

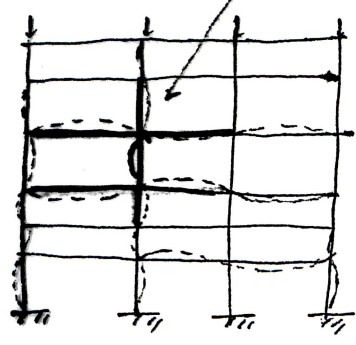
4.8 Effective length factors of "framed members"

"CSI
k-factor
approach"
↓
Effective
length
method

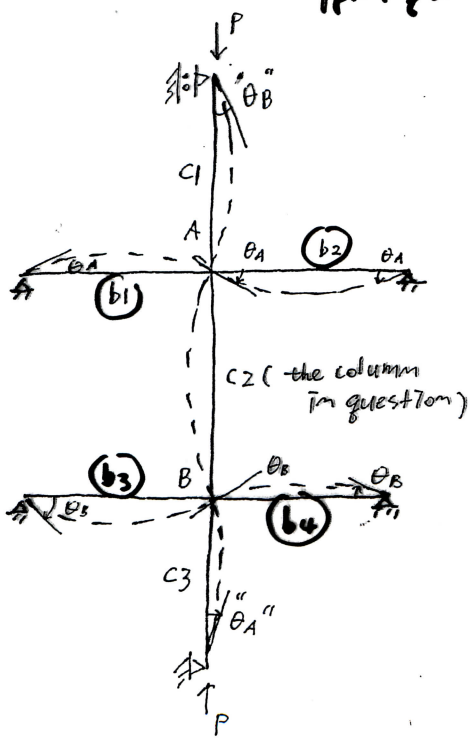
Alignment chart의 이론적 배경
(Nomogram) (Julian and Lawrence's work)

Subframe buckling analysis에 근거 (not entire frame)

↓
CSI 이론에서
Galambos (1968)의
work에 관한
structural members
and Frames
(Prentice-Hall, Inc.)



4.2-1 Braced frame (sideways prevented)
가상골조 inhibited



The assumptions:

- 1) Prismatic/elastic
- 2) The axial force in the beams are negligible.
- 3) At a joint, the restraining moment provided by the beams is distributed among the columns in proportion to their stiffness
- 4) All columns in a story buckle simultaneously
- 5) At buckling, the girders are bent in a single curvature

Subassembly model
(미지수들 2개로 줄이기 위해
상당히 "무리해" 보이는
Kinematic assumption을
하야함)

↓
방정식 2개만
포함하게

↑ Γ공제기 될 수 있는 가정 들 이
(modification E)

Ex) Columns loaded below their capacity
should be able to help restrain weaker
columns.

↳ 뒤로만 인장, 미약
cleaning column issue라
관련하여)

Solution by slope-deflection method

For column 1 : $(M_A)_{c1} = \left(\frac{EI}{L}\right)_{c1} [S_{iic} \theta_A + S_{icj} \theta_B]$

For column 2 : $(M_A)_{c2} = \left(\frac{EI}{L}\right)_{c2} [S_{iic} \theta_A + S_{icj} \theta_B]$

$(M_B)_{c2} = \left(\frac{EI}{L}\right)_{c2} [S_{iic} \theta_B + S_{icj} \theta_A]$

For column 3 : $(M_B)_{c3} = \left(\frac{EI}{L}\right)_{c3} [S_{iic} \theta_B + S_{icj} \theta_A]$

For beam 1 : $(M_A)_{b1} = \left(\frac{2EI}{L}\right)_{b1} (2\theta_A - \theta_A)$
• 단관류 가정

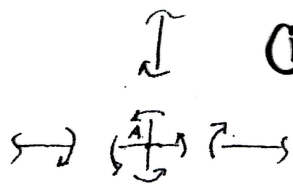
For beam 2 : $(M_A)_{b2} = \left(\frac{2EI}{L}\right)_{b2} (2\theta_A - \theta_A)$

For beam 3 : $(M_B)_{b3} = \left(\frac{2EI}{L}\right)_{b3} (2\theta_B - \theta_B)$

For beam 4 : $(M_B)_{b4} = \left(\frac{2EI}{L}\right)_{b4} (2\theta_B - \theta_B)$

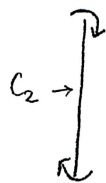
기둥의
 방향에서
 동일한
 위치를
 θ_A, θ_B 이
 2개 변위

" 2관류 전가 = 불균등 하중 불균등 "

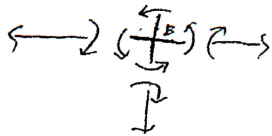


① $\sum M_{about A} = 0$

$(M_A)_{c1} + (M_A)_{c2} + (M_A)_{b1} + (M_A)_{b2} = 0 \dots (4.8.9)$



$\left[\left(\frac{EI}{L}\right)_{c1} + \left(\frac{EI}{L}\right)_{c2} \right] S_{iic} \theta_A + \left[\left(\frac{EI}{L}\right)_{c1} + \left(\frac{EI}{L}\right)_{c2} \right] S_{icj} \theta_B$
 + $\left[\left(\frac{2EI}{L}\right)_{b1} + \left(\frac{2EI}{L}\right)_{b2} \right] \theta_A = 0$
기둥강비
 단관류 x 2
 "1" / "9A" (정각 A의 강비)



② $\left[S_{iic} + \frac{2 \times \sum \left(\frac{EI}{L}\right)_b}{\sum \left(\frac{EI}{L}\right)_c} \right] \theta_A + S_{icj} \theta_B = 0 \dots (4.8.19)$

② $\sum M_{about B} = 0$

$S_{icj} \theta_A + \left[S_{iic} + \frac{2 \times \sum \left(\frac{EI}{L}\right)_b}{\sum \left(\frac{EI}{L}\right)_c} \right] \theta_B = 0 \dots (4.8.20)$
"1" / "9B"
 정각 B의 강비

In matrix form

S_{12} (3.7.15) P.184
 S_{21} (3.7.16)
 $kL = \pi \sqrt{P/P_c} = \pi \sqrt{\frac{\pi^2 E I}{(kL)^2}} = \frac{\pi}{k}$

$$\begin{bmatrix} S_{12} + \frac{2}{G_A} & S_{13} \\ S_{13} & S_{12} + \frac{2}{G_B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \end{bmatrix} = \underline{0}$$

0 유틸라 쿨 값이 계속

For a nontrivial solution,

$\det | \quad | = 0 ;$

Given G_A and G_B

유틸라 쿨 값이 계속

$$\frac{G_A G_B}{4} \left(\frac{\pi}{k}\right)^2 + \left(\frac{G_A + G_B}{2}\right) \left(1 - \frac{\pi/k}{\tan(\pi/k)}\right) + \frac{2 \tan(\pi/2k)}{\pi/k} = 1 = 0 \quad \dots (4.8.26)$$

이 방정식의 근은 유틸라 쿨 값이
 framed column의 유틸라 쿨 값이 계속임
 A nomograph form of Eq. (4.8.26) : Fig. 4.21 (b)
 선택한 행은 $0.5 \leq k \leq 1.0$
 항상 $k=1.0$ 사용 (안전 쪽)

HW # : Eq (4.8.26) 연습문제

4.8.2 * Unbraced frame (sideways permitted or uninhibited)

↳ Fig 4.22 참조 (P.287)

* 1) braced frame 과 동일한 가정 을 사용하되, 옆의 횡변형은
보통으로 가정

2) Sideway 변형시 Δ 가 주어진다 (외지수가 3개가 되었다)
그러한 방정식 3개 도출

$\sum M_{\text{about A}} = 0 \quad \dots (1)$

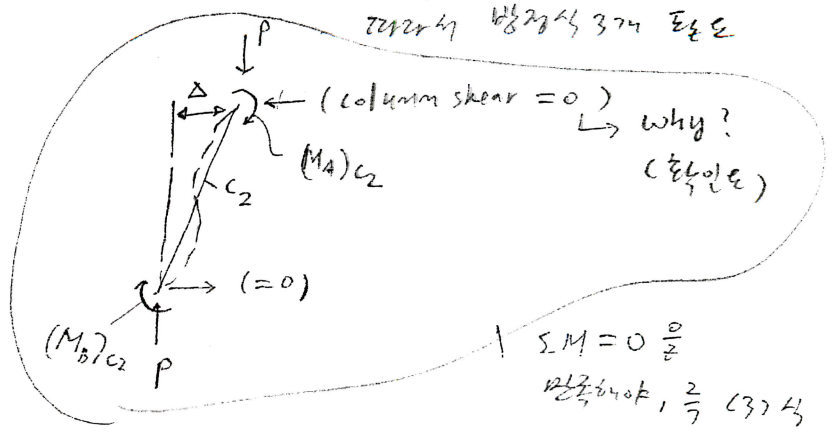
$\sum M_{\text{about B}} = 0 \quad \dots (2)$

$(M_A)_{c2} + (M_B)_{c2} + P \cdot \Delta = 0 \quad \dots (3)$

↳ 이 3식을 matrix 형식으로 풀이한 것이 (4.8.50) 이고

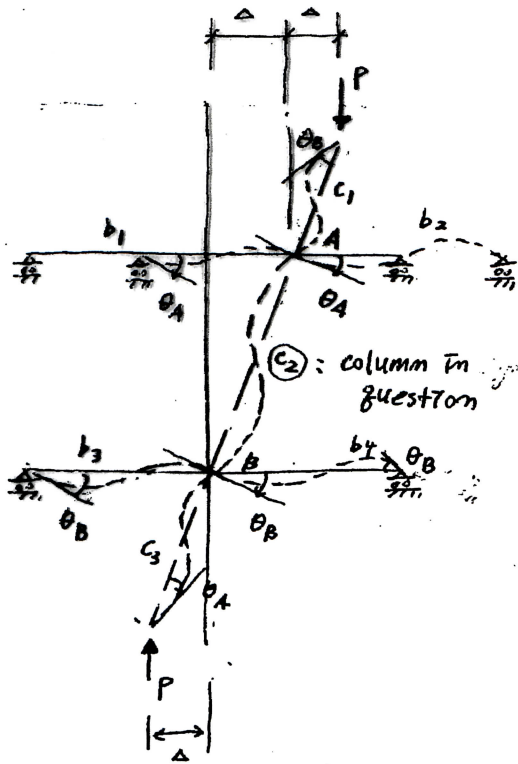
$\det || = 0$ 에서 얻어진 것이

(4.8.52) 식임. \rightarrow nomograph Fig. 4.22 (b) ; $k \geq 1.0$



$\sum M = 0$ 을 만족해야, $\frac{2}{7}$ (3) 식

Unbraced Frame of K factor



Note: ① 한이 취하면은 복은 2/2로 가정

② Sidesway Δ가 추가되면 미지수가 3개로 됨

$(\theta_A, \theta_B, \Delta)$

3개 미지수 2개식 적용

: Subassembly model for sidesway buckling mode

"member with sway" case

Slope deflection equations (Eqs. 3.8.1 ~ 3.8.2)

For column 1

$$(M_A)_{c1} = \left(\frac{EI}{L}\right)_{c1} \left[S_{Tc} \theta_A + S_{Tj} \theta_B - (S_{cc} + S_{cj}) \frac{\Delta}{L_{c1}} \right] \quad \dots (27)$$

For column 2

$$\bullet (M_A)_{c2} = \left(\frac{EI}{L}\right)_{c2} \left[S_{Tc} \theta_A + S_{Tj} \theta_B - (S_{cc} + S_{cj}) \frac{\Delta}{L_{c2}} \right] \quad \dots (28)$$

$$\bullet (M_B)_{c2} = \left(\frac{EI}{L}\right)_{c2} \left[S_{Tc} \theta_B + S_{Tj} \theta_A - (S_{cc} + S_{cj}) \frac{\Delta}{L_{c2}} \right] \quad \dots (29)$$

For column 3

$$(M_B)_{c3} = \left(\frac{EI}{L}\right)_{c3} \left[S_{Tc} \theta_B + S_{Tj} \theta_A - (S_{cc} + S_{cj}) \frac{\Delta}{L_{c3}} \right] \quad \dots (30)$$

For beams: $(M_A)_{b1} = \left(\frac{2EI}{L}\right)_{b1} (2\theta_A + \theta_A) = \left(\frac{EI}{L}\right)_{b1} (6\theta_A)$; $(M_A)_{b2} = \left(\frac{EI}{L}\right)_{b2} (6\theta_A)$

$b1 \sim b4$ $(M_B)_{b3} = \left(\frac{EI}{L}\right)_{b3} (6\theta_B)$; $(M_B)_{b4} = \left(\frac{EI}{L}\right)_{b4} (6\theta_B)$

↳ Eqs. (31) ~ (34)

Joint equilibrium equations at A and B,

① $\sum M_{\text{about A}} = 0$; $(M_A)_{c1} + (M_A)_{c2} + (M_A)_{b1} + (M_A)_{b2} = 0 \dots (35)$

$(M_A)_{c2} = - (M_A)_{b1} - (M_A)_{b2} - (M_A)_{c1} \dots (36)$
 Eqs (31), (32), (29) 대입

$= -6 \left[\left(\frac{EI}{L}\right)_{b1} + \left(\frac{EI}{L}\right)_{b2} \right] \times \theta_A - \left(\frac{EI}{L}\right)_{c1} \left\{ S_{T2} \theta_A + S_{T3} \theta_B - (S_{T2} + S_{T3}) \frac{\Delta}{L_{c1}} \right\}$
 From (28),

$S_{T2} \cdot \theta_A + S_{T3} \theta_B - (S_{T2} + S_{T3}) \cdot \frac{\Delta}{L_{c2}} = \frac{(M_A)_{c2}}{\left(\frac{EI}{L}\right)_{c2}} \dots (38)$

If $L_{c1} = L_{c2}$, $\rightarrow (M_A)_{c1} = (M_A)_{c2}$

$(M_A)_{c2} = -6 \left[\left(\frac{EI}{L}\right)_{b1} + \left(\frac{EI}{L}\right)_{b2} \right] \theta_A - \left(\frac{EI}{L}\right)_{c1} \times \frac{(M_A)_{c2}}{\left(\frac{EI}{L}\right)_{c2}}$
 (38) 식을 (36) 식에 대입

$(M_A)_{c2} \left[1 + \frac{\left(\frac{EI}{L}\right)_{c1}}{\left(\frac{EI}{L}\right)_{c2}} \right] = -6 \left[\left(\frac{EI}{L}\right)_{b1} + \left(\frac{EI}{L}\right)_{b2} \right] \times \theta_A$

$(M_A)_{c2} = -6 \left(\frac{EI}{L}\right)_{c2} \times \left\{ \frac{\left(\frac{EI}{L}\right)_{b1} + \left(\frac{EI}{L}\right)_{b2}}{\left(\frac{EI}{L}\right)_{c1} + \left(\frac{EI}{L}\right)_{c2}} \right\} \times \theta_A$
 정점 A에 분포하중의 슬
 정점 A에 분포하중의 슬

$\therefore (M_A)_{c2} = -6 \left(\frac{EI}{L}\right)_{c2} \times \frac{\sum_A \left(\frac{EI}{L}\right)_b}{\sum_A \left(\frac{EI}{L}\right)_c} \times \theta_A \dots (39)^*$
 정점 A에서의 모멘트 평형 조건식을 표시한 것임.

Following the same procedure. ② $\sum M_{\text{about B}} = 0$ (and $L_{c2} = L_{c3}$ 가정)

$\therefore (M_B)_{c2} = -6 \left(\frac{EI}{L}\right)_{c2} \times \frac{\sum_B \left(\frac{EI}{L}\right)_b}{\sum_B \left(\frac{EI}{L}\right)_c} \times \theta_B \dots (42)^*$
 정점 B에서의 모멘트 평형조건식을 표시

이제 각각의 노드 (28) 식과 (29) 식을 각각 (39) 및 (42) 식과 등치시켜서 2개의 평행행 조건식을 primary unknowns, $\theta_A, \theta_B, \Delta$ 를 표시하면

$$\left(\frac{EI}{L}\right)_{c2} \left[S_{22} \theta_A + S_{23} \theta_B - (S_{22} + S_{23}) \frac{\Delta}{L_{c2}} \right] = -6 \left(\frac{EI}{L}\right)_{c2} \cdot \frac{\sum_A \left(\frac{EI}{L}\right)_b}{\sum_A \left(\frac{EI}{L}\right)_c} \times \theta_A$$

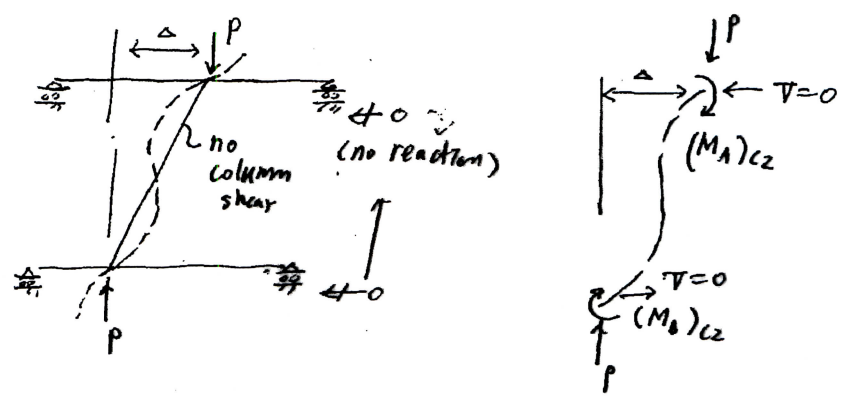
$$\left[S_{22} + 6 \frac{\sum_A \left(\frac{EI}{L}\right)_b}{\sum_A \left(\frac{EI}{L}\right)_c} \right] \times \theta_A + S_{23} \times \theta_B - (S_{22} + S_{23}) \cdot \frac{\Delta}{L_{c2}} = 0 \quad \dots (45) \quad (*)$$

정렬 A, B member 보일지
정렬 보일지 보일지 하라 맞음

오사하하하,

$$S_{23} \times \theta_A + \left[S_{22} + 6 \frac{\sum_B \left(\frac{EI}{L}\right)_b}{\sum_B \left(\frac{EI}{L}\right)_c} \right] \times \theta_B - (S_{22} + S_{23}) \frac{\Delta}{L_{c2}} = 0 \quad \dots (46) \quad (**)$$

A third equation → member equilibrium of column 2



$$\sum M = (M_A)_{c2} + (M_B)_{c2} + P \cdot \Delta = 0 \quad \dots (48) \quad \text{Key 666}$$

$$\begin{aligned} (39) \text{ 보일지} & \quad (42) \text{ 보일지} & \rightarrow & P \Delta = \left(\frac{EI}{L}\right)_{c2} (KL_{c2})^2 \frac{1}{L_{c2}} \times \Delta \\ & & & = \left(\frac{EI}{L_{c2}} \cdot \frac{P \cdot L_{c2}^2}{EI} \cdot \frac{1}{L_{c2}}\right) \times \Delta \end{aligned}$$

$$-6 \left(\frac{EI}{L}\right)_{c2} \times \frac{\sum_A \left(\frac{EI}{L}\right)_b}{\sum_A \left(\frac{EI}{L}\right)_c} \times \theta_A - 6 \left(\frac{EI}{L}\right)_{c2} \times \frac{\sum_B \left(\frac{EI}{L}\right)_b}{\sum_B \left(\frac{EI}{L}\right)_c} \times \theta_B$$

Putting eqs. (45), (46), and (49) into matrix form.

$$+ \left(\frac{EI}{L}\right)_{c2} (KL_{c2})^2 \cdot \frac{\Delta}{L_{c2}} = 0 \quad \dots (49) \quad (***)$$

$$\begin{bmatrix} S_{22} + \frac{6}{G_A} & S_{23} & -(S_{22} + S_{23}) \\ S_{23} & S_{22} + \frac{6}{G_B} & -(S_{22} + S_{23}) \\ -\frac{6}{G_A} & -\frac{6}{G_B} & (KL_{c2})^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ \frac{\Delta}{L_{c2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{where } G = \frac{\sum \left(\frac{EI}{L}\right)_{\text{column}}}{\sum \left(\frac{EI}{L}\right)_{\text{beam}}} = \frac{(7 \times 784)}{(2 \times 784)}$$

At bifurcation, we must have,

Det | | = 0

↑ S_{zz} and S_{zj} (Eqs. 3.7.15 and 3.7.16)
kL = π/K

(G_A G_B (π/K)² - 36) / (6 (G_A + G_B)) - (π/K) / tan(π/K) = 0 (4.8.52)

대수 기호는, 2차원 또는 3차원 공간의 equation

↑ Recall the many assumptions used in the development of the nomograph.

↑ 1) Elastic action

② All columns in a story buckle simultaneously.

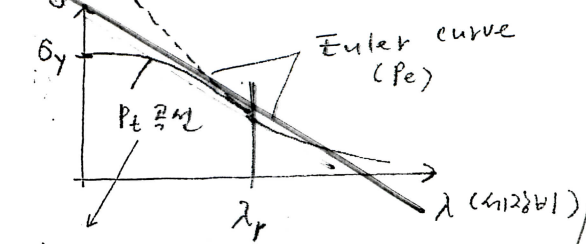
Note: Yura's modification to account for inelasticity in the column (Yura 1971, G.H. Lee et al. Steel 78년 논문 248)

"D/S"

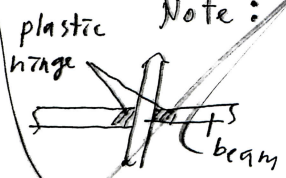
$$G_{inelastic} = G_{elastic} \left(\frac{E_t}{E} \right) \quad \text{--- (4.8.53)}$$

$$\frac{P_t}{P_e} \approx \frac{E_t}{E} = \frac{\frac{\pi^2 E_t I}{L^2}}{\frac{\pi^2 E I}{L^2}} = \text{Stiffness Reduction Factor (SRF)}$$

* Yura의 수정 항을 사용하면 상대적으로 작은 값의 K 값이 얻어질 것임.



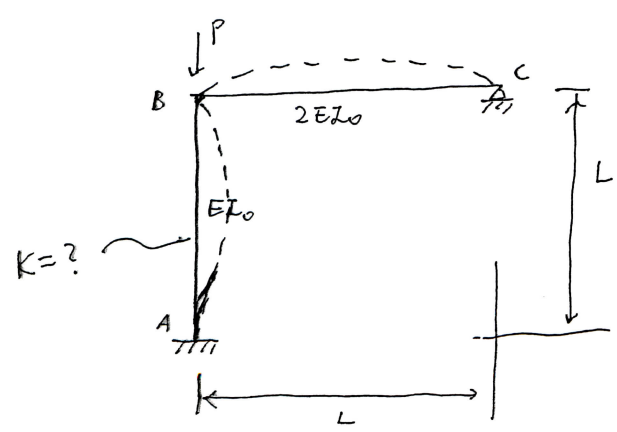
Note: 가려 강관내측시 SCWB에 준하여 설계된 접합부의 경우? (가려, AISC-LRFD 가동설계서)



→ 보통 값은 4.8.5 안의 수치를 사용

4.9 Illustrative Examples

Example 4.1 (two-member frame) * 타단 hinge) 고정 (G_{beam} $\frac{L}{2}$)



- (a) slope-deflection equation
- (b) the nomograph

(a) solution using S.-D. Eq.

column $\left\{ \begin{aligned} M_{AB} &= \frac{EI_0}{L} (0 \times S_{cc} + S_{ic} \theta_B) = \frac{EI_0}{L} (S_{ic} \theta_B) \\ M_{BA} &= \frac{EI_0}{L} (S_{cc} \theta_B) \end{aligned} \right.$

beam $\left\{ \begin{aligned} M_{BC} &= \frac{2EI_0}{L} (4\theta_B + 2\theta_C) = \frac{2EI_0}{L} (4\theta_B - 2 \times \frac{1}{2} \theta_B) = \frac{6EI_0}{L} \times \theta_B \quad \text{--- (4.8.53)} \\ M_{CB} &= \frac{2EI_0}{L} (4\theta_C + 2\theta_B) = 0; \theta_C = -\frac{1}{2} \theta_B \end{aligned} \right.$

↑ 관계식 소거 (미리식 1개 2개 3개 4개)

$\sum M_{about B} = 0 ; M_{BC} + M_{BA} = 0$

$\frac{6EI_0}{L} \times \theta_B + \frac{EI_0}{L} (S_{cc}) \theta_B = 0$

$\frac{EI_0}{L} [S_{cc} + 6] \times \theta_B = 0$

$\therefore S_{cc} = -6$ ← Table 3.7 이기 에에 대응되는 값은 (p. 187)

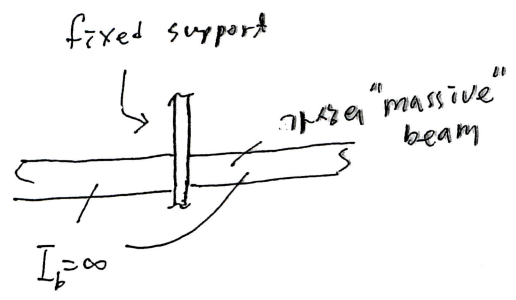
$\frac{P}{P_e} \approx \frac{1}{2} (3.06 + 3.12)$
 $P_e = 3.08$

$\frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} = \left(\frac{1}{k^2}\right) \cdot \frac{P_e}{P_e} = 3.08 \rightarrow \therefore K = \underline{\underline{0.57}}$

(b) The nodograph approach

(i) $G_A = \frac{\sum (col. S.R.)}{\sum (Beam S.R.)} = \frac{finite}{\infty} = 0$

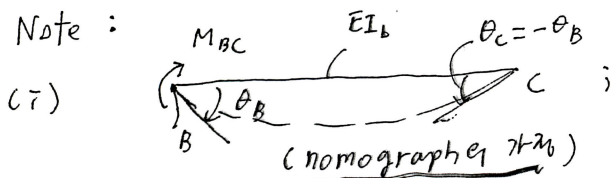
→ 상부 권강각에 1.0 일 (hinge support의 경우 $G = \infty \rightarrow 10?$)



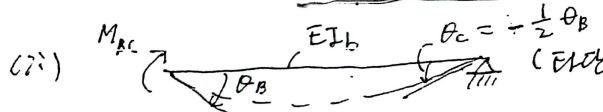
(ii) $G_B = \frac{\sum (\frac{EI}{L})_c}{\sum (\frac{EI}{L})_b}$

← 이식은 $\theta_c = -\theta_B$ 를 가정하고 유도된 것임이 유리 (Fig. 4.2 참조), 그러나 타단 hinge의 경우 이론적이 맞지 않음

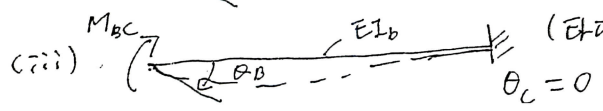
Note :



$M_{BC} = \frac{2EI_b}{L} (2\theta_B - \theta_B) = \frac{2EI_b}{L} \times \theta_B$



$M_{BC} = \frac{2EI_b}{L} (2\theta_B - \frac{1}{2}\theta_B) = \frac{3EI_b}{L} \times \theta_B$



$M_{BC} = \frac{2EI_b}{L} (2\theta_B + 0) = \frac{4EI_b}{L} \times \theta_B$

↑
 별가
 기둥쪽이
 가하는
 restraints
 상대 크기
 ↓
 1 : 1.5 : 2.0

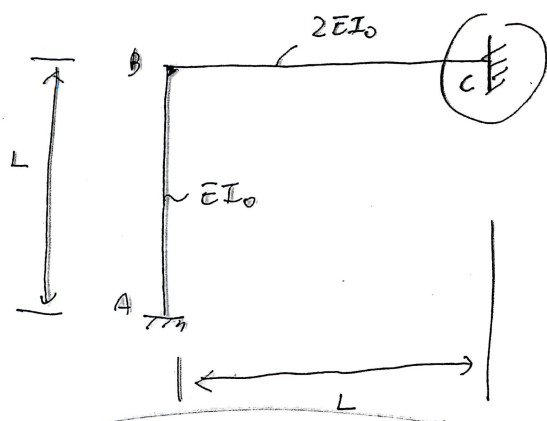
따라서 볼 분리의 경우 볼 강성이 50% 증가시켜야 볼 분리를 타당

$$\therefore G_B = \frac{(EI_0/L)}{\left(\frac{2EI_0}{L}\right) \times 1.5} = \frac{0.5}{1.5} = \underline{\underline{0.33}}$$

From the nomograph, $k = \underline{\underline{0.57}}$

← 평면의 slope-deflection Equation에 의해 구해진 강성도출 결과 $\frac{0.57}{0.5 \times 1.5}$

모양의 볼이 fixed support 라면

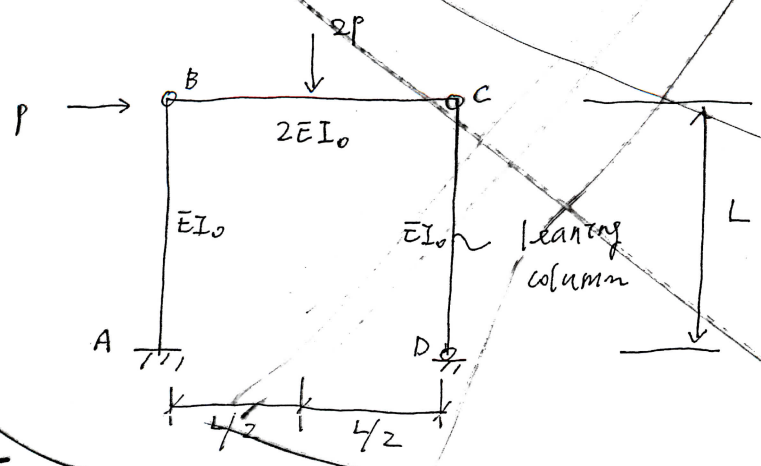


$$G_A = 0$$

$$G_B = \frac{(EI_0/L)}{\left(\frac{2EI_0}{L}\right) \times 2.0} = \frac{0.50}{2.0} = \underline{\underline{0.25}}$$

Example 4.2 Simple Portal Frame (with leaning column)*

Determine the design moments for the frame shown below using the LRFD method.



From first order analysis

$$M_u = \beta_1 M_{nt} + \beta_2 M_{lt}$$

이것을 구하는 것이 평면일.

* leaning column issue에 대해서는 변형과 관련 자세하게 논할 예정임
→ Yura approach

변형과 관련

삼성 TECH ADVANCED

Part B. 강골조 안정성 설계 및 직접해석법

- I. 강골조 안정성 설계 개요
- II. 직접해석법에 의한 강골조 안정성 설계

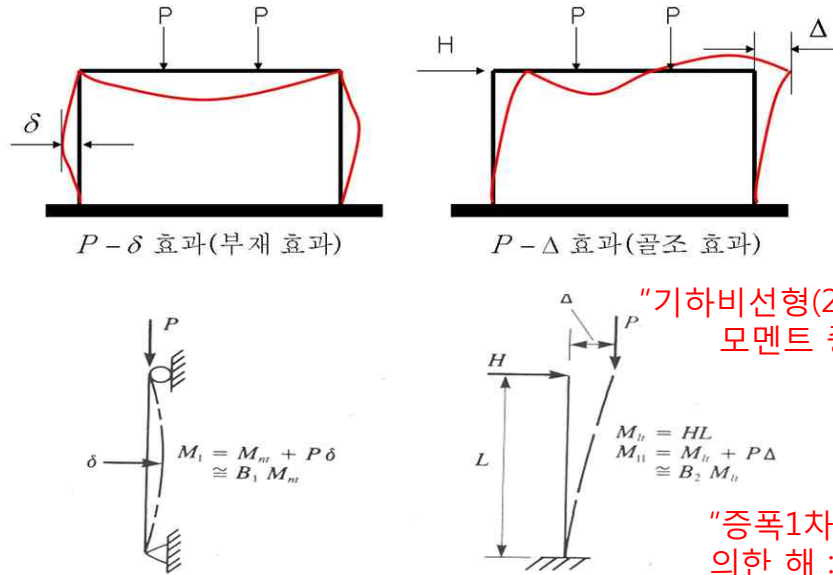
이철호
서울대학교 건축학과

삼성물산 2015. 10. 06

I. 강골조 안정성 설계 개요

1. 서언_ KBC 0703 골조안정성 설계 및 KBC 0721 직접해석법과 관련하여

“전통적 “1차해석-B1/B2-K factor approach”에 의한 강골조 안정성 설계법”



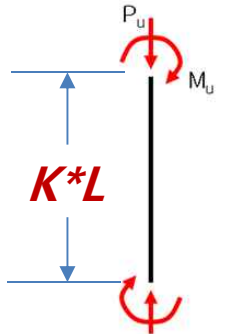
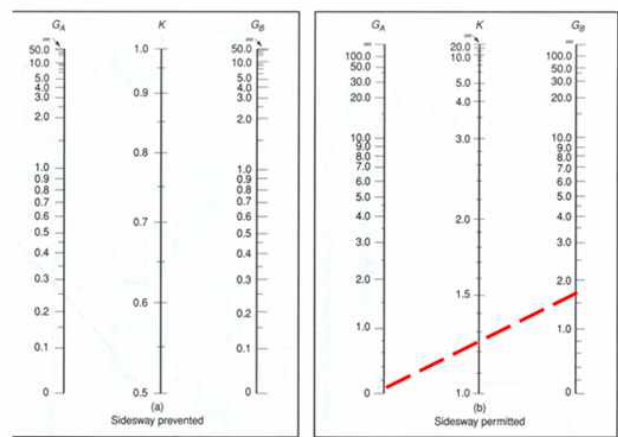
$$B_1 = \frac{C_m}{1 - (P_r / P_{e1})} \geq 1.0$$

$$B_2 = \frac{1}{1 - \left(\frac{\sum P_{nt}}{\sum P_{e2}} \right)} \geq 1.0$$

Demand calculation
 “근사2차해석법”

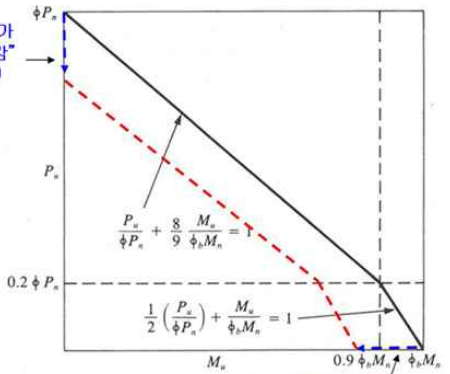
“증폭1차탄성해석”에 의한 해 : B1-B2 계수법

Nomograph or alignment chart



“유효좌굴길이와 클수록 강도저감 (최대상한 P_u)”

“P, M: 모두 재축응력 유발; interaction 발생; 모멘트증폭 등 기하학적 비선형 거동을 반영하여 소요응력을 산정해야”



“FLB, WLB, LTB를 고려하여 강도저감 (최대상한 M_p)”

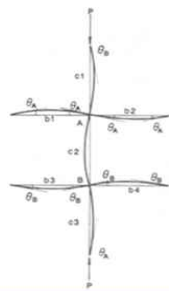
Capacity check (P-M 조합강도 검토)

“골조기둥을 등가의 Euler기둥으로 변환_K factor법”

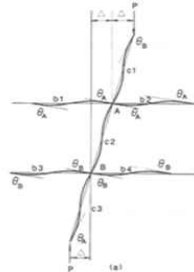
<그림 2.1> 보-기둥 부재의 상호작용 및 P-M 조합강도 평가

K factor approach

“유효좌굴 길이 계산 도표 유도 의 모형(곧 전제)”



“Braced” frame model (sidesway prevented)

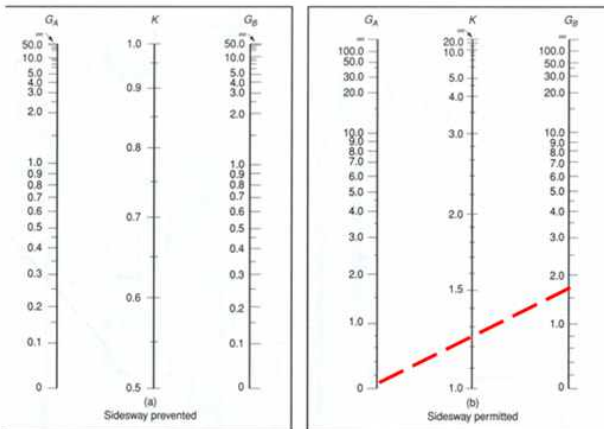


“Unbraced” frame model (sidesway permitted)

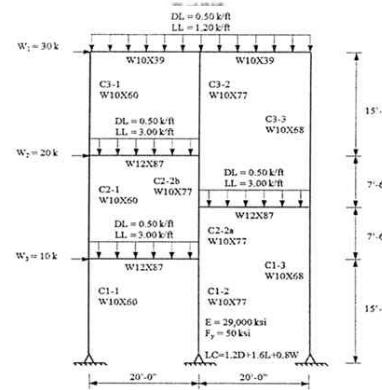
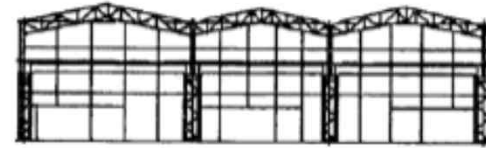
“구형/수직기둥골조를 전제...”

“이외에도 정확성 확보를 위해서는 많은 전제 조건이 있음...”

Nomograph or alignment chart



“왜 직접해석법에 의한 설계 (Direct Analysis Method of Design)인가?”



K=?



$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_{nt}}{\sum P_{e2}}} \geq 1.0$$

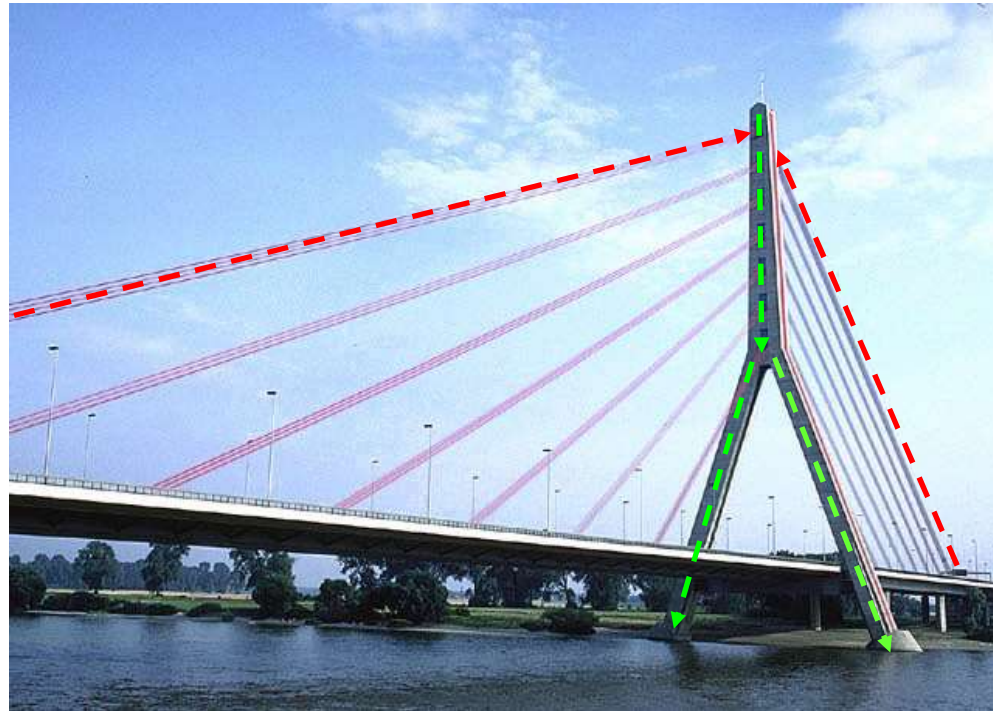
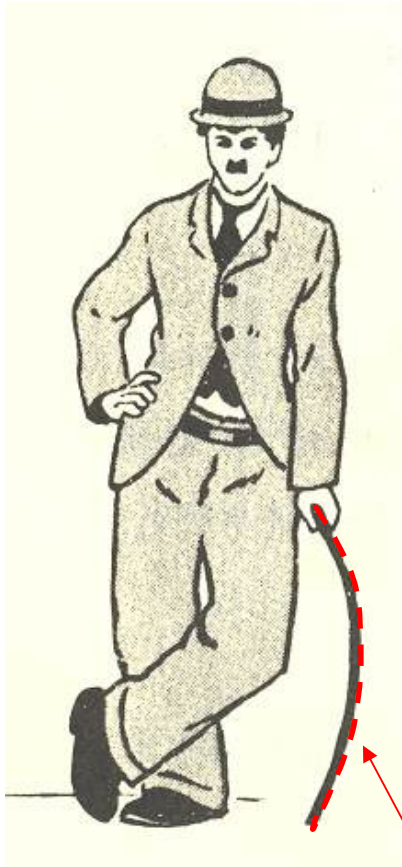
B2=?

$\sum P_{e2} = \sum \frac{\pi^2 EI}{(k_2 L)^2}$: 층좌굴강도 어떻게 정의??

$\sum P_{e2} = R_M \frac{\sum HL}{\Delta_H}$: 층강성 어떻게 산정??

