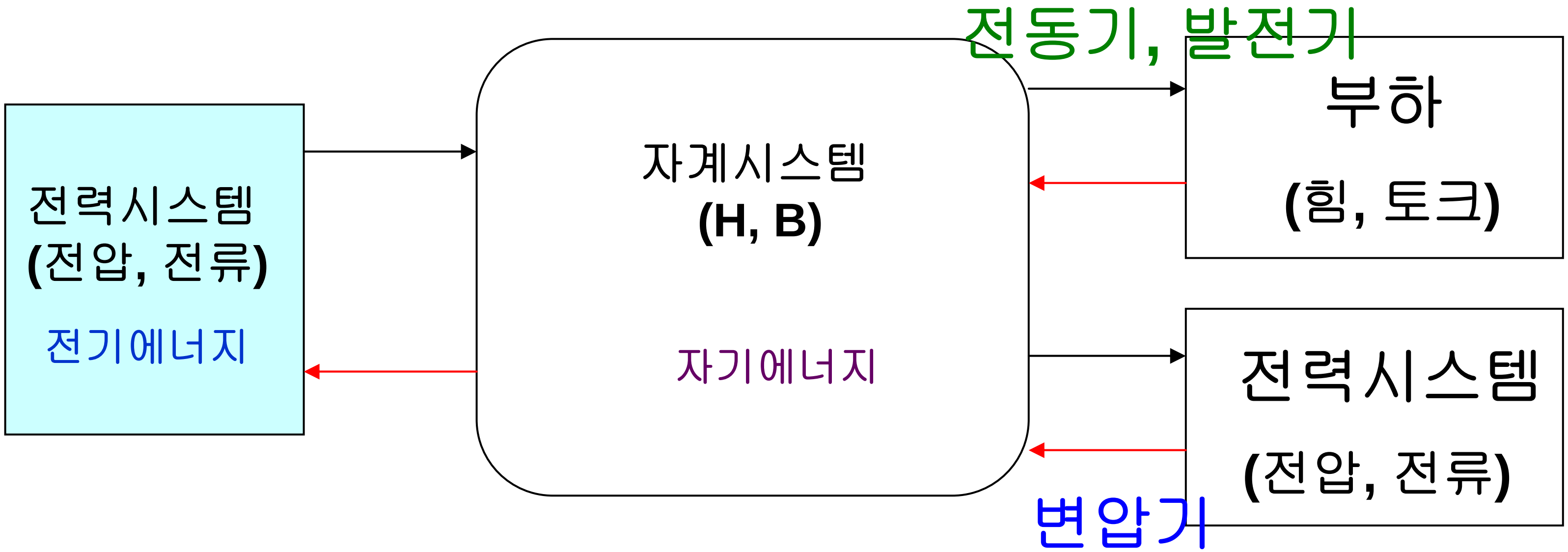
8. 전기-기계 결합시스템 (에너지와 힘 I)

