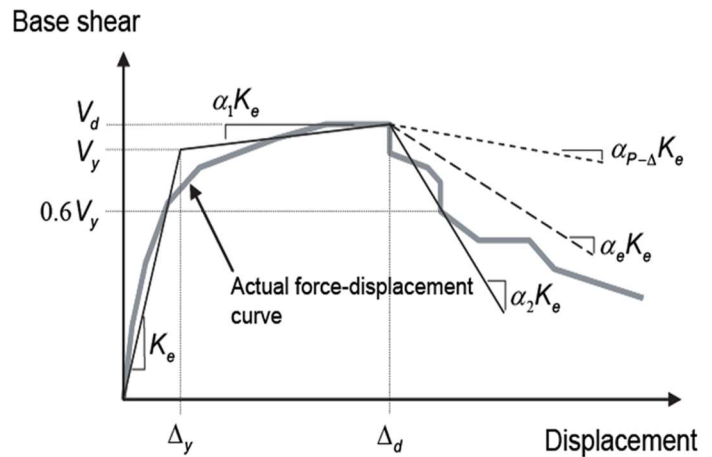
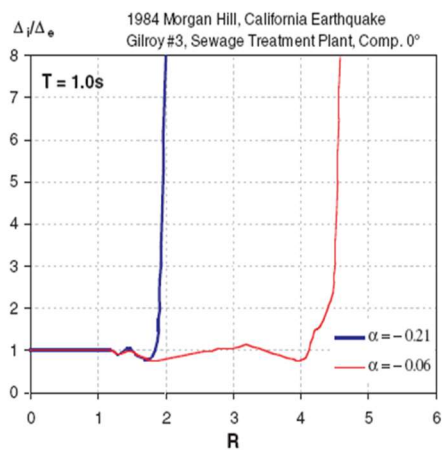
방지하기 위해서, 다음 식과 같은 R의 최대치를 산정하였다.

여기서,

$$t = 1 + 0.15 \ln I$$

$$\alpha_\varepsilon = \alpha_{P-\Delta} + \lambda(\alpha_2 - \alpha_{P-\Delta})$$

α_ε 는 [그림 B-6](우)에서와 같이 λ 에 의해 α_2 와 $\alpha_{P-\Delta}$ 의 사이에 위치하게 되고, λ 는 Near field 에 위치하였는지 아닌지에 따라 0.2와 0.8로 제시하고 있다.



[그림 B-6] 동적 불안정(Dynamic Instability) (출처: FEMA 440 Figure 3.26(좌), Figure 4.3(우))