- 0721의 직접해석법: AISC-LRFD 2005_ Appendix 7에 최초로 수록(B2값이 1.5 초과시 적용, 일종의 대체방법 수준의 지위)
- AISC-LRFD 2005를 참고한 KBC2009의 경우도 원래는 부록에 위치시키려 ...고시문건의 특성상 0721에 배치
- AISC-LRFD 2010_ 직접해석법의 관련 내용을 약간 보완하여 본문으로 가져오고 전통적 K factor method/1차해석법을 Appendix 7으로 보내서 대체설계법화하고, B1/B2법을 Appendix 8로 보냄
- 금번 KBC 개정안에서는 이런 사항을 감안하고, 직접해석법에 의한 설계가 불가피한 구조물의 증대를 고려하여 0703 및 0721을 AISC-LRFD 2010을 참고하여 개정_ 기술적 내용이 크게 변동한 것은 없음.
- 매우 급격한 변화...생소한 방법, 이해의 부족, 애매한 조항/엔지니어의 판단이 어려운 조항의 포함으로 원산지인 미국에서도 적용에 혼선

2. 골조안정론 기초 리뷰_ K factor method/의지기둥 등



세장 (slender) 압축재의 좌굴에 의한 하자 사례

“Weight (gravity loading): 하강하려는 속성,
가장 쉬운 경로를 택함 (law of nature)”



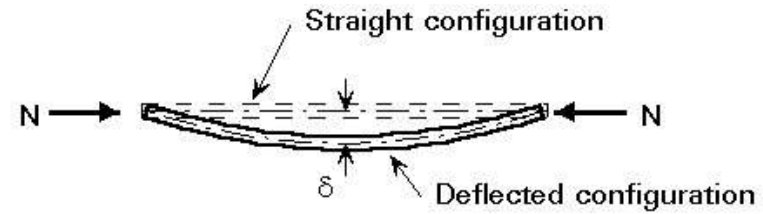
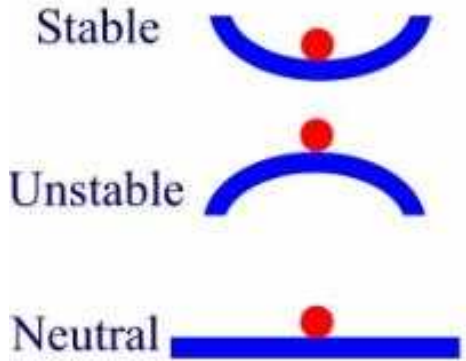
“좌굴(buckling) 문제가 없음
(stocky column, 단주)



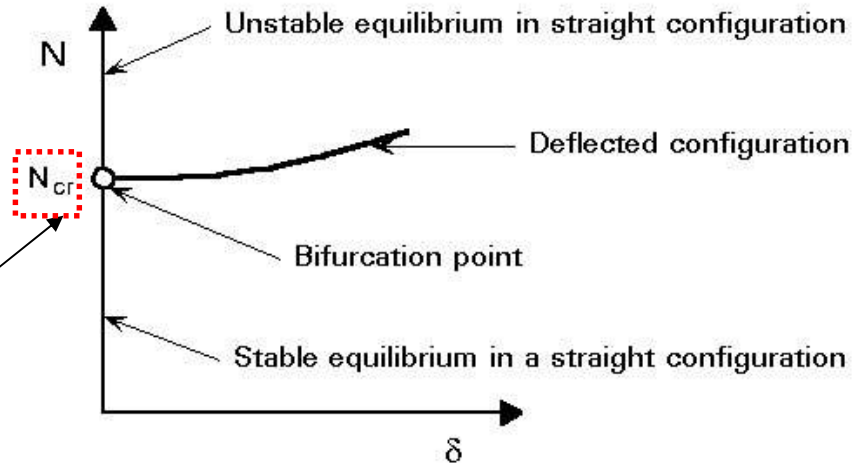
Intermediate or slender column,
중간주 또는 장주(세장기둥)

“좌굴(buckling) 때문에 구조재료가 갖고
있는 전항복강도를 활용치 못함”

“평형상태의 종류”



(a) Simply supported column

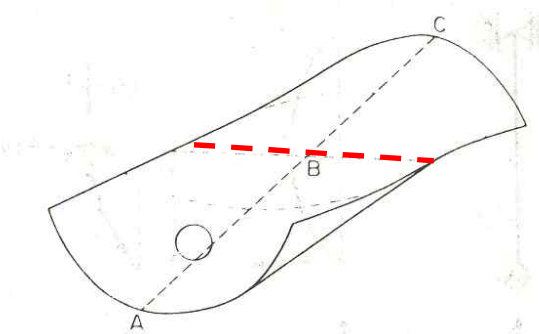
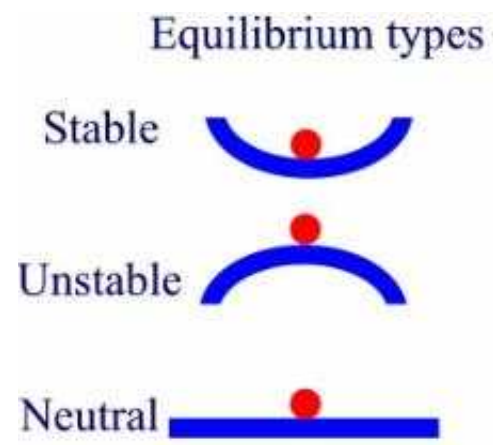


(b) Axial force VS deflection relationship

좌굴하중 또는 임계하중 (buckling or critical load)의 산정:

* 수학적이고 복잡, 미분방정식으로 표시되는 평형조건식을 풀어서 산정 가능 (a perplexing subject)

* “안정한 평형”과 “불안정한 평형”의 분기점이 되는 압축력의 크기



: Stability surface

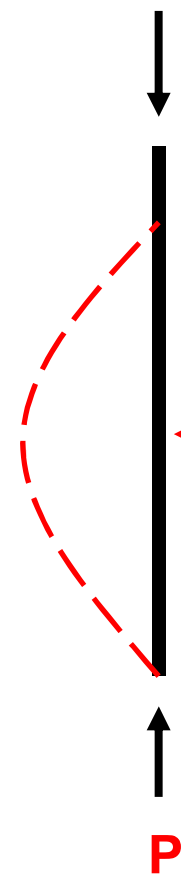
$P < P_{cr}$ (stable EQ)



“미소횡력”
을 제거하면
원형 회복

Point A

$P > P_{cr}$ (unstable EQ)

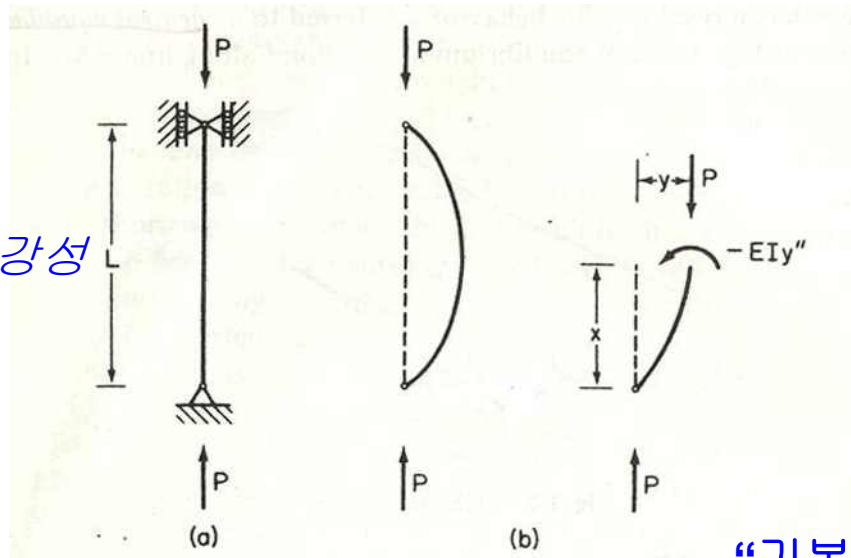


“미소횡력”을
가하는 순간
대변형에 이
은 붕괴로 이
어짐

Point C

Euler (1744) 좌굴하중: 롤러-힌지 지지조건을 “perfect column”의 좌굴 하중 (탄성안정론의 초석)

$EI =$ 휨강성



$$EIy'' + Py = 0; \quad y'' + k^2y = 0$$

$$\text{where } k^2 = \frac{P}{EI}$$

$$y = A \sin(kx) + B \cos(kx)$$

(boundary conditions; $y(0) = 0, y(L) = 0$)

$$y = A \sin\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}L\right) = 0; \quad \sqrt{\frac{P}{EI}}L = \pi; \quad P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

“기본적으로 탄성 장주(slender column)에 적용 (재료의 항복강도에 무관함에 유의)”

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} = \text{Euler buckling load} = P_e$$

“L = 좌굴발생시의 변곡점간 거리와 동일”

유효좌굴길계수 (K factor)

- 지점조건이다를 경우, Euler기둥과 이론을 일반화하는데 유용한 개념 : **기둥내 등가 변곡점간 거리로 이해 가능**

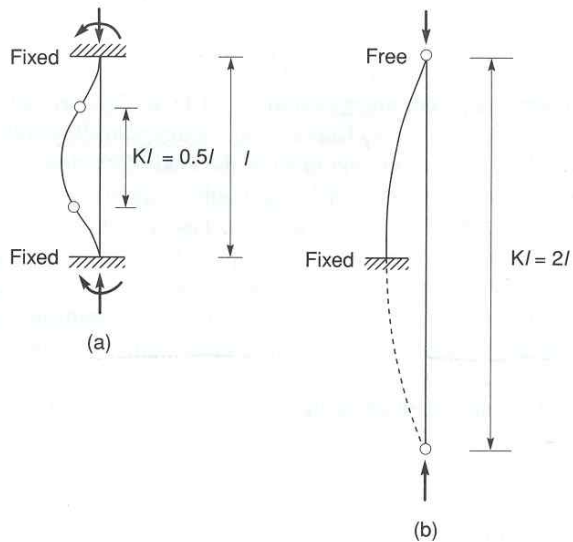


























TABLE 4.1 Effective Length Factors K for Centrally Loaded Columns with Various Idealized End Conditions

Buckled shape of column is shown by dashed line.	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Theoretical K value	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
Recommended K value when ideal conditions are approximated	0.65	0.80	1.2	1.0	2.10	2.0
End-condition code	   	   	   	   	   	   
			Rotation fixed		Translation fixed	
			Rotation free		Translation fixed	
			Rotation fixed		Translation free	
			Rotation free		Translation free	

$$P_{cr} (\text{좌굴하중}) = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} = \frac{1}{K^2} \frac{\pi^2 EI}{L^2} = \frac{P_e}{K^2}$$

“Euler parabola”

↓

$$F_{cr} (\text{좌굴응력도}) = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI / A}{(KL)^2} = \frac{\pi^2 E (r^2)}{(KL)^2} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} = \frac{\pi^2 E}{(\text{유효세장비})^2}$$

“독립된 기둥”을 대상으로 하는 것처럼 보이는 Table 4.1의 경우도 골조 내의 보가 기둥에 가하는 구속도 및 골조의 횡지지 여부를 잘 파악하여 응용하면 매우 유용한 수단이 될 수 있음 (Judgmental method)

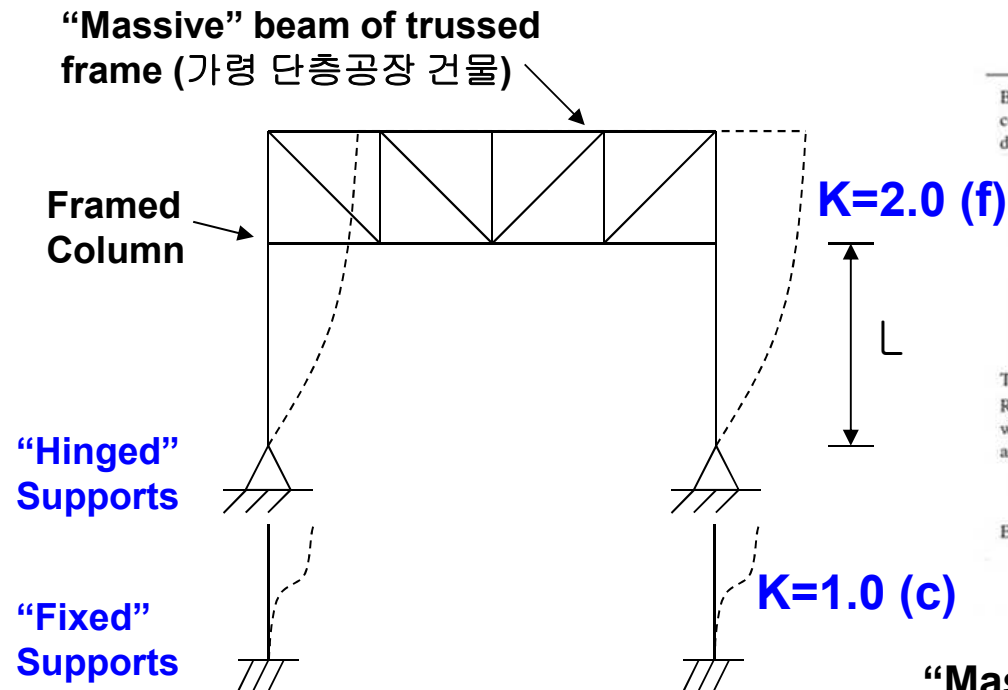






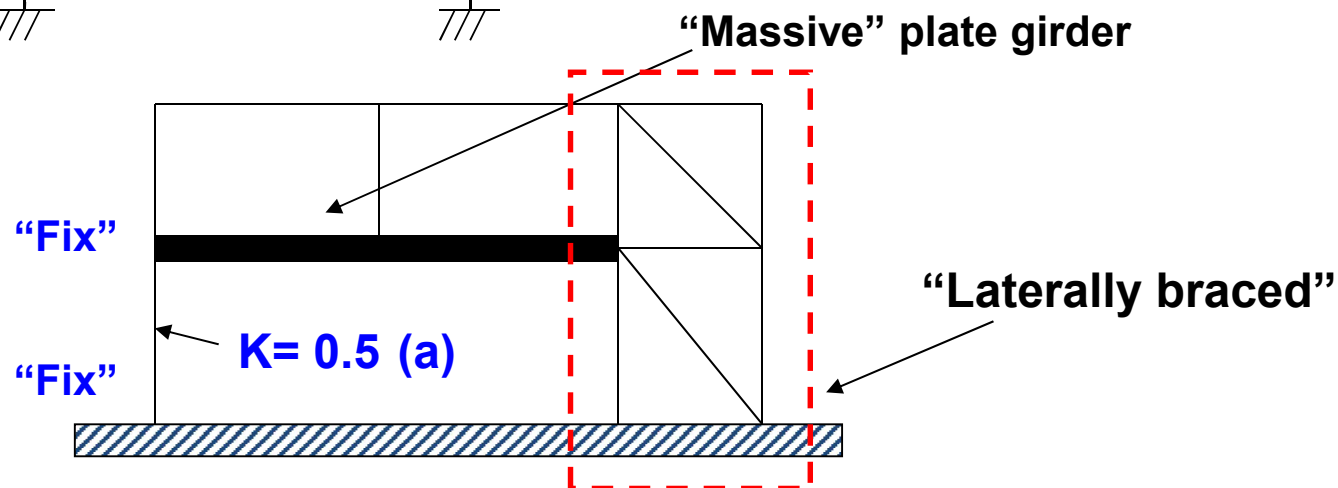


TABLE 4.1 Effective Length Factors K for Centrally Loaded Columns with Various Idealized End Conditions

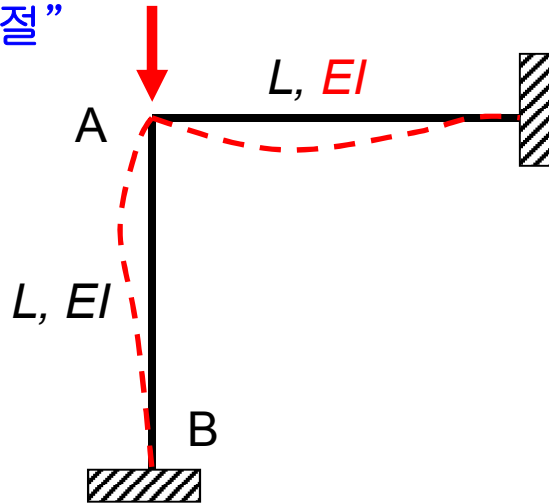
Buckled shape of column is shown by dashed line.	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Theoretical K value	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
Recommended K value when ideal conditions are approximated	0.65	0.80	1.2	1.0	2.10	2.0
End-condition code	   	 	Rotation fixed Translation fixed	Rotation free Translation fixed	Rotation fixed Translation free	Rotation free Translation free



연접된 보의 휨강성의 좌굴하중에 대한 영향:

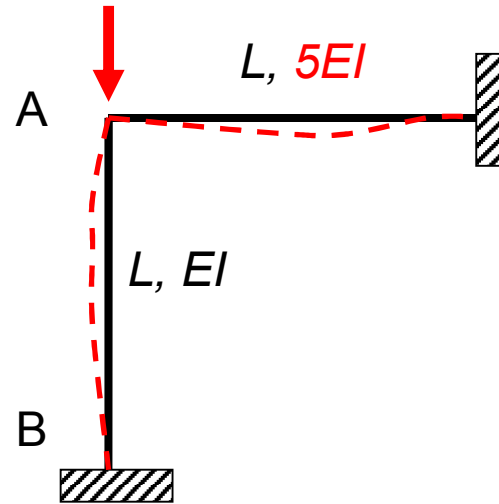
(뒤에서 언급하는 **alignment chart**를 이용해 확인가능)

절점 A: “강절”



$$G_A = 0.50, G_B = 0; K = 0.59$$

$$P_{cr} = \frac{P_e}{K^2} = \frac{P_e}{0.59^2} = 2.87 P_e$$



$$G_A = 0.1, G_B = 0; K = 0.52$$

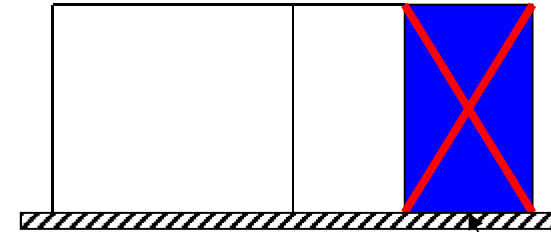
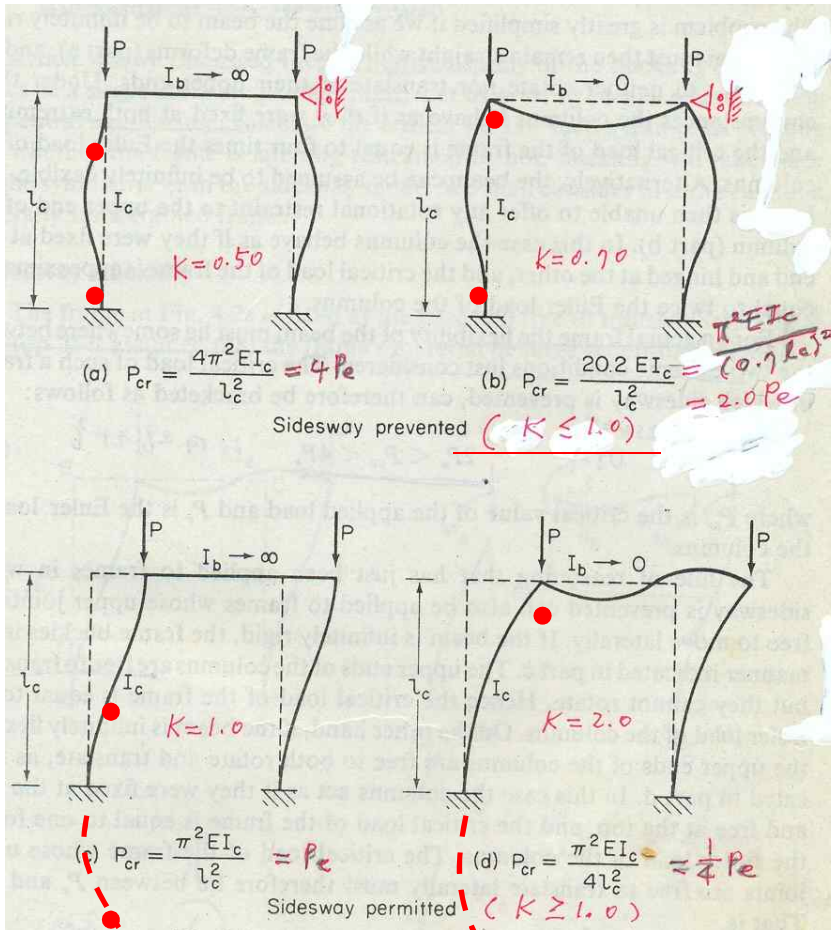
$$P_{cr} = \frac{P_e}{K^2} = \frac{P_e}{0.52^2} = 3.70 P_e$$

“좌굴내력이 약 30% 증대됨”

“골조를 구성하는 기둥의 좌굴내력은, 기둥 자신의 구조적 특성 뿐만 아니라, 연접 보 부재의 휨강성에 영향을 받음을 알 수 있음 (곧 **System Problem**임)”

가새골조 대 비가새골조 (Braced vs. Unbraced frames)

좌굴시 골조 전체의 횡변위가 수반되는가의 여부



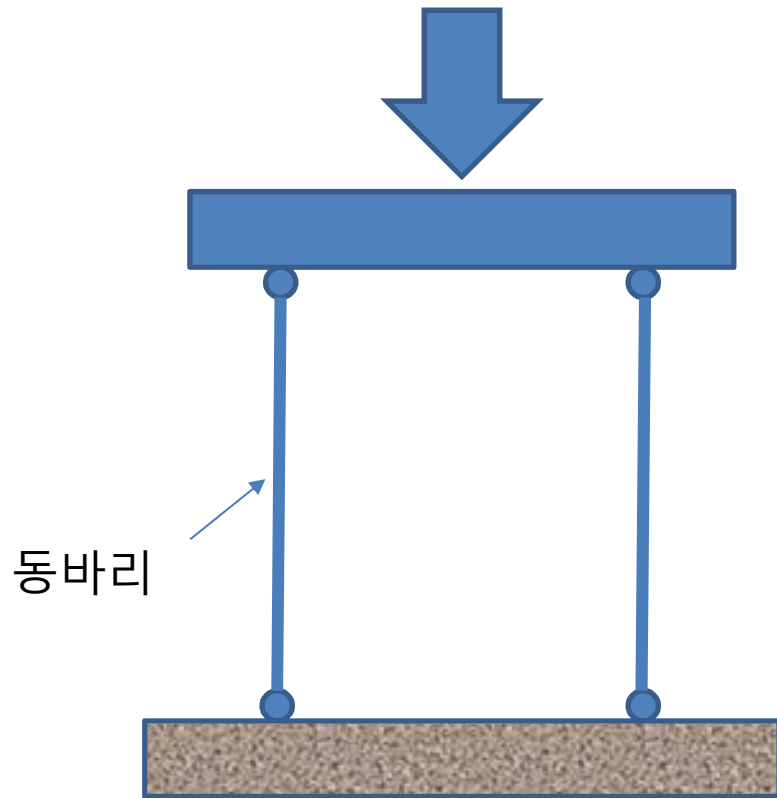
“가새골조: 골조의 sidesway 변형을 방지할 수 있는 안정한 벽체나 가새가 존재할 때”



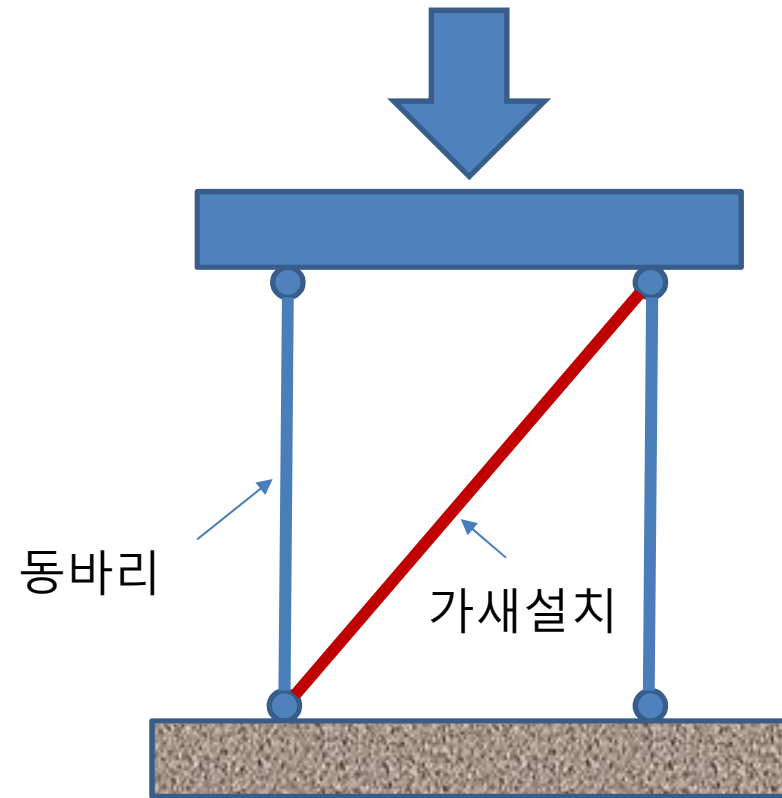
“바닥 다이아프램”

: Braced Frame의 예

가새골조 대 비가새골조



K= 무한대, 비가새골조의 극단(불안정구조)



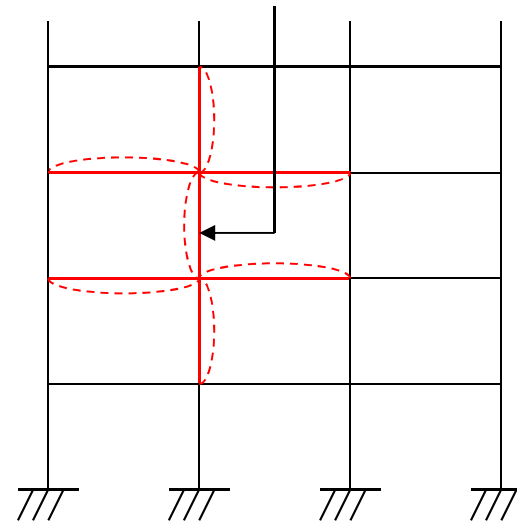
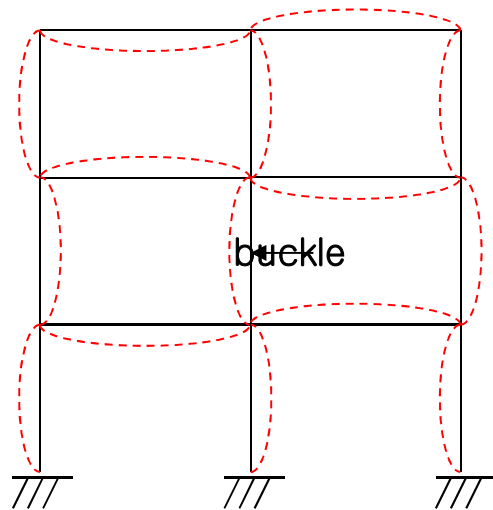
K= 1.0, 가새골조(안정구조)

K= 무한대 ---> 1.0

모멘트골조의 K Factor

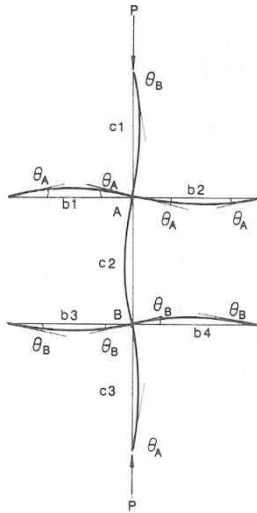
- 골조의 경우 모든 부재가 상호작용을 하므로 골조시스템 전체에 대한 고유치해석 (eigenvalue analysis)에 의해 K값을 구해야 원칙이나, 계산노력의 과다로 실용성이 없음
- 대상기둥에 가장 큰 영향을 미치는 인접 보 및 기둥으로 구성된 부분골조 해석 (slope-deflection analysis)에 의해 K값을 구하는 방법이 전통적으로 실무에서 사용하는 방법임 (Nomograph or alignment chart method)

Subframe Buckling Analysis에 근거
(not Entire Frame)



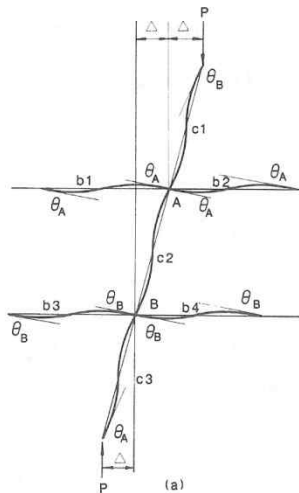
Nomograph or alignment chart

가정좌굴
모드
단곡률보

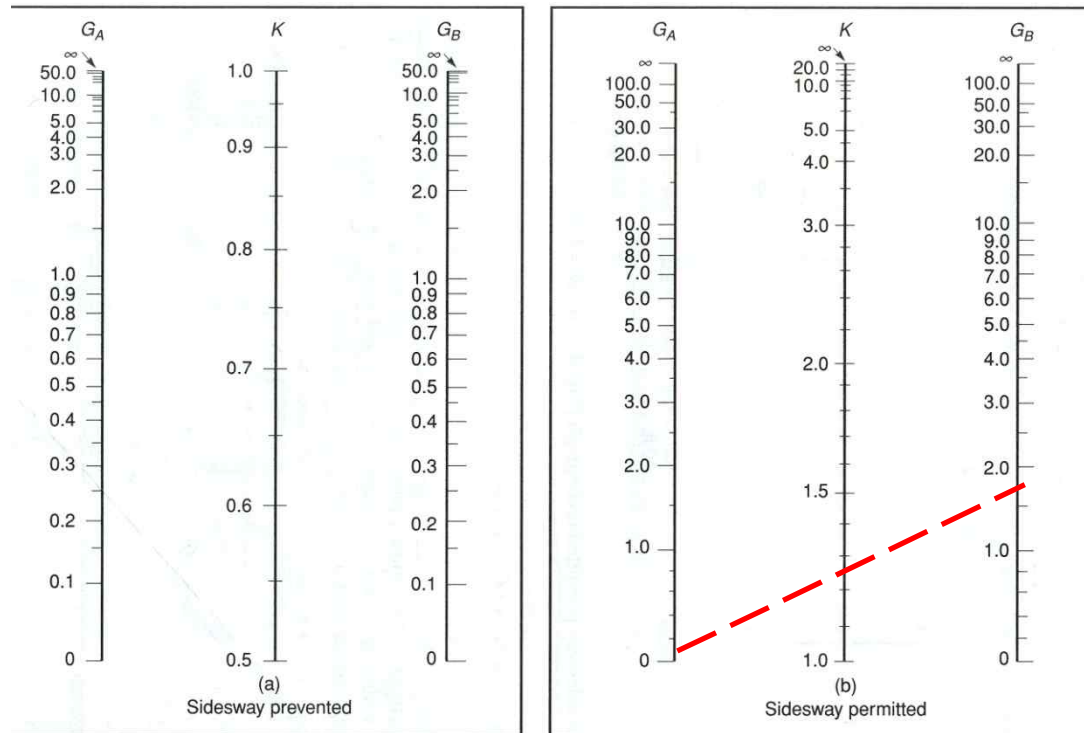


“Braced” frame model
(sidesway prevented)

가정좌굴
모드
복곡률보



“Unbraced” frame model
(sidesway permitted)



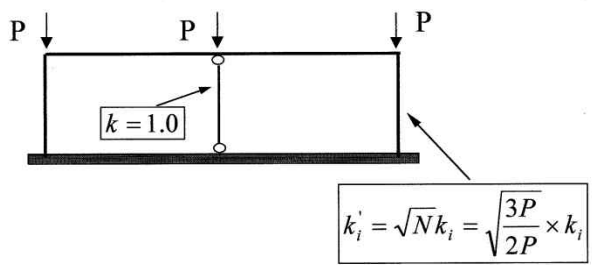
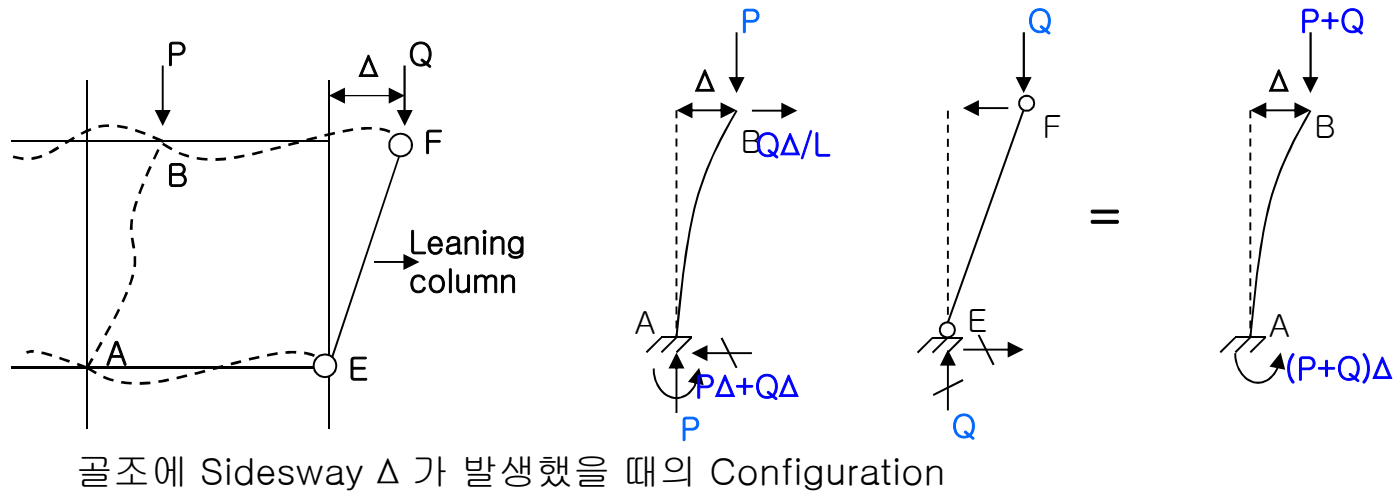
* 보 타단힌지: 보강성 1.5 배, 보 타단고정: 보강성 2.0 배로 보정요

$$G_{A,B} = \frac{\sum \left(\frac{EI}{L} \right)_{column}}{\sum \left(\frac{EI}{L} \right)_{beam}} = \frac{\text{(절점과 연결된 기둥강비의 합)}}{\text{(절점과 연결된 보강비의 합)}}$$

- 1) 절대강비가 아니라 “상대강비”가 중요
- 2) 보가 상대적으로 기둥에 비해 강(stiff)할수록, G값은 작아지므로 기둥의 유효좌굴길이는 줄어듦 (좌굴에 대한 저항력 증대되는 효과)

의지기둥 (Leaning column)

• **Leaning column (의지기둥)**: 양단 힌지인 기둥으로서 수직 하중만 지지할 수 있고, 횡력에 대한 저항력은 **zero**인 기둥 (철골구조가 도입된 이래 항상 존재한 것으로 여겨지는 의지기둥은 골조의 안정성에 악영향을 주므로 적절히 설계 및 시공에서 대비해야, **통상의 동바리**)



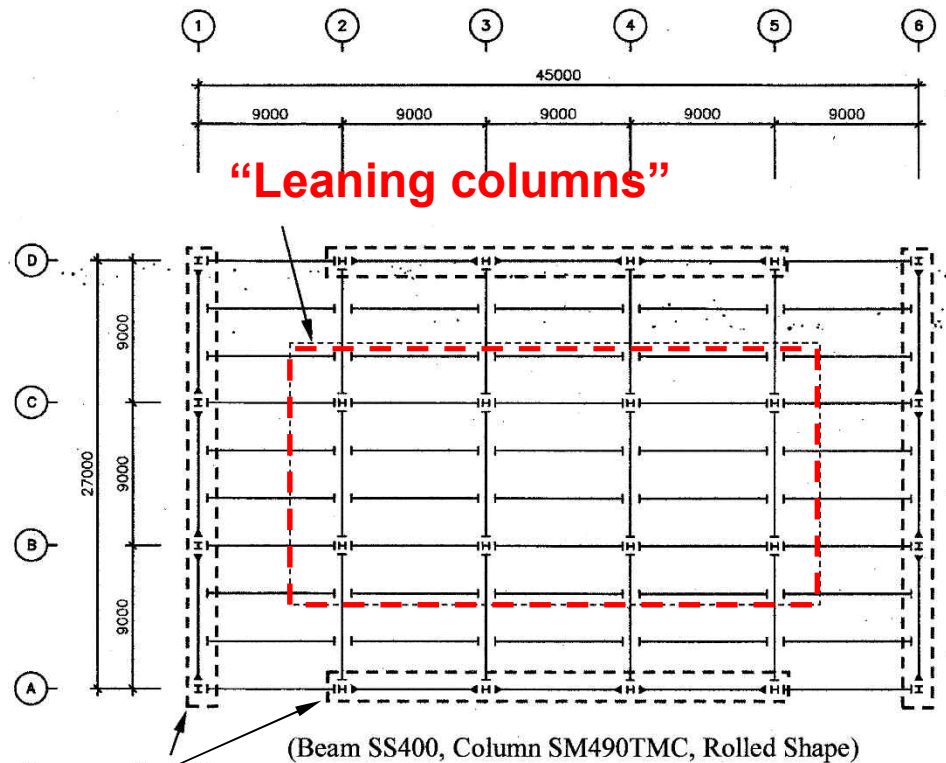
기둥 EF가 평형조건에 있기 위해서는 횡력 ($Q\Delta/L$)에 의해 지지되어야 한다. 따라서 기둥 AB가 좌굴했을 때, 이 기둥이 Beam에 작용하는 모멘트는 $(P\Delta+Q\Delta)$ 가 된다. 이것은 독립된 기둥으로서의 AB기둥이 $(P+Q)$ 축력에 의해 좌굴된 경우와 동등하다. 즉, 기둥 AB는 P만 받고 있지만 $(P+Q)$ 에 대하여 설계되어야 한다.