서론

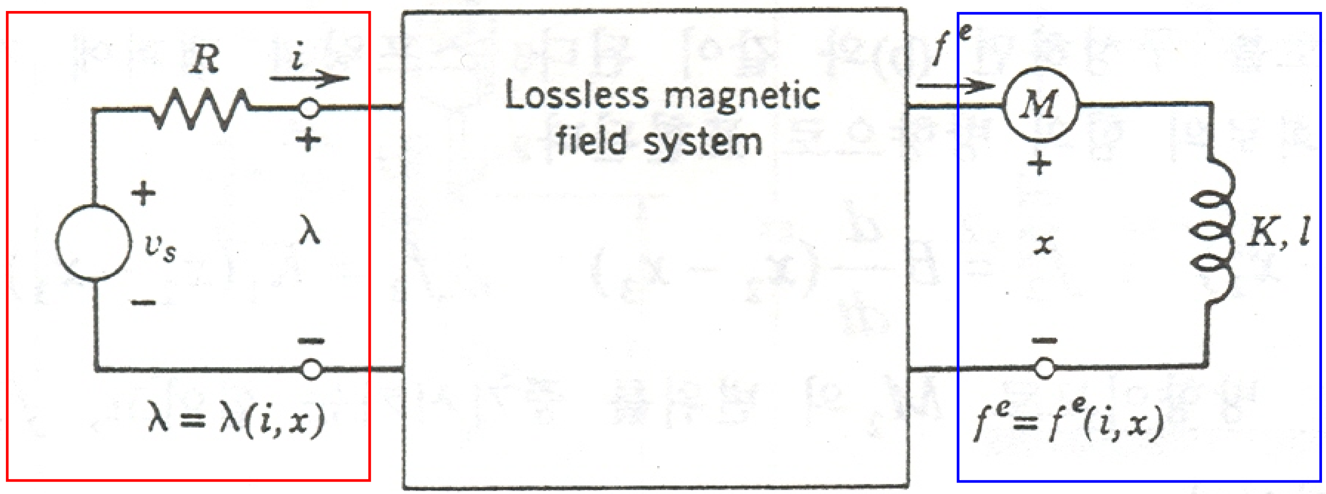


❖여러 전기 에너지 변환 시스템들은 전기 에너지를 기계 에너지로(예 : 전동기), 기계 에너지를 전기 에너지로(예 : 발전기) 그리고 전기 에너지를 전기 에너지로(예 : 변압기)로 변환 시킬 수 있다.

❖이들의 구조는 서로 다르지만 동작 원리는 거의 비슷하다.

❖본 교재에서는 에너지 변환의 중간 연결계(coupling field)로 자계 시스템을 사용하는 전기 에너지 변환 시스템을 다룬다.

에너지 변환 과정



전기 시스템　　연결계　　기계 시스템

❖그림에서 보듯이 전기 기계적 결합은 변수 **i,λ(자계계에서)** 또는, **v,q(전계계에서)**를 가진 전기 단자쌍과 변수 x, f_e를 가진 기계 단자쌍 사이에서 일어난다.

❖전기기계 결합계를 무손실이라고 가정.(보존계)

1. 전기 및 기계 단자를 통해 계안에 공급된 에너지는 자계로 축적되어지거나 각각의 단자를 통해 완전히 꺼내어 쓸 수 있다.

2. 즉 전기 시스템에서의 권선 저항(R)에 의한 i^2R 손실, 연결계에서 자계 철심에서 자계 변화로 인해 생기는 철손, 그리고 기계 시스템에서의 마찰손 풍손등을 무시.

전계와 자계에 저장되는 에너지(1)

자계계

❖자계에 축적된 에너지를 Wm이라고 하면 power 보존의 법칙에 의해서

$$\boxed{\frac{dW_m}{dt}} = \boxed{i\frac{d\lambda}{dt}} + \boxed{(-f^e\frac{dx}{dt})}$$

자계에너지의 시간적 변화율　　전기시스템으로 들어가는 power　　기계시스템으로 들어가는 power

❖양변에 dt를 곱하면 에너지 보존의 법칙이 얻어진다.

$$\boxed{dW_m = id\lambda - f^e dx} \Leftarrow$$

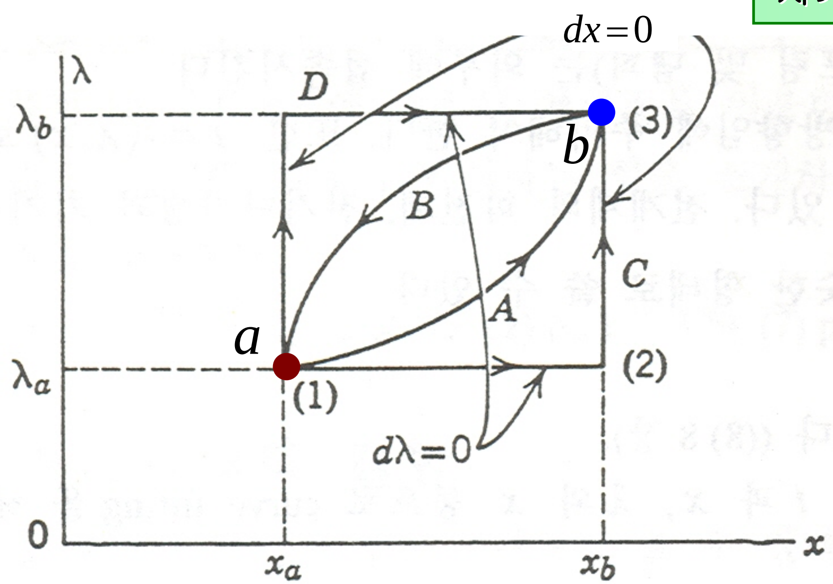
네개의 변수(i,λ,f^e,x) 중
두 변수 λ,x를 독립 변수로 취함.

전계계

$$\frac{dW_e}{dt} = v\frac{dq}{dt} + (-f^e\frac{dx}{dt}) \Rightarrow \boxed{dW_e = vdq - f^e dx}$$

전계와 자계에 저장되는 에너지(2)

자계계의 예를 통해 저장 에너지를 계산해보도록 하겠다.



❖보존계에서는 적분 경로를 바꾸어도 두 점에 의해서 적분값이 일정하므로 어떠한 적분 경로 (A, B, C, D)로 적분하여도 결과는 마찬가지이다.

❖즉, 계산의 편이를 위해 적분이 쉬운 경로를 선택하면 된다. 여기서 두 점은 $a(\lambda_a,x_a)$, $b(\lambda_b,x_b)$ 이다.

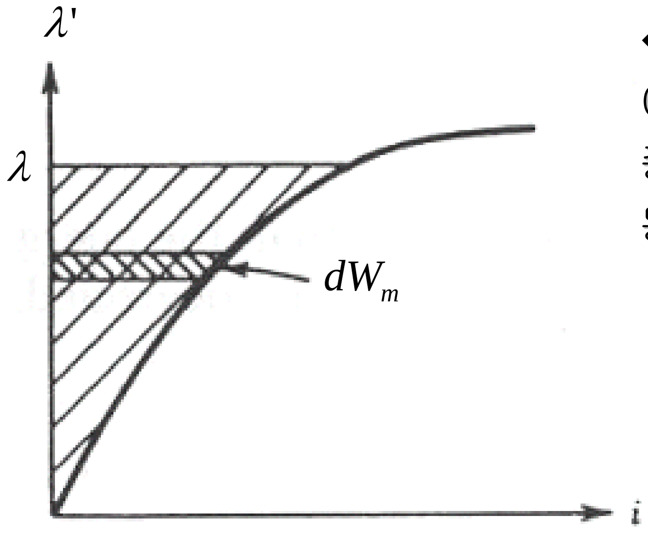
❖ 적분 경로 C를 선택 한 경우, 우선 λ = λa로 일정한 상태에서 x를 변화시킨 후, x=xb로 일정한 상태에서 λ로 변화시킨다.

$$W_m(\lambda_b,x_b)-W_m(\lambda_a,x_a)=\left[0\big|_{d\lambda=0}-\int_{x_a}^{x_b}f^e(\lambda_a,x)dx\right]+\left[\int_{\lambda_a}^{\lambda_b}i(\lambda,x_b)d\lambda-0\big|_{dx=0}\right]$$

❖$\lambda_a = 0$인 경우 (즉, $i_a = 0$) $f^e(0,x) = 0$이므로 우변 첫째항 적분은 0이 되고 따라서 우변은 dλ에 대한 적분만이 된다.

$$W_m(\lambda_b,x_b)-W_m(0,x_a)=\int_0^{\lambda_b}i(\lambda,x_b)d\lambda$$

전계와 자계에 저장되는 에너지(3)

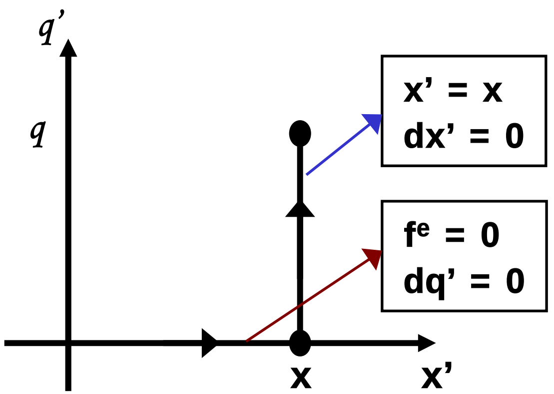


❖자계 시스템에서 특정 x에 대한 쇄교 자속 λ와 전류 i 사이의 관계가 옆의 그림과 같을때, 쇄교 자속이 0에서 λ까지 증가할 때 자계에 저장되는 에너지는 앞 페이지의 수식을 통해 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$\boxed{W_m(\lambda, x) = \int_0^{\lambda} i(\lambda', x)\, d\lambda'}$$

위 적분은 옆의 그림에서 빗금친 부분의 전체 면적을 의미한다.