“또는 nomograph에서 얻어진 K값을 위처럼 할증시킨 다음 P만을 지지하도록 설계해도 동일한 효과가 있음”

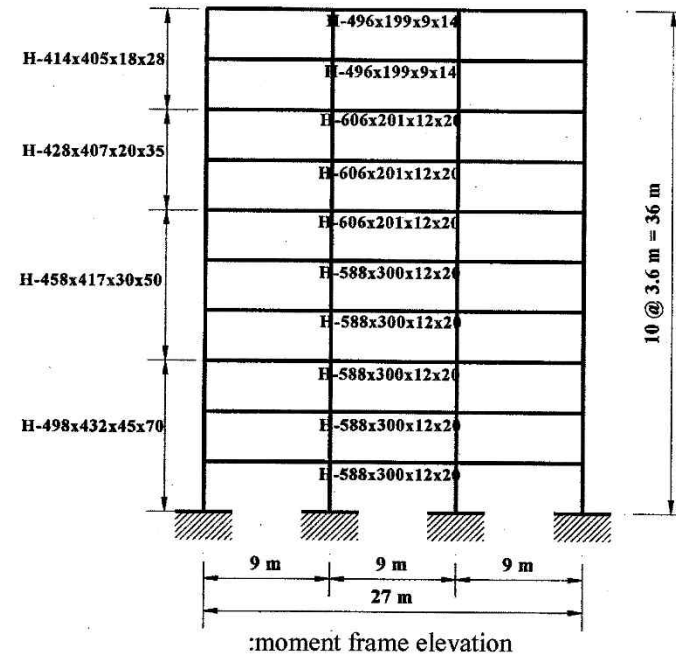
* 좌굴계산 도표에는 이런 의지기둥의 존재가 고려되어 있지 않음

“Perimeter” moment frame

(고비용 용접접합부 개소 절감, 2, 3, or 4-way moment connection
회피 가능_ 20여년 전부터 이 시스템의 활용을 주장)



이철호(1998), RIST-현대건설 제출
고성능내진접합부 연구개발 보고서
내진성능평가 골조모형



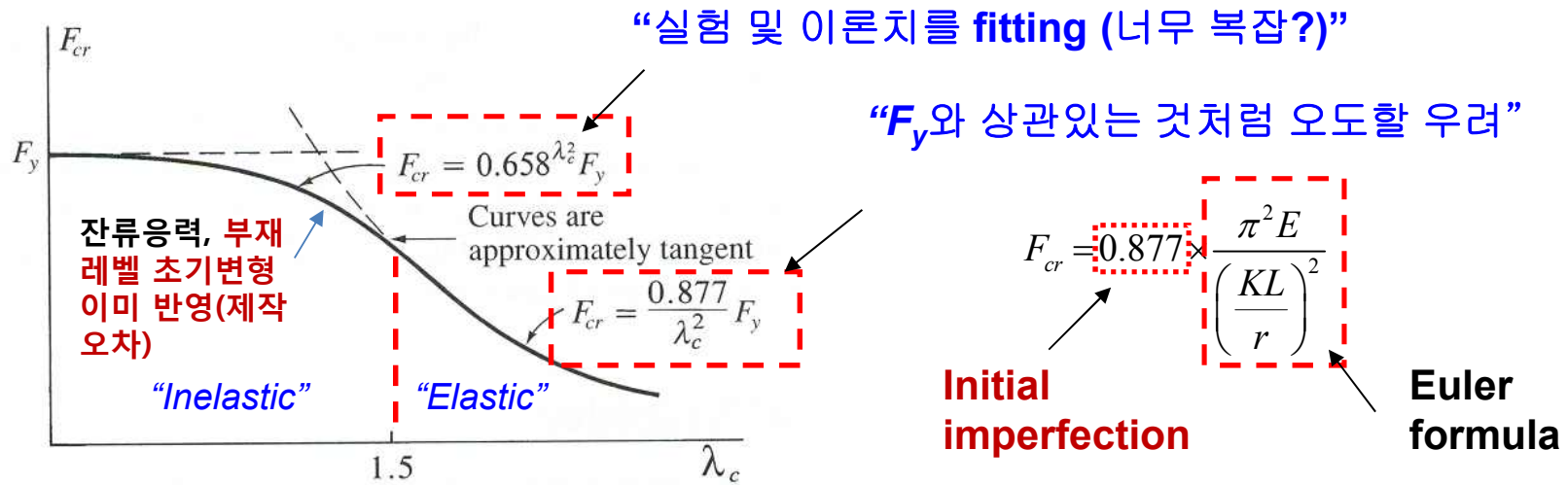
“Perimeter” moment frames

- 1) 고비용의 용접 모멘트 접합부의 개수는 줄어들지만 보 및 기둥사이즈 및 접합부가 **massive**해 짐 (용접성에 불리, 부정정도 하락)
- 2) 설계에서 의지기둥의 존재를 적절히 반영해야

$$K_{Lean} = \sqrt{\frac{\sum_{\text{all columns in the story}} P}{\sum_{\text{moment frame columns}} P}} \times K_{Nomograph}$$

Column Curve_AISC-LRFD/KBC

(“단일 커브”로서 모든 단면형상의 기동강도를 산정, *liberal*)



$$\lambda_c (= \text{무차원세장비}) = \left(\frac{KL}{r}\right) \sqrt{\frac{F_y}{\pi^2 E}}$$

$$\left(\frac{KL}{r}\right) \sqrt{\frac{F_y}{\pi^2 E}} = 1.5$$

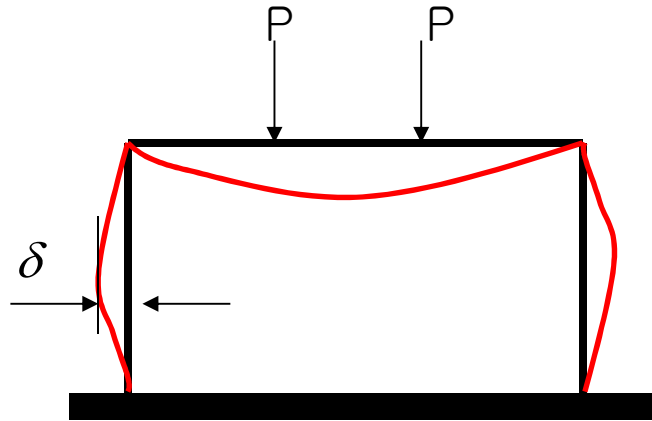
$$\left(\frac{KL}{r}\right) = 1.5 \times \sqrt{\frac{\pi^2 E}{F_y}} = 1.5 \times \sqrt{\frac{\pi^2 (2100)}{2.4 (SS400) \text{ or } 3.3 (SM490)}}$$

=139(SS400의 한계세장비)

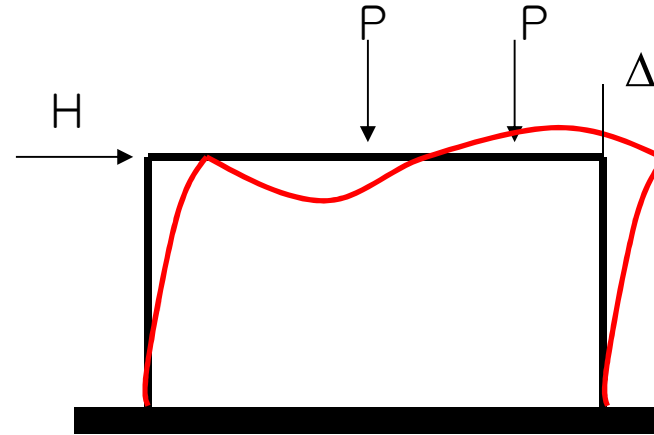
=119(SM490의 한계세장비)

“B1/B2법 개요”

Beam-column member (P-delta or P-Delta effect)

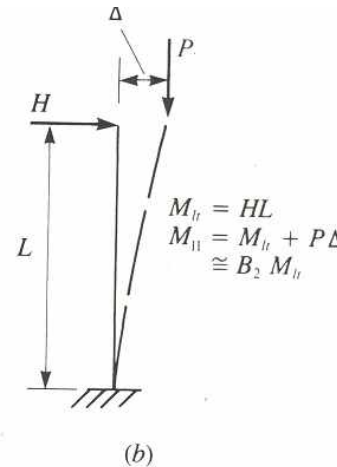
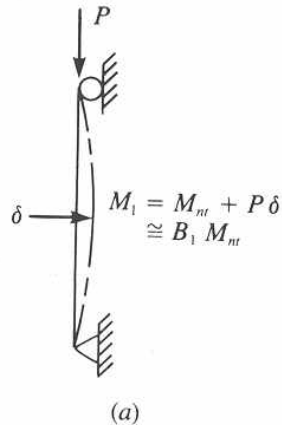


P - δ effect (member effect)



P - Δ effect (frame effect)

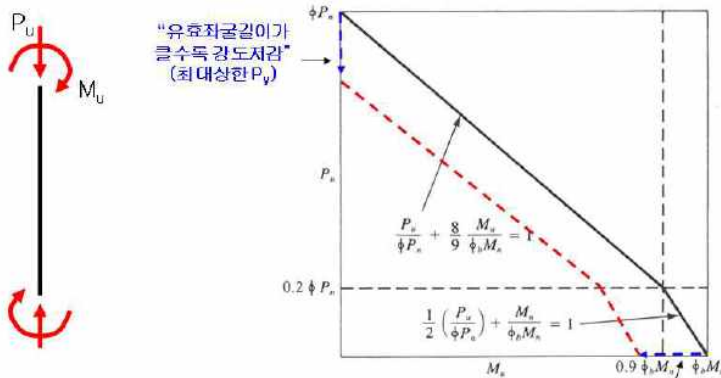
$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \frac{P}{P_{ek}}} \geq 1.0$$



$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\sum P}{\sum P_{ek}}} \geq 1.0$$

“보-기둥 부재 설계식: 강구조설계 이해의 요체_ 핵심이슈가 모두 관련됨”

(flexure-compression member)를 지칭한다. 엄밀히는 골조의 거의 대부분의 부재는 보-기둥 부재이다. 그렇지만 축력효과가 휨 효과에 비해 무시할 만하면 보(beam)의 거동과 흡사해지고, 반대로 축력효과에 비해 휨모멘트의 영향이 부차적이면 기둥(column)의 거동에 수렴한다. 즉 보와 기둥은 보-기둥의 부재의 특별한 경우로 생각할 수 있다. 보-기둥 부재에서는 휨과 축력에 의한 조합응력 효과 모두가 부재강도에 무시할 수 없는 영향을 미치므로 보로서의 휨 변형 문제와 기둥으로서의 좌굴문제가 동시에 고려되어야 한다(아래 그림 2.1 및 압축제/휨제/조합제 관련 강의자료 참고).



“P, M: 모두 재축응력 유발; interaction 발생; 모멘트증폭을 기하학적 비선형 거동을 반영하여 소모응력을 산정해야”

“FLB, WLB, LTB 등 고려하여 강도저감 (최대상한 Mp)”

<그림 2.1> 보-기둥 부재의 상호작용 및 P-M 조합강도 평가

“2차효과? 200% 이상 이 될 수도”

특히 휨이 유발한 처짐에 편심을 갖고 작용하는 축력은 소위 2차 효과(secondary 또는 2nd order effects)를 유발하여 모멘트와 처짐을 증폭하게 되는데 이를 설계에 적절히 고려하여야 한다. 용어상 “2차 효과”라 지칭하지만 경우에 따라서는 기하학적 비선형을 고려하기 이전의 1차 효과(primary effects) 못지않은 영향력을 가질 수 있음에 유의할 필요가 있다. 이와 관련된 자세한 내용은 아래에서 논의하기로 한다.

2.2 “증폭1차탄성해석”에 의한 2차 해석법(B1-B2법)_ 2차 효과 근사해석법

“전통적 방법”

아래 그림 2.2의 (a)와 (b)는 2차 효과를 부재효과(member effect, p-delta effect) 및 골조효과(frame effect, p-Delta effect)로 구분하여 나타낸 것이다. 소위 부재효과는 골조의 횡변위(sidesway)가 발생치 않은 조건에서 발생하는 모멘트증폭 등의 2차 효과를 지칭하고, 골조효과는 골조의 횡 변위 발생에 따라 수반되는 모멘트증폭 등의 2차 효과를 나타낸다.

2014 한국강구조학회 강구조설계기준 강습회(한국과학기술회관 중회의실, 2014. 2.13~2.14): 골조안정설 설계_이철호

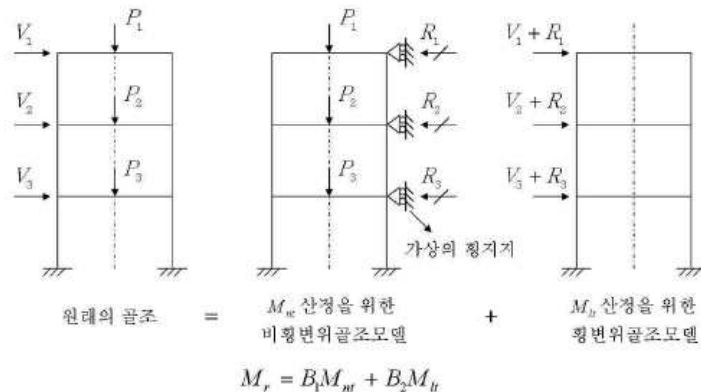
“P-M 조합강도식_LRFD기준의 설계식의 백미”

원래 2차 효과의 해석은 기하학적 비선형(geometric nonlinear) 문제에 속하는 것으로서 잘 정립된 2차 해석(second order analysis)를 통한 반복법(incremental method)에 의해 모멘트 증폭이나 처짐의 증가를 정확히 산정할 수 있다(아래 일반2차탄성해석 참고).

그러나 과거의 대부분의 구조해석 소프트웨어는 2차해석을 수행할 수 있는 기능을 가지고 있지 않았다(특히 부재효과를 반영하는 기능이 누락된 경우가 대부분이었다). 따라서 국내의 강구조설계기준을 포함한 대부분의 기준에서는 기하학적 비선형을 고려하지 않은 통상의 1차 해석에서 얻어진 모멘트에 적절한 증폭계수를 곱하여 2차효과를 고려하는 근사해석법(moment magnifier method)이 실무방법으로 널리 사용되어 왔다. 이 방법은 여전히 강구조 안정성 설계의 근간을 이루는 방법이므로 이에 대한 충분한 이해는 실령 직접해석법이 등장하는 최근의 추세에도 불구하고 매우 중요하다.

특히 현행의 강구조기준에서는 과거의 허용응력설계기준과는 달리 부재효과와 골조효과를 구분하여 각각에 B1 및 B2로 표시되는 증폭계수를 곱하여 2차효과를 근사적으로 반영하는 방식을 택하고 있다. 아래 그림 2.2(a)에서 “비횡변위골조(nonsway frame)”는 중력하중에 대해 골조의 횡변위가 발생치 않도록 층 바닥 높이에 인위적으로 횡지지를 가한 골조이다. 이 골조에 중력하중을 가해서 얻어진 기둥부재의 1차 해석 모멘트에 증폭계수 B1을 곱하여 부재효과를 반영한다. 중력하중과 구조물 모두가 대칭이 아니라면 인위적 횡 지지점에서 반력이 발생할 것이다. 따라서 이 가상의 반력을 상쇄하는 반대방향의 외력을 원래 횡하중에 더하여 그림 2.2(b)의 “횡 변위골조(sideway frame)”에 작용시켜서 기둥의 1차 해석 모멘트를 구한 후 증폭계수 B2를 곱하게 된다. 최종 설계모멘트는 두 증폭모멘트의 합이 된다.

아래에서는 현 설계기준의 “증폭1차 탄성해석”의 근거가 되는 B1 및 B2 증폭계수의 이론적 배경과 기준화 과정을 간략히 해설하고자 한다.



<그림 2.2> 모멘트증폭을 위한 1차해석 모델

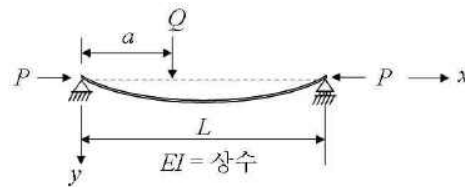
B1/B2법 적용을 위한 1차해석 골조모형 - 중첩법(근사적)

2.2.1 부재 효과에 따른 증폭계수: B1 계수

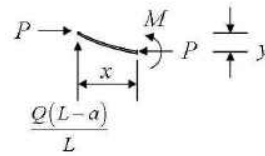
부재효과에 따른 모멘트 증폭계수의 엄밀한 형태는 하중패턴, 즉 부재하중(span loading) 이냐 또는 제단모멘트(end moment)냐에 따라 달라진다. 하지만 아래에서 보는 것처럼 이를 잘 근사화하여 설계기준식과 같이 컴팩트한 단일식으로 정리할 수 있다.

“Span loading_ 가령
트러스 상현재 부재
중간에 하중을 올린
경우”

2.2.1.1 스패 내 집중하중을 받는 보-기둥 부재의 모멘트 증폭계수



<그림 2.3> 스패내 집중하중을 받는 보-기둥 부재



<그림 2.4> 스패 내 집중하중을 받는 보-기둥 부재의 자유물체도

그림 2.3과 같은 조건의 보-기둥 부재의 이론적 모멘트 증폭계수는 그림 2.4의 변형상태의 (deformed geometry) 자유물체도에 모멘트 평형조건식을 적용하여 얻어진 다음의 2계상미분방정식을 풀어서 구할 수 있다.

$$y'' + k^2 y = \frac{-Q(L-a)}{LEI} x \quad (0 \leq x \leq a) \quad (1)$$

$$y'' + k^2 y = \frac{Qa(L-a)}{LEI} x \quad (a \leq x \leq L) \quad (2)$$

여기서, $k^2 = P/EI$

위의 2계상미분방정식을 표준해법에 의해 풀면,

$$y = \frac{Q}{EI k^3} \frac{\sin k(L-a)}{\sin kL} \sin kx - \frac{Q(L-a)}{LEI k^2} x \quad (0 \leq x \leq a) \quad (3)$$

$$y = -\frac{Q}{EI k^3} \frac{\sin ka}{\tan kL} \sin kx + \frac{Q \sin ka}{EI k^3} \cos kx - \frac{Qa(L-x)}{LEI k^2} \quad (a \leq x \leq L) \quad (4)$$

$a = \frac{L}{2}$ 로 특화된 경우를 고려하면,

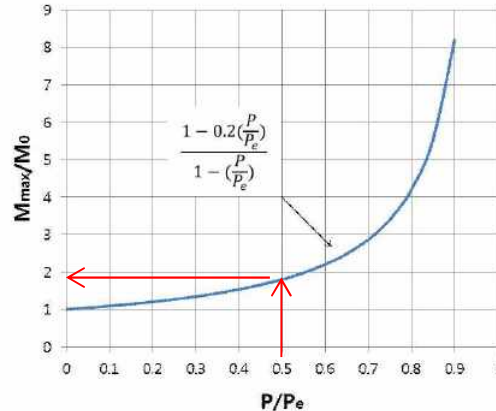
$$M_{\max} = \frac{QL}{4} \left[\frac{\tan u}{u} \right] = M_0 \left[\frac{\tan u}{u} \right] \quad (5)$$

여기서, $u = \frac{kL}{2}$

식 (5)에 $\tan u = u + \frac{1}{3}u^3 + \frac{2}{15}u^5 + \frac{17}{315}u^7 + \dots$ 로 표시되는 급수전개식을 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$M_{\max} = M_0 \left[\frac{1 - 0.2(P/P_e)}{1 - P/P_e} \right] \quad (6)$$

여기서, $P_e = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$ (오일러 좌굴하중)



<그림 2.5> 스펀 내 집중하중을 받는 보-기둥 부재의 모멘트 증폭계수

“기하학적 비선형
P의 증가에 비선형적
으로 모멘트(변위)
증폭”

식(6)을 도시한 그림2.5에서 보듯이 P의 변화에 따라 모멘트가 증폭되는 양상은 재료가 탄성상태를 유지해도 기하학적 변형의 결과로 비선형(nonlinear) 거동을 따름을 알 수 있다.

유사한 접근법을 적용하여 스펀 내에 작용하는 다양한 하중조건에서의 모멘트 증폭계수를 정리하면 표 1과 같다. 일반적으로 부재하중이 작용하는 경우의 증폭계수는 아래 (7)식과 같은 형태를 가진다.

$$M_{\max} = M_0 \left[\frac{1 + \psi(P/P_e)}{1 - P/P_e} \right] \quad (7)$$

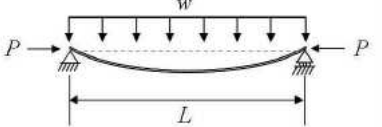
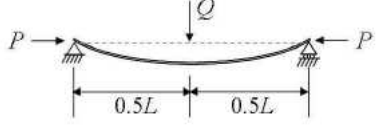
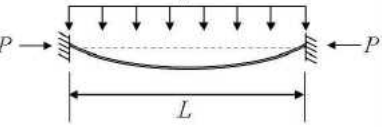
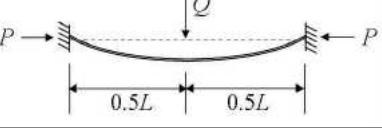
여기서, $M_0 = 1$ 차 해석에서 얻어진 최대모멘트

P = 작용 축 하중

P_e = 보-기둥 부재의 오일러좌굴하중

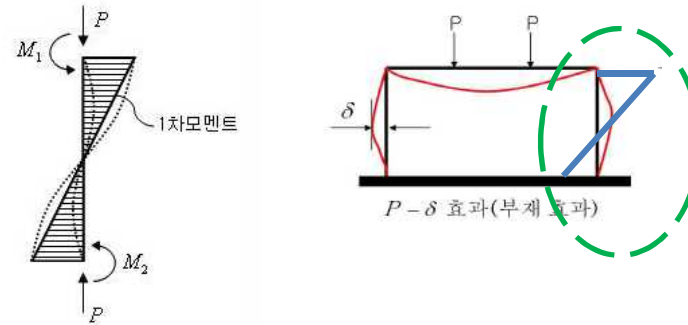
" $\psi = 0$ (보수적)"

표 2.1 스펀하중이 작용하는 경우의 이론적 증폭계수 일례

하중조건	ψ
	0
	-0.20
	-0.40
	-0.20

2.2.1.2 재 단모멘트가 작용하는 보-기둥

모멘트골조의 대부분의 보-기둥 설계는 그림 2.6과 같이 기둥부재의 양단에 재단모멘트가 작용하는 경우가 주 대상이다.



“Member end moment loading_ 대부분의 경우”

<그림 2.6> 재단모멘트와 축력이 작용하는 보-기둥 부재

이론적 증폭계수는 역시 2계상미분방정식을 풀어서 구할 수 있다. 풀이과정이 길므로 Austin(1961)이 안정적으로 근사화한 결과만을 정리하면 다음과 같다(자세한 풀이과정은 구조안정론 텍스트 참조, 가령 Chen-Lui 1987 참조).

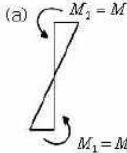
“원래는 **축력비**와 모멘트 구배 모두의 함수”
(8)

$$M_{\max} = \left[\frac{C_m}{1 - P/P_e} \right] M_2$$

여기서,
$$C_m = 0.6 - 0.4 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) \geq 0.4 \quad (9)$$

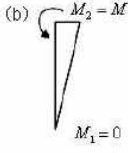
단, $|M_2| \geq |M_1|$ 이고 $\left(\frac{M_1}{M_2} \right)$ 의 부호는 보-기둥의 변형이 복곡률이면 (+), 단곡률이면 (-)를 취하도록 한다.

아래 그림 2.7은 모멘트구배에 따른 C_m 계수 산정사례를 정리한 것이다.



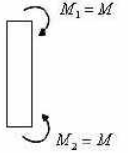
(a) $M_1 = M$
 $M_2 = M$

$$C_m = 0.6 - 0.4(+1.0) = 0.2 \rightarrow 0.4$$



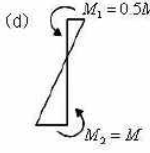
(b) $M_1 = 0$
 $M_2 = M$

$$C_m = 0.6 - 0.4\left(\frac{0}{M}\right) = 0.6$$



(c) $M_1 = M$
 $M_2 = M$

$$C_m = 1.0$$



(d) $M_1 = 0.5M$
 $M_2 = M$

$$C_m = 0.6 - 0.4\left(+\frac{1}{2}\right) = 0.4$$

<그림 2.7> 모멘트구배에 따른 C_m 계수 산 경례

2.2.1.3 설계기준의 증폭계수 B1

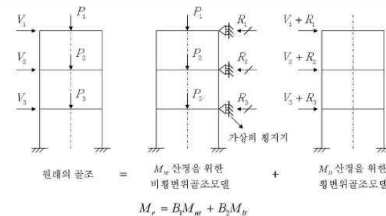
위 식 (7) 및 식 (8)에서 보듯이 하중패턴에 따라 모멘트가 증폭되는 역학적인 메커니즘은 다르지만 두 경우의 증폭계수는 외전상 유사한 형태를 지닌다. 우선 증폭의 크기를 지배하는 분모가 동일하다. 따라서 다음과 같은 고려에 의해 두 경우 모두를 포괄할 수 있는 콤팩트한 형태의 단일의 기준식이 사용되고 있다.

스팬하중이 작용할 경우 안전 측의 근사로서 식 (7)의 분자의 두 번째 항인 $\Psi(P/P_e)$ 을 무시할 수 있다. 이는 Ψ 값이 1보다 작고 작용축력의 크기가 오일러 좌굴하중의 크기보다 훨씬 작을 경우 실용상 충분히 정확한 근사가 될 수 있다. 원래 C_m 은 제단모멘트에 따른 모멘트구배의 영향을 반영하는 계수에서 도입된 것이지만 이 개념을 확장하여 스펀하중이 작용하는 경우에는 안전 측으로 $C_m=1.0$ 으로 택한다면 단일 식으로서 부재하중과 제단모멘트가 작용하는 두 가지 경우 모두를 취급할 수 있다. 따라서 기준에서는 다음과 같은 형태의 증폭계수 B1을 제시하고 있다. B2계수에 대해서는 다음 절에서 해설한다.

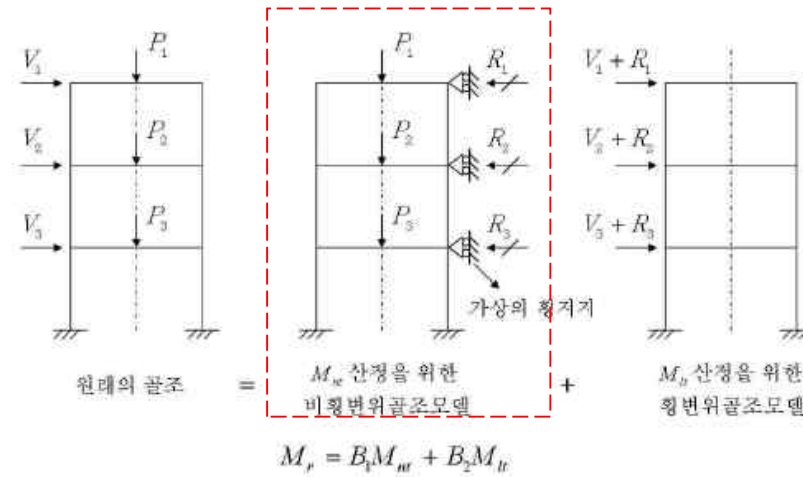
$$M_r = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt}$$

$$P_r = P_{nt} + B_3 P_{lt}$$

“다음 쪽”



<그림 2.2> 모멘트증폭을 위한 1차해의 모델



<그림 2.2> 모멘트증폭을 위한 1차해석 모델

$$M_r = B_1 M_{nt} + B_2 M_{it} \quad (10)$$

$$P_r = P_{nt} + B_2 P_{it} \quad (11)$$

여기서, $B_1 = \frac{C_m}{1 - (P_r/P_{e1})} \geq 1.0$

“컴팩트한
단일식”

M_r = 2차 효과가 고려된 소요휨강도

P_r = 2차 효과가 고려된 소요축강도

P_{e1} = 골조의 횡 변위를 구속한 조건의 횡평면내 탄성임계좌굴강도

B_2 = 골조효과에 의한 증폭계수 (아래 2.2.2 절 참조)

M_{nt}, P_{nt} = 골조의 횡 변위가 구속된 조건의 1차 모멘트와 1차 축력

M_{it}, P_{it} = 골조의 횡 변위를 허용한 조건의 1차 모멘트와 1차 축력

C_m (스팬하중 작용 시) = 1.0 또는 표 1의 ψ 값을 사용한 정산 값

C_m (스팬하중 없이 제단모멘트만 작용 시) = 위의 (9)식

“직접해석법을 적용한다 해도 B2 계수의 이해는 매우 중요”



$$" \Delta_{2nd} / \Delta_{1st} \approx B_2 "$$

“2차해석 결과가 없을 때 B2로서 대응”

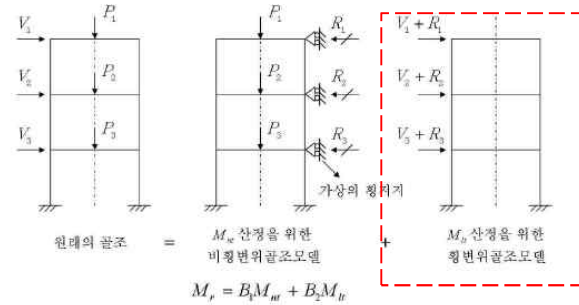
“층좌굴하중 대비 층중력하중이 얼마나 큰가”가 B2 증폭의 크기를 결정하고, 결과적으로 안정설계법의 방법을 강제함”

“계수중력하중”



“2개 옵션”

“B2 > 1.5이면 직접해석법을 적용 --> 층중력하중이 층좌굴하중의 1/3을 초과할 때”



<그림 2.2> 모멘트증폭을 위한 1차해석 모델

2.2.2 골조효과에 따른 증폭계수: B2 계수

설계기준에서 제시하고 있는 B2 계수는 다음과 같이 산정한다.

$$B_2 = \frac{1}{1 - \left(\frac{\sum P_{nt}}{\sum P_{e2}} \right)} \geq 1.0 \quad (12)$$

여기서, $\sum P_{nt}$ = 층에 작용하는 총 연직하중, $\sum P_{e2}$ = 층에 횡 변위가 수반되는 좌굴모드에 대한 층 전체의 탄성좌굴강도

모멘트 골조의 경우 각 기둥의 좌굴강도를 취합하여 $\sum P_{e2}$ 를 산정할 수 있다.

$$\sum P_{e2} = \sum \frac{\pi^2 EI}{(k_2 L)^2} \quad \text{“층좌굴”} \quad (13)$$

여기서, k_2 = 기둥의 횡변위 좌굴모드를 고려하여 횡 평면에서 산정된 유효좌굴길이계수

(13)식의 대안으로서 모든 종류의 횡력 저항시스템에 대하여 다음 식을 사용하여 층 좌굴하중 $\sum P_{e2}$ 를 산정할 수 있다.

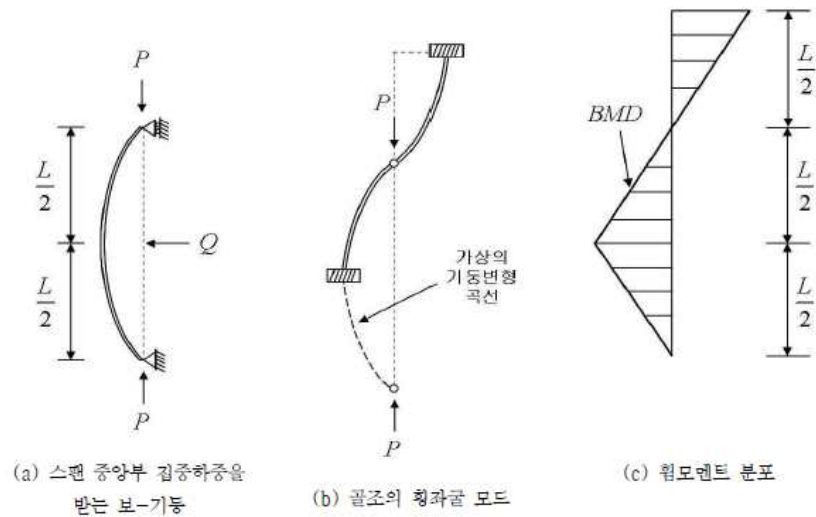
$$\sum P_{e2} = R_M \frac{\sum HL}{\Delta_H} \quad \text{“층강성”} \quad (14)$$

여기서,

$R_M = 1.0$ (가새골조), 0.85 (모멘트골조 또는 조합구조시스템)

Δ_H = 횡력에 대한 1차 해석에서 얻어진 층간변위
 $\sum H$ = Δ_H 산정에 사용된 횡력이 유발한 층전단력
 L = 층고
 I = 휨 평면내의 단면 2차 모멘트

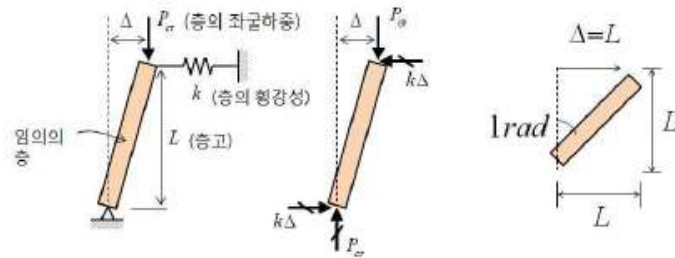
식 (13)에 제시된 B2 계수의 근거는 소위 층 좌굴(story buckling) 개념으로 설명될 수 있다. 이 개념에서는 동일 층에 있는 모든 기둥이 동시에 좌굴하는 것으로 가정한다. 이 경우의 증폭계수는 단순 지지된 보-기둥 중앙부에 집중하중이 작용하는 경우로 근사할 수 있다 (아래 그림 2.8 참조)



<그림 2.8> 층좌굴개념에 의한 증폭계수

위 그림 2.8에서 보듯이 횡방향 변위가 수반되는 기둥의 모멘트 증폭은 스펀 중앙부에 집중하중이 작용하는 경우의 모멘트 증폭과 유사한 조건임을 알 수 있다. 앞서 살펴보았듯이 이런 조건의 보-기둥 부재의 모멘트 증폭계수는 $\left[\frac{1}{1-P/P_e} \right]$ 로 근사할 수 있으므로, 층 모든 기둥의 동시좌굴을 가정하여 좌굴내력을 취합하면 식 (13)이 얻어지게 된다.

층좌굴하중을 산정하는 두 번째 대안 식 (14)식은 소위 층강성 개념에 토대를 둔 것이다. 아래 그림 2.9에서 보듯이, “단위 라디안의 층간 변위각을 유발시키는데 필요한 층 전단력”은 곧 그 층의 층좌굴강도($P_{story,cr}$)에 해당한다.



$$\sum M_i = 0, P_{cr}\Delta - (k\Delta)L = 0, (P_{cr} - kL)\Delta = 0 \quad \therefore P_{cr} = k \times L (= \Delta)$$

= "1rad의 층간변형각을 유발하는 횡력"

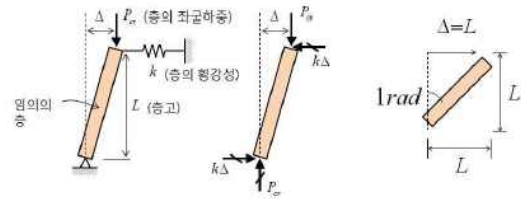
<그림 2.9> 층의 횡강성과 층의 횡좌굴하중 사이의 관계

"CH Lee의 originality"가 있는 그림 (구조종별에 상관없이 적용할 수 있는 일반적 개념임)

사용기호를 기준식의 기호로 변경하여 다시 설명하면, 층높이가 L 인 층에 $\sum H$ 인 층전단력이 작용하여 Δ_H 의 층간변위를 유발하였다면, 이 층의 횡좌굴강도는 다음과 같다.

$$P_{story, cr} = \frac{\sum H}{(\Delta_H/L)} = \frac{\sum HL}{\Delta_H} \quad (15)$$

앞의 식 (14)는 이에 토대를 둔 것이다. 모멘트골조 또는 조합구조시스템에 $R_M = 0.85$ 를 부과하여 층좌굴강도를 약간 낮춘 것은 통상의 1차해석에서 축력에 의한 강성저하를 고려치 않으므로 이에 따른 약간의 회변위 과소평가 경향을 반영한 조정계수 정도로 이해하면 된다. 추가로 언급할 것은 구조해석 과정에서 $\sum H$ 에 대응되는 층간변위 Δ_H 를 쉽게 얻을 수 있기 때문에 식(14)는 구조설계에 매우 유용하게 활용될 수 있다.



$$\sum M_i = 0, P_{cr}\Delta - (k\Delta)L = 0, (P_{cr} - kL)\Delta = 0 \quad \therefore P_{cr} = k \times L (= \Delta)$$

= "1rad의 층간변형각을 유발하는 횡력"

<그림 2.9> 층의 횡강성과 층의 횡과굴하중 사이의 관계

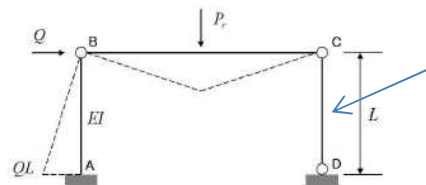
사용기호를 기준식의 기호로 변경하여 다시 설명하면, 층높이가 L 인 층에 $\sum H$ 인 층전단력이 작용하여 Δ_H 의 층간변위를 유발하였다면, 이 층의 횡과굴강도는 다음과 같다.

$$P_{story, cr} = \frac{\sum H}{(\Delta_H/L)} = \frac{\sum HL}{\Delta_H} \quad (15)$$

앞의 식 (14)는 이에 토대를 둔 것이다. 모멘트골조 또는 조합구조시스템에 $R_M = 0.85$ 를 부과하여 층과굴강도를 약간 낮춘 것은 통상의 1차해석에서 축력에 의한 강성저하를 고려치 않으므로 이에 따른 약간의 횡변위 과소평가 경향을 반영한 조정계수 정도로 이해하면 된다. 추가로 언급할 것은 구조해석 과정에서 $\sum H$ 에 대응되는 층간변위 Δ_H 를 쉽게 얻을 수 있기 때문에 식(14)는 구조설계에 매우 유용하게 활용될 수 있다.

예제 1.

아래 단순골조의 기둥 AB의 모멘트 증폭계수 B2를 층강성(story stiffness) 및 층과굴(story buckling) 개념에 의해 각각 산정하라. 단, 기둥 AB의 주각과 주두는 각각 고정단과 힌지접합이고, 기둥 CD의 주각과 주두는 모두 힌지로 접합되어 있는 정정구조물임에 유의하라.



의지기둥
(leaning column)

[풀이]

본 예제는 단순한 형태의 구조모델이지만 B2 계수의 산정법의 개념 및 적용법의 이해에 유용하다.

1) 층 강성 개념에 의한 B2 계수의 산정

주어진 기둥 단부 조건에 의하여 위 골조의 횡 강성은 기둥 AB에 의해서만 제공되므로

$\sum H = Q$ 일 때, $\Delta_{oh} = \frac{QL^3}{3EI}$ 가 된다. 따라서 층 강성 개념에 의한 B2 계수는 다음과 같다.

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_r \Delta_{oh}}{0.85 \sum HL}} = \frac{1}{1 - \frac{(2P) \frac{QL^3}{3EI}}{0.85 QL}} = \frac{1}{1 - \frac{(\frac{2P}{0.85 \times 3}) \pi^2}{(\frac{\pi^2 EI}{L^2})}} = \frac{1}{1 - 7.8 \frac{P}{P_e}}$$

2) 층 좌굴 개념에 의한 B2 계수의 산정

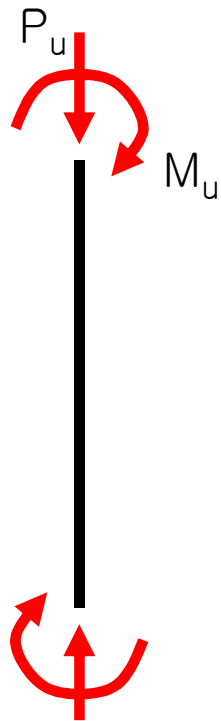
위 골조에서 횡 변위가 수반되는 기둥 AB의 유효좌굴길이 계수(K)는 캔틸레버 기둥의 좌굴길이 계수인 $K=2.0$ 이다. 기둥 CD의 경우는 양단힌지 집합이므로 $K=\infty$ 로 볼 수 있으므로 $P_e=0$ 이다(실제로 CD기둥은 소위 의지기둥, 즉 leaning column이다). 따라서 층 좌굴 개념에 의한 B2 계수는 다음과 같다.

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_r}{\sum P_e}} = \frac{1}{1 - \frac{2P}{[\frac{\pi^2 EI}{(2L)^2]}} = \frac{1}{1 - \frac{8P}{(\frac{\pi^2 EI}{L^2})}} = \frac{1}{1 - 8.0 \frac{P}{P_e}}$$

**"7.8 대 8.0"
비슷!**

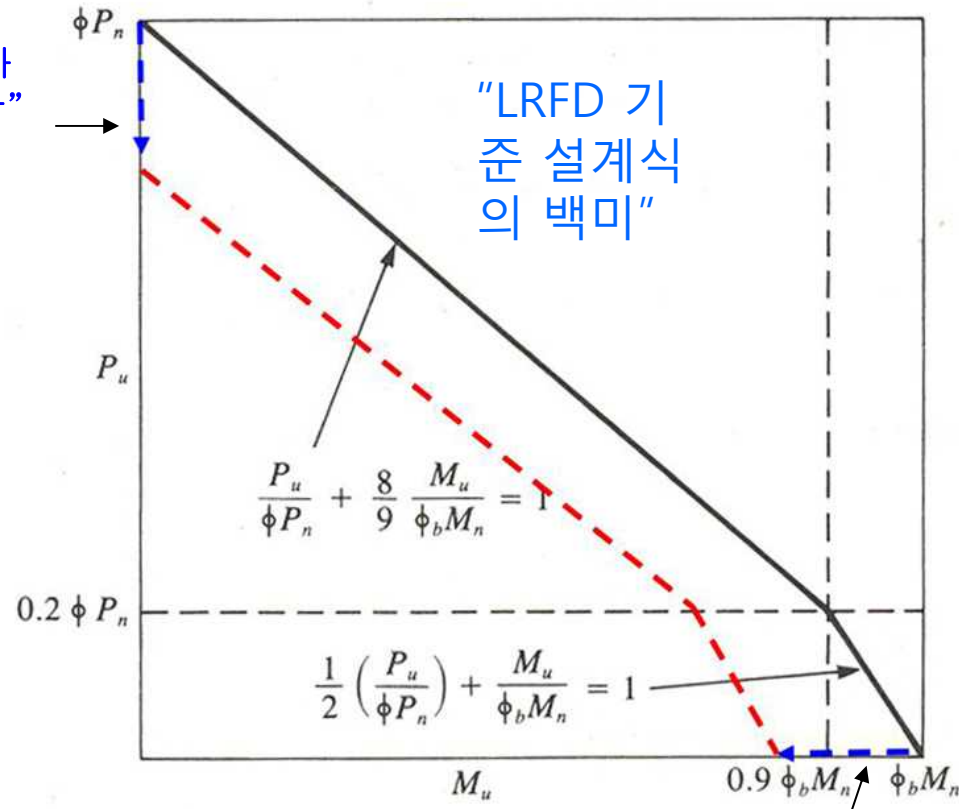
일반적으로 두 접근법이 완전히 동일한 결과를 주지는 않지만 대체적으로 거의 유사한 결과가 얻어진다.

Beam-Column Design Equation (P-M Interaction Curve)



“유효좌굴길이가 클수록 강도저감”
(최대상한 P_y)

“P, M: 모두 재축응력 유발
(interaction 발생)”



“FLB, WLB, LTB를 고려하여 강도저감”
(최대상한 M_p)

* 강구조물의 설계: 8장. 조합력을 받는 부재

0703 골조의 안정성

(per 2015 KBC/2010 AISC)

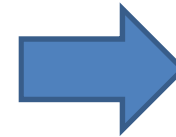
0703.1 안정설계 요구조건

0703.1.1 일반요구조건

구조물설계 시 전체구조물과 각 구조부재의 안정성을 확보하여야 한다. 이를 위해 전체구조물과 각 구조부재의 안정성에 영향을 미치는 2차효과($P-\Delta$, $P-\delta$ 효과), 휨, 전단, 축방향 변형과 구조물에 변위를 발생시킬 수 있는 모든 변형, 기하학적 불완전성, 비탄성에 기인한 강성감소, 강성과 강도의 불확실성 등이 고려되어야 하며, 모든 하중종속 효과들은 한계상태설계법의 하중조합에 따른 설계하중에 의해 계산되어야 한다.

상기의 사항들을 고려할 수 있는 어떠한 합리적인 안정설계법도 사용 가능하며, 이 절의 2차해석법 및 1차해석법과 0721 「직접 해석법」은 이러한 요구조건을 만족한다.

구조물 비탄성해석시에는 0716 「비탄성해석 및 설계」를 만족하여야 한다.



“뒤에서 상세히 취급”

0703.1.2 구조시스템 안정설계 요구조건

횡적 안정을 위하여 모멘트골조, 가새골조, 전단벽 또는 횡방향 하중저항구조시스템 등을 사용한다. 횡방향변위의 전도효과와 중력하중의 불안정화 효과를 고려하여야 한다. 또한, 골조구조 시스템 요소간의 힘의 전달 및 하중분산도 고려하여야 한다. 가새골조 및 전단벽구조시스템, 모멘트골조구조시스템, 중력골조 구조시스템과 기타 혼합시스템은 다음의 규정 사항을 만족하여야 한다.