전계계에서 저장되는 에너지 계산은?



❖화살표 방향으로 적분 경로의 선택하면

$$W_e(q, x) = \int_0^x \cancel{- f^e(0, x')dx'}_{\,0} + \int_0^q v(q', x)\, dq'$$

$$\boxed{W_e(q, x) = \int_0^q v(q', x)\, dq'}$$

에너지에 대한 다른 표현식(1)-전계

❖2장에서 전계안의 한 점의 전위는 무한대 점(영전위)으로부터 그 점까지 단위 양전하를 이동하는데 필요한 일이라고 정의하였다.

❖자유 공간에서 전하 Q_1과 Q_2가 R_{12}의 거리를 유지하고 있을 때 저장되어 있는 에너지는, 전하 Q_1에 의한 전계에 반대하여 무한대로부터 거리 R_{12}까지 전하 Q_2를 이동하기 위해 필요한 일의 양과 같다.

$$W_e = Q_2 V_2 = Q_2 \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_{12}} = \frac{1}{2} Q_1 \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_{12}} + \frac{1}{2} Q_2 \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_{12}}$$

$$\boxed{= \frac{1}{2} Q_1 V_1 + \frac{1}{2} Q_2 V_2}$$

❖정지 상태에 있는 N개의 이산 점전하 그룹에 저장되어 있는 에너지의 일반적인 표현은

$$\boxed{W_e = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N} Q_k V_k}$$

❖밀도 ρ_v 의 연속 전하 분포에 대해서는 저장 에너지는 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\boxed{W_e = \frac{1}{2} \int_{V'} \rho V \, dv}$$

에너지에 대한 다른 표현식(2)-전계

$$W_e = \frac{1}{2}\int_{V'} \rho V\, dv = \frac{1}{2}\int_{V'} (\nabla\cdot\vec{D})V\, dv$$

$$= \frac{1}{2}\int_{V'} \nabla\cdot(V\vec{D})\, dv - \frac{1}{2}\int_{V'} \vec{D}\cdot\nabla V\, dv \quad (\because \nabla\cdot(V\vec{D}) = V\nabla\cdot\vec{D} + \vec{D}\cdot\nabla V)$$

$$= \cancel{\frac{1}{2}\oint_{S'} V\vec{D}\cdot\hat{n}\, ds} + \frac{1}{2}\int_{V'} \vec{D}\cdot\vec{E}\, dv$$

V' : 모든 전하를 포함하는 임의의 체적 ⇨반경이 매우 큰 구를 선택해도 무방

$R\rightarrow\infty$로 하면 전위 V와 전기 변위 D의 크기는 각각 $1/R$ 과 $1/R^2$ 의 함수로 빨리 감소한다. 하지만 경계면 S'의 면적은 R^2의 함수로 증가한다.

$\Rightarrow$ 우변의 첫째항인 면적분은 $1/R$의 함수로 감소하여 $R\rightarrow\infty$이면 0이 된다.

$$\therefore W_e = \frac{1}{2}\int_{V'} \vec{D}\cdot\vec{E}\, dv \quad \text{(J)}$$

$$= \frac{1}{2}\int_{V'} \varepsilon E^2\, dv = \frac{1}{2}\int_{V'} \frac{D^2}{\varepsilon}\, dv$$

Electrostatic energy density :

$$w_e = \frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E} \ \ (\text{J/m}^3) = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \frac{D^2}{2\varepsilon}$$

에너지에 대한 다른 표현식(3)-자계

❖6장에서 언급하였듯이 정전계와 정자계는 다음과 같은 상사(相似) 관계가 있다.