“건물의 유효 횡안정요소를 언급”

0703.1.2.1 가새골조 및 전단벽시스템

대각선가새나 전단벽 또는 이와 유사한 수단에 의해서 횡적안정이 되는 구조에서는 압축재에 대한 유효좌굴길이계수 K 를 1.0으로 한다. 다만, 구조해석에 의해 1.0보다 작은 값을 적용할 수 있다. 가새골조에서는 기둥, 보 및 사재는 단순접합된 것으로 설계할 수 있다.



“가새골조(braced frame)의 K 는 이론적으로 1.0을 넘을 수 없음; 보수적으로 1.0”_ 국내 일반건물 대부분?

0703.1.2.2 모멘트골조시스템

접합된 보와 기둥의 휨강성에 의해 횡적 안정이 되어 있는 골조에서는 보 및 보-기둥에 대한 유효좌굴길이계수 K 또는 탄성 좌굴응력 F_e 는 안정설계법에 따라 0703.2 또는 0721에 의해 산정한다.



* 골조안정성 설계는 비가새모멘트골조 (unbraced moment frames)를 주대상으로 하는 것임

0703.1.2.3 중력골조시스템

중력골조시스템의 기둥은 실제길이에 근거하여 설계한다($K=1.0$). 다만, 구조해석에 의해 1.0보다 작은 값을 적용할 수 있다. 중력골조시스템의 횡적 안정은 모멘트골조, 가새골조, 전단벽 또는 이와 유사한 횡하중저항시스템에 의해 제공된다. 기둥에 작용하는 연직하중에 의해 발생하는 $P-\Delta$ 효과는 횡하중저항시스템에 전달되며 횡하중저항시스템의 소요강도 산정 시에 고려한다.



“소위 비가새골조(braced frame)로서 직접해석법의 주 적용대상

“중력골조의 기둥= 의지기둥(*leaning column*), destabilizing effect 고려해야_ 모멘트골조에 횡안정성을 의탁하는 경우가 주로 문제가 될 것임”

0703.1.2.4 혼합시스템

모멘트골조, 가새골조, 전단벽, 중력골조시스템 등의 혼합시스템의 부재, 접합부 또는 기타 요소의 해석 및 설계는 그 각각의 구조시스템의 기준에 따른다.

0703.2 안정설계법

전층의 2차형변위 대 1차형변위의 비가 1.5이하인 구조물의 부재, 접합부 또는 기타요소의 소요강도 및 설계강도는 0703.2.1 또는 0703.2.2의 방법이나 0721 「직접해석법」에 의해 산정할 수 있다. 그러나 일부 층이라도 2차형변위 대 1차형변위의 비가 1.5를 초과하는 구조물의 부재, 접합부 또는 기타요소의 소요강도 및 설계강도는 0721 「직접해석법」에 의해 산정한다.



$$\Delta_{2nd} / \Delta_{1st}$$

$$\approx B_2$$

“대략 B2”

0703.2.1과 0703.2.2의 기준에 따른 안정설계 시에는 아래의 조건을 따른다.

- (1) 해석은 0702.3.3에 있는 설계 및 하중기준에 따라 수행한다.
- (2) 구조물의 모든 요소는 공칭형상 및 공칭탄성강성을 사용하여 해석한다.

0703.2.1 2차해석법(유효길이법)

0703.2.1.1 적용범위

2차해석에 의한 안정설계는 구조물이 기초적으로 수직기둥, 벽체 또는 골주에 의해 중력하중을 지지하고 전층의 2차형변위 대 1차형변위의 비가 1.5 이하인 모든 유형의 가새골조, 모멘트골조, 혼합골조시스템에 적용 가능하다.

0703.2.1.2 소요강도 산정

2차해석에 의해 소요강도가 결정되는 경우에는

- (1) 2차해석과 관련된 사항은 0703.3과 0721.2.1(3)을 만족해야 한다.
- (2) 2차해석 시 모든 중력하중조합에 최소형하중 $0.002Y_i$ 를 포함시켜 구조물의 각층에 적용하여야 한다. 여기서, Y_i 는 하중조합에 의한 i 층에 작용하는 설계중력하중이다. 최소형하중은 서로 직각인 두 방향에 대해 각각 고려하여야 하며, 0721.2.2.2(2), (3)의 가상하중 적용 사항을 따른다.

“B2 > 1.5이면 직접해석법을 적용 --> 층중력하중이 층좌굴하중의 1/3을 초과할 때_ 기하학적 비선형 거동의 증대로 B1 및 B2에 의한 중첩법 정확도 회의적 ”

3가지 안정성 해석법

1. **직접해석법(DM)**_ 가장 일반적 방법, $DELTA_{2nd}/DELTA_{1st}(\sim B_2)$ 가 1.5를 초과하면 반드시 이 방법을 적용해야_ 0721
2. **유효길이법(ELM)**_ $DELTA_{2nd}/DELTA_{1st}(\sim B_2)$ 가 1.5 이하...
3. **1차해석법(FOM)**_ $DELTA_{2nd}/DELTA_{1st}(\sim B_2)$ 가 1.5 이하이고 축력비(P_r/P_y)가 0.5 이하.....

“좌굴길이 산정도표 적용가능한 구조시스템: 수직기둥, 수직벽체, 수직골조...”

0703.2.1.3 설계강도 산정

각 부재 및 접합부의 설계강도는 0705, 0706, 0707, 0708, 0709의 사항을 만족해야 한다.

가새골조나 전단벽시스템 또는 기타의 구조시스템에서 골조의 횡적안정과 수평하중의 저항이 휨강성에 의존하지 않는 압축부재의 유효좌굴길이계수 K 값은 합리적인 해석에 의해서 더 작은 값이 확인되지 않는 한 1.0으로 적용한다.

이에 해당하지 않는 모멘트골조시스템 또는 기타의 구조시스템에서 휨강성이 골조의 횡적안정과 횡력저항에 기여하는 기동이나 보-기동의 유효좌굴길이계수 K 값 및 탄성좌굴응력 F_y 는 구조물의 횡이동을 고려한 좌굴해석에 의해 산정하여야 한다. 또한 K 값 산정 시에는 기동의 비탄성으로 인한 강성감소 조정이 허용된다.

단, 모든 층에서 1차해석 층간변위에 대한 2차해석 층간변위의 비가 1.1 이하인 경우에 모든 기동의 유효좌굴길이계수 K 를 1.0으로 적용할 수 있다.

기둥과 보의 비지지길이를 정의하기 위해 가새로 거동하도록 설계된 부재는 가새절점에서의 부재이동을 제어할 수 있도록 충분한 강성과 강도를 가져야 한다.

0703.2.2 1차해석법

0703.2.2.1 적용범위

1차해석에 의한 안정설계는 구조물이 기본적으로 수직기둥, 벽체 또는 골조에 의해 중력하중을 지지하고 전층의 2차횡변위 대 1차횡변위의 비가 1.5 이하이고 휨강성이 구조물의 횡적 안정에 기여하는 모든 부재의 소요압축강도가 다음의 제한조건을 만족하는 모든 유형의 가새골조, 모멘트골조, 혼합골조시스템에 적용가능하다.

$$P_r \leq 0.5P_y \quad (0703.2.1)$$

여기서, P_r : 소요압축강도, N

P_y : 부재의 항복압축강도(= AF_y), N

0703.2.2.2 소요강도산정

소요강도는 아래의 조건을 적용한 1차해석에 의해 결정할 수 있다.

(1) 모든 하중조합은 다음과 같이 구조물의 각 층에 다른 하중

3가지 안정성 해석법

1. 직접해석법_ 가장 일반적 방법, $DELTA_{2nd}/DELTA_{1st}(\sim = B_2)$ 가 1.5 를 초과하면 반드시 이 방법을 적용해야_ 0721
2. 유효길이법_ $DELTA_{2nd}/DELTA_{1st}(\sim = B_2)$ 가 1.5 이하...
3. 1차해석법(FOM)_ $DELTA_{2nd}/DELTA_{1st}(\sim = B_2)$ 가 1.5 이하이고 축력비(P_r/P_y)가 0.5 이하.....



과 함께 조합되는 추가적인 횡하중 N_i 를 포함한다.

$$N_i = 2.1(\Delta/L)Y_i \geq 0.0042Y_i \quad (0703.2.2)$$

여기서, Y_i : 하중조합에 의한 i 층에 작용하는 중력하중, N
 Δ/L : 구조물의 모든 층에 대한 L 에 대한 Δ 의 비
 중에서 최대값

Δ : 설계하중조합에 의한 1차해석 층간변위, mm.
 평면상의 위치에 따라 Δ 값이 변하는 경우에는
 연직하중에 비례하는 가중평균변위로 하거나 최
 대변위로 한다.

L : 층고, mm

추가적인 횡하중은 서로 직각인 두 방향에 대해 각각 고려하
 며, 각층의 중력하중분포와 유사한 형태로 적용하여야 한다.
 또한 불안정효과가 가장 커지는 방향으로 적용하여야 한다.

(2) 횡방향으로 구속된 보-기둥 모멘트증폭은 0703.3.2의 증폭계
 수 B_1 을 사용하여 전체 부재모멘트에 고려하여야 한다.

0703.2.2.3 설계강도 산정

각 부재 및 접합부의 설계강도는 0705, 0706, 0707, 0708, 0709의
 사항을 만족해야 한다. 또한, 1차해석법에 의한 설계강도 산정 시
 모든 압축부재의 유효좌굴길이계수 K 는 1.0으로 하여야 한다.
 기둥과 보의 비지지길이를 정의하기 위해 가새로 거동하도록 설
 계된 부재는 가새결점에서의 부재이동을 제어할 수 있도록 충분
 한 강성과 강도를 가져야 한다.

* 최소 0.42% 이상으로 가상하중을 증가시켜 적용하
 여 **1차해석** 과정에 2차효과 근사적으로 반영하여
 demand 산정

* $K=1.0$ 사용

* 보수적으로 총모멘트에 대해 B1 계수 적용(대부분
 1.0임)



* 가중평균 = 8.72
 * 최대값 = 30.5
 "차이 심대!"

$$\Delta_{LW} = [-20.3mm(66.7kN) + 30.5mm(88.9kN)] / (66.7kN + 88.9kN) = 8.72mm$$

0703.3 2차해석방법

1) 해석소프트웨어의 P-delta/P-Delta 기능 활용

0703.3.1 일반2차탄성해석

$P-\Delta$ 와 $P-\delta$ 효과를 모두 고려할 수 있는 어떠한 2차탄성해석
 방법도 사용할 수 있다.

유효길이법 또는 직접해석법 적용시 기하학적 비
 선형에 의한 모멘트증폭 효과를 어떻게 처리할 것
 인가?

1. 유효길이법_ 일반2차탄성해석(해석소프트웨어
 의 P-delta/P-Delta 기능 활용) 또는 B1/B2법
2. 직접해석법_ 일반2차탄성해석(해석소프트웨어
 의 P-delta/P-Delta 기능 활용)



가새골조, 모멘트골조 및 혼합골조에 대하여는 0703.3.2에 정의되어 있는 증폭1차탄성해석방법으로 2차탄성해석을 대신할 수 있다.

M_{it} : 골조의 횡변위에 의해 유발된 1차휨모멘트, N·mm
 P_r : 소요2차축강도, N
 P_{nt} : 골조의 횡변위가 구속되었을 때의 1차축력강도, N
 P_{it} : 골조의 횡변위에 의해 유발된 1차축력강도, N
 B_1 : $P-\delta$ 효과를 고려하기 위한 증폭계수
 B_2 : $P-\Delta$ 효과를 고려하기 위한 증폭계수

(1) B_1 계수 산정

압축력을 받는 부재의 B_1 은 1차해석에 따라 산정된 $P_r (= P_{nt} + P_{rt})$ 에 의하여 계산할 수 있다.

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - P_r/P_{c1}} \geq 1 \quad (0703.3.2)$$

여기서, C_m : 골조의 횡변형이 발생하지 않을 때의 계수이며, 다음과 같이 산정한다.

- ① 평면상의 지지점 사이에 횡하중이 작용하지 않는 보-기둥

$$C_m = 0.6 - 0.4(M_1/M_2) \quad (0703.3.3)$$

위 식에서 1차해석에서 계산된 M_1 과 M_2 는 각각 절대값이 작은 모멘트와 큰 모멘트이다. 부재가 복곡률로 변형할 때는 M_1/M_2 부호는 양(+)이며, 부재가 단곡률로 변형할 때는 음(-)으로 한다.

- ② 지지점 사이에 횡하중이 작용하는 보-기둥 부재에서는 C_m 은 해석에 의해 산정하거나 모든 경우에 있어 안전측으로 1.0으로 할 수 있다.

P_{c1} : 횡방향으로 구속된 부재의 휨평면에 대한 탄성좌굴저항

$$P_{c1} = \frac{\pi^2 EI^*}{(K_1 L)^2} \quad (0703.3.4)$$

EI^* : 직접해석법이 사용되는 경우 $0.8r_y EI$ 적용
 그 이외의 경우 EI 적용

E : 강재의 탄성계수 = 205,000MPa
 I : 휨평면에 대한 단면2차모멘트, mm⁴
 K_1 : 횡방향으로 구속된 골조에 대해 산정한 휨평면에 대한 유효좌굴길이계수로 해석에 의해 더 작은 값의 사용이 확인되지 않은 경우 1.0 적용
 L : 부재의 길이, mm

(2) B_2 계수 산정

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\Sigma P_{nt}}{\Sigma P_{e2}}} \geq 1 \quad (0703.3.5)$$

여기서, ΣP_{nt} : 횡력저항요소가 아닌 기둥재의 하중을 포함한 해당 층의 모든 중력하중의 합, N

ΣP_{e2} : 횡방향으로 구속되지 않은 골조의 좌굴해석에 의해 산정한 해당 층의 탄성좌굴강도의 합

$$\Sigma P_{e2} = R_M \frac{\Sigma H L}{\Delta_H} \quad (0703.3.6)$$

R_M : 1.0 가새골조시스템

기타골조시스템 $(1 - 0.15(P_{mf}/\Sigma P_{nt}))$

P_{mf} : 모멘트 골조에 해당하는 기둥재에 작용하는 해당 층의 모든 수직하중의 합, N

L : 층고, mm

Δ_H : 횡하중에 의한 1차층간변위, mm. 구조물의 평면상 위치에 따라 Δ_H 값이 변하는 경우에는 연직하중에 비례하는 가중평균변위로 하거나 최대변위로 하며, 직접해석법이 적용된 경우 감소된 강성을 적용하여 계산한다.

ΣH : Δ_H 를 계산하는데 사용되는 횡하중에 의한 층전단력, N

2) B1/B2법

0703.3.2 증폭1차탄성해석에 의한 2차해석

횡하중저항구조시스템 부재의 소요휨강도 및 소요축강도를 산정하는 근사적 2차해석 순서는 다음과 같다. 소요2차휨강도 M_r 과 소요2차축강도 P_r 은 다음과 같이 산정된다.

$$M_r = B_1 M_{nt} + B_2 M_{it} \quad (0703.3.1a)$$

$$P_r = P_{nt} + B_2 P_{it} \quad (0703.3.1b)$$

여기서, M_r : 소요2차휨강도, N·mm

M_{nt} : 골조의 횡변위가 구속되었을 때의 1차휨모멘트, N·mm

3가지 안정성 해석법

1. **직접해석법(DM)**_ 가장 일반적 방법, $DELTA_{2nd}/DELTA_{1st}(\sim = B_2)$ 가 1.5를 초과하면 반드시 이 방법을 적용해야_ 0721
2. **유효길이법(ELM)**_ $DELTA_{2nd}/DELTA_{1st}(\sim = B_2)$ 가 1.5 이하 ...
3. **1차해석법(FOM)**_ $DELTA_{2nd}/DELTA_{1st}(\sim = B_2)$ 가 1.5 이하 이고 축력비(P_r/P_y)가 0.5 이하.....

어느 때 "*P-Delta Only*" 해석만 허용되는가?
(소프트웨어적으로 P-delta효과 반영이 더 까다로움)_ 복잡하고 구차스러움....

"뒤의 예제 참조"

0721 직접해석법

0721.1 적용 범위

직접해석법에 의한 안정설계는 모든 유형의 구조물에 적용 가능하다.

0721.2 소요강도 산정

직접해석법을 적용한 안정설계시 구조요소의 소요강도 산정을 위해 수행되는 구조해석은 0721.2.1을 만족해야 하며, 0721.2.2와 0721.2.3의 내용을 포함하여야 한다.

0721.2.1 해석요구조건

직접해석법에 적용되는 구조해석은 아래의 조건을 만족해야 한다.

(1) 구조해석은 휨, 전단 그리고 축력에 의한 변형과 구조물의 변위에 영향을 주는 모든 요소 및 접합부의 변형을 고려해야 하며, 0721.2.3에 명시된 바와 같이 구조물의 안정성에 기여한다고 판단되는 모든 강성의 감소를 포함해야 한다.

(2) 구조해석은 $P-\delta$ 와 $P-\Delta$ 효과를 모두 고려할 수 있는 2차해석이어야 하며, 이를 위해 0703.3의 2차해석방법 중 하나를 선택할 수 있다. 단, 구조물이 기본적으로 수직기둥, 벽체 또는 골조에 의해 중력하중을 지지하고 한계상태설계법의 하중조합에 따른 설계하중과 0721.2.3의 강성 조정을 고려한 구조해석 결과에 따른 전층의 2차형변위 대 1차형변위의 비가 1.7 이하이며, 골조의 이동이 고려되는 방향의 모멘트 골조에 속한 기둥에 의해 구조물의 총 중력하중의 1/3 이내가 지지되는 경우에는 $P-\delta$ 효과를 해석에서 무시할 수 있다. 하지만 어떠한 경우에도 압축과 휨을 받는 개별 부재의 평가 시에는 $P-\delta$ 효과를 고려해야 한다.

(3) 구조해석 시에 횡의존기둥 및 횡력저항시스템이 아닌 요소의 하중 등을 포함한 구조물의 안정성에 영향을 미칠 수 있는 모든 중력하중과 기타 작용 하중들을 고려해야 한다.

개정



초기변형의 고려_시공수직도오차(out of plumbness)의 반영

- 1) 직접모델링_ “번거로우나 가상하중 적용 판단이 어려울 경우 좋은 우회수단”
- 2) “가상하중”(Notional Load) 적용

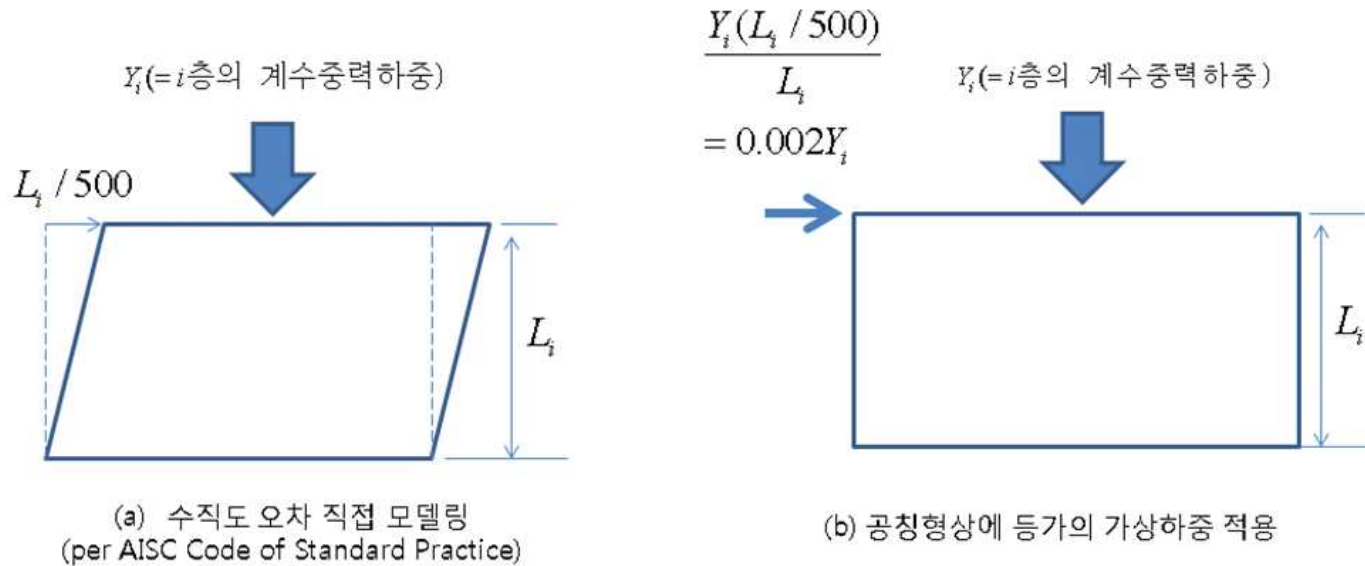


그림. 수직도 시공오차를 감안한 기하학적 불완전(out of plumbness) 모델링 옵션

직접해석법의 요체

0721.2.2 초기변형 고려

0721.2.2.1 초기변형 직접 모델링

모든 유형의 구조물에 초기변형의 영향을 고려하기 위해 구조해석 시에 초기변형을 직접 모델링에 반영하여 해석할 수 있다. 구조물은 부재들이 만나는 절점을 공칭위치에서 이동시켜 해석하며, 초기변형의 크기는 **허용시공오차들** 감안한 설계에서 고려되는 최대값으로 하고 **초기변형의 형상은 불안정효과를 최대화**시킬 수 있도록 정한다.

구조해석시 구조물이 기본적으로 수직기둥, 벽체 또는 골조에 의해 중력하중을 지지하고 한계상태설계법의 하중조합에 따른 설계하중과 0721.2.3의 강성 조정을 고려한 구조해석의 결과에서 **최대1차횡변위에 대한 최대2차횡변위의 비가 모든 층에서 1.7 이하일 경우** 직접 모델링에 의한 초기변형의 고려는 중력하중만의 하중조합에 적용하고 수평하중이 적용된 하중조합에는 적용하지 않을 수 있다.

0721.2.2.2 가상하중 적용

구조물이 기본적으로 수직기둥, 벽체 또는 골조에 의해 중력하중을 지지하는 경우에는 다음의 가상하중을 적용하여 초기변형을 고려할 수 있다. 가상하중은 공칭형상을 기준으로 한 구조모델에 적용되어야 한다.

(1) 가상하중은 수평하중 형태로 전층에 적용해야 한다. 그리고 가상하중은 다른 수평하중에 추가하여 적용하며 모든 하중조합에 적용되어야 한다. 단, 한계상태설계법의 하중조합에 따른 설계하중과 0721.2.3의 강성 조정을 고려한 구조해석 결과에 따른 전층의 2차횡변위 대 1차횡변위의 비가 1.7 이하인 경우에는 가상하중을 중력하중만의 하중조합에만 적용하고 수평하중이 적용된 하중조합에는 적용하지 않을 수 있다. 가상하중의 크기는 아래와 같이 구한다.

$$N_i = 0.002 Y_i \quad (0721.2.1)$$

여기서, N_i : i 층에 적용된 가상하중, N

Y_i : i 층에 적용된 하중조합에 의한 중력하중, N

(2) 각층에 적용되는 가상하중은 각층의 중력하중분포와 유사한 형태로 적용되어야 하며, 불안정효과를 최대화시키는 방향으로 적용되어야 한다.

(3) 가상하중계수 0.002는 초기의 층수직도 오차를 1/500로 가정

1. "Initial geometric imperfection" (시공수직도 오차) 모델링 방법_ 직접모델링 대 가상하중"

2. 축력비에 따른 강성조정_ 기둥의 tangent modulus 비탄성좌굴 이론으로 설명 가능

3. 강도평가 (K= 1.0)

First principle:

"초기변형 직접입력"이든 "가상하중"에 의하든 수직도 오차에 의한 불안정효과가 최대로 되도록

1) 기본적으로 가상하중은 모든 하중조합에 불안정효과가 최대화 되도록 "additive"하도록 추가하여 적용해야



- 중력하중 조합: 건물 주축 2방향에 대해 독립적으로 검토
- 횡력이 포함되는 조합에서 횡력의 작용방향과 일치시켜서 가상하중 적용

2) 강성조정을 반영한 B2효과가 1.7 이하이면 중력하중에만 가상하중 적용가능



"의지기둥을 잘 활용치 않은 국내 관행상 대부분 1.7이하일 것임"

직접해석법의 요체

1. "Initial geometric imperfection" (시공수직도 오차) 모델링 방법_ 직접모델링 대 가상하중"
2. **축력비에 따른 강성조정_ 기둥의 tangent modulus 비탄성좌굴 이론으로 설명 가능**
3. 강도평가 (K= 1.0)

0721.2.3 강성조정

소요강도 산정을 위한 구조해석시 다음과 같은 감소된 강성을 적용해야 한다.

(1) 구조물의 안정성에 기여한다고 판단되는 모든 부재의 강성에는 감소계수 0.8을 적용해야 한다. 또는 구조물의 모든 강성에 감소계수 0.8을 적용할 수도 있다.

(2) 휨강성이 구조물의 횡방향 안정성에 기여한다고 판단되는 모든 부재의 휨강성에는 다음의 추가감소계수 τ_b 를 적용한다.

$$\tau_b = 1.0 : P_r/P_y \leq 0.5 \text{인 경우}$$

$$= 4(P_r/P_y)[1 - (P_r/P_y)] : P_r/P_y > 0.5 \text{인 경우}$$

(0721.2.2)

$$P_r = \text{소요압축강도, } N$$

$$P_y = AF_y, \text{ 부재의 항복압축강도, } N$$

(3) 0721.2.2.2 가상하중이 적용된 구조물에서 $0.001 Y_f$ 의 가상하중을 모든 층과 모든 하중조합에 추가하면, $P_r/P_y > 0.5$ 인 경우에도 τ_b 값을 산정하는 대신 모든 부재에 1.0을 사용할 수 있다. 추가적인 가상하중 $0.001 Y_f$ 는 0721.2.2.2의 (2)와 같은 방법으로 가력되어야 하며 2차횡변위 대 1차횡변위의 비와 관계없이 모든 하중조합에 추가되어 적용되어야 한다.

(4) 강재 이외의 구조재료가 골조의 안정성에 기여할 경우에 관련 구조재료의 구조기준에서 0721.2.3보다 더 큰 강성감소를 요구할 경우 해당 부재에 이를 적용할 수 있다.

0721.3 설계강도 산정

직접해석법을 적용한 안정설계에서 각 부재 및 접합부의 설계강도는 0705, 0706, 0707, 0708, 0709의 사항을 만족해야 하며, 모든 부재의 유효길이계수는 합리적인 해석에 의해 더 작은 값의 사용이 확인되지 않는 경우 1.0을 사용하여 설계강도를 산정할 수 있다.

비탄성거동에 의한 강성저하의 반영

: 축력레벨(P_r/P_y)에 따른 비탄성효과를 휨강성 저감을 통해 반영

직접해석법 적용을 위한 강성조정 관련 사항을 요약하면 다음과 같다:

(1) 구조물의 안정성에 기여한다고 판단되는 모든 부재의 강성에는 감소계수 0.8을 적용해야 한다($EA^* = 0.8EA$, $EI^* = 0.8EI$). 또는 구조물의 모든 강성에 감소계수 0.8을 적용할 수 있다.

(2) 휨강성이 구조물의 횡방향 안정성에 기여한다고 판단되는 모든 부재의 휨강성은 다음의 추가감소계수 τ_b 를 적용한다.

$$P_r/P_y \leq 0.5 \text{인 경우: } \tau_b = 1.0$$

$$P_r/P_y > 0.5 \text{인 경우: } \tau_b = 4(P_r/P_y)[1 - (P_r/P_y)]$$

여기서,

P_r = 소요압축강도, N

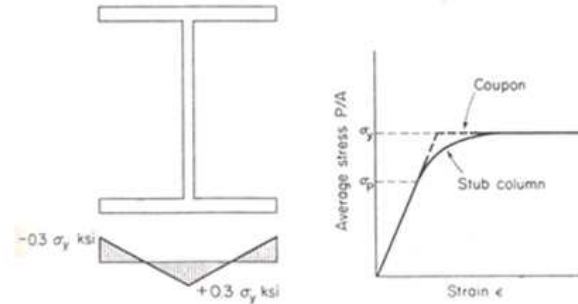
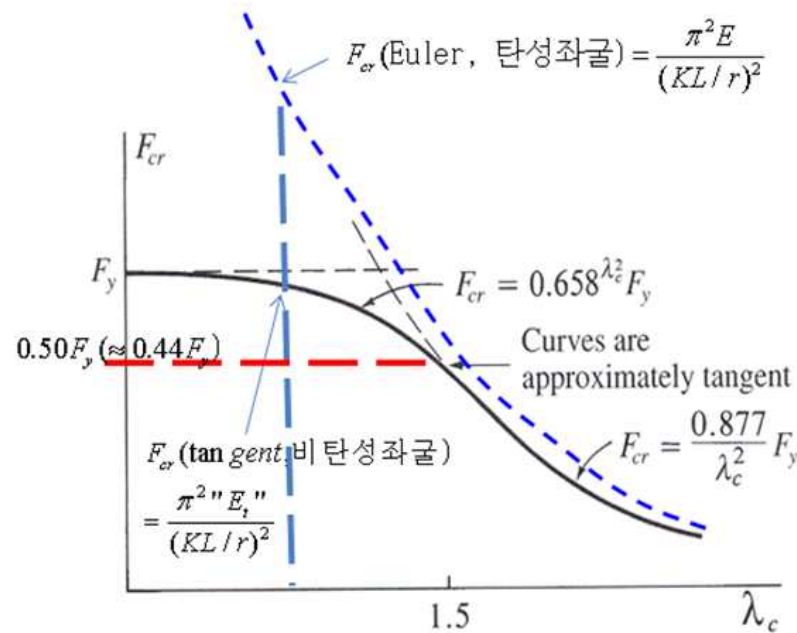
$P_y = AF_y$, 부재의 항복압축강도, N

$$(0.80)(\tau_b)(EI) \quad (4.10)$$

근거?

$$E_t I y'''' + P y = 0; P_{cr} = \frac{\pi^2 E_t (P_{cr}) I}{L^2}$$

직접해석법 유효강성 조정계수의 이론적 근거:
비탄성좌굴이론의 정설인 접선계수이론
(tangent modulus theory)에 의해 설명 가능



Note :

"기본" 강성조정계수의 근거

$$"0.80" \approx \frac{(0.90)(0.877)F_{cr}(Euler)}{F_{cr}(Euler)}$$

τ_b (축력비에 따른 "추가" 휨강성 조정계수)

$$= \frac{E_t}{E} = \frac{F_{cr}(\tan\ gent)}{F_{cr}(Euler)} \approx \frac{F_{cr}(\text{code})}{F_{cr}(Euler)}$$

$$= 1.0 \quad \text{for } (P_r / P_y) \leq 0.50$$

$$= 4(P_r / P_y)[1 - (P_r / P_y)] \quad \text{for } (P_r / P_y) \geq 0.50$$

"총휨강성 조정계수" = $(0.80) \tau_b$

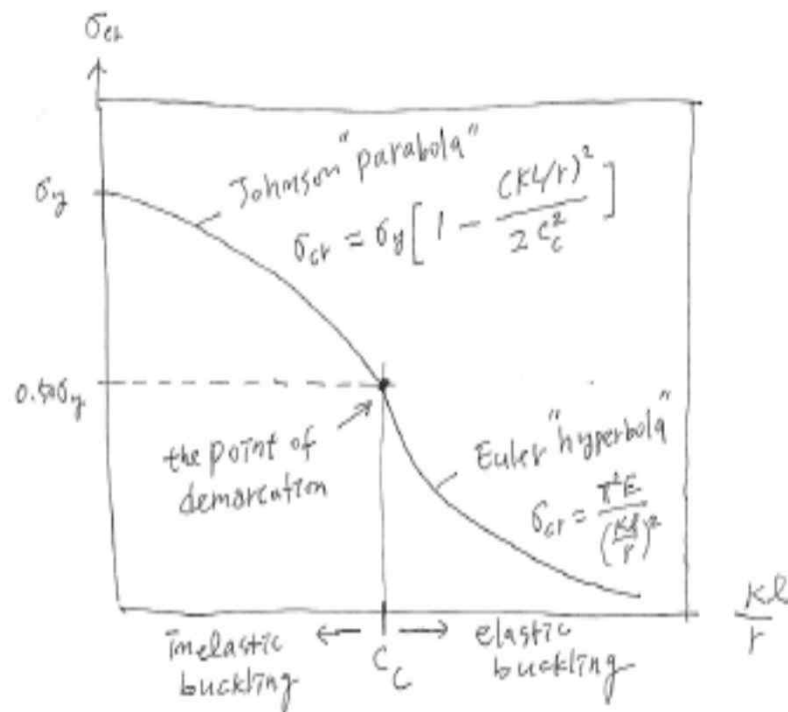
$\therefore (EI)_{eff}$ (=직접해석법 적용을 위한 유효강성)

$$= (0.80) \tau_b (EI)$$

<그림 3.7> 직접해석법 적용을 위한 강성조정계수의 이론적 근거

CRC Curve

Based on the idealized I-shaped columns with linear and parabolic residual stress distributions as well as test results,



$$\sigma_{cr} = \sigma_y - B C_c^2 = 0.5 \sigma_y$$

↑ the point of demarcation
 between inelastic and elastic
 behavior (σ_r and imperfection)

$$\therefore B = \frac{1}{2C_c^2}$$

$$0.5 \sigma_y = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{kL}{r}\right)^2} = \frac{\pi^2 E}{C_c^2}$$

$$\therefore C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{\sigma_y}}$$



τ_b "tau_b"의 유도

CRC(ASD)비탄성좌굴강도식(=Johnson's Parabola)

$$\begin{aligned} \sigma_{cr}(inelastic) &= \sigma_y \left[1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2} \right] \\ &= \sigma_y \left[1 - \frac{(KL/r)^2}{2\left(\frac{2\pi^2 E}{\sigma_y}\right)} \right] = \sigma_y \left[1 - \frac{\sigma_y}{4\frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2}} \right] \\ &= \sigma_y \left[1 - \frac{\sigma_y}{4\sigma_e} \right] \end{aligned}$$

$$\sigma_{cr}(inelastic) = \sigma_y \left[1 - \frac{\sigma_y}{4\sigma_e} \right]$$

$$\frac{\sigma_{cr}(inelastic)}{\sigma_y} = \left[1 - \frac{\sigma_y}{4\sigma_e} \right]$$

$$\frac{A\sigma_{cr}(inelastic)}{A\sigma_y} = \left[1 - \frac{1}{4} \frac{A\sigma_y}{A\sigma_{cr}(inelastic)} \times \frac{\sigma_{cr}(inelastic)}{\sigma_e} \right]$$

Note: $\frac{E_t}{E} = \frac{\sigma_{cr}(inelastic)}{\sigma_e} = \tau_b$ per tangent modulus theory

$$\frac{P_r}{P_y} = \left[1 - \frac{1}{4} \frac{P_y}{P_r} \times \tau_b \right]$$

$$\therefore \tau_b = \frac{4P_r}{P_y} \left[1 - \frac{P_r}{P_y} \right]$$

과거 ASD에 사용되던 CRC 비탄성좌굴강도 곡선에 의한 것으로 원래는 현행 기준의 비탄성좌굴강도 곡선에 의하는 것이 일관성이 있음

(1) $\frac{KL}{r} \leq 4.71 \sqrt{\frac{E}{QF_y}}$ 또는 $F_e \geq 0.44QF_y$ 일 경우

$$F_{cr} = Q \left[0.658 \frac{QF_e}{F_y} \right] F_y$$

(0705.7.2)

II. 직접해석법에 의한 강골조 안정성 설계

1. 서언
2. 일반2차탄성해석법 및 벤치마크문제 검증
(소프트웨어기반한 기하학적 비선형 해석법)
3. 유효(좌굴)길이법 대 직접해석법
4. 직접해석법/ 유효좌굴길이법/1차해석법 적용예제
5. 결어

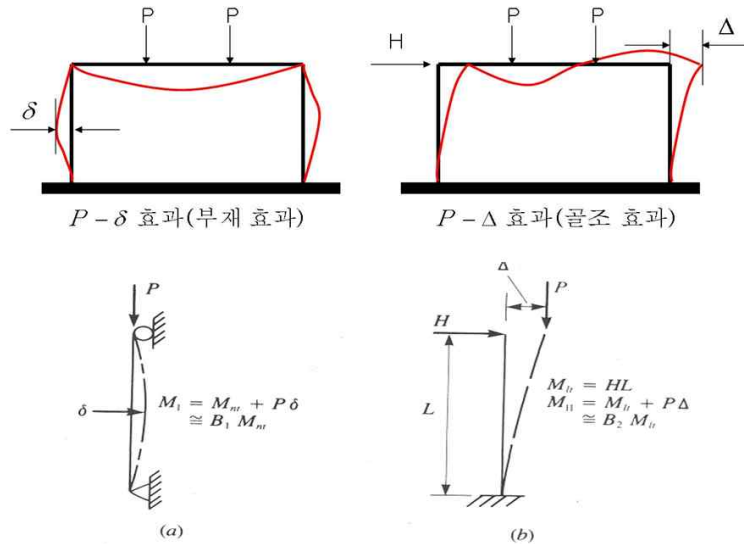
- 실무에서 종종 어려워 하는 부분
- KBC 0703/0721과 주로 상관
- **직접해석법**(0721 KBC 2009 이후 국내에 도입; 사문화 내지는 거의 활용되지 않음)

1. 서언



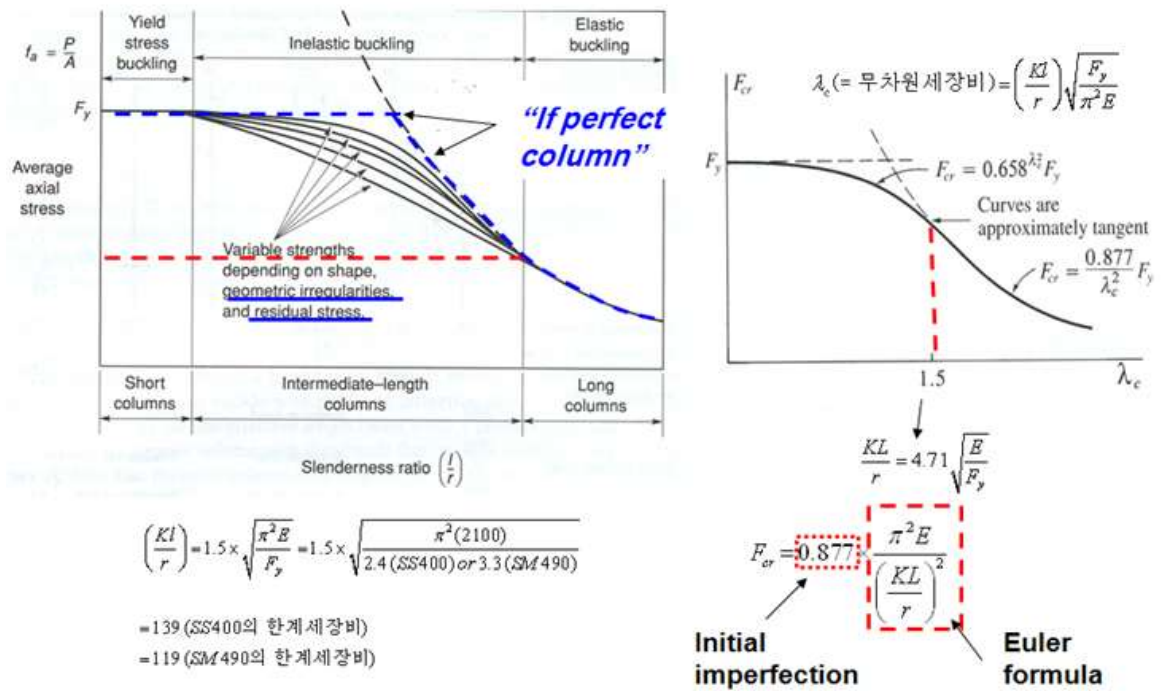
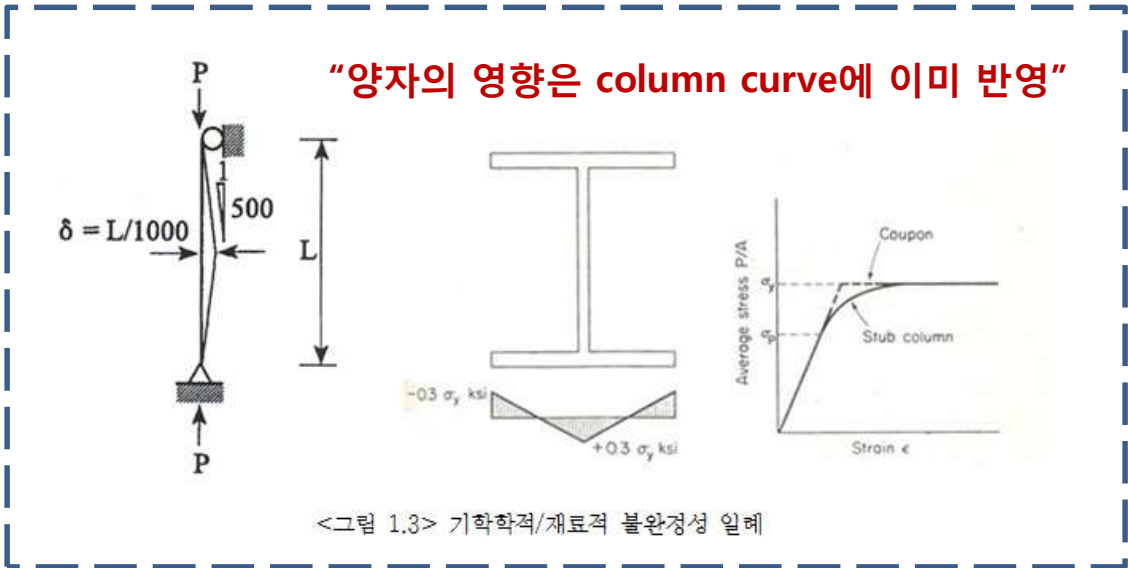
<그림 1.1> 좌굴에 의한 구조물 붕괴 내지는 하자 사례

구조물의 설계 또는 시공시 구조물의 안정성(stability)은 반드시 확보되어야 한다. 특히 세장한 부재로 이루어진 강구조물의 경우는 안정성 설계에 더욱 유의해야 한다(그림 1.1 참고). 강구조물의 안정성 확보에 가장 중요한 요소는, 1) 축력과 모멘트의 상호작용에 의해 발생하는 모멘트증폭 등의 2차효과 ($P-\Delta$; $P-\delta$ 효과, 그림 1.2 참고), 2)제작 및 시공 과정에서 발생하는 수직 및 수평도의 오차(즉 기하학적 불완전성; 초기변형/제작/시공 오차), 3)잔류응력(재료적 불완전성)과 축력의 영향에 따른 조기 부재 강성저하, 그리고 휨, 전단, 축력 등에 의한 변형이 모두 적절히 고려되어야 한다. 이 원칙을 만족하는 해석법은 원칙적으로 어느 것이든 사용될 수 있다.



“골조 안정성(stability)에 미치는 4대 요소 (곧 해석/설계시 고려 사항)”
기하비선형(2차효과)/기하학적 불완전/재료불완전_강성저하/재료비선형(등가강성)

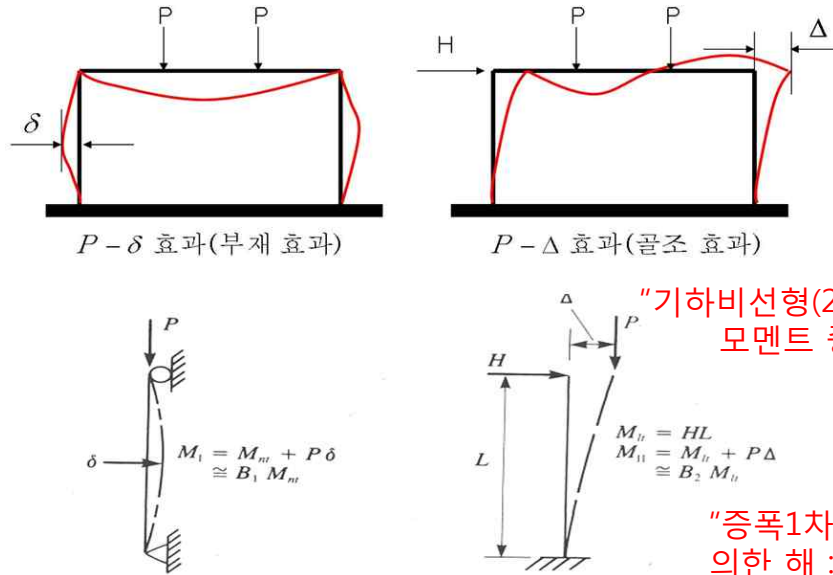
<그림 1.2> 2차효과(기하학적 비선형거동)에 의한 보-기둥(bean-column member) 부재의 모멘트증폭 거동:
 (a) 가새골조(non-sway frame), (b) 비가새골조(sidesway frame)



<그림 1.4> KBC2013 / AISC 2010 기둥 좌굴강도곡선

“전통적 1차해석-B1/B2-K factor approach에 의한 강골조 안정성 설계법”

“증폭1차탄성해석”에 의한 해석(곧, B1-B2계수법)



$$B_1 = \frac{C_m}{1 - (P_r / P_{e1})} \geq 1.0$$

$$B_2 = \frac{1}{1 - \left(\frac{\sum P_{nt}}{\sum P_{e2}} \right)} \geq 1.0$$

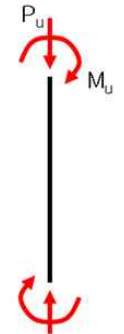
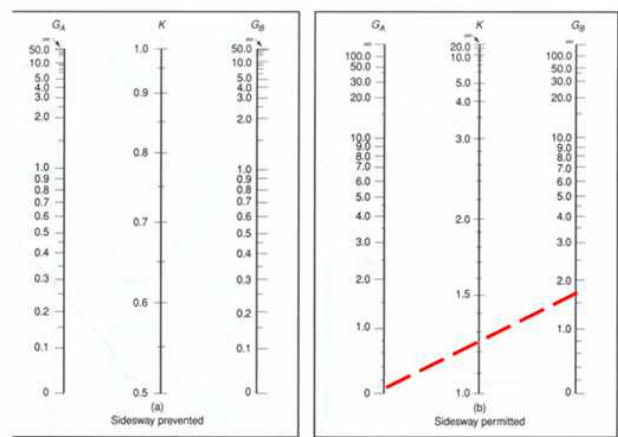
Demand calculation

“근사2차해석법”

“기하비선형(2차효과)-> 모멘트 증폭”

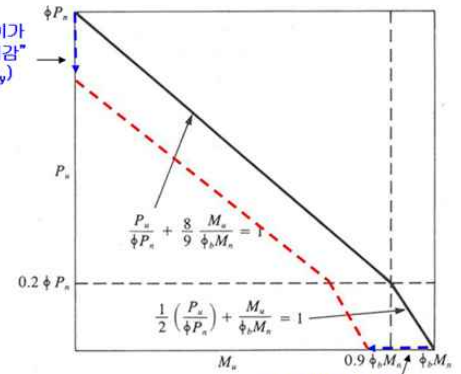
“증폭1차탄성해석”에 의한 해 : B1-B2 계수법

Nomograph or alignment chart



“유효좌굴길이와 클수축강도저감 (최대상한Pu)”

“P, M: 모두 재축응력 유발; interaction 발생; 모멘트증폭 등 기하학적 비선형 거동을 반영하여 소요응력을 산정해야”



“FLB, WLB, LTB를 고려하여강도저감 (최대상한Mp)”

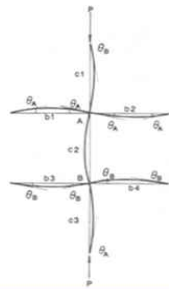
Capacity check (P-M 조합강도 검토)

“골조기둥을 등가의 Euler기둥으로 변환_K factor법”

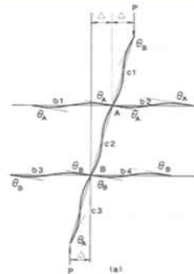
<그림 2.1> 보-기둥 부재의 상호작용 및 P-M 조합강도 평가

K factor approach

“유효좌굴 길이 계산 도표 유도 의 모형(곧 전제)”



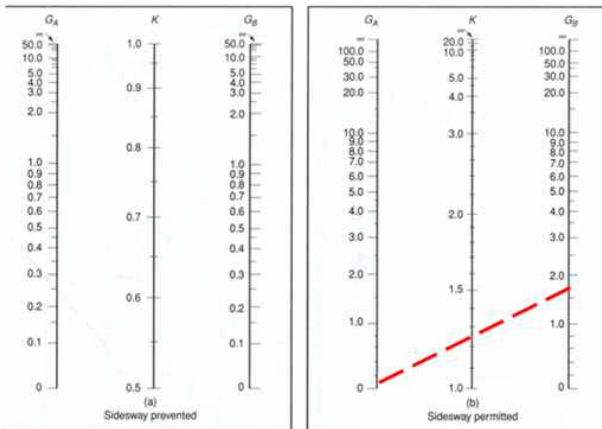
“Braced” frame model (sidesway prevented)



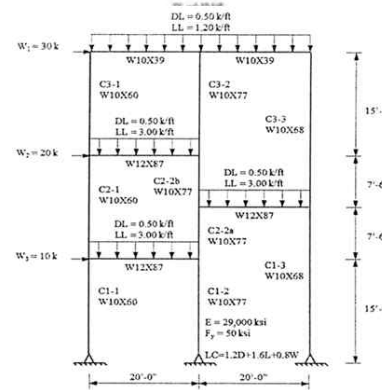
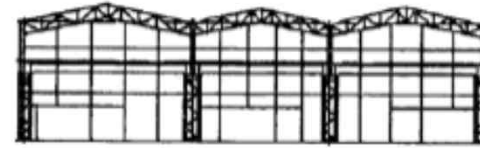
“Unbraced” frame model (sidesway permitted)

“이외에도 정확 성 확보를 위해 서는 많은 전제 조건이 있음”

Nomograph or alignment chart



“왜 직접해석법인가?”



K=?



$$B_2 = \frac{1}{1 - \left(\frac{\sum P_{nt}}{\sum P_{e2}} \right)} \geq 1.0$$

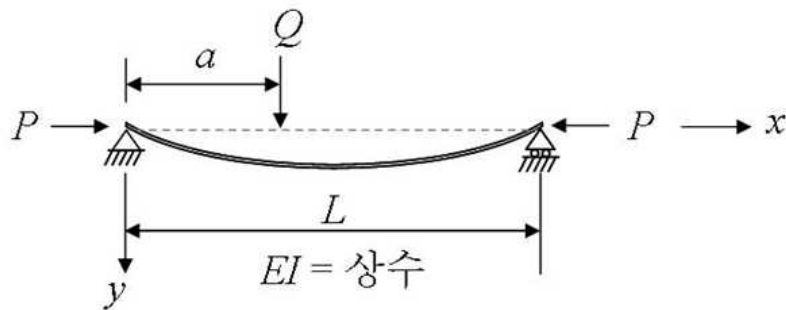
$$\sum P_{e2} = \sum \frac{\pi^2 EI}{(k_2 L)^2} \quad \text{: 층좌굴강도 어떻게 정의??}$$

$$\sum P_{e2} = R_M \frac{\sum HL}{\Delta_H} \quad \text{: 층강성 어떻게 산정??}$$

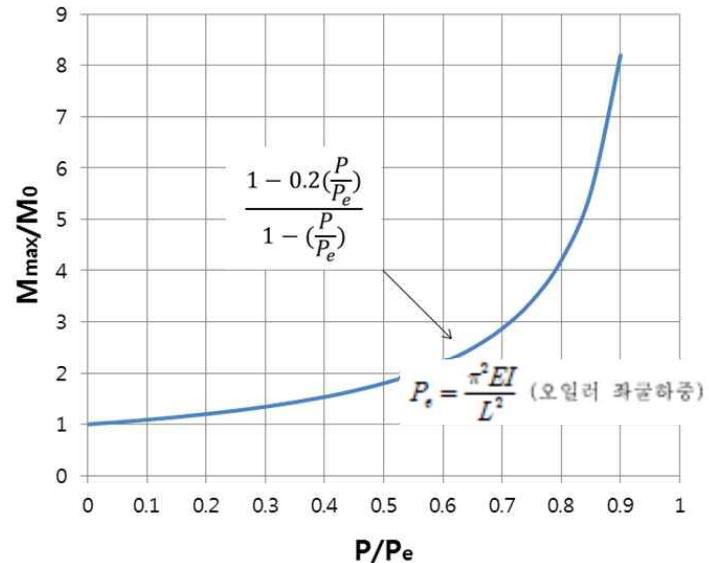
2. 일반2차탄성해석법 및 벤치마크문제 검증 (소프트웨어기반한 기하학적 비선형 해석법)

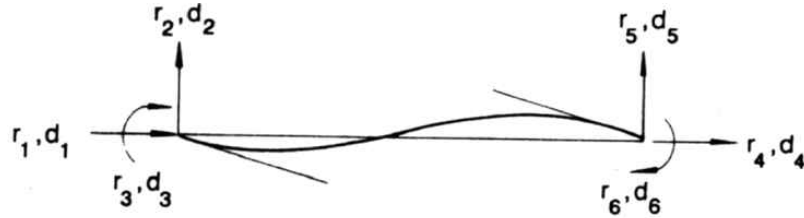
소프트웨어가 지닌 기하학적 비선형해석 능력을 활용하는 방법(second order elastic analysis method)으로 B1/B2 효과가 해석결과에 자동으로 반영되므로 B1/B2 계수를 추가로 산정할 필요가 없어 계산노력이 대폭 절감된다. 또한 아래에서 보듯이 해석모델링에 기하학적 불완전 영향(가령 시공수직도 오차)을 직접 모델링하거나 가상하중 형태로 반영할 수도 있는 장점이 있다.

그러나 아래의 논의에서 보듯이 이 방법을 적용하기 전에 이론해가 알려진 벤치마크문제를 해석하여 사전검증을 통해 소프트웨어의 능력을 확인해야 한다. 본 방법은 기하학적 비선형 해석을 수반하는 것으로, 일반적으로 하중을 증분시켜 가면서 구조물의 변형과 축력효과가 반영된 강성행렬을 토대로 반복법(incremental method)에 의해 연산이 수행된다(아래 그림 2.10~ 2.13 참고). 실무자는 해당 소프트웨어에 내장된 기능을 활용하면 되므로 이 비선형해석법의 구체적 내용을 아는 것이 필수사항은 아니다. 구체적 내용은 전문서적 또는 해당 소프트웨어의 이론매뉴얼을 참고한다.

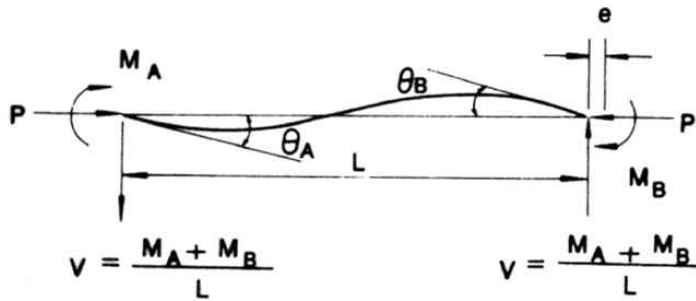


<그림 2.3> 스패내 집중하중을 받는 보-기둥 부재





$$k = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} \frac{A}{I} & 0 & 0 & -\frac{A}{I} & 0 & 0 \\ \frac{12}{L^2} \phi_1 & -\frac{6}{L} \phi_2 & 0 & -\frac{12}{L^2} \phi_1 & -\frac{6}{L} \phi_2 \\ & 4\phi_3 & 0 & \frac{6}{L} \phi_2 & 2\phi_4 \\ & & \frac{A}{I} & 0 & 0 \\ \text{sym.} & & & \frac{12}{L^2} \phi_1 & \frac{6}{L} \phi_2 \\ & & & & 4\phi_3 \end{bmatrix}$$



<그림 2.10> 보-기둥 요소 자유도

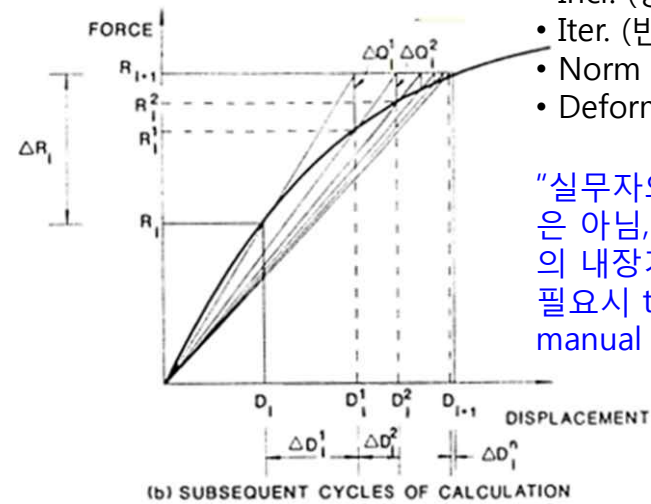
$$k = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} \frac{A}{I} & 0 & 0 & -\frac{A}{I} & 0 & 0 \\ \frac{12}{L^2} & -\frac{6}{L} & 0 & -\frac{12}{L^2} & -\frac{6}{L} \\ & 4 & 0 & \frac{6}{L} & 2 \\ & & \frac{A}{I} & 0 & 0 \\ & & & \frac{12}{L^2} & \frac{6}{L} \\ & & & & 4 \end{bmatrix} \mp \frac{P}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{6}{5} & -\frac{L}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & -\frac{L}{10} \\ \frac{2L^2}{15} & 0 & \frac{L}{10} & -\frac{L^2}{30} \\ & & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{6}{5} & \frac{L}{10} \\ & & & & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix}$$

<그림 2.12> 보-기둥 요소 근사 강성행렬 일레
(두 번째 강성행렬이 선형근사 기하강성행렬)

ϕ	P		
	Compressive	Zero	Tensile
ϕ_1	$\frac{(kL)^3 \sin kL}{12\phi_c}$	1	$\frac{(kL)^3 \sinh kL}{12\phi_t}$
ϕ_2	$\frac{(kL)^2(1 - \cos kL)}{6\phi_c}$	1	$\frac{(kL)^2(\cosh kL - 1)}{6\phi_t}$
ϕ_3	$\frac{(kL)(\sin kL - kL \cos kL)}{4\phi_c}$	1	$\frac{(kL)(kL \cosh kL - \sinh kL)}{4\phi_t}$
ϕ_4	$\frac{(kL)(kL - \sin kL)}{2\phi_c}$	1	$\frac{(kL)(\sinh kL - kL)}{2\phi_t}$

where $\phi_c = 2 - 2 \cos kL - kL \sin kL$ $\phi_t = 2 - 2 \cosh kL + kL \sinh kL$

<그림 2.11> 보-기둥 강성행렬 일레



- Incr. (증분)
- Iter. (반복)
- Norm (수렴)
- Deformed geometry

“실무자의 필수지식은 아님, 소프트웨어의 내장기능을 활용_필요시 theory manual 참조”

<그림 2.13> 기하학적 비선형해석 알고리즘 일레(활선강성법 적용시)

“일반2차탄성해석법” 적용을 위한 상용프로그램 검증 사례

“MIDAS-Gen 및 타사 상용프로그램 활용”

2.4 “일반2차탄성해석법” 적용을 위한 상용프로그램 검증 사례

2.4.1 AISC 벤치마크 문제

AISC에서는 해석소프트웨어의 2차효과 구현여부를 평가하기 위해 그림 2.14, 2.15과 같은 검증예제를 제시하고 있다. 그림 2.14는 가새골조(횡방향이동구속) 등에서 $P-\delta$ 효과에 의한 모멘트 증폭을 구현할 수 있는지를 검증하기 위한 문제이다. 문제에서 보는 것처럼 등분포 스펙하중이 작용한 상태에서 부재에 작용하는 축력의 크기가 0에서 2001kN으로 증가할 때 2차해석에서 얻어진 보-기둥 중앙부의 모멘트 M_{mid} 와 변위 Δ_{mid} 의 이론값을 표로 제시하여 검증에 활용토록 하고 있다. 축력의 크기가 0인 값은 1차모멘트(즉 기하학적 비선형효과를 무시한)에 해당된다. 축력 2001kN 레벨에서는 $43/26= 1.65$ 로서 2차효과에 의해 무려 65%나 증폭이 발생함을 알 수 있다.

추가 벤치마크해석 문제_ AISC Design Guide 25

Case	End Conditions and Loading
1	
2	
3	
4	
5	

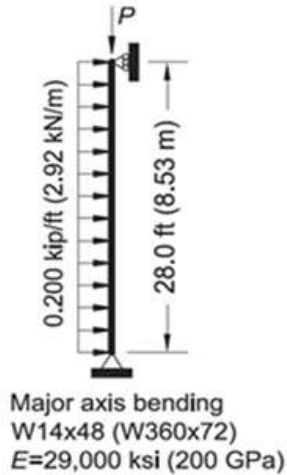
Case	First-Order		P_{cr}	Second-Order	
	Δ	M_1		Δ	M_1
1	$\frac{HL^3}{3EI}$	HL	$\frac{P_{eL}}{4}$	$\frac{HL^3}{3EI} \left[\frac{3(\tan 2u - 2u)}{(2u)^3} \right]$	$HL \left[\frac{\tan 2u}{2u} \right]$
2	$\frac{HL^3}{12EI}$	$\frac{HL}{2}$	P_{eL}	$\frac{HL^3}{12EI} \left[\frac{3(\tan u - u)}{u^3} \right]$	$\frac{HL}{2} \left[\frac{\tan u}{u} \right]$
3	$\frac{5wL^4}{384EI}$	$\frac{wL^2}{8}$	P_{eL}	$\frac{5wL^4}{384EI} \left[\frac{12(2\sec u - u^2 - 2)}{5u^4} \right]$	$\frac{wL^2}{8} \left[\frac{2(\sec u - 1)}{u^2} \right]$
4	$\frac{wL^4}{384EI}$	$\frac{wL^2}{12}$	$4P_{eL}$	$\frac{wL^4}{384EI} \left[\frac{12(2 - 2\cos u - u\sin u)}{u^3 \sin u} \right]$	$\frac{wL^2}{12} \left[\frac{3(\tan u - u)}{u^2 \tan u} \right]$
5	$\frac{wL^4}{192EI}$	$\frac{wL^2}{8}$	$2.05P_{eL}$	$\frac{wL^4}{192EI} \left\{ \frac{6}{u^4} \left[(2\sec u - u^2 - 2) - \frac{(\tan u - u)(\sec u - 1)}{\left(\frac{1}{2u} - \frac{1}{\tan 2u} \right)} \right] \right\}$	$\frac{wL^2}{8} \left[\frac{2(\tan u - u)}{u^2 \left(\frac{1}{2u} - \frac{1}{\tan 2u} \right)} \right]$

Notes: 1. For all cases: $P_{eL} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$, $u = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\alpha P_r}{P_{eL}}}$
 2. For case 4: first-order: $M_2 = \frac{wL^2}{24}$, second-order: $M_2 = \frac{wL^2}{24} \left[\frac{6(u - \sin u)}{u^2 \sin u} \right]$

“미분방정식에 의한 정해”

“CASE 1, 3은 AISC 문제와 동일”

CASE 3



“정해: 2계선형 상미방 풀이”

Axial Force, P (kN)	0	667	1334	2001
M_{mid} (kN-m)	26.6	30.5	35.7	43.0
Δ_{mid} (mm)	5.13	5.86	6.84	8.21

Analyses include axial, flexural and shear deformations.

“1차해석”

“소프트웨어 기술적으로 더 어려움”

<그림 2.14> AISC $P-\delta$ 효과 구현 검증 예제

유사하게 그림 2.15은 비가새골조(횡방향이동) 등에서 $P-\Delta$ 효과에 의한 모멘트 증폭을 구현할 수 있는지를 검증하는 문제이다. 축력레벨 890kN에서 증폭량은 $97.2/38 = 2.56$ 으로서 무려 156%의 증폭을 볼 수 있다.

CASE 1



“정해: 2계선형 상미방 풀이”

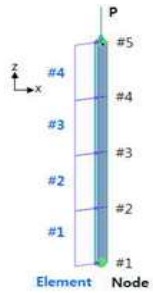
Axial Force, P (kN)	0	445	667	890
M_{base} (kN-m)	38.0 [38.0]	53.2 [53.1]	68.1 [67.7]	97.2 [96.2]
Δ_{tip} (mm)	23.1 [22.9]	34.2 [33.9]	45.1 [44.6]	66.6 [65.4]

Analyses include axial, flexural and shear deformations.
[Values in brackets] exclude shear deformations.

“1차해석”

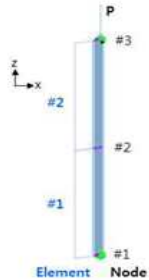
<그림 2.15> AISC $P-\Delta$ 효과 구현 검증 예제

벤치마크문제 해석결과(P-delta 효과):



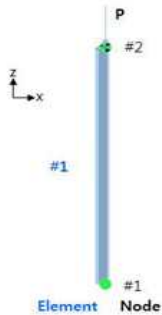
P[kN]	0	667	1334	2001
M_{mid} [kN-m]	-26.58 [0.09]	-30.46 [0.18]	-35.62 [0.28]	-42.70 [0.37]
Δ_{mid} [mm]	5.105 [0.50]	5.817 [0.43]	6.756 [1.12]	8.103 [0.93]

(a) 부재당 요소 4개로 분할



P[kN]	0	667	1334	2001
M_{mid} [kN-m]	-26.58 [0.09]	-30.49 [0.09]	-35.70 [0.03]	-43.01 [0.14]
Δ_{mid} [mm]	5.131 [0.00]	5.842 [0.00]	6.832 [0.00]	8.204 [0.31]

(b) 부재당 요소 2개로 분할



P[kN]	0	667	1334	2001
M_{mid} [kN-m]	-26.58 [0.09]	-31.37 [2.78]	-36.15 [1.21]	-40.93 [4.71]
Δ_{mid} [mm]	변위알수없음	변위알수없음	변위알수없음	변위알수없음

(c) 부재당 요소 1개로 모델링

<그림 2.16> 보-기둥 요소 분할에 따른 $P-\delta$ 구현 오차 (표의 괄호 안은 오차%)

위 해석 결과에서 보듯이 당 검증대상 상용 프로그램은 $P-\delta$ 2차효과를 잘 구현하고 있음을 알 수 있다. 보-기둥 부재를 여러 개의 요소로 분할하는 것이 좀 더 정확한 해석결과를 준다. 그러나 골조 모델링시의 의 절점생성의 간편성, 일반적으로 보-기둥 부재 중앙부의 변위는 설계에 요구되는 물리량이 아니라는 점, 그리고 건축구조해석의 전체적 오차를 감안한다면 1개의 요소로 모델링하더라도 2차효과가 큰 경우에 5% 정도의 오차에 불과하므로 실무적 입장에서 수용할 수 있는 해석오차 범위로 판단된다.

벤치마크문제 해석결과:

$P-\Delta$ 해석 검증결과

P[kN]	0	445	667	890
M_{base} [kN-m]	37.98 [0.00]	53.13 [0.01]	67.94 [0.01]	96.69 [0.06]
Δ_{tip} [mm]	23.012 [0.11]	34.036 [0.00]	44.958 [0.00]	66.04 [0.00]

(a) 부재당 요소 4개로 분할

P[kN]	0	445	667	890
M_{base} [kN-m]	37.98 [0.00]	53.16 [0.07]	68.03 [0.14]	96.97 [0.22]
Δ_{tip} [mm]	23.038 [0]	34.036 [0]	44.958 [0]	66.04 [0]

(b) 부재당 요소 2개로 분할

P[kN]	0	445	667	890
M_{base} [kN-m]	37.98 [0.00]	53.12 [0.02]	67.85 [0.12]	96.21 [0.56]
Δ_{tip} [mm]	23.012 [0.11]	34.036 [0.00]	44.704 [0.56]	65.532 [0.77]

(c) 부재당 요소 1개로 모델링

<그림 2.17> 보-기둥 요소 분할에 따른 $P-\Delta$ 효과 구현 오차 (표의 괄호안은 오차%)

위 해석 결과에서 보듯이 당 검증대상 상용 프로그램은 $P-\delta$ 2차효과를 잘 구현하고 있음을 알 수 있다. 1개의 요소로 모델링하더라도 1% 안쪽의 오차에 불과하다.

요약

P- δ 해석 검증 결과

	AISC Provided				MIDAS				다른 상용프로그램			
	0	667	1334	2001	0	667	1334	2001	0	667	1334	2001
P(kN)	0	667	1334	2001	0	667	1334	2001	0	667	1334	2001
M_{mid} (kN-m)	26.60	30.50	35.70	43.00	26.58	31.37	36.15	40.93	26.59	29.56	33.27	38.00
오차(%)	-	-	-	-	0.08	-2.85	-1.26	4.81	0.05	3.09	6.81	11.64
Δ_{mid} (mm)	5.13	5.86	6.84	8.21	-	-	-	-	-	-	-	-
오차(%)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

(a) 부재당 요소 1개로 모델링

	AISC Provided				MIDAS				다른 상용프로그램			
	0	667	1334	2001	0	667	1334	2001	0	667	1334	2001
P(kN)	0	667	1334	2001	0	667	1334	2001	0	667	1334	2001
M_{mid} (kN-m)	26.60	30.50	35.70	43.00	26.58	30.49	35.70	43.01	26.59	30.49	35.64	42.58
오차(%)	-	-	-	-	0.08	0.03	0.00	-0.02	0.04	0.03	0.16	0.99
Δ_{mid} (mm)	5.13	5.86	6.84	8.21	5.13	5.84	6.83	8.20	5.12	5.85	6.81	8.10
오차(%)	-	-	-	-	-0.02	0.31	0.12	0.07	0.15	0.21	0.51	1.38

(b) 부재당 요소 2개로 분할

P- Δ 해석 검증 결과

	AISC Provided				MIDAS				다른 상용프로그램			
	0	445	667	890	0	445	667	890	0	445	667	890
P(kN)	0	445	667	890	0	445	667	890	0	445	667	890
M_{mid} (kN-m)	38.00	53.20	68.10	97.20	37.98	53.12	67.85	96.21	38.02	53.27	68.11	95.99
오차(%)	-	-	-	-	0.05	0.15	0.37	1.02	-0.05	-0.12	-0.17	1.24
Δ_{mid} (mm)	22.90	34.20	45.10	66.60	23.01	34.04	44.70	65.53	23.08	34.20	45.08	65.57
오차(%)	-	-	-	-	-0.49	0.48	0.88	1.60	0.09	-0.01	0.04	1.55

(a) 부재당 요소 1개로 모델링

0	AISC Provided				MIDAS				다른 상용프로그램			
	0	445	667	890	0	445	667	890	0	445	667	890
P(kN)	0	445	667	890	0	445	667	890	0	445	667	890
M_{mid} (kN-m)	38.00	53.20	68.10	97.20	37.98	53.16	68.03	96.97	38.02	53.27	68.11	95.99
오차(%)	-	-	-	-	0.05	0.08	0.10	0.24	-0.05	-0.12	-0.17	1.24
Δ_{mid} (mm)	22.90	34.20	45.10	66.60	23.04	34.04	44.96	66.04	23.08	34.20	45.08	65.57
오차(%)	-	-	-	-	-0.60	0.48	0.31	0.84	0.09	-0.01	0.04	1.55

(b) 부재당 요소 2개로 분할

3. 유효(좌굴)길이법 대 직접해석법

표 3.1. 유효좌굴길이계수법과 직접해석법에 의한 설계 주요특징비교

설계법	소요강도(하중)산정	특징
유효좌굴길이계수법 (ELM)	일반2차탄성해석 (프로그램 2차해석 지원시) 또는 중폭1차탄성해석에 의한 2차해석 (B1/B2 계수법)	* 유효좌굴길이계수(K) 적용, 좌굴길이계산도표 또는 등가의 방법 적용; 고전 오일러 좌굴이론의 확장 * 일반2차탄성해석에 시공시의 기하학적 불완전성(out of plumbness) 직접 고려 가능, 공칭강성 사용 * Perfect System의 Eigenvalue Problem에 기반
직접해석법 (DM)	2차비탄성해석 (프로그램의 2차해석 능력을 전제)	* 유효좌굴길이계수 개념 불요 (즉 $K=1.0$ 적용) * 유효강성, 시공시의 기하학적 불완전성(out of plumbness) 직접 반영 * Load-Deflection Problem

“B2 < 1.5.. 적용 제한 조건 상기”

“모든 경우 적용가능”

FOM

“공부삼아 정리권장_0703.2.2.1”

직접해석법 (Direct Analysis Method)

1. Let's forget about the *K factor*: essentially an *eigenvalue problem for perfect system*, rooted on 250 years-old Euler formula.
2. Using **advanced analysis software features of today**, let's **directly** include all the stability-affecting factors into **analysis** procedure such as the 2nd order effect (moment magnification), geometric/material imperfections, resulting stiffness reduction, (and material nonlinearity, if any): a *load-deflection problem* (**K factor not needed**).

“골조 안정성 설계의 4대요소”

기하비선형(2차효과)/기하학적 불완전/재료불완전_
강성저하/재료비선형(등가강성)

“궁극적으로 비판
성직접해석법을
지향하는 그룹”

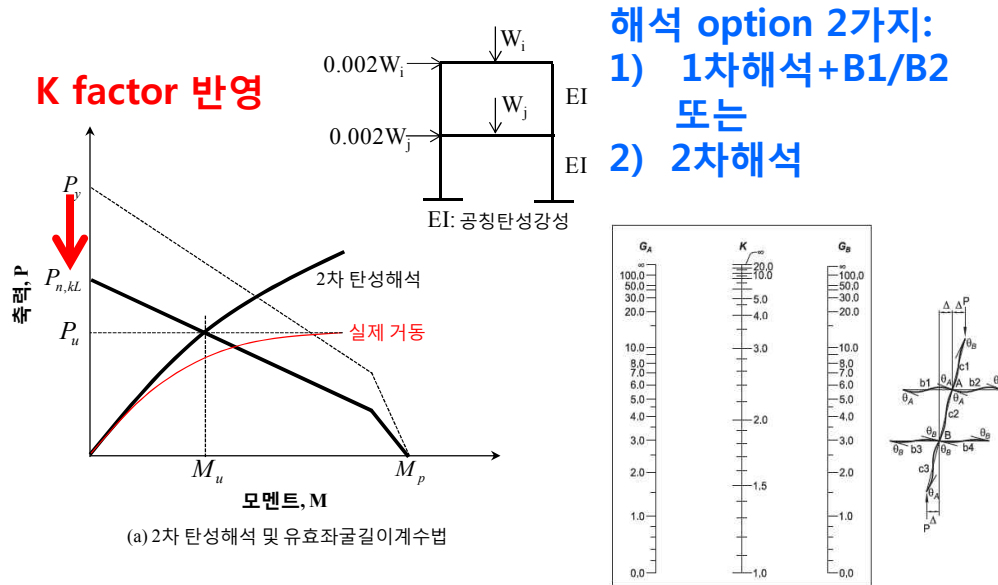
이미 언급한 바와 같이 최근 구조물 형식의 복잡화로 인해 유효좌굴길이계수법의 적용이 불가능한 구조물이 등장하고 있다(그림 3.4 참고). 또한 소프트웨어의 발달 또는 실무자의 소프트웨어에 대한 의존도의 증가를 반영하여 전통의 유효좌굴길이계수법 대신 기하학적 비선형해석 기능을 지닌 소프트웨어 사용을 전제로 한 직접해석법에 의한 설계(Direct Analysis Method of Design)가 하나의 흐름으로 등장하고 있다. 사실 이 접근법은 미국의 Chen, White, Springfield 교수 등을 중심으로 하는 일군의 연구그룹이 1980년도 중반이래 “Advanced Analysis and Design”이란 연구주제로서 추진해온 일련의 성과에 바탕을 둔 것이다. 특히 최근 내진설계에서 비선형동적해석까지 사용된다는 해석경향에 고무 받아서 기존의 주력방법으로 밀고 있으나(사실, 실무에서 비선형동적해석법이 얼마나 정확하게 그리고 자주 쓰이는 지는 의문이긴 하다), 전통적 유효좌굴계수법에 익숙한 대부분의 실무자에게 생소하고 어려운 방법으로서 미국에서도 일부 혼선을 겪고 있는 것이 사실이다.

이미 강좌의 서두에서 언급한 바와 같이 안정성설계 전제조건은 1)기하학적 비선형에 의한 모멘트증폭효과, 2)기하학적 불완전성 (가령 제작/시공 오차에 따른 초기변형), 3)재료적 불완전성 및 비선형효과(가령 잔류응력에 의한 조기 강성저하)를 합당하게 반영할 수 있어야 한다. 직접해석법은 재료적 비선형해석까지를 포함하지는 않으므로 완벽하게 위의 3가지 요건을 완전히 만족시키지는 못하지만, 경험적 보조계수(가령 축력 크기에 따른 강성조정계수)를 도입하여 이를 보완하므로 실무수준에서 가장 일반성 있는 방법이라 할 수 있다.

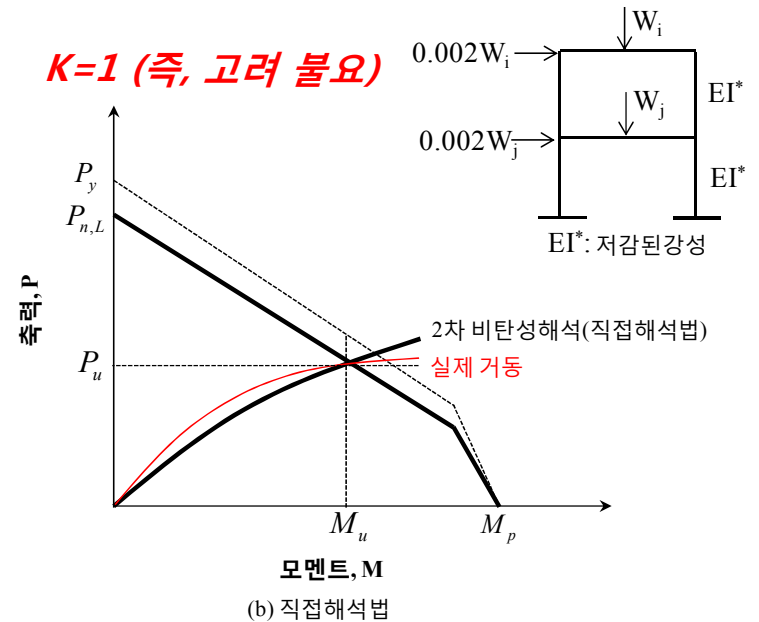
본 방법은 표 3.1에 요약한 바와 같이, 우선 해석소프트웨어의 기하학적 비선형해석 능력을 전제로 한다(곧, B1/B2 효과가 해석에 자동 반영되므로 이를 고려할 필요가 없음). 또한 시공오차에 의한 초기 불완전(out of plumbness)은 가상의 횡력(가상하중)이나 초기횡변위 형태로, 그리고 잔류응력 및 축력의 영향에 의한 보-기둥 부재의 강성저감 효과는 유효강성으로 직접 모델링하는 방식을 취한다. 따라서 골조안정성 해석에 포함되어야 하는 핵심 요소를 적어도 근사적으로는 모두 반영한 하중-변위(Load-Deflection) 해석에 의해 보-기둥 부재에 작용하는 모멘트와 축력을 산정하므로 유효좌굴길이 개념이 필요치 않다(아래 그림 3.5 참고). 즉 보-기둥 부재의 조합강도평가지 기동재로서의 좌굴강도는 기둥의 물리적 길이와 동일하게 택하면 된다(즉, $K=1.0$ 적용)

유효좌굴길이계수법과 직접해석법과의 비교

유효좌굴길이계수법에 의한 강도설계



직접해석법에 의한 강도설계



직접해석법 적용 시 유효좌굴길이계수 산정에서의 번거로움 없이 **K=1.0**을 적용: "안정성 영향인자"를 모두 반영한 (적어도 근사적으로) **LOAD-DEFLECTION PROBLEM**의 응답이므로-

지금까지의 내용이 강구조 안정성 설계의 핵심이론 내지는 근거이다. 현 기준에서는 몇 가지 제한조건이 만족되면 해석과 설계노력을 경감시켜주는 몇몇 완화조건을 제시하고 있는데(가령, 축력비가 낮아서 2차효과가 미미한 경우는 1차해석에 의한 설계를 허용) 이는 기준의 부차적인 부분으로 관련 부분을 참고하기 바란다. 이하에서는 유효좌굴길이법과 직접해석법 적용 사례를 취급토록 한다. 마지막으로 언급할 것은 상기한 초기불완전 모델링이나 강성조정은 직접해석법에 의해서 보-기둥 부재에 작용하는 응력(단면력)을 산정하는 목적으로만 도입된 것이다. 골조의 처짐이나 횡변위 또는 기초반력 등의 산정에는 초기불완전이나 강성조정을 고려할 필요가 없다.

4. 직접해석법(DM)/유효길이법(ELM)/1차해석법(FOM) 적용 예제

“실무자를 위한 직접해석법에 의한 설계 예제는 아직 희소.....”

두 종류의 예제

- 1) AISC Design Examples Ver 14.1 (2013)
- 2) Example prepared by CH Lee (more complete)

예제1: 직접해석법에 의한 설계

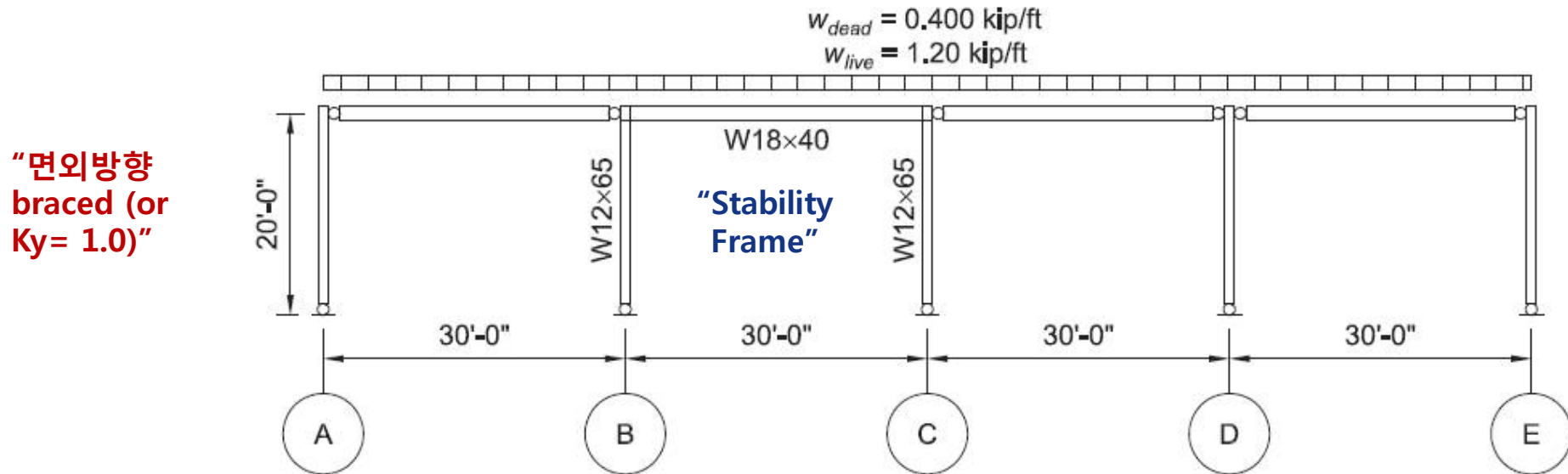
EXAMPLE C.1A DESIGN OF A MOMENT FRAME BY THE DIRECT ANALYSIS METHOD

Given:

Determine the required strengths and effective length factors for the columns in the rigid frame shown below for the maximum gravity load combination, using LRFD and ASD. Use the direct analysis method. All members are ASTM A992 material.