정전계	정자계
$\vec{E}$	$\vec{B}$
$\vec{D}$	$\vec{H}$
ε	$1/\mu$

❖위의 유사 관계를 이용하여 B와 H의 형태로 자계에 저장되어 있는 에너지를 정의하면.

$$\therefore W_m = \frac{1}{2}\int_{V'} \overrightarrow{H} \cdot \overrightarrow{B}\, dv \quad (\mathrm{J})$$

$$= \frac{1}{2}\int_{V'} \frac{B^2}{\mu} dv = \frac{1}{2}\int_{V'} \mu \mathrm{H}^2\, dv$$

Magnetic energy density :

$$w_m = \frac{1}{2}\overrightarrow{H} \cdot \overrightarrow{B} \;\; (\mathrm{J/m^3}) = \frac{1}{2}\mu H^2 = \frac{B^2}{2\mu}$$

9. 전기-기계 결합시스템 (에너지와 힘 II)

에너지와 힘과의 관계 (1)

❖자계계의 예에서 저장되어 있는 미소 에너지 dW_m은 다음과 같이 λ와 x의 함수로 정의 됨을 알았다.

$$dW_m = i d\lambda - f^e dx \qquad (1)$$

❖따라서 저장되어 있는 전체 에너지는 λ와 x의 함수가 된다.

$$W_m = W_m(\lambda, x) \qquad (2)$$

❖식(2)를 다시 미소 에너지 dW_m 으로 나타내면 두 변수를 매개로 해서 나타낼 수 있다.

$$dW_m = \frac{\partial W_m}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial W_m}{\partial x} dx \qquad (3)$$

❖식(3)과 식(1)의 차를 구하면 다음과 같다.

$$0 = (i - \frac{\partial W_m}{\partial \lambda}) d\lambda - (f^e + \frac{\partial W_m}{\partial x}) dx \qquad (4)$$

에너지와 힘과의 관계 (2)

❖식(4)는 각 항이 dλ, dx에 관계없이 항상 0이 되어야 하므로 전류 i와 발생하는 힘 f^e를 구할 수 있다.

$$\boxed{i = \frac{\partial W_m}{\partial \lambda}} \qquad \boxed{f^e = -\frac{\partial W_m}{\partial x}}$$

❖회전계의 경우 $dW_m = id\lambda - T^e d\theta$ 이며 그 때 발생되는 토크는 위의 과정을 따라가게 되면 다음과 같은 식으로 유도 된다.

$$T^e = -\frac{\partial W_m}{\partial \theta}$$

❖전계계의 경우 $dW_e = vdq - f^e dx$ 이며 전압 v와 발생하는 힘 f^e은 다음과 같은 관계를 가진다 .

$$\boxed{v = \frac{\partial W_e}{\partial q}} \qquad \boxed{f^e = -\frac{\partial W_e}{\partial x}}$$

❖회전계의 경우 ➡ $T^e = -\frac{\partial W_e}{\partial \theta}$

수반 에너지(Coenergy) (1)

❖지금까지 전계나 자계의 저장 에너지와 힘을 계산하기 위해서 전기적인 독립 변수를 **λ**(자계계에서) 또는 **q**(전계계)로 취했다.

❖그러나 단자간의 관계에서 **λ**와 **q**를 측정하기는 매우 어렵고 i와 v는 비교적 쉽게 측정할수 있기 때문에 전기적인 독립 변수를 **i**(자계계)와 **v**(전계계)로 취할 경우가 있다.

자계계에서의 Coenergy와 힘과의 관계

❖자계계에서 에너지 보존의 법칙은 다음과 같다.

$$dW_m = id\lambda - f^e dx$$ [여기서, λ=λ(i,x), fᵉ=fᵉ(i,x)] **(1)**

❖그리고 $d(\lambda i) = \lambda di + i d\lambda$ 이므로 이 식을 식(1)에 대입하면 다음과 같다.

$$dW_m = d(\lambda i) - \lambda di - f^e dx \qquad \textbf{(2)}$$

❖여기서 $W_m' = \lambda i - W_m$ 로 정의하고 식(2)에 대입하면 다음과 같다.