결국 사라질 것임

Columns are unbraced between the footings and roof in the x - and y -axes and are assumed to have pinned bases.



“의지기둥: A, D, E_ $K = 1.0$ 으로 자신만 버티면 됨,
횡안정은 BC 베이내 moment frame에 의지해야 ”

예제 1:

Taken from AISC
Design Examples:
Ver 14.1 (2013)

“의지기둥의 불안정 효과 해석모델에 반드시 반영해야, 가상의 단일의 지기둥으로 모델링해도 충분, 아래 참조



Solution:

From *Manual* Table 1-1, the W12×65 has $A = 19.1 \text{ in.}^2$

The beams from grid lines A to B, and C to E and the columns at A, D and E are pinned at both ends and do not contribute to the lateral stability of the frame. There are no $P-\Delta$ effects to consider in these members and they may be designed using $K=1.0$.

The moment frame between grid lines B and C is the source of lateral stability and therefore must be designed using the provisions of Chapter C of the AISC *Specification*. Although the columns at grid lines A, D and E do not contribute to lateral stability, the forces required to stabilize them must be considered in the analysis. For the analysis, the entire frame could be modeled or the model can be simplified as shown in the figure below, in which the stability loads from the three “leaning” columns are combined into a single column.

From Chapter 2 of ASCE/SEI 7, the maximum gravity load combinations are:

LRFD	ASD
$w_u = 1.2D + 1.6L$ $= 1.2(0.400 \text{ kip/ft}) + 1.6(1.20 \text{ kip/ft})$ $= 2.40 \text{ kip/ft}$	$w_a = D + L$ $= 0.400 \text{ kip/ft} + 1.20 \text{ kip/ft}$ $= 1.60 \text{ kip/ft}$

Per AISC *Specification* Section C2.1, for LRFD perform a second-order analysis and member strength checks using the LRFD load combinations. For ASD, perform a second-order analysis using 1.6 times the ASD load combinations and divide the analysis results by 1.6 for the ASD member strength checks.

Frame Analysis Gravity Loads

The uniform gravity loads to be considered in a second-order analysis on the beam from B to C are:

LRFD	ASD
$w_u' = 2.40 \text{ kip/ft}$	$w_a' = 1.6(1.60 \text{ kip/ft})$ $= 2.56 \text{ kip/ft}$

Concentrated gravity loads to be considered in a second-order analysis on the columns at B and C contributed by adjacent beams are:

“보를 타고 기둥 B, C에 전달되는 하중 수계산”

LRFD	ASD
$P_u' = (15.0 \text{ ft})(2.40 \text{ kip/ft})$ $= 36.0 \text{ kips}$	$P_a' = 1.6(15.0 \text{ ft})(1.60 \text{ kip/ft})$ $= 38.4 \text{ kips}$

Concentrated Gravity Loads on the Pseudo “Leaning” Column

The load in this column accounts for all gravity loading that is stabilized by the moment frame, but is not directly applied to it.

“가상의 단일 의지기둥으로 lumping_ 분담폭 = 60ft, 전체 건물폭의 1/2 ”

LRFD	ASD
$P_{uL}' = (60.0 \text{ ft})(2.40 \text{ kip/ft})$ $= 144 \text{ kips}$	$P_{aL}' = 1.6(60.0 \text{ ft})(1.60 \text{ kip/ft})$ $= 154 \text{ kips}$

Frame Analysis Notional Loads

Per AISC *Specification* Section C2.2, frame out-of-plumbness must be accounted for either by explicit modeling of the assumed out-of-plumbness or by the application of notional loads. Use notional loads.

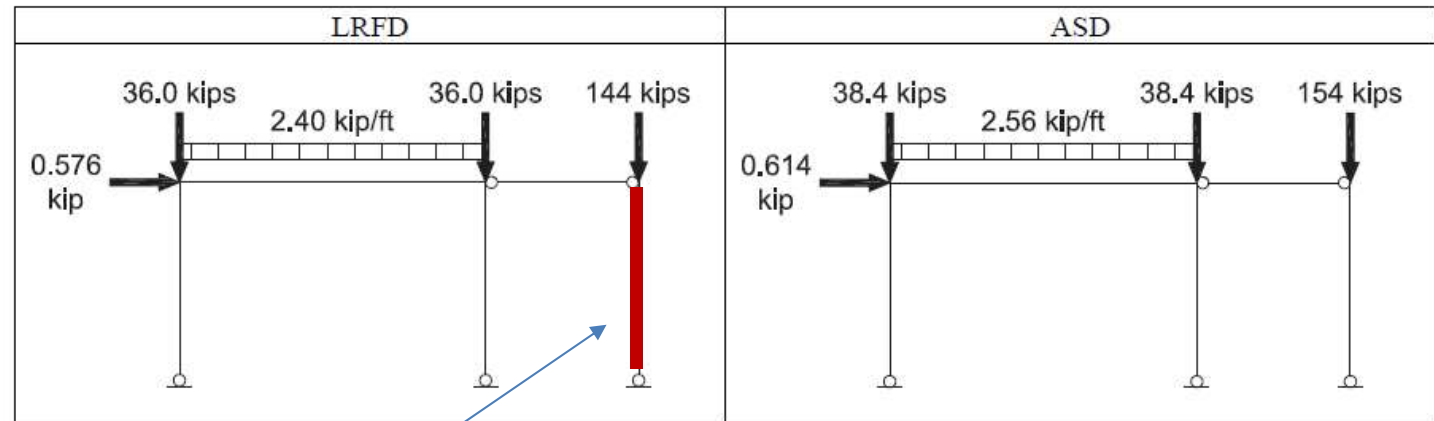
From AISC *Specification* Equation C2-1, the notional loads are:

“가상하중 = 총 계수중력하중의 0.2%_층전체의 중력하중에 대해서 산정해야”

LRFD	ASD
$\alpha = 1.0$	$\alpha = 1.6$
$Y_i = (120 \text{ ft})(2.40 \text{ kip/ft})$ = 288 kips	$Y_i = (120 \text{ ft})(1.60 \text{ kip/ft})$ = 192 kips
$N_i = 0.002\alpha Y_i$ = 0.002(1.0)(288 kips) = 0.576 kips	$N_i = 0.002\alpha Y_i$ = 0.002(1.6)(192 kips) = 0.614 kips
(Spec. Eq. C2-1)	(Spec. Eq. C2-1)

Summary of Applied Frame Loads

“의지기둥까지를 고려한 골조해석 모델”



의지기둥이 포함된 모멘트골조의 비선형 동적 지진해석 응용례:

- 1) 이철호(1996), 한국지진공학회 논문집,
- 2) Lee, C.H. (1998), JSEM

“a fictitious (lumped) leaning column: 모멘트골조의 횡 자유도에 salving 시켜야, 아니면 연결보를 rigid rink 모델 링해야; 가상 의지기둥의 모델링 위치는 중요하지 않음”

일단 축력비 0.50 이하로 가정하고, 강성저감은 0.80으로....뒤에서 확인; 아직은 Pr 이 얼마인지 모름!

Per AISC Specification Section C2.3, conduct the analysis using 80% of the nominal stiffnesses to account for the effects of inelasticity. Assume, subject to verification, that $\alpha P_r/P_y$ is no greater than 0.5; therefore, no additional stiffness reduction is required.

“골조 조건상 P-delta효과 고려해야_ 횡안정을 제공하는 모멘트골조가 중력하중의 50(>33%)를 지지하므로”

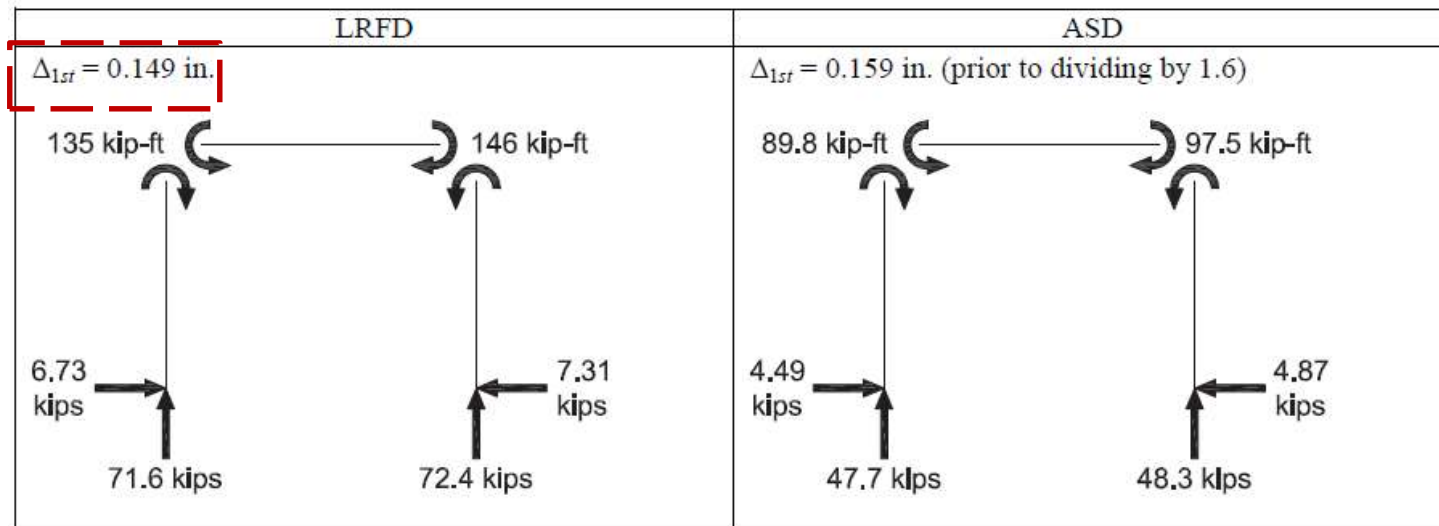
50% of the gravity load is carried by the columns of the moment resisting frame. Because the gravity load supported by the moment resisting frame columns exceeds one third of the total gravity load tributary to the frame, per AISC Specification Section C2.1, the effects of $P-\delta$ upon $P-\Delta$ must be included in the frame analysis. If the software used does not account for $P-\delta$ effects in the frame analysis, this may be accomplished by adding joints to the columns between the footing and beam.

“원칙적으로 mesh sensitivity 검토해야_ 비실용적”

Using analysis software that accounts for both $P-\Delta$ and $P-\delta$ effects, the following results are obtained:

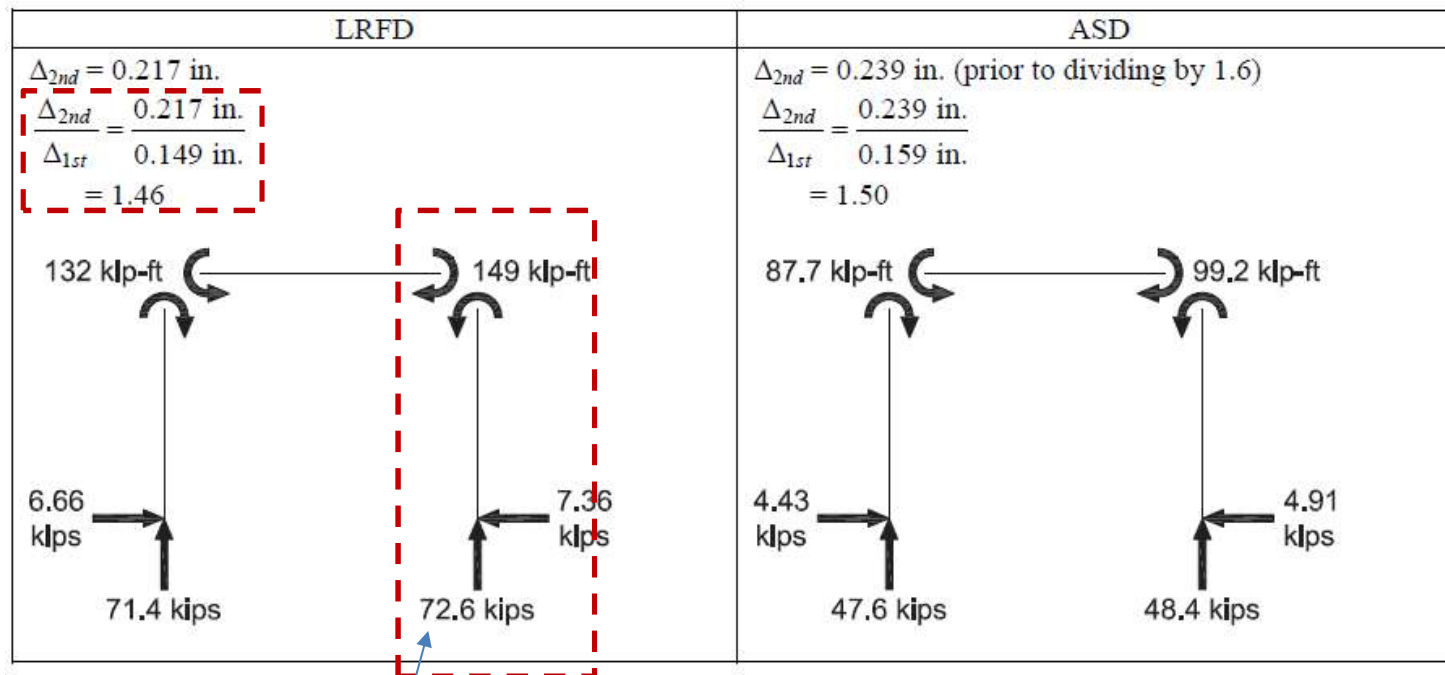
First-order results

“소프트웨어 검증했어야, GT-STRUDL/SAP2000/any other?”



Second-order results

“B2값과 흡사한지
확인 가능_ 확인해
보기 권함”



“2차해석에 의한
Demand: $M_u =$
149 k-f; $P = 72.6$
kips”

Check the assumption that $\alpha P_r / P_y \leq 0.5$ and therefore, $\tau_b = 1.0$:

$$\begin{aligned}
 P_y &= F_y A_g \\
 &= 50 \text{ ksi}(19.1 \text{ in.}^2) \\
 &= 955 \text{ kips}
 \end{aligned}$$

"2차해석 결과" _ 축력비 0.5 이하

LRFD	ASD
$\frac{\alpha P_r}{P_y} = \frac{1.0(72.6 \text{ kips})}{955 \text{ kips}} = 0.0760 \leq 0.5$	$\frac{\alpha P_r}{P_y} = \frac{1.6(48.4 \text{ kips})}{955 \text{ kips}} = 0.0811 \leq 0.5$
o.k.	o.k.

The stiffness assumption used in the analysis, $\tau_b = 1.0$, is verified.

"권일독"

Although the second-order sway multiplier is approximately 1.5, the change in bending moment is small because the only sway moments are those produced by the small notional loads. For load combinations with significant gravity and lateral loadings, the increase in bending moments is larger.

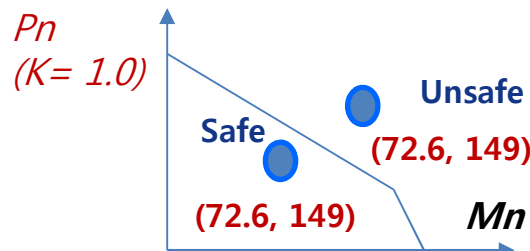
Verify the column strengths using the second-order forces shown above, using the following effective lengths (calculations not shown):

Columns:
 Use $KL_x = 20.0 \text{ ft}$
 Use $KL_y = 20.0 \text{ ft}$

"K= 1.0"



"이를 기초로 capacity 산정해하고 Demand와 비교"



예제 2:

EXAMPLE C.1B DESIGN OF A MOMENT FRAME BY THE EFFECTIVE LENGTH METHOD

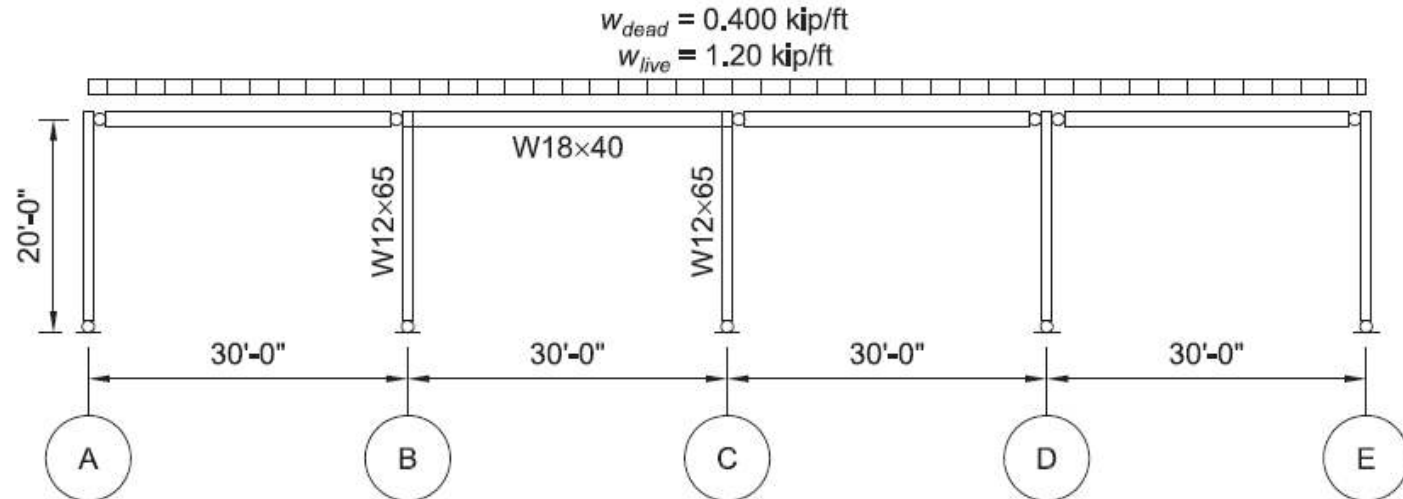
Repeat Example C.1A using the effective length method.

Given:

Determine the required strengths and effective length factors for the columns in the rigid frame shown below for the maximum gravity load combination, using LRFD and ASD. Use the effective length method.

Columns are unbraced between the footings and roof in the x - and y -axes and are assumed to have pinned bases.

"설계조건
동일"



예제 2:

Solution:

From *Manual* Table 1-1, the W12×65 has $I_x = 533 \text{ in.}^4$

The beams from grid lines A to B, and C to E and the columns at A, D and E are pinned at both ends and do not contribute to the lateral stability of the frame. There are no $P-\Delta$ effects to consider in these members and they may be designed using $K=1.0$.

The moment frame between grid lines B and C is the source of lateral stability and therefore must be designed using the provisions of Appendix 7 of the AISC *Specification*. Although the columns at grid lines A, D and E do not contribute to lateral stability, the forces required to stabilize them must be considered in the analysis. For the analysis, the entire frame could be modeled or the model can be simplified as shown in the figure below, in which the stability loads from the three “leaning” columns are combined into a single column.

Check the limitations for the use of the effective length method given in Appendix 7, Section 7.2.1:

- (1) The structure supports gravity loads through nominally vertical columns.
- (2) The ratio of maximum second-order drift to the maximum first-order drift will be assumed to be no greater than 1.5, subject to verification following.

From Chapter 2 of ASCE/SEI 7, the maximum gravity load combinations are:

LRFD	ASD
$w_u = 1.2D + 1.6L$ $= 1.2(0.400 \text{ kip/ft}) + 1.6(1.20 \text{ kip/ft})$ $= 2.40 \text{ kip/ft}$	$w_a = D + L$ $= 0.400 \text{ kip/ft} + 1.20 \text{ kip/ft}$ $= 1.60 \text{ kip/ft}$

Per AISC *Specification* Appendix 7, Section 7.2.1, the analysis must conform to the requirements of AISC *Specification* Section C2.1, with the exception of the stiffness reduction required by the provisions of Section C2.3.

“언제 ELM 적용이 가능한가?”

“B1/B2 약산법을 쓰지 않고 소프트웨어의
기하학적 비선형해석 기능을 쓰겠다”

“동일
계산과정”

Per AISC *Specification* Section C2.1, for LRFD perform a second-order analysis and member strength checks using the LRFD load combinations. For ASD, perform a second-order analysis at 1.6 times the ASD load combinations and divide the analysis results by 1.6 for the ASD member strength checks.

Frame Analysis Gravity Loads

The uniform gravity loads to be considered in a second-order analysis on the beam from B to C are:

LRFD	ASD
$w_u' = 2.40 \text{ kip/ft}$	$w_a' = 1.6(1.60 \text{ kip/ft})$ $= 2.56 \text{ kip/ft}$

Concentrated gravity loads to be considered in a second-order analysis on the columns at B and C contributed by adjacent beams are:

LRFD	ASD
$P_u' = (15.0 \text{ ft})(2.40 \text{ kip/ft})$ $= 36.0 \text{ kips}$	$P_a' = 1.6(15.0 \text{ ft})(1.60 \text{ kip/ft})$ $= 38.4 \text{ kips}$

Concentrated Gravity Loads on the Pseudo “Leaning” Column

The load in this column accounts for all gravity loading that is stabilized by the moment frame, but is not directly applied to it.

LRFD	ASD
$P_{uL}' = (60.0 \text{ ft})(2.40 \text{ kip/ft})$ $= 144 \text{ kips}$	$P_{aL}' = 1.6(60.0 \text{ ft})(1.60 \text{ kip/ft})$ $= 154 \text{ kips}$

“가상하중 산정:
동일 계산과정”

Frame Analysis Notional Loads

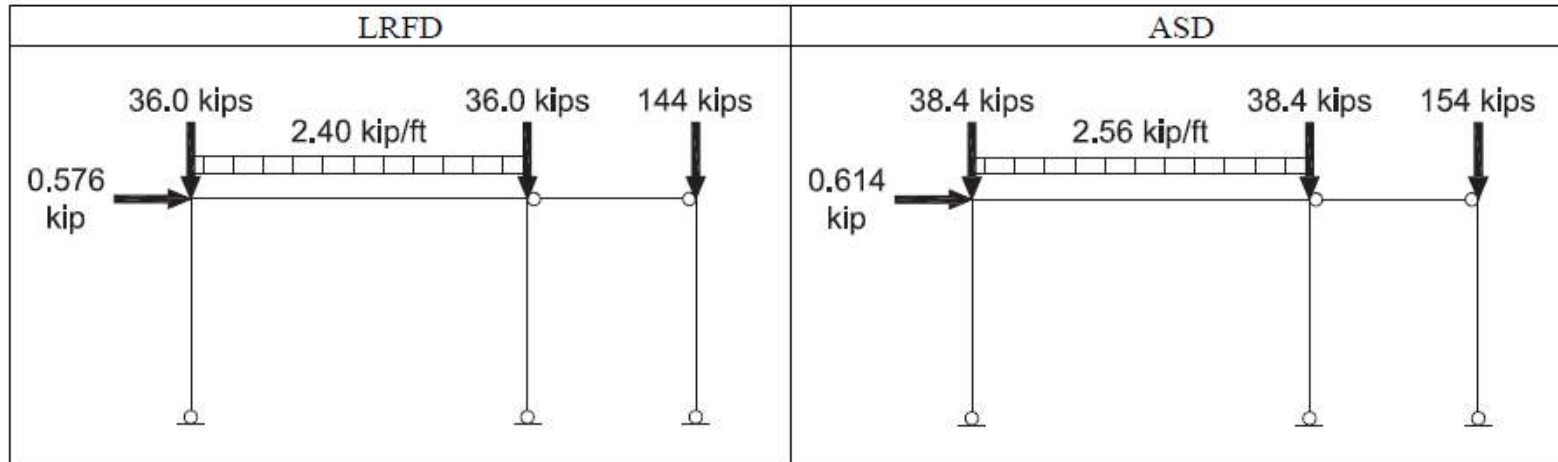
Per AISC *Specification* Appendix 7, Section 7.2.2, frame out-of-plumbness must be accounted for by the application of notional loads in accordance with AISC *Specification* Section C2.2b.

From AISC *Specification* Equation C2-1, the notional loads are:

LRFD	ASD
$\alpha = 1.0$ $Y_i = (120 \text{ ft})(2.40 \text{ kip/ft})$ $= 288 \text{ kips}$ $N_i = 0.002\alpha Y_i$ $= 0.002(1.0)(288 \text{ kips})$ $= 0.576 \text{ kips}$	$\alpha = 1.6$ $Y_i = (120 \text{ ft})(1.60 \text{ kip/ft})$ $= 192 \text{ kips}$ $N_i = 0.002\alpha Y_i$ $= 0.002(1.6)(192 \text{ kips})$ $= 0.614 \text{ kips}$
<i>(Spec. Eq. C2-1)</i>	<i>(Spec. Eq. C2-1)</i>

"강성조정(저감)없이 EI값 사용 해서 해석해야 "

Summary of Applied Frame Loads

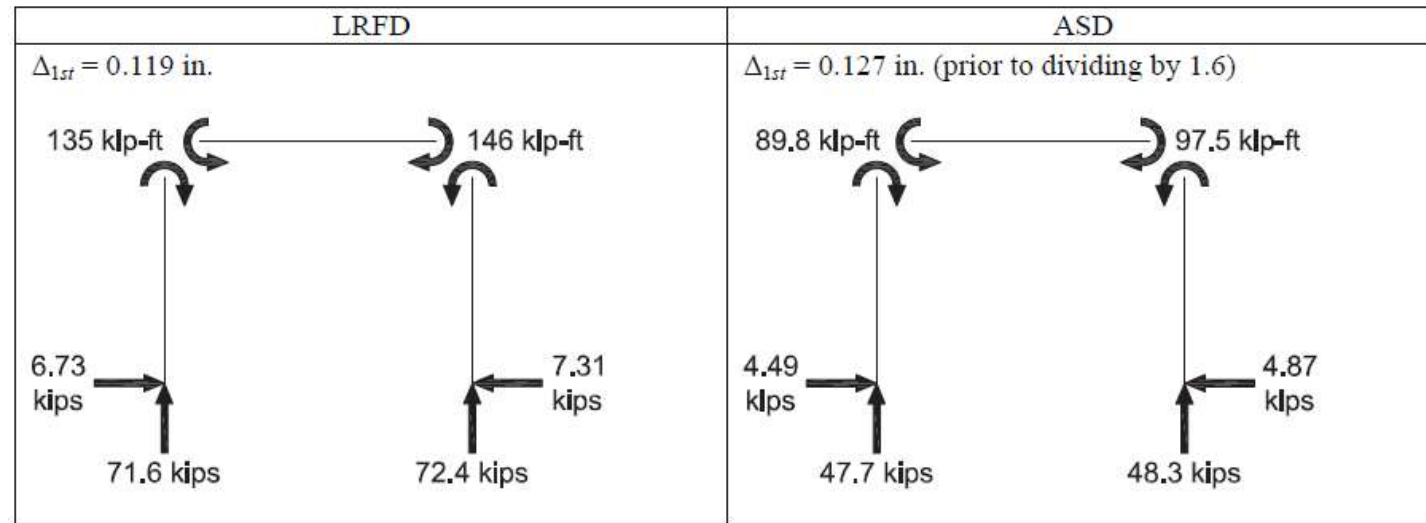


Per AISC *Specification* Appendix 7, Section 7.2.2, conduct the analysis using the full nominal stiffnesses.

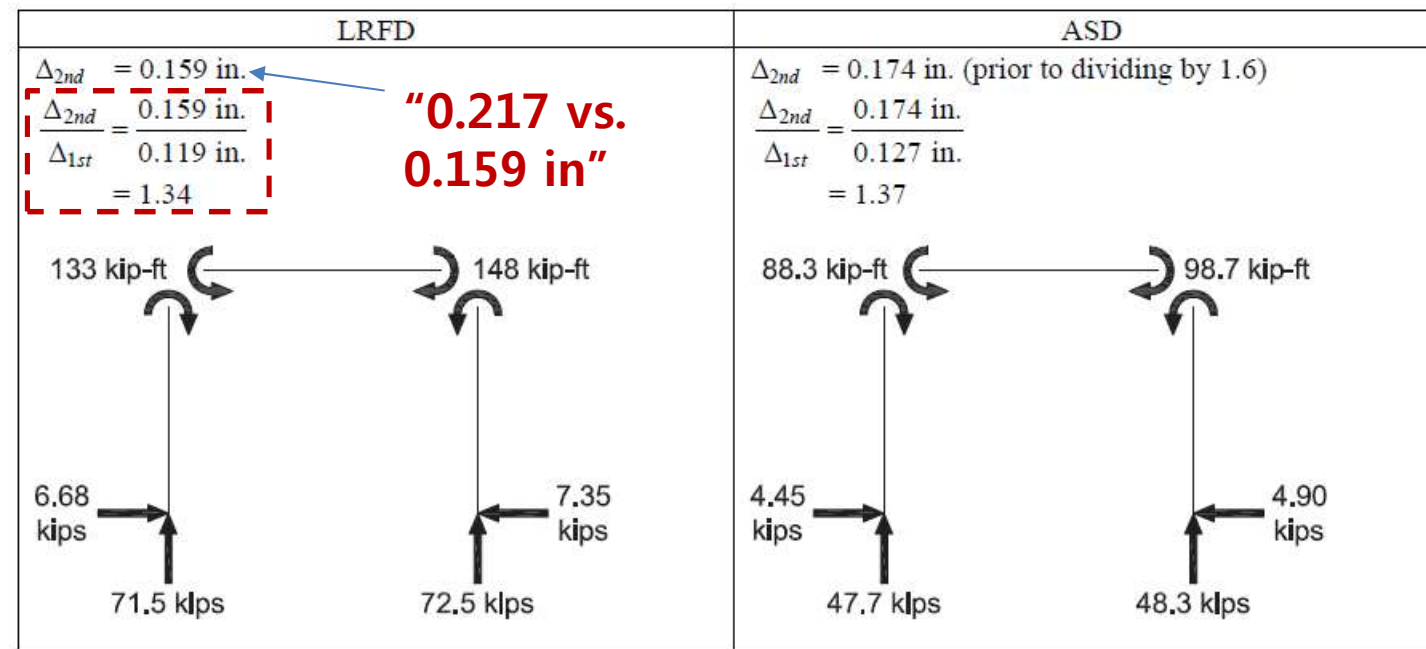
50% of the gravity load is carried by the columns of the moment resisting frame. Because the gravity load supported by the moment resisting frame columns exceeds one third of the total gravity load tributary to the frame, per AISC *Specification* Section C 2.1, the effects of $P-\delta$ must be included in the frame analysis. If the software used does not account for $P-\delta$ effects in the frame analysis, this may be accomplished by adding joints to the columns between the footing and beam.

Using analysis software that accounts for both $P-\Delta$ and $P-\delta$ effects, the following results are obtained:

First-order results



Second-order results



“강성저감이 없어
직접해석법에 비
해 약간 다른(작은)
값이 나옴, 2차/1
차 변위비는 1.5
이하-→ 따라서
ELM 적용 가능”

“0.217 vs.
0.159 in”

“국내 실무자엔 잘 알려지지 않은 LeMesurier (1977) 방법의 변용; 이 방법을 쓰면 좌굴 길이 계산도표를 쓰지 않고 의지기둥 존재 여부와 상관없이 개별 기둥의 K값을 비교적 정확히 구할 수 있음 (층강성법에 속함)

The assumption that the ratio of the maximum second-order drift to the maximum first-order drift is no greater than 1.5 is verified; therefore, the effective length method is permitted.

Although the second-order sway multiplier is approximately 1.35, the change in bending moment is small because the only sway moments for this load combination are those produced by the small notional loads. For load combinations with significant gravity and lateral loadings, the increase in bending moments is larger.

Calculate the in-plane effective length factor, K_x , using the “story stiffness method” and Equation C-A-7-5 presented in Commentary Appendix 7, Section 7.2. Take $K_x = K_2$

“층좌굴법에 속하는 Yura 방법도 유사한 결과를 줌~ 3.3”

$$\Rightarrow K_x = K_2 = \sqrt{\frac{\Sigma P_r}{(0.85 + 0.15R_L)P_r} \left(\frac{\pi^2 EI}{L^2}\right) \left(\frac{\Delta_H}{\Sigma HL}\right)} \geq \sqrt{\frac{\pi^2 EI}{L^2} \left(\frac{\Delta_H}{1.7HL}\right)} \quad (\text{Spec. Eq. C-A-7-5})$$

$$k'_i = \sqrt{\frac{4}{2}} k_i = \sqrt{2} \times k_i$$

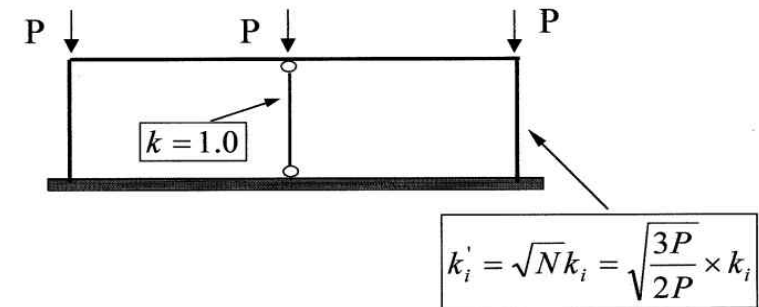
Calculate the total load in all columns, ΣP_r

“확인요망”

LRFD	ASD
$\Sigma P_r = 2.40 \text{ kip/ft (120 ft)}$ = 288 kips	$\Sigma P_r = 1.60 \text{ kip/ft (120 ft)}$ = 192 kips

Calculate the ratio of the leaning column loads to the total load, R_L

“Recall Yura concept”



LRFD
$R_L = \frac{\Sigma P_r - \Sigma P_r \text{ moment frame}}{\Sigma P_r}$ $= \frac{288 \text{ kips} - (71.5 \text{ kips} + 72.5 \text{ kips})}{288 \text{ kips}}$ $= 0.500$

“특정 층에서 의지기둥이 차지하는 축력의 비율”

Calculate the Euler buckling strength of an individual column.

$$\frac{\pi^2 EI}{L^2} = \frac{\pi^2 (29,000 \text{ ksi})(533 \text{ in.}^4)}{(240 \text{ in.})^2}$$

$$= 2,650 \text{ kips}$$

Calculate the drift ratio using the first-order notional loading results.

LRFD	ASD
$\frac{\Delta_H}{L} = \frac{0.119 \text{ in.}}{240 \text{ in.}}$ $= 0.000496 \text{ in./in.}$	$\frac{\Delta_H}{L} = \frac{0.127 \text{ in.}}{240 \text{ in.}}$ $= 0.000529 \text{ in./in.}$

For the column at line C:

$$k'_i = \sqrt{\frac{4}{2}} k_i = \sqrt{2} \times k_i$$

$$= 3.3$$

LRFD	ASD
$K_x = \sqrt{\frac{288 \text{ kips}}{[0.85 + 0.15(0.500)](72.4 \text{ kips})}}$ $\times (2,650 \text{ kips}) \left(\frac{0.000496 \text{ in./in.}}{0.576 \text{ kips}} \right)$ $\geq \sqrt{2,650 \text{ kips} \left(\frac{0.000496 \text{ in./in.}}{1.7(7.35 \text{ kips})} \right)}$ $= 3.13 \geq 0.324$ <p>Use $K_x = 3.13$</p>	$K_x = \sqrt{\frac{1.6(192 \text{ kips})}{[0.85 + 0.15(0.500)](1.6)(48.3 \text{ kips})}}$ $\times (2,650 \text{ kips}) \left(\frac{0.000529 \text{ in./in.}}{0.614 \text{ kips}} \right)$ $\geq \sqrt{2,650 \text{ kips} \left(\frac{0.000529 \text{ in./in.}}{1.7(1.6)(4.90 \text{ kips})} \right)}$ $= 3.13 \geq 0.324$ <p>Use $K_x = 3.13$</p>

Note that it is necessary to multiply the column loads by 1.6 for ASD in the expression above.

Verify the column strengths using the second-order forces shown above, using the following effective lengths (calculations not shown):

Columns:

$$\text{Use } K_x L_x = 3.13(20.0 \text{ ft}) = 62.6 \text{ ft}$$

$$\text{Use } K_y L_y = 20.0 \text{ ft}$$

“ $K_x = 3.13$ 사용하여 P-M interaction curve 작성 후 만족 여부 검토요. $P_n > P_u$ 이 매우 낮아질 것임”



예제 3:

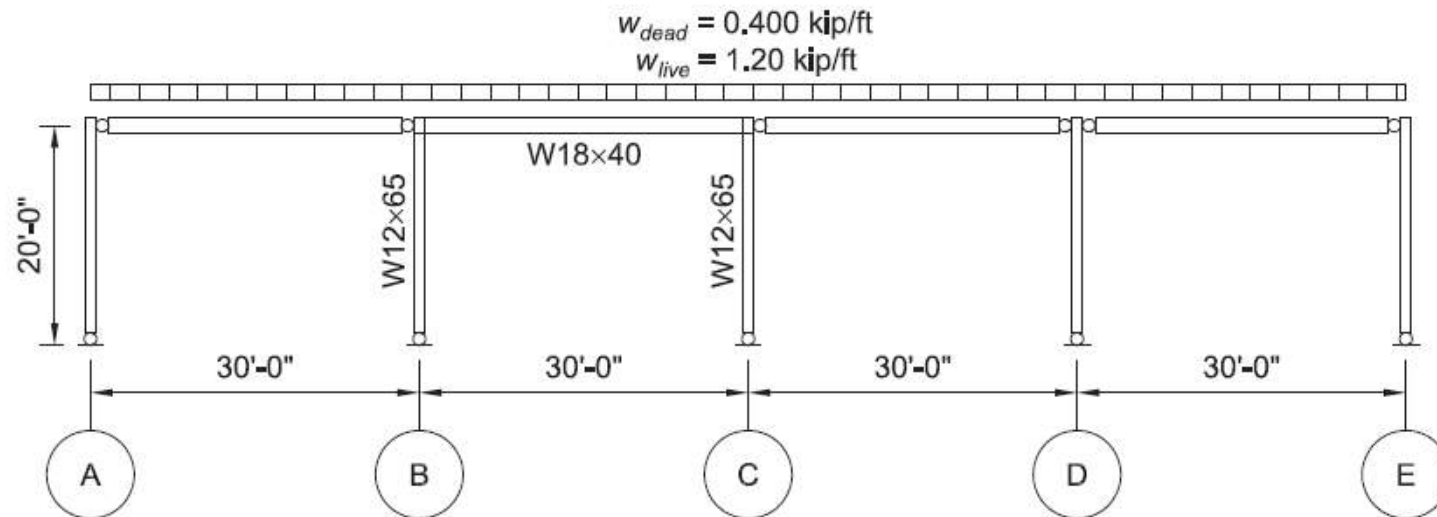
EXAMPLE C.1C DESIGN OF A MOMENT FRAME BY THE FIRST-ORDER METHOD

Repeat Example C.1A using the first-order analysis method.

Given:

Determine the required strengths and effective length factors for the columns in the rigid frame shown below for the maximum gravity load combination, using LRFD and ASD. Use the first-order analysis method.

Columns are unbraced between the footings and roof in the x- and y-axes and are assumed to have pinned bases.



“기하학적 비선형해석없이 1차해석으로 간편 해석/설계_ single story buildings (가령, 1층 공장건물) 또는 저층건물?”

예제 3:

Solution:

From *Manual* Table 1-1, the W12×65 has $A = 19.1 \text{ in.}^2$

The beams from grid lines A to B, and C to E and the columns at A, D and E are pinned at both ends and do not contribute to the lateral stability of the frame. There are no $P-\Delta$ effects to consider in these members and they may be designed using $K=1.0$.

The moment frame between grid lines B and C is the source of lateral stability and therefore must be designed using the provisions of Appendix 7 of the *AISC Specification*. Although the columns at grid lines A, D and E do not contribute to lateral stability, the forces required to stabilize them must be considered in the analysis. These members need not be included in the analysis model, except that the forces in the “leaning” columns must be included in the calculation of notional loads.

Check the limitations for the use of the first-order analysis method given in Appendix 7, Section 7.3.1:

- (1) The structure supports gravity loads through nominally vertical columns.
- (2) The ratio of maximum second-order drift to the maximum first-order drift will be assumed to be no greater than 1.5, subject to verification.
- (3) The required axial strength of the members in the moment frame will be assumed to be no more than 50% of the axial yield strength, subject to verification.

“언제 적용 가능한가?”

From Chapter 2 of ASCE/SEI 7, the maximum gravity load combinations are:

LRFD	ASD
$w_u = 1.2D + 1.6L$ $= 1.2(0.400 \text{ kip/ft}) + 1.6(1.20 \text{ kip/ft})$ $= 2.40 \text{ kip/ft}$	$w_a = D + L$ $= 0.400 \text{ kip/ft} + 1.20 \text{ kip/ft}$ $= 1.60 \text{ kip/ft}$

Per AISC *Specification* Appendix 7, Section 7.3.2, the required strengths are determined from a first-order analysis using notional loads determined below along with a B_1 multiplier as determined from Appendix 8.

For ASD, do not multiply loads or divide results by 1.6.

Frame Analysis Gravity Loads

The uniform gravity loads to be considered in the first-order analysis on the beam from B to C are:

LRFD	ASD
$w_u' = 2.40 \text{ kip/ft}$	$w_a' = 1.60 \text{ kip/ft}$

Concentrated gravity loads to be considered in a second-order analysis on the columns at B and C contributed by adjacent beams are:

LRFD	ASD
$P_u' = (15.0 \text{ ft})(2.40 \text{ kip/ft})$ $= 36.0 \text{ kips}$	$P_a' = (15.0 \text{ ft})(1.60 \text{ kip/ft})$ $= 24.0 \text{ kips}$

Frame Analysis Notional Loads

Per AISC *Specification* Appendix 7, Section 7.3.2, frame out-of-plumbness must be accounted for by the application of notional loads.

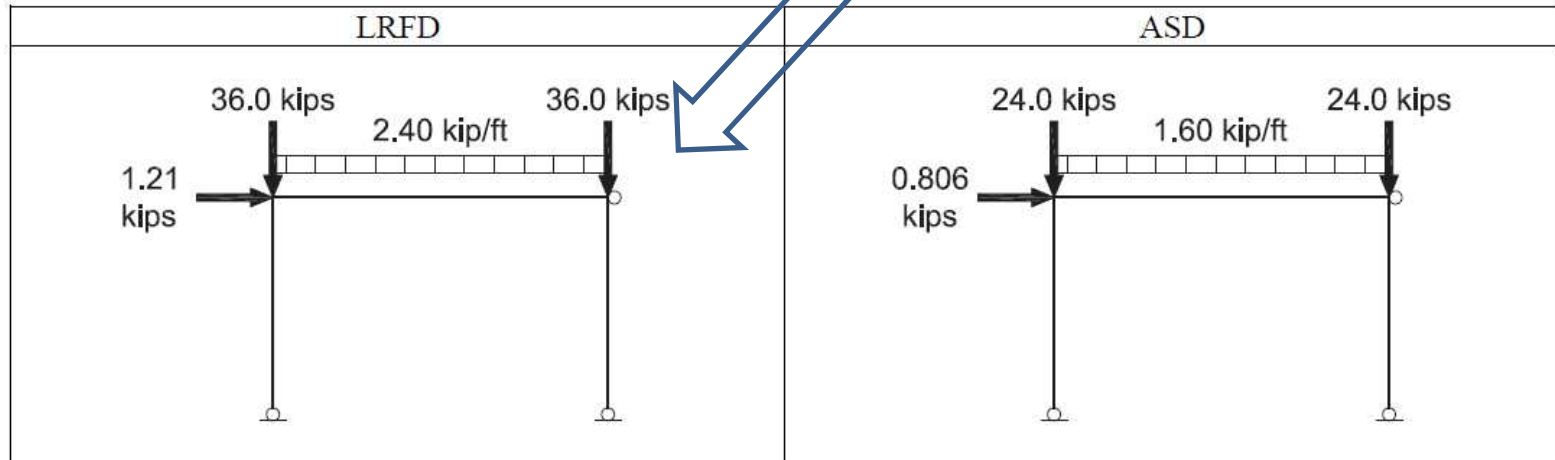
From AISC *Specification* Appendix Equation A-7-2, the required notional loads are:

LRFD	ASD
$\alpha = 1.0$	$\alpha = 1.6$
$Y_i = (120 \text{ ft})(2.40 \text{ kip/ft})$ $= 288 \text{ kips}$	$Y_i = (120 \text{ ft})(1.60 \text{ kip/ft})$ $= 192 \text{ kips}$
<u>$\Delta = 0.0 \text{ in. (no drift in this load combination)}$</u>	$\Delta = 0.0 \text{ in. (no drift in this load combination)}$
$L = 240 \text{ in.}$	$L = 240 \text{ in.}$
$N_i = 2.1\alpha(\Delta/L)Y_i \geq 0.0042Y_i$ $= 2.1(1.0)(0.0 \text{ in.}/240 \text{ in.})(288 \text{ kips})$ <u>$\geq 0.0042(288 \text{ kips})$</u> $= 0.0 \text{ kips} \geq 1.21 \text{ kips}$	$N_i = 2.1\alpha(\Delta/L)Y_i \geq 0.0042Y_i$ $= 2.1(1.6)(0.0 \text{ in.}/240 \text{ in.})(192 \text{ kips})$ $\geq 0.0042(192 \text{ kips})$ $= 0.0 \text{ kips} \geq 0.806 \text{ kips}$
Use $N_i = 1.21 \text{ kips}$	Use $N_i = 0.806 \text{ kips}$

“하중과 구조물이 대칭인 이 경우 골조 사이드 스웨이 생길리 만무_ 따라서 하한값 0.0042 Y가 지배, 대략 2/500 = 1/250 의 수직도 오차로 과대평가 ”

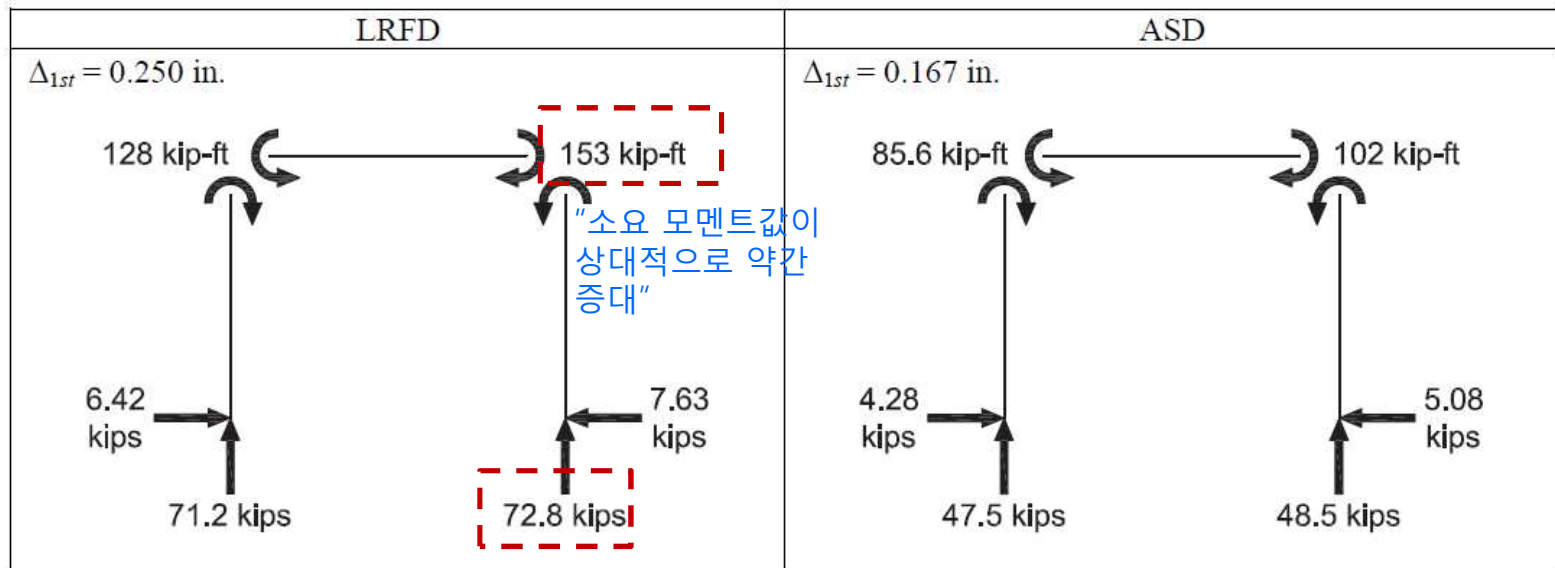
Summary of Applied Frame Loads

“1차해석이므로 가상의지 기둥 모델링 불요, 모델링해도 그 효과 반영되지 않음”



Per AISC Specification Appendix 7, Section 7.2.2, conduct the analysis using the full nominal stiffnesses.

Using analysis software, the following first-order results are obtained: **강성저감없이 1차해석으로 수행**



Check the assumption that the ratio of the second-order drift to the first-order drift does not exceed 1.5. B_2 can be used to check this limit. Calculate B_2 per the provisions of Section 8.2.2 of Appendix 8 using the results of the first-order analysis.

“2차해석 결과가 없으므로”

* 본질적으로 층 강성 개념에 의한 B2산정 과정

* R_M 축력에 의한 모멘트골조 기둥의 강성저하 해석에서 무시한 것 대략 보정 반영

* 의지기둥없이 모두 모멘트골조 기둥이라면 최대 85%의 강성저하 인정 ($R_M= 0.85$)

LRFD	ASD
$P_{mf} = 71.2 \text{ kips} + 72.8 \text{ kips}$ $= 144 \text{ kips}$	$P_{mf} = 47.5 \text{ kips} + 48.5 \text{ kips}$ $= 96 \text{ kips}$
$P_{story} = 144 \text{ kips} + 4(36 \text{ kips})$ $= 288 \text{ kips}$	$P_{story} = 96 \text{ kips} + 4(24 \text{ kips})$ $= 192 \text{ kips}$
$R_M = 1 - 0.15(P_{mf} / P_{story}) \quad (\text{Spec. Eq. A-8-8})$ $= 1 - 0.15(144 \text{ kips} / 288 \text{ kips})$ $= 0.925$	$R_M = 1 - 0.15(P_{mf} / P_{story}) \quad (\text{Spec. Eq. A-8-8})$ $= 1 - 0.15(96 \text{ kips} / 192 \text{ kips})$ $= 0.925$
$\Delta_H = 0.250 \text{ in.}$	$\Delta_H = 0.167 \text{ in.}$
$H = 1.21 \text{ kips}$	$H = 0.806 \text{ kips}$
$L = 240 \text{ in.}$	$L = 240 \text{ in.}$
LRFD	ASD
$P_{e\text{story}} = R_M \frac{HL}{\Delta_H} \quad (\text{Spec. Eq. A-8-7})$ $= 0.925 \frac{1.21 \text{ kips}(240 \text{ in.})}{0.250 \text{ in.}}$ $= 1,070 \text{ kips}$	$P_{e\text{story}} = R_M \frac{HL}{\Delta_H} \quad (\text{Spec. Eq. A-8-7})$ $= 0.925 \frac{0.806 \text{ kips}(240 \text{ in.})}{0.167 \text{ in.}}$ $= 1,070 \text{ kips}$
$\alpha = 1.00$	$\alpha = 1.60$
<div style="border: 2px dashed red; padding: 5px;"> $B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\alpha P_{story}}{P_{e\text{story}}}} \geq 1 \quad (\text{Spec. Eq. A-8-6})$ $= \frac{1}{1 - \frac{1.00(288 \text{ kips})}{1,070 \text{ kips}}} \geq 1$ $= 1.37$ </div>	$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\alpha P_{story}}{P_{e\text{story}}}} \geq 1 \quad (\text{Spec. Eq. A-8-6})$ $= \frac{1}{1 - \frac{1.60(192 \text{ kips})}{1,070 \text{ kips}}} \geq 1$ $= 1.40$

The assumption that the ratio of the maximum second-order drift to the maximum first-order drift is no greater than 1.5 is correct; therefore, the first-order analysis method is permitted.

Check the assumption that $\alpha P_r \leq 0.5P_y$ and therefore, the first-order analysis method is permitted.

$$\begin{aligned} 0.5P_y &= 0.5F_y A_g \\ &= 0.5(50 \text{ ksi})(19.1 \text{ in.}^2) \\ &= 478 \text{ kips} \end{aligned}$$

LRFD	ASD
$\alpha P_r = 1.0(72.8 \text{ kips})$	$\alpha P_r = 1.6(48.5 \text{ kips})$
$= 72.8 \text{ kips} < 478 \text{ kips}$ o.k.	$= 77.6 \text{ kips} < 478 \text{ kips}$ o.k.

The assumption that the first-order analysis method can be used is verified.

Although the second-order sway multiplier is approximately 1.4, the change in bending moment is small because the only sway moments are those produced by the small notional loads. For load combinations with significant gravity and lateral loadings, the increase in bending moments is larger.

Verify the column strengths using the second-order forces, using the following effective lengths (calculations not shown):

Columns:

Use $KL_x = 20.0 \text{ ft}$ $K_x = 1.0$

Use $KL_y = 20.0 \text{ ft}$

Notes:

DM_ $K_x = 1.0$, $P = 72.6$, $M = 149$ (FOM과 흡사)

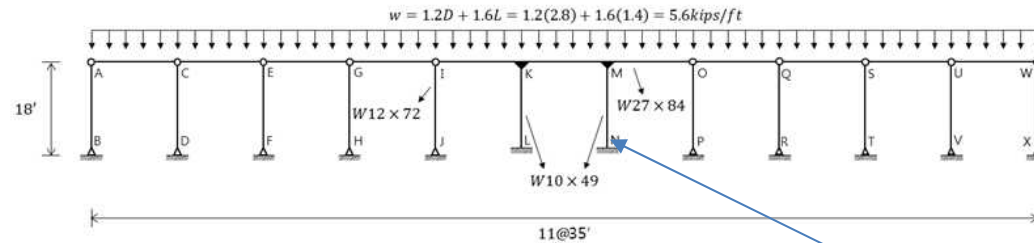
ELM_ $K_x = 3.1$, $P = 72.5$, $M = 148$ (상대적으로 매우 보수적!!, 하중조합/설계조건에 따라 CASE BY CASE일 것임)

FOM_ $K_x = 1.0$, $P = 72.8$, $M = 153$ (DM보다 약간 보수적)

예제4:

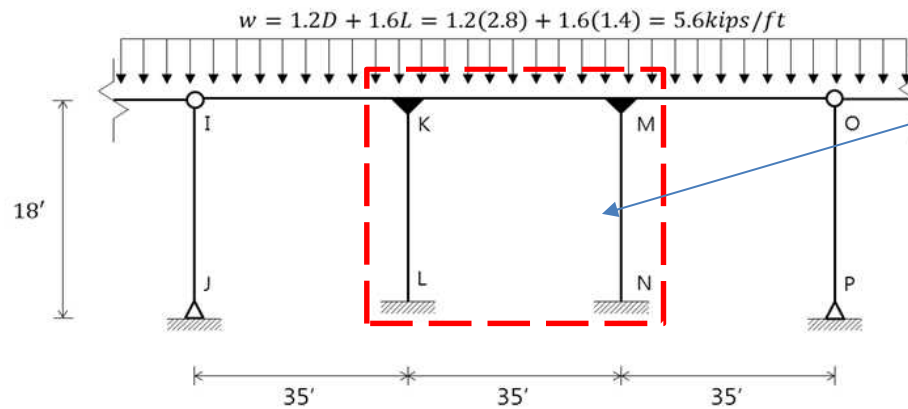
“그럴듯한 예제 아직 희소_ Marleck 박사논문의 골조를 가져다 만든 예제_ 더욱 포괄적이고 상세한 예제”

아래 Marleck Industrial Frame(2001)의 모멘트접합 기둥($W10 \times 49$)의 중력하중에 대한 적합성 여부를 i) 유효좌굴길이계수법(1차해석 및 B1/B2계수법 적용)과 ii) 직접해석법에 의해 검토하라. 단, 면외방향은 충분히 횡지지된 것으로 가정하여 약축좌굴은 무시하고 면내 강축 휨 및 축력에 대한 조합내력만 검토하라.



<그림 3.8> Maleck industrial frame

“중력하중 조합에 대해서만 검토”



<그림 3.9> Maleck industrial frame 중앙부의 횡안정 제공 모멘트 골조

모멘트골조 기둥, 나머지는 모두 의지기둥 (leaning column).

미국 엔지니어 선호?, VE/선택과 집중

표 3.2. Maleck industrial frame 부재의 표준치수와 단면성능

Gravity columns:	W12×72 $I_x = 597 \text{ in}^4$ $I_y = 195 \text{ in}^4$	$F_y = 50 \text{ ksi}$ $E = 29,000 \text{ ksi}$
Lateral-load resisting columns:	W10×49 $b_f = 10 \text{ in}$ $t_f = 0.560 \text{ in}$ $t_w = 0.340 \text{ in}$ $A_g = 14.4 \text{ in}^2$ $I_x = 272 \text{ in}^4$ $I_y = 93.4 \text{ in}^4$ $Z_x = 60.4 \text{ in}^3$ $S_x = 54.6 \text{ in}^3$ $J = 1.39 \text{ in}^4$ $h_0 = 9.42 \text{ in}$ $r_x = 4.35 \text{ in}$ $r_{ts} = 2.84 \text{ in}$	Unfactored Loads: $D = 2.8 \text{ kips/ft}$ $L_r = 1.4 \text{ kips/ft}$
Moment-frame girders:	W27×84 $I_x = 2850 \text{ in}^4$ $I_y = 106 \text{ in}^4$	Load Combination $LC = 1.2D + 1.6L_r$
Beam span lengths:	35ft	
Story height:	18ft	

[풀이]

본 공장건물은 의지기둥(leaning column)이 다수 포함되어 기하학적 비선형효과가 매우 커서 횡방향 안정성 설계가 매우 중요한 고려사항이 되는 골조형식이다. 이 골조의 골조 안정성은 모멘트접합 기둥(W10×49) KL 및 MN에 의해 전적으로 제공되어야 한다.

I. 유효좌굴길이계수법

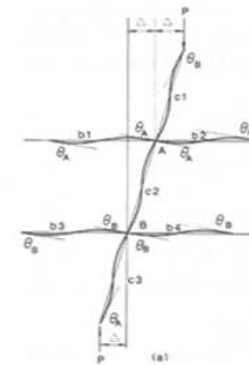
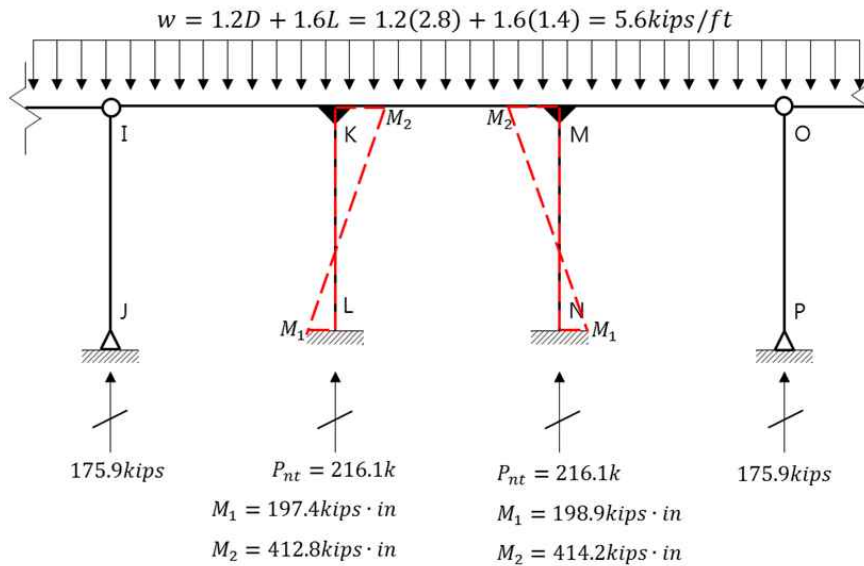
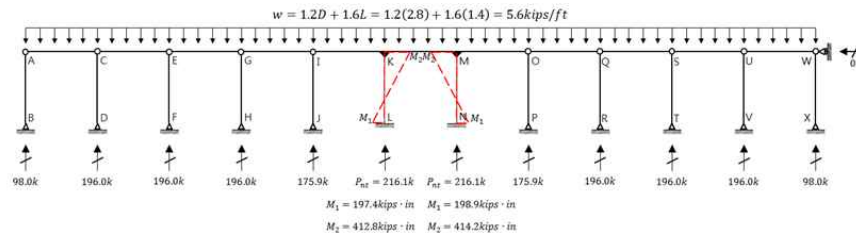
“기둥재-휨재-보기둥재 종합문제의 성격”

(I) 1차해석

1차해석 결과를 BI/B2계수로 증폭하기 위해서는 <그림 2.2>와 같이 비횡변위골조와 횡변위골조로 나누어 해석해야 하지만, 중력하중만 작용하고 하중과 구조물이 대칭이므로 비횡변위골조에 대한 1차해석으로 충분하다. <그림 3.10>은 참고) 비횡변위 골조에 대한 해석 결과를 요약한다. 본 예제에서 보듯이 중력하중과 구조물이 대칭이면 가상의 횡지지부에서 반력이 발생치 않는다. 당연히 P_{it} 와 M_{it} 는 모두 0이다.

비횡변위골조의 기둥부재의 유효좌굴길이는 주각고정-주두강절을 고려하여 유효좌굴길이 계수 계산도표를 이용하여 구할 수 있다:

$$G_A = 0 \text{ (주각고정, 실무에선 1.0으로 택하기도 함)}$$



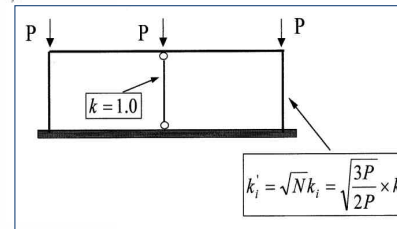
<그림 3.10> 1차해석에서 얻어진 M_{nt} 및 P_{nt} (비칭변위 골조해석 결과)

$$G_B = \frac{\sum \left(\frac{EI}{L}\right)_c \text{ (기둥강비)}}{\sum \left(\frac{EI}{L}\right)_g \text{ (보강비)}} = \frac{\left(\frac{29,000 \times 272}{18 \times 12}\right)}{\left(\frac{29,000 \times 2,850}{35 \times 12}\right) \times 0.5 + \left(\frac{29,000 \times 2,850}{35 \times 12}\right)} = 0.1237$$

현 좌굴길이계산도표_의
지기둥 존재 미고려

=> $K_0 = 1.02 \approx 1.0$ (비가새골조 alignment chart)

(왜 보강비에 0.5를 곱했는가?)



$$K' = \sqrt{\frac{\sum P + \sum Q}{\sum P}} \times K_0 = \sqrt{\frac{5.6 \times 11 \times 35}{2 \times 216.1}} \times 1.0 = 2.23$$

(의지기둥을 고려한 좌굴길이 확증, Yura method; 매우 편리)

(2) 모멘트 증폭계수 B1 및 B2 산정

(i) B1 산정(위 그림 3.10 기둥모멘트도 참조)

-기둥 KL 기둥(기둥 MN도 동일)

$$C_m = 0.6 - 0.4 \left(\frac{M_1}{M_2} \right) = 0.6 - 0.4 \left(\frac{197.4}{412.8} \right) = 0.41 (\geq 0.40) \quad (\because \text{복곡률})$$

따라서 $C_m = 0.41$ 이다.

$$P_{nt} = 216.1 \text{ kips}$$

$$P_{e1} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} = \frac{\pi^2 \times 29,000 \times 272}{(2.23 \times 18 \times 12)^2} = 335.5 \text{ kips}$$

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \frac{P_{nt}}{P_{e1}}} = \frac{0.41}{1 - \frac{216.1}{335.5}} = \frac{0.41}{1 - 0.644} = 1.15 (\geq 1.0)$$

(ii) B2 산정: P_{lt} 와 M_{lt} 는 모두 0이므로 사실은 필요치 않음

$$\sum P_{nt} = 2156 \text{ kips} \quad (\text{층에 작용하는 총 계수중력하중})$$

$$\sum P_{e2} = 2 \times \frac{\pi^2 EI}{(K_0 L)^2} = 2 \times \frac{\pi^2 \times 29,000 \times 272}{(1.0 \times 18 \times 12)^2} = 3337.3 \text{ kips}$$

“주의”

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\sum P_{nt}}{\sum P_{e2}}} = \frac{1}{1 - \frac{2,156}{3,337.3}} = \frac{1}{1 - 0.646} = 2.83 (\geq 1.0)$$



“사실은 B2 = 2.83 >> 1.5 이므로 현행 기준에 의한 때 유효길이법에 의한 설계불가!! 층중력하중이 층좌굴하중의 64.6% >> 33%”

(3) 소요압축강도(P_r) 및 소요휨강도(M_r) 산정

1차해석결과에 위에서 구한 증폭계수를 곱하여 산정한다.

(i) 소요압축강도(P_r)

$$P_r = P_{nt} + B_2 P_{lt} = 216.1 + 2.83 \times 0 = 216.1 \text{ kips}$$

“직접해석법 등장 이전에는 이러한 접근법에 의한 설계가 정통의 방법임”

(ii) 소요휨강도(M_r)

$$M_{nt} = 414.2 \text{ kips} \cdot \text{in}$$

$$M_r = B_1 M_{nt} + B_2 M_{t2} = 1.15 \times 414.2 + 2.83 \times 0 = 476.3 \text{ kips} \cdot \text{in}$$

(4) 조합응력검토를 위한 설계압축강도 및 설계휨강도 산정

(i) 설계압축강도($P_r = \phi P_n$)

① 판폭두께비 검토: 세장단면 여부 검토.

플랜지

$$\lambda_f = b_f / 2t_f = 10 / (2 \times 0.560) = 8.9$$

$$\lambda_r = 0.56 \sqrt{E/F_y} = 0.56 \sqrt{29,000/50} = 13.5$$

$\lambda_f < \lambda_r$, 따라서 플랜지는 비콤팩트 단면이다.

웹

$$\lambda_w = h/t_w = (10 - 2 \times 0.560) / 0.340 = 26.1$$

$$\lambda_r = 1.49 \sqrt{E/F_y} = 1.49 \sqrt{29,000/50} = 35.9$$

$\lambda_f < \lambda_r$, 따라서 웹은 비콤팩트 단면이다.

(1) $\frac{KL}{r} \leq 4.71 \sqrt{\frac{E}{QF_y}}$ 또는 $F_e \geq 0.44QF_y$ 일 경우

$$F_{cr} = Q \left[0.658 \frac{QF_y}{F_c} \right] F_y \quad (0705.7.2)$$

따라서 Q factor(KBC 0705.7)에 의한 강도저감 불필요하고 통상의 좌굴강도곡선(KBC 0705.3)을 적용하면 된다.

② 압축강도 산정

이미 언급한 바와 같이 면내 강축 휨좌굴에 대해서만 검토를 수행하도록 한다.

- 세장비: 면내좌굴 ($K_x = K_y = 2.23$)를 반영하여 세장비($\frac{K_x L}{r_x}$)를 구한다.

$$\left(\frac{K_x L}{r_x} \right) = \frac{2.23 \times 18 \times 12}{4.35} = 111$$

- 탄성좌굴 응력(F_e)

$$F_e = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{K_x L}{r_x} \right)^2} = \frac{\pi^2 \times 29,000}{111^2} = 23.3 \text{ ksi}$$

- 설계(임계)좌굴 응력(F_{cr})

$$\frac{KL}{r} > 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} \text{ 또는 } F_e < 0.44F_y \text{ 일 경우, } F_{cr} = 0.877F_e$$

$$\frac{KL}{r} \leq 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} \text{ 또는 } F_e \geq 0.44F_y \text{ 일 경우, } F_{cr} = \left[0.658 \frac{F_y}{F_e} \right] F_y$$

$$\frac{K_x L}{r_x} = 111 \leq 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 4.71 \sqrt{\frac{29,000}{50}} = 113.4 \text{ 이므로}$$

따라서 비탄성좌굴 영역에서 강도가 결정된다.

$$F_{cr} = \left[0.658 \frac{50}{23.3} \right] 50 = 20.4 \text{ ksi}$$

$$P_c = \phi_c P_n = \phi_c F_{cr} A_g = 0.9 \times 20.5 \times 14.4 = 264.4 \text{ kips}$$

(ii) 설계휨강도 ($M_{cr} = \phi M_{rx}$)

설계휨강도(M_c)는 부재의 플랜지/웹국부좌굴, 횡비틀림좌굴, 소성모멘트 강도를 비교하여 최소값을 택한다.

① 판폭두께비 검토

플랜지

$$\lambda_f = b_f / 2t_f = 10 / (2 \times 0.560) = 8.9$$

$$\lambda_r = 0.38 \sqrt{E/F_y} = 0.38 \sqrt{29,000/50} = 9.2$$

$\lambda_f < \lambda_{rf}$, 따라서 플랜지는 콤팩트 단면이므로 강도저감이 필요치 않다.

웹

$$\lambda_w = h/t_w = (10 - 2 \times 0.560) / 0.340 = 26.1$$

$$\lambda_r = 3.76 \sqrt{E/F_y} = 3.76 \sqrt{29,000/50} = 90.6$$

$\lambda_f < \lambda_{rf}$, 따라서 웹은 콤팩트 단면이므로 강도저감이 필요치 않다.

FLB/WLB/LTB
검토(휨재설계)

② 휨강도 산정

- 소성모멘트

$$M_p = F_y Z_x = 50 \times 61 = 3,020 \text{ kips}\cdot\text{in}$$

- 국부좌굴을 고려한 휨강도

<① 판폭두께비 검토>를 통해서 강도 저감이 필요하지 않음 확인.

- 횡비틀림좌굴(LTB) 검토

$$L_b = 18 \times 12 = 216 \text{ in}$$

$$r_y = 2.54 \text{ in}$$

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{E/F_y} = 1.76 (2.54) \sqrt{29,000/50} = 107 \text{ in}$$

$$h = 10 - 2 \times (0.560) = 8.88 \text{ in}$$

$$C = 1 \text{ (2축대칭 I 형강)}$$

$$\begin{aligned} L_r &= 1.95 r_{ts} \frac{E}{0.7F_y} \sqrt{\frac{Jc}{S_x h_0} + \sqrt{\left(\frac{Jc}{S_x h_0}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{0.7F_y}{E}\right)^2}} \\ &= 1.95 \times 2.84 \times \frac{29,000}{0.7 \times 50} \times \sqrt{\frac{1.39 \times 1}{54.6 \times 9.42} + \sqrt{\left(\frac{1.39 \times 1}{54.6 \times 9.42}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{0.7 \times 50}{29,000}\right)^2}} \\ &= 379.6 \text{ in} \end{aligned}$$

$\therefore L_p < L_b \leq L_r$ 이므로 따라서 비탄성횡좌굴 영역에서 강도가 결정됨

<그림 3.11>에서 보듯이 기둥 KL(기둥 MN도 동일)에 모멘트구배가 존재하므로 횡좌굴 강도 산정을 위한 휨모멘트계수 C_b 를 우선 산정한다.

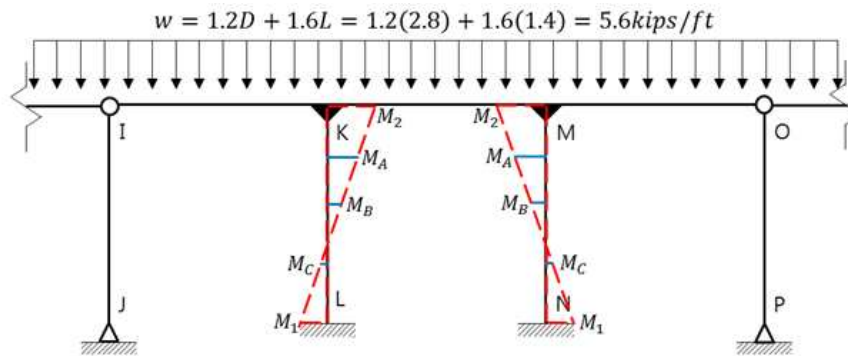
$$\begin{aligned} M_1 &= 197.4 \text{ kips}\cdot\text{in} & M_2 &= 412.8 \text{ kips}\cdot\text{in} = M_{\max} \\ M_A &= 260.2 \text{ kips}\cdot\text{in} & M_B &= 107.7 \text{ kips}\cdot\text{in} & M_C &= 44.9 \text{ kips}\cdot\text{in} \end{aligned}$$

“다음 쪽
BMD 참고”

$$\begin{aligned} C_b &= \frac{12.5 M_{\max}}{2.5 M_{\max} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_C} \\ &= \frac{12.5 \times 412.8}{2.5 \times 412.8 + 3 \times 260.2 + 4 \times 107.7 + 3 \times 44.9} = 2.17 \end{aligned}$$

Salvadori vs. K-N 식

$$\begin{aligned} M_n &= 2.17 \left[3,020 - (3,020 - 0.7 \times 50 \times 54.6) \left(\frac{216 - 107}{379.6 - 107} \right) \right] \leq 3,020 \text{ kips}\cdot\text{in} \\ &= 3,020 \text{ kips}\cdot\text{in} \end{aligned}$$



$$C_b = \frac{12.5 M_{\max}}{2.5 M_{\max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C}$$

<그림 3.11> 횡좌굴강도 산정을 위한 휨모멘트계수 C_b 산정

$$M_P = 3,020 \text{ kips}\cdot\text{in}$$

$$\therefore M_{cz} = \phi_b M_{rz} = \phi_b M_P = 0.9 \times 3,020 = 2,718 \text{ kips}\cdot\text{in}$$

(5) 조합력에 대한 내력 상관관계식 검토

$$\frac{P_r}{P_c} \geq 0.2 \text{인 경우:}$$

$$\frac{P_r}{P_c} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{rz}}{M_{cz}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1.0 \quad (a)$$

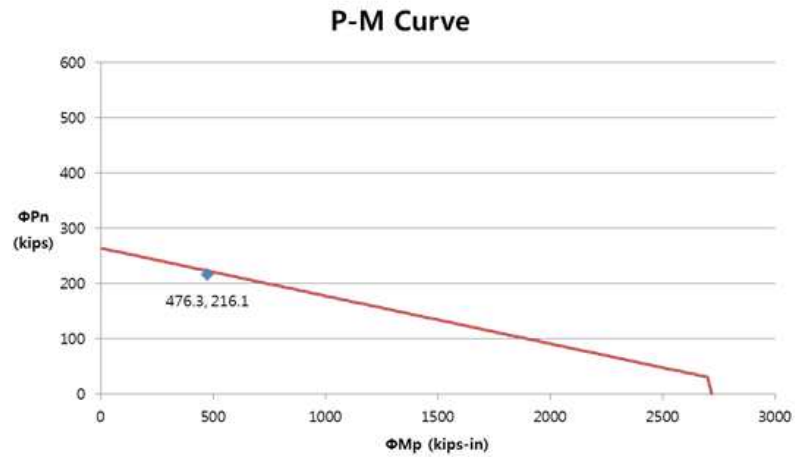
$$\frac{P_r}{P_c} < 0.2 \text{인 경우:}$$

$$\frac{P_r}{2P_c} + \left(\frac{M_{rz}}{M_{cz}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1.0 \quad (b)$$

$$\frac{P_r}{P_c} = \frac{216.1}{264.4} = 0.82 > 0.2 \text{ 이므로 식 (a)에 의해,}$$

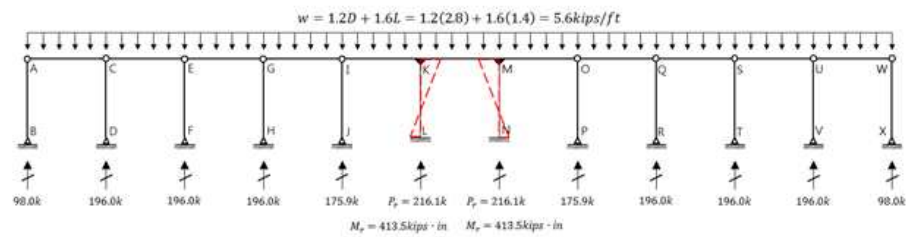
$$\frac{P_r}{P_c} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right)$$

$$= \frac{216.1}{264.4} + \frac{8}{9} \left(\frac{476.3}{2,718} \right) = 0.97 < 1.0$$

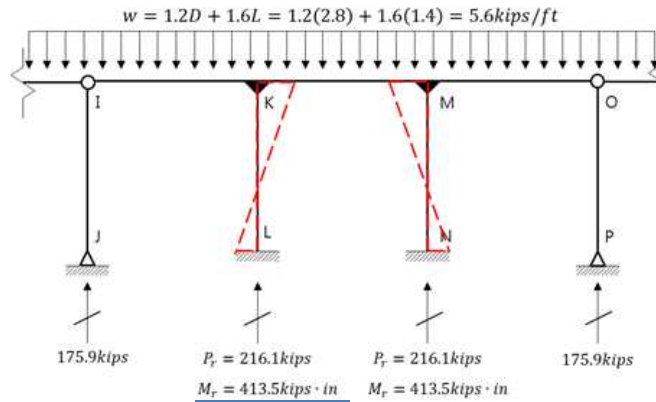


<그림 3.12> 조합력에 대한 내력 상관관계식 검토 그래프
(유호좌굴길이계수법)

II. 직접해석법

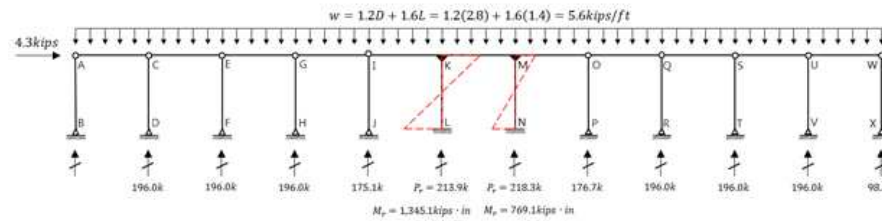


“1차해석 First: 유효강성 추정에 도움”



<그림 3.13> 1차해석에서 얻어진 M_r 및 P_r

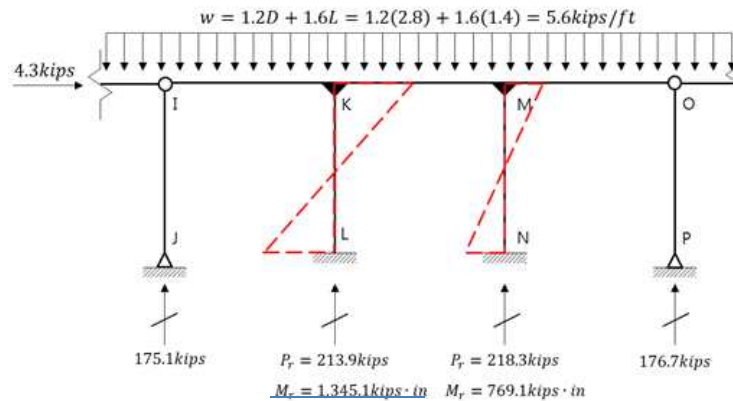
“직접해석 결과 요약”



“가상하중/유효강성 도입 후 기하학적 비선형해석”

* KL기둥: $1345/413 = 3.26$, 226% 증가!

* MN기둥: 모멘트 역전!



<그림 3.14> 2차해석(직접해석법)에서 얻어진 M_r 및 P_r

(1) 직접해석법 적용을 위한 2차해석 모델링

위 그림 <3.13> 및 <3.14>는 기하학적 비선형해석 능력이 검증된 국내 대표적 상용프로그램을 사용해 얻어진 1차해석과 직접해석법을 위한 2차해석 결과를 보여주고 있다. 1차해석에서는 해당 기둥에 작용하는 소요 힘이 $P_r = 216.1 kips$, $M_r = 413.5 kips \cdot in$ 값이 얻어졌

다. 직접해석법을 위한 모델링은 다음과 같이 수행되었다:

(i) 가상하중

$$N_i = 0.002 W_i$$

여기서,

N_i : i 층에 적용된 가상하중, N

W_i : i 층에 적용된 하중조합에 의한 중력하중, N

이 골조의 하중조건을 따르면 가상하중은

$$W_i = 5.6 \times 11 \times 35 = 2156 \text{ kips}$$

$$N_i = 0.002 W_i = 0.002 \times 2156 = 4.312 \approx 4.3 \\ = 4.3 \text{ kips}$$

(ii) 유효강성

구조물의 안정성에 기여한다고 판단되는 부재의 강성에 감소계수 0.8을 적용하거나 구조물의 모든 강성에 감소계수 0.8을 적용할 수 있다. 또한 휨강성이 구조물의 횡방향 안정성에 기여한다고 판단되는 모든 부재의 휨강성에는 다음의 추가감소계수 τ_b 를 적용해야 한다. Maleck골조의 경우 기둥 KL, MN 그리고 보 KM이 골조 안정성에 관여하는 부재이므로 기본적으로 EI(휨강성) 및 EA(축강성) 공칭값의 80%를 적용한다. 또한 기둥 KL, MN는 잔류응력과 축력의 영향을 고려하여 휨강성에 대한 추가감소계수 τ_b 의 적용여부를 검토해야 한다.

$$P_r/P_v \leq 0.5 \text{인 경우: } \tau_b = 1.0$$

$$P_r/P_v > 0.5 \text{인 경우: } \tau_b = 4(P_r/P_v)[1 - (P_r/P_v)]$$

여기서,

P_r = 소요압축강도,

$P_v = AF_v$, 부재의 항복압축강도,

$$\underline{P_r/P_v = 218.3 / (14.4 \times 50) = 0.3 \leq 0.5 \text{인 경우이므로 } \tau_b = 1.0 \text{ 이다.}}$$

따라서, 기둥 KL, MN의 휨강성에 대한 추가감소계수 τ_b 를 적용할 필요가 없다. 즉, $0.8\tau_b EI = 0.8 \times 1 \times EI = 0.8EI$ 이 적용되었다.