Coenergy

$$\boxed{dW_m' = \lambda di + f^e dx} \qquad \textbf{(3)}$$

$$\Rightarrow \boxed{W_m'(i, x) = \int_0^i \lambda(i', x)\, di'}$$

수반 에너지(Coenergy) (2)

❖여기서 $W_m' = W_m'(i, x)$ 로 쓸 수 있으므로

$$dW_m' = \frac{\partial W_m'}{\partial i} di + \frac{\partial W_m'}{\partial x} dx \qquad \textbf{(4)}$$

❖이제 식(3)과 (4)를 빼서 정리하면 다음과 같다.

$$0 = (\lambda - \frac{\partial W_m'}{\partial i}) + (f^e - \frac{\partial W_m'}{\partial x}) \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{\partial W_m'}{\partial i} \qquad f^e = \frac{\partial W_m'}{\partial x}}$$

전계계에서의 **Coenergy**와 힘과의 관계

$$\boxed{dW_e' = q\,dv + f^e\,dx} \Rightarrow \boxed{W_e'(v, x) = \int_0^v q(v', x)\,dv'}$$

$$\boxed{q = \frac{\partial W_e'}{\partial v} \qquad f^e = \frac{\partial W_e'}{\partial x}}$$

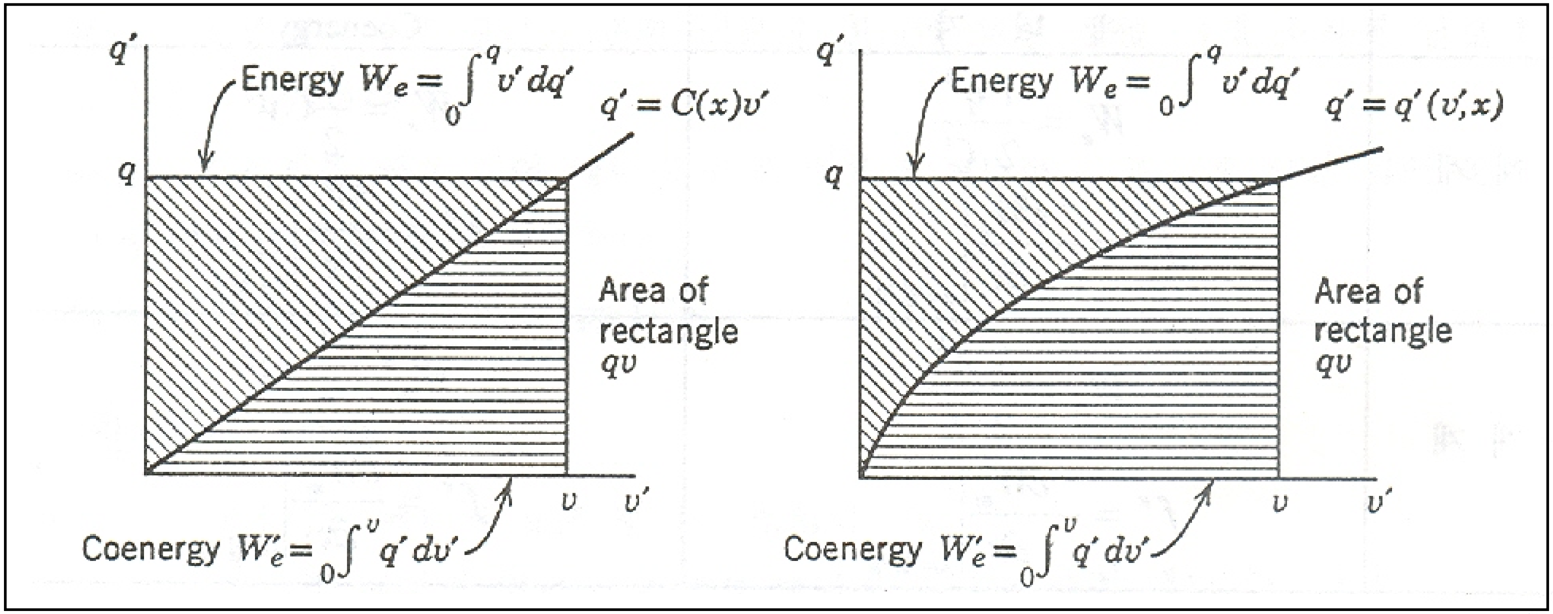
에너지와 수반 에너지의 관계 -전계(1)

에너지	수반 에너지
$dW_e = vdq - f^e dx$	$dW_e' = q\,dv + f^e\,dx$
$W_e(q,x) = \int_0^q v(q',x)dq'$	$W_e'(v,x) = \int_0^v q(v',x)\,dv'$