직접해석법을 수행한 결과 KL 기둥에서는 $P_r = 213.9 \text{ kips}$, $M_r = 1,345.1 \text{ kips}\cdot\text{in}$, MN 기

동에서는 $P_r = 218.3kips$, $M_r = 769.1kips \cdot in$ 로 1차해석과 비교하여 소요압축강도는 큰 차이가 없었으나 변형에 따른 소요휨강도가 증가된 것을 관찰할 수 있었다(MN 기둥에서는 모멘트 역전까지 발생함).

(2) 소요압축강도(P_r) 및 소요휨강도(M_r) 산정

KL 과 MN 기둥 가운데 월등히 큰 모멘트가 작용하는 KL기둥에 대해서만 검토한다.

(i) 소요압축강도(P_r)

$$P_r = 213.9kips$$

(ii) 소요휨강도(M_r)

$$M_r = 1345.1kips \cdot in$$

“부재에 요구되는 *demand*, 즉 소요강도가 해석결과로서 단번에 얻어짐”

(3) 조합응력검토를 위한 설계압축강도 및 설계휨강도 산정

(i) 설계압축강도($P_c = \phi P_n$)

① 판폭두께비 검토 : 앞의 유효좌굴길이법 적용시 검토결과와 동일

② 압축강도 산정

직접해석법에 의한 설계이므로 유효좌굴길이계수는 $K_x=1.0$ 으로 택한다.

$$\left(\frac{K_x L}{r_x}\right) = \frac{1 \times 18 \times 12}{4.35} = 50$$

$$F_c = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{K_x L}{r_x}\right)^2} = \frac{\pi^2 \times 29,000}{50^2} = 116.1ksi$$

$$\frac{K_x L}{r_x} = 50 \leq 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 4.71 \sqrt{\frac{29,000}{(50)}} = 113.4 \text{ 이므로}$$

비탄성좌굴 영역에서 강도가 결정됨

$$F_{cr} = \left[0.658^{\frac{50}{116.1}}\right] 50 = 41.8ksi$$



“이하 capacity 산정과정, 위와 동일 절차”

“아예 유효좌굴길이 라는 말 불필요!”

$$P_c = \phi_c P_n = \phi_c F_y A_g = 0.9 \times 41.8 \times 14.4 = 541.1 \text{ kips}$$

(ii) 설계휨강도 ($M_{cx} = \phi M_{nx}$)

설계휨강도 (M_c)는 부재의 국부좌굴, 횡비틀림좌굴, 소성모멘트 강도를 비교하여 최소값을 택한다.

① 판쪽두께비 검토: 유효좌굴길이법 검토 참조



“이하 capacity 산정과정, 위와 동일 절차”

② 휨강도 산정

- 소성모멘트: $M_p = F_y Z_x = 50 \times 61 = 3,020 \text{ kips}\cdot\text{in}$

- 국부좌굴을 고려한 휨강도: 컴팩트 단면으로 강도저감이 필요하지 않다.

- 횡비틀림좌굴(LTB) 검토

$$L_b = 18 \times 12 = 216 \text{ in}$$

$$r_y = 2.54 \text{ in}$$

$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{E/F_y} = 1.76 (2.54) \sqrt{29,000/50} = 107 \text{ in}$$

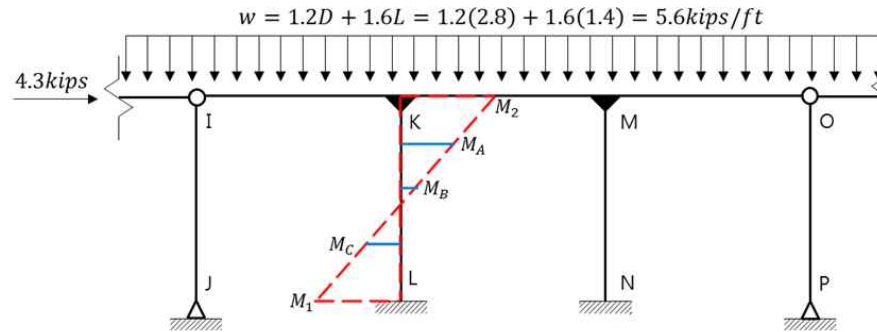
$$h = 10 - 2 \times (0.560) = 8.88 \text{ in}$$

$C = 1$ (Double symmetric I shape)

$$\begin{aligned} L_r &= 1.95 r_{ts} \frac{E}{0.7 F_y} \sqrt{\frac{Jc}{S_x h_0} + \sqrt{\left(\frac{Jc}{S_x h_0}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{0.7 F_y}{E}\right)^2}} \\ &= 1.95 \times 2.84 \times \frac{29,000}{0.7 \times 50} \times \sqrt{\frac{1.39 \times 1}{54.6 \times 9.42} + \sqrt{\left(\frac{1.39 \times 1}{54.6 \times 9.44}\right)^2 + 6.76 \left(\frac{0.7 \times 50}{29,000}\right)^2}} \\ &= 379.6 \text{ in} \end{aligned}$$

$\therefore L_p < L_b \leq L_r$ 이므로 따라서 비탄성횡좌굴 영역에서 강도가 결정됨

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - 0.7 F_y S_x) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \leq M_p$$



<그림 3.15> 2차해석에서 얻어진 횡하중 저항 기둥의 BMD

$$M_1 = 1,190.8 \text{ kips}\cdot\text{in} \quad M_2 = 1,345.1 \text{ kips}\cdot\text{in} = M_{\max}$$

$$M_A = 583.1 \text{ kips}\cdot\text{in} \quad M_B = 101.0 \text{ kips}\cdot\text{in} \quad M_C = 773.1 \text{ kips}\cdot\text{in}$$

$$C_b = \frac{12.5M_{\max}}{2.5M_{\max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C}$$

$$= \frac{12.5 \times 1,345.1}{2.5 \times 1,345.1 + 3 \times 583.1 + 4 \times 101.0 + 3 \times 773.1} = 2.15$$

따라서 $C_b = 2.15$ 이다.

$$M_p = 3,020 \text{ kips}\cdot\text{in}$$

$$M_n = 2.15 \left[3,020 - (3,020 - 0.7 \times 50 \times 54.6) \left(\frac{216 - 107}{379.6 - 107} \right) \right] \leq 3,020 \text{ kips}\cdot\text{in}$$

$$= 5,539.6 \leq 3,020 \text{ kips}\cdot\text{in}$$

$$= 3,020 \text{ kips}\cdot\text{in}$$

$$\therefore M_{cx} = \phi_b M_{nx} = \phi_b M_p = 0.9 \times 3,020 = 2,718 \text{ kips}\cdot\text{in}$$

(5) 조합력에 대한 내력 상관관계식 검토

$$\frac{P_r}{P_c} \geq 0.2 \text{ 인 경우:}$$

$$\frac{P_r}{P_c} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1.0 \quad (a)$$

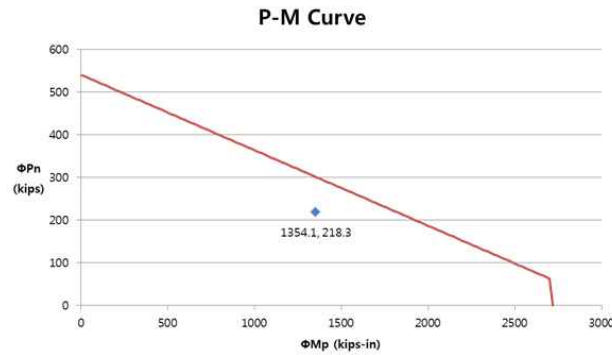
$$\frac{P_r}{P_c} < 0.2 \text{ 인 경우:}$$

$$\frac{P_r}{2P_c} + \left(\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1.0 \quad (b)$$

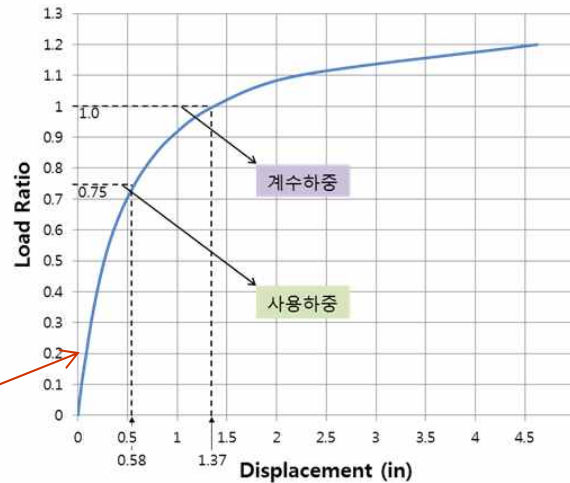
$\frac{P_r}{P_c} = \frac{213.9}{541.1} = 0.39 > 0.2$ 이므로 식 (a)에 의해,

$$\frac{P_r}{P_c} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) = \frac{213.9}{541.1} + \frac{8}{9} \left(\frac{1,354.1}{2,718} \right) = 0.85 < 1.0$$

“유효굴길이법 보다 낙관적인 결과, case by case”



<그림 3.16> 조합력에 대한 내력 상관관계식 검토 그래프

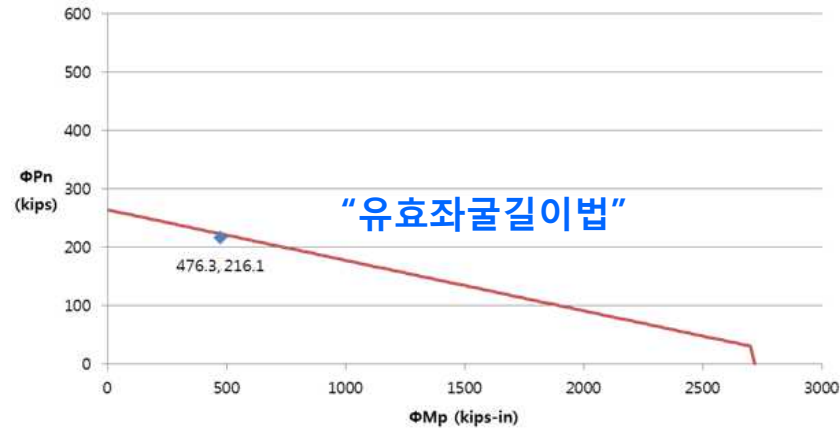


“비선형”

<그림 3.17> 직접해석법에서 얻어진 중력하중 대 횡변위 관계

유효좌굴길이법 대 직접해석법에 의한 조합강도 검토 비교

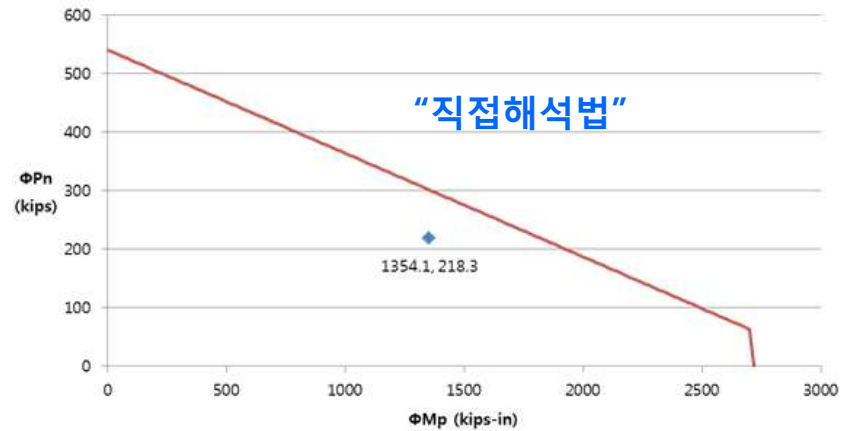
P-M Curve



<그림 3.12> 조합력에 대한 내력 상관관계식 검토 그래프
(유효좌굴길이계수법)

“동일 스케일”

P-M Curve



<그림 3.16> 조합력에 대한 내력 상관관계식 검토 그래프

5. 결어

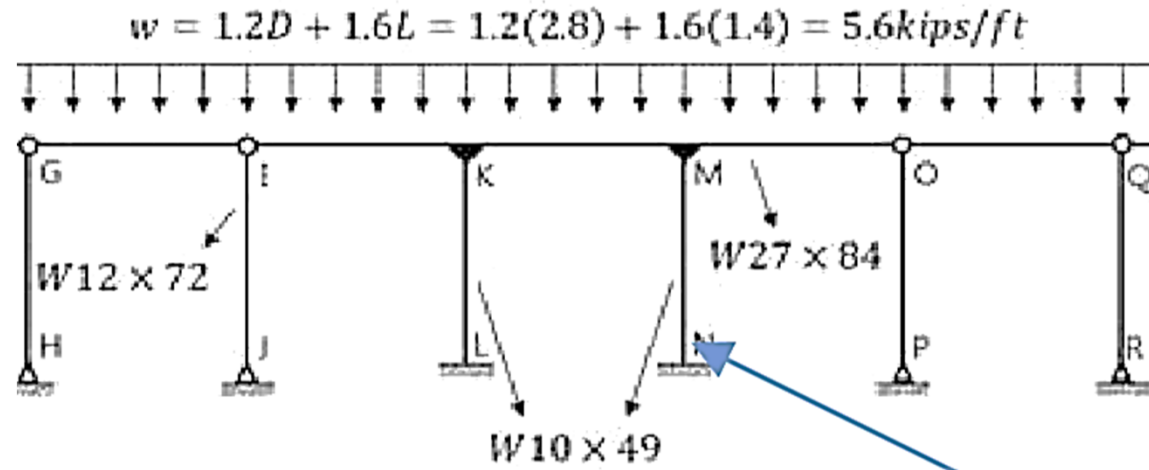
전통적 유효좌굴계수법, 모멘트중폭계수, 기하학적비선형해석 등 강구조 안정성 설계의 요체를 소개하였다. 특히 최근에 실무에 도입되고 있는 직접해석법의 등장배경, 이론과 적용 절차를 상세히 논의하여 향후 실무적용에 도움을 주고자 하였다.

초기불완전 모델링이나 강성조정은 직접해석법에 의해서 보-기둥 부재에 작용하는 응력(단면력)을 산정하는 목적으로만 도입된 개념이다. 통상의 중력하중, 풍하중이나 지진하중에 대한 골조의 처짐이나 횡변위 검토 또는 기초반력 등의 산정에는 초기불완전이나 강성조정을 고려할 필요가 없고, 기존의 방식대로 공칭값을 사용한 1차해석으로 족하다.

직접해석법은 소프트웨어에 의존하는 방법으로 기하학적 비선형해석이 개입되고 비선형거동을 동가의 유효강성으로 조정을 해야 하는 등 주의를 요한다. 기존의 K계수 개념에 익숙했던 엔지니어에게는 매우 생소할 수 있다. 충분한 이해나 경험이 없이 소프트웨어를 블랙박스처럼 사용할 경우 안전하지 않은 결과로 이어질 수 있으므로 주의를 요한다. 이 방법에 대한 확신이 생길 때까지 유효좌굴계수법/B1-B2중폭법 등에 의한 결과와 비교하여 더블 체크하는 것도 좋은 방법이 될 것이다. 이런 측면에서도 전통적 유효좌굴계수법/B1-B2중폭법은 여전히 매우 중요하다.

End of presentation

HW#....



- 문) Marleck Industrial Frame(2001)이 위와 같이 5개 베이를 갖는 구조시스템으로 변경되었을 때, W10X49 기둥의 적절성 여부를 직접해석법(DAM)에 의해 검토하라.
(나머지 조건은 보충자료 예제4의 조건과 동일, 2nd order 해석 능력이 있는 상용프로그램 사용 무방.)

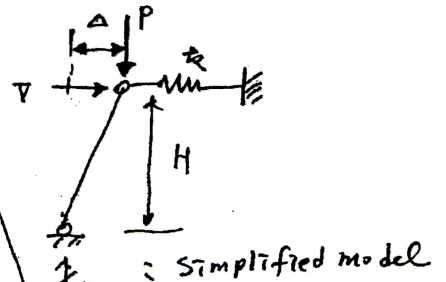
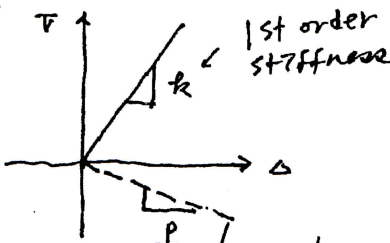
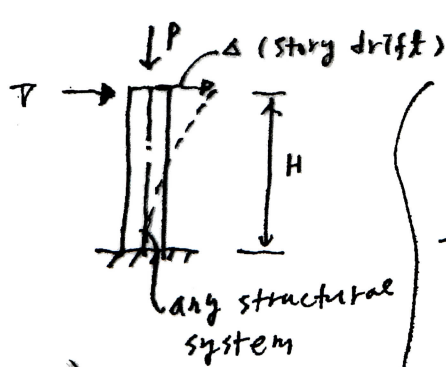
(4.8절 보충자료 (P-M joint system stability) 생각 (필수!))

4.8절 보충자료 (P-M joint system stability)
 P-Δ (not P-δ) analysis of "P-M-jointed" systems

SKIP

M=0이든 P-M interaction 있음.

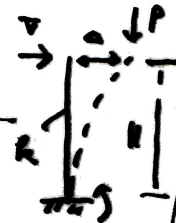
Note: c.h. lee's explanation (좌굴하중의 식 따지 않음)



V versus Δ

$$k_{eff} = (k - \frac{P}{H}) = 0 \text{ 이면}$$

$$P_{cr} = Hk$$



$$\sum M = P \cdot \Delta - k \Delta H = 0$$

$$(P - kH) \cdot \Delta = 0$$

For non-trivial solution,

$$P - kH = 0$$

$$\text{or } P_{cr} = kH$$



$$P_{cr} = \frac{V}{\Delta_{or}} \times H$$

Δ_{or} : 축력 P을 고려치 않고 횡력 V를 가해서 얻어진 횡변위

$$= \frac{V}{\left(\frac{\Delta_{or}}{H}\right)}$$

story drift ratio (rad)

= Lateral force per unit story drift ratio

= 1(rad)의 축간 변위각을 유발하는데 필요한 횡력

좌굴하중을 형성변위 미션을 기준으로 산정하는 수 값을 의미

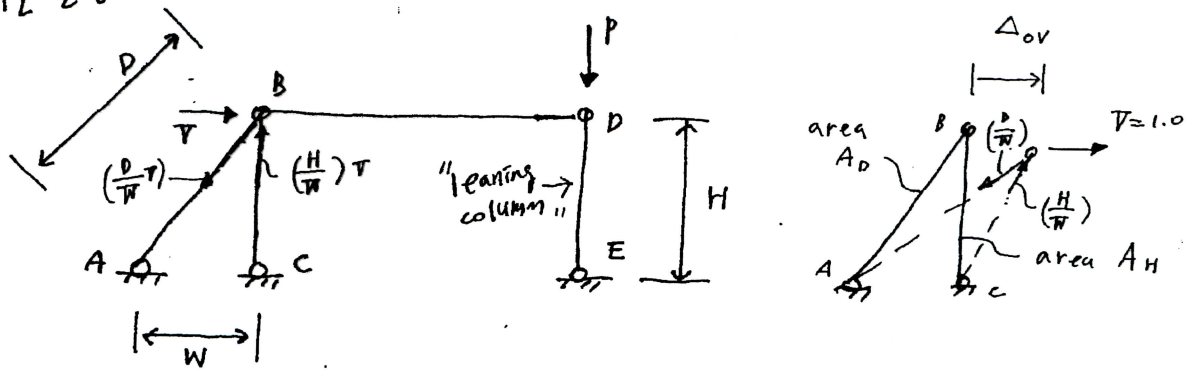
$$P_{cr} = P_L = \frac{VH}{\Delta_{or}}$$

(axial) Limit load

때가 안맞는 식일. --- (1)

Prm-jointed system

c1) PL 산정



"ABC" → stability subsystem (횡재하에 대한 모든 resistance를 제공)

절점 B에 수평방향으로 단위하중 $V=1.0$ 을 가할 때 생기는 횡재변위 Δ_{ov} 를 이용하여 보온 단면의 처짐 구하면

$$\frac{1/2 \cdot (1.0) \cdot (\Delta_{ov})}{W_E} = \sum \left(\frac{N^2 L}{2AE} \right) = \frac{1}{L} \left\{ \frac{\left(\frac{H}{W}\right)^2 H}{A_H E} + \frac{\left(\frac{D}{W}\right)^2 D}{A_D \cdot E} \right\}$$

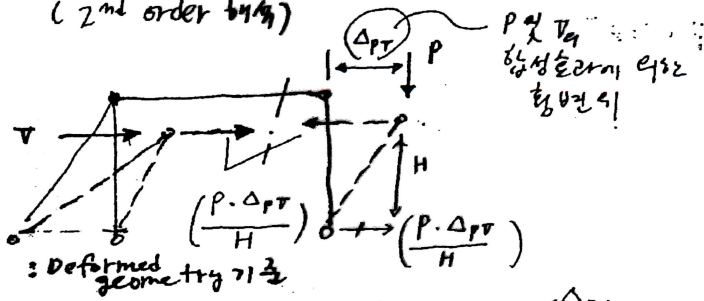
$$\therefore \Delta_{ov} \Big|_{V=1.0} = \frac{H}{A_H E} \left[(1+\lambda) \left(\frac{H}{W}\right)^2 + \lambda \right] \dots (2)$$

$$\therefore P_L = \frac{VH}{\Delta_{ov}} = \frac{(1.0) (CH)}{\Delta_{ov} \Big|_{V=1.0}} = \frac{A_H E}{\left[(1+\lambda) \left(\frac{H}{W}\right)^2 + \lambda \right]} \dots (3)$$

where $\lambda = \frac{A_H D}{A_D H}$

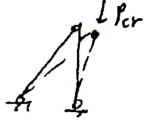
"SI prm-jointed system의 좌굴하중이 상응함"

(2) "V+P" 하중에 대한 처짐 (2nd order 처짐)



$$P_L : 1.0 = \left(V + \frac{P \cdot \Delta_{pr}}{H} \right) : \left(\frac{\Delta_{pr}}{H} \right) \rightarrow \frac{\Delta_{pr}}{H} \text{ 이 처짐이 될 때,}$$

+ additional shear due to P-Δ effect



2nd order analysis \longleftrightarrow 1st order analysis (3)

$$\frac{\Delta_{PT}}{H} = \frac{V}{P_L - P} \quad \text{--- (4)}$$

(3)

V가 일정하다면
P → P_L 이면 Δ_{PT}는
"무한히" 증가한다 (nonlinear fashion으로)

(i) V만 작용시 BC 부재의 부재력 (1차해석) $\rightarrow P_L = P_{cr}$ 일때 극한된다

$$N_{BC,V} = \left(\frac{H}{W}\right) \times V \quad \text{--- (5)}$$

(ii) V + P 동시 작용시 BC 부재의 부재력 (2차해석)

정점 B의 총 부재력 $(V + \frac{P \cdot \Delta_{PT}}{H})$ 이므로

$$N_{BC,PV} = \left(\frac{H}{W}\right) \times \left(V + P \times \frac{\Delta_{PT}}{H}\right) \quad \text{--- (6)}$$

↑ 증가 부재력 (P-Δ 효과)

$$\frac{N_{BC,PV}}{N_{BC,V}} = \frac{(6) \text{식}}{(5) \text{식}} = 1 + \frac{P \cdot \Delta_{PT}}{VH} = 1 + \frac{P}{V} \times \left(\frac{\Delta_{PT}}{H}\right) \quad \text{(4)식 대입}$$

$$= 1 + \frac{P}{V} \times \frac{V}{P_L - P} = 1 + \frac{1}{\frac{P_L}{P} - 1} = \frac{\left(\frac{P_L}{P} - 1\right) + 1}{\frac{P_L}{P} - 1}$$

$$\therefore \frac{AF}{\text{공통계수}} = \left[\frac{1}{1 - \frac{P}{P_L}} \right] \quad \text{--- (7)}$$

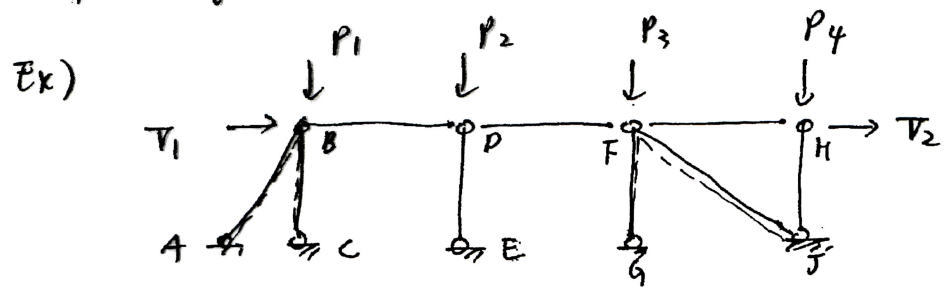
Three important points

① The story drift ratio (P-Δ 효과 포함) ; $\frac{\Delta_{PT}}{H} = \frac{V}{P_L - P} \quad \text{--- (8)}$

② The max. value of P is $P_{cr} = P_L \quad \text{--- (9)}$

③ The amplification factor ; $AF = \left[\frac{1}{1 - P/P_L} \right] \quad \text{--- (10)}$
(the ratio of 2nd to 1st order forces)

"The principles developed above apply equally well to the general pin-jointed structures."



↳ rigid link의 기능 안 함

ABC, GFJ → two sources of lateral stiffness

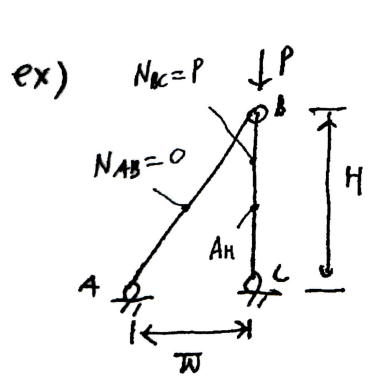
"Summation" 형태로 수렴

$$\frac{\Delta_{PT}}{H} = \left(\frac{\sum V}{\sum P_L - \sum P} \right) \quad \text{--- (11)}$$

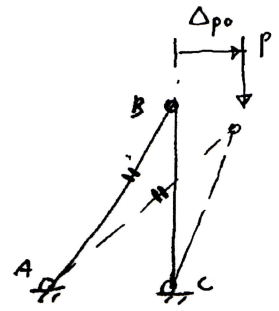
$$AF = \left(\frac{1}{1 - \frac{\sum P}{\sum P_L}} \right) \quad \text{--- (12)}$$

(3) Sideway 2차 & 1차 pin-jointed systems (sideway under gravity loads only)

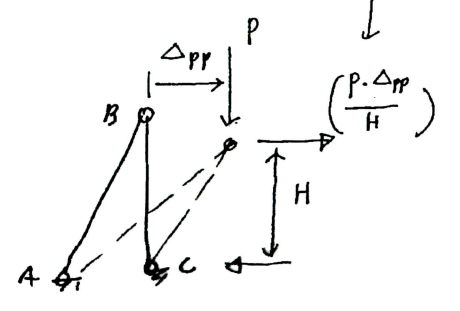
↳ 하중 연로 구조물이 변형될 때



(a) 변형 전 구조 시스템



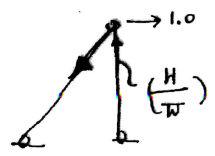
(b) 1차 sway
(sway가 생김) → Δp0



(c) 2차 sway
(sway 증대됨) → Δpp

additional shear

가상일의 원리를 적용하여 1차 sway Δp0 에 대하여



$$\begin{aligned} & \Delta p_0 \times 1.0 \\ &= \sigma_{actual} \times \sum \left(\frac{H}{W} \right) \times H \\ &= \left(\frac{P}{A_H} \right) \times \frac{A_H H}{H} \times A_H H \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \left(\frac{\Delta p_0}{H} \right) &= \frac{P \left(\frac{H}{W} \right)}{A_H E} \quad \text{--- (13)} \\ \therefore \left(\frac{\Delta_{pp}}{H} \right) &= \frac{\Delta p_0}{H} + \frac{\left(\frac{P \cdot \Delta_{pp}}{H} \right) \times 1.0}{P_L} \quad \text{--- (14)} \end{aligned}$$

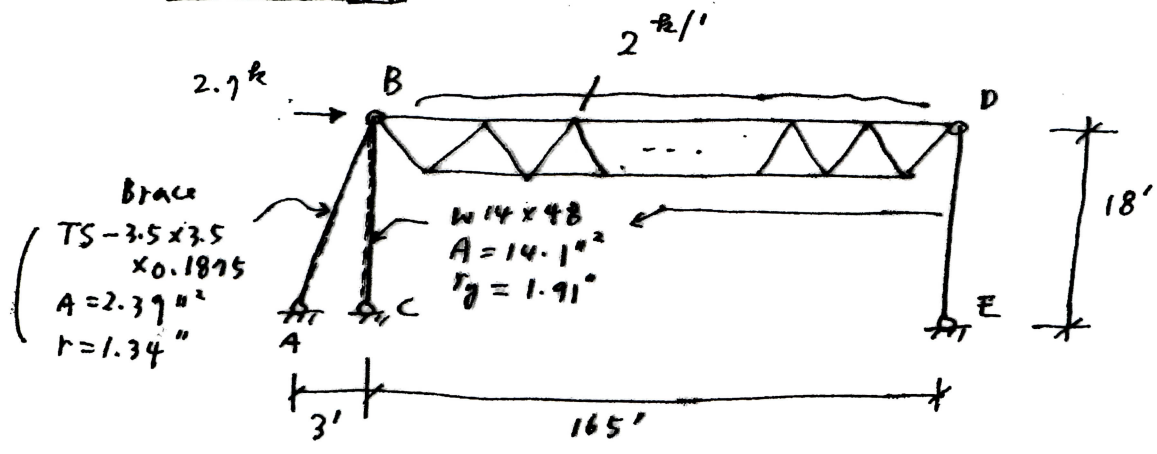
additional shear

(14) 식의 2nd effect $\left(\frac{\Delta_{pp}}{H}\right) = \left(\frac{\Delta_{p0}}{H}\right) \times \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{P}{P_L}\right)} \right]$ 동등한 증폭계수 (15)
 first order analysis \downarrow AF

(15) 식의 양변에 P를 곱하면 additional shear 가 얻어짐,

$$\left(P \times \frac{\Delta_{pp}}{H}\right) = \left(\frac{\Delta_{p0}}{H}\right) \times \left[\frac{P}{\left(1 - \frac{P}{P_L}\right)} \right] = V_{p2} \quad \text{--- (16)}$$

Example 1



WIND = 15 psf, Gravity = 100 psf, Frames 20' o.c.

W14: $F_y = 50 \text{ ksi}$, TS-3.5x3.5; $F_y = 46 \text{ ksi}$

Design check (검산)

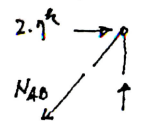
- ① The column loads: $\frac{1}{2} \times 165 \times 2 = 165 \text{ k}$
- ② The brace: acting in both compression and tension
- ③ 안전하중 정중하중을 받음

$$\begin{aligned} P_a &= 13.4 \text{ k} \text{ (gravity)} \\ P_a &= 13.4 \text{ k} \times \frac{4}{3} \\ &= 17.8 \text{ k} \text{ (Wind)} \\ P_{ultimate} &= 13.4 \times \left(\frac{23}{12}\right) \text{ --- 안전하중} \\ &= 25.6 \text{ k} \\ P_{connection} &= 25.6 \text{ k} \text{ (tension)} \text{ (ult)} \end{aligned}$$

(i) First order analysis에 따른 계통 (가산부재 제외)

• 풍하중 작용시 AB 부재는 하중 받기 없음 (OK)

• 풍하중



$$N_{48} \times \frac{3}{\sqrt{18^2 + 3^2}} = 2.7 \quad ; \quad N_{48} = 16.4 \text{ k} < 17.8 \text{ k} \text{ (OK)}$$

- lateral drift under the wind load.

Using Eq (3) in page (2),

$P_L = 1,589 \text{ k}$ ← stability system ABC er Per ni shi

$\frac{\Delta_{ov}}{H} = \frac{V}{P_L} = \frac{2.7}{1589} = 0.0017 = 0.17\% \approx \left(\frac{H}{600}\right)$ (OK)
 상경히 conservative 하 일

(iii) 2nd order analysis on eq 2 7b 2

- The 2nd order wind drift ratio,

$\left(\frac{\Delta_{pv}}{H}\right) = \frac{\sum V}{\sum P_L - \sum P} = \frac{2.7}{1589 - 330} = 0.0021 \approx \frac{H}{500} > \frac{H}{600}$
 23% 증가

$AF = \frac{1}{1 - \frac{330}{1589}} = 1.26$

2nd order $N_{AB} = \frac{1.26(16.4)}{1} = 20.7 \text{ k} > P_a = 17.8 \text{ k}$ (N.G.)

평하중이 하중 member AB appears to be unsatisfactory in compression

- 수직하중이 하중 sideways 영향 정도 (비대칭 구조물)

(13) 식을 이용하여

$\left(\frac{\Delta_{po}}{H}\right) = \frac{P\left(\frac{H}{W}\right)}{A_H E} = \frac{165 \times \frac{18}{3}}{(14.1)(29000)} = 0.00242 \approx \left(\frac{H}{400}\right)$
 BC 부재 (기둥 부재)

gravity 하중이 하중 것이 평하중이 하중 것보다 클!

중하중이 하중 sideways 하중이 subsystem ABC 에 가해지는 2차 하중 (15) 식에서,

가해지는 하중 (AB)
$$V_{p2} = 0.00242 \times \left(\frac{330}{1 - \frac{330}{1589}}\right) = 1.0 \text{ k}$$

$$1.0 \times \frac{\sqrt{18^2 + 3^2}}{3} = 6.1 \text{ k}$$

$$\frac{+ 6.1 \text{ k}}{\text{(하중 tension)}} \pm \frac{20.7 \text{ k}}{\text{(평하중)}} = 26.8 \text{ k (tension)} > 25.6 \text{ k} = \text{(N.G.)}$$

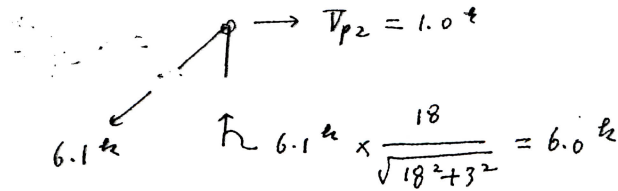
$$-14.6 \text{ k (compression)}$$

 이 하중은 AB 부재의 tension 을 유발 할 것 아

기동점
(BC)

중요하중이 아닌 sidesway는 BC 보의 1/2 보의 2/3 정도
증가시킬 것임.

(7)



$$N_{BC} = \frac{165}{1st} + \frac{6.0}{2nd} = 171 \text{ k} > P_9 = 165 \text{ k} \text{ (W14 x 48)}$$

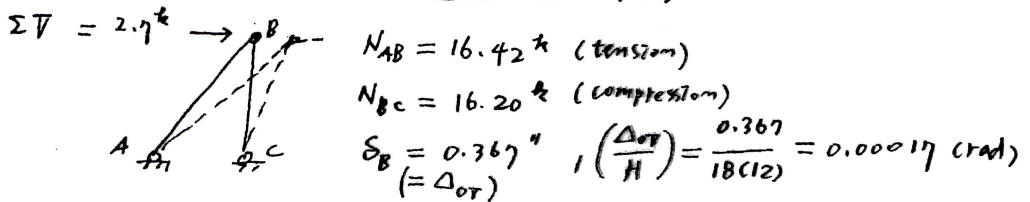
This example illustrates the important aspects of 2nd order analysis.

평상상태이 충분히 보인도 상당한 하중증가가
2차 효과를 발생시킬 수 있음.

General Design Procedure for Single Story Pin-Jointed Structures

↳ How to apply the principles of 2nd order analysis to a simple structure (Example 1의 구조물 참조)

Step 1: 횡력 ΣV 만을 가하여 1차해석하여 부재력 및 $(\frac{\Delta_{or}}{H})$ 산정
(수계산 또는 First order program 이용)



Step 2: ΣP_L 및 AF 산정

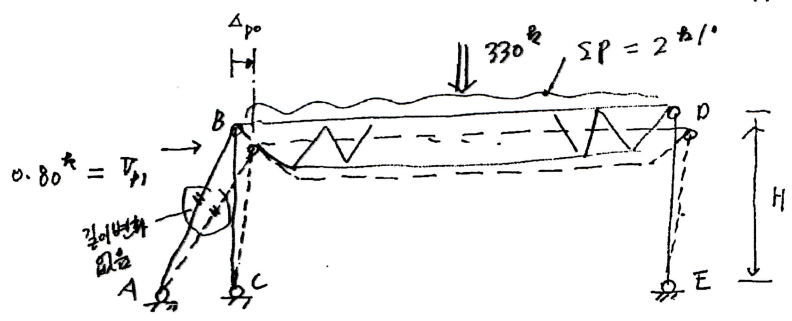
$$\Sigma P_L = \frac{\Sigma V}{\left(\frac{\Delta_{or}}{H} \right)} = \frac{2.7}{0.00017} = 1589 \text{ k}$$

$$AF = \frac{1}{1 - \frac{\Sigma P}{\Sigma P_L}} = \frac{1}{1 - \frac{330}{1589}} = 1.26$$

↑
2차효과

반응이 미치는 증폭계수 (Wind 및 sidesway에 대하여)

Step 3: 수직하중 (중력하중)에 대한 "1차해석"을 수행. 만약 구조물/하중이 비대칭이면 sidesway drift ($\frac{\Delta_{po}}{H}$) 계산은 (if any).
 ↳ 대칭이면 zero



$$\begin{cases} N_{AB} = 0 \\ N_{BC} = 165 \text{ k} (\text{압축}) = N_{DE} \\ \Delta_{po} = 0.523'' \end{cases}$$

1차해석의 Sidesway (중력하중)가 유발하는 추가 횡력 V_{p1} 을 산정하면,

$$V_{p1} = \frac{\Sigma P \times \Delta_{po}}{H} = \frac{(330)(0.523)}{18(12)} = 0.80 \text{ k}$$

Step 4: 원래 주어졌던 횡력 ΣV 와 V_{p1} 을 부호를 고려하여 합하고 AF를 곱함
 (WTmd load)

$$(\pm 2.7 \text{ k} + 0.80 \text{ k}) \times (1.26) = \begin{matrix} +4.41 \text{ k} (\rightarrow) \\ -2.40 \text{ k} (\leftarrow) \end{matrix}$$

First order shear ↳ AF (2차효과 반영)

2차 효과를 반영해 주는 등가 횡력 (sidesway ± wind) (Equivalent first order force)

Step 5: Step 4의 1차해석 결과를 등가 횡력 등 이용해서 보정 한 후, 이 결과를 Step 3의 결과와 중첩하여 부재 설계에 사용.
 ↳ 중력하중에 대한 해석

- ㉠ 부재 AB의 max. tension: (sidesway + WTmd) case
 (가세) $(N_{AB})_{2nd} = (16.42) \times \left(\frac{4.41}{2.7}\right) + \text{zero} = 26.8 \text{ k} \text{ (63\% 증가)}$
 ↳ 중력하중 1차해석 결과
 1.63 (반일, Sidesway가 없었으면 1.26 = AF이었을 것임)
 ↳ ㉡, ㉢의 경우도 마찬가지.
- ㉡ 부재 AB의 max. Compression: (sidesway - wind) case
 (가세) $(N_{AB})_{2nd} = \left(\frac{-2.40}{2.7}\right) \times 16.42 + \text{zero} = -14.60 \text{ k} \text{ (도리이 감소)}$
- ㉢ 부재 BC의 max. Compression: (sidesway + wind) + gravity
 (가중) $(N_{BC})_{2nd} = (16.20) \times \frac{4.41}{2.7} + 165 = 26.5 + 165 = 191.2 \text{ k} \text{ (16\% 증가)}$

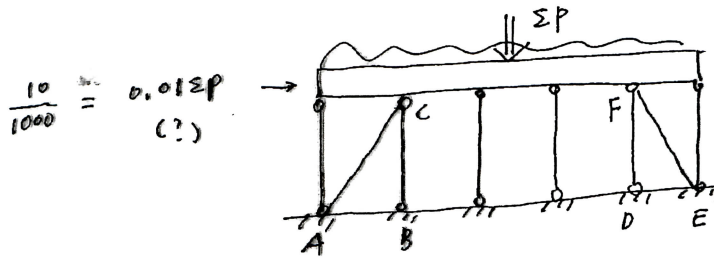
Step 6: $P-\Delta$ 효과를 정확히 고려한 항변위는,

$$\Delta_{PT} = \frac{\Delta_{OT} + \Delta_{PO}}{\left(1 - \frac{\Sigma P}{\Sigma PL}\right)} = (0.367 + 0.528) \times 1.26 = 1.13''$$

Note : ① 중력하중에 대하여 sidesway가 발생치 않는 조건이면 (실용상의 대부분의 구조물이 이 범주로 귀속될 것임), step 3 및 4의 과정 붙임. step 2의 AF를 step 1의 해석 결과에 직접 곱하면 최종 2차 효과 결과가 얻어질 것이므로 이 결과를 gravity loading 해석 결과와 중첩하면 될 것임.

② 설계 구조물이 대칭인 경우, 완벽히 수직인 구조물의 줄래가 없어도 보면, 가령 $\frac{\Delta_c}{H} = \frac{\Delta_{PO}}{H} = \frac{2}{1000} (=0.2\%)$ 정도의 out-of-plumbness $\frac{2}{1000}$ 정도는 인정할 수도 있음 것임

↳ temporary shoring (가설 등하리) 설계방식에 관한 논문?!



HW # "안들 것."