$\boxed{q(v,x) = C(x)v}$ 이라는 선형성이 유지되면

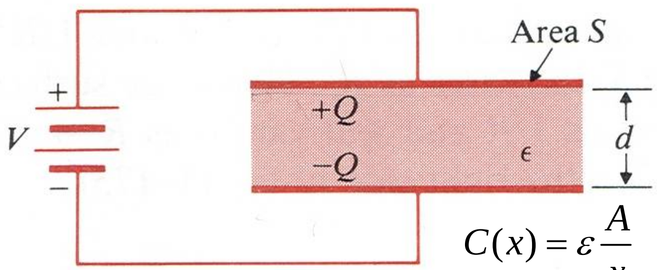
에너지	수반 에너지
$W_e(q,x) = \int_0^q q'/C(x)\,dq' = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C(x)}$	$W_e'(v,x) = \int_0^v C(x)v'\,dv' = \frac{1}{2}C(x)v^2$
$f^e = -\frac{\partial W_e}{\partial x} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{(C(x))^2}\frac{\partial C(x)}{\partial x}$	$f^e = \frac{\partial W_e'}{\partial x} = \frac{1}{2}v^2\frac{\partial C(x)}{\partial x}$

에너지와 수반 에너지의 관계 -전계(2)



❖q=C(x)v라는 선형성이 유지된다면 에너지와 수반에너지는 같다(a). 그러나 만약 비선형성이면 에너지와 수반에너지는 같지 않다(b).

❖예) 평판 커패시터



$$C(x) = \varepsilon \frac{A}{x}$$

$$W_e' = \frac{1}{2} C v^2 = \frac{1}{2} \varepsilon \frac{A}{x} v^2 \Rightarrow f^e = \frac{\partial W_e'}{\partial x} = -\frac{1}{2} \varepsilon \frac{A}{x^2} v^2$$

$$W_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{x}{\varepsilon A} q^2 \Rightarrow f^e = -\frac{\partial W_e}{\partial x} = -\frac{1}{2} \frac{1}{\varepsilon A} q^2$$

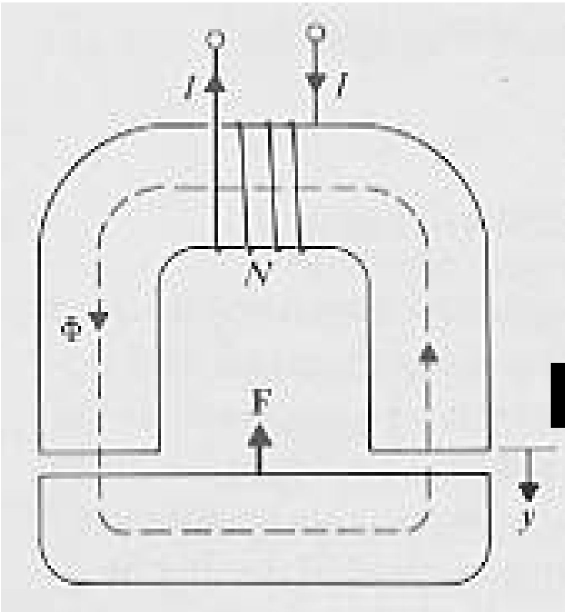
에너지와 수반 에너지의 관계 -자계(3)

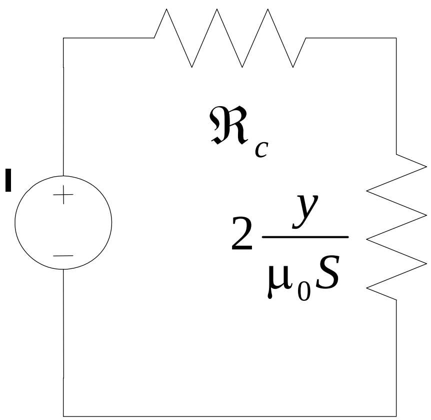
에너지	수반 에너지
$dW_m = i d\lambda - f^e dx$	$dW_m' = \lambda di + f^e dx$
$W_m(\lambda, x) = \int_0^\lambda i(\lambda', x)\, d\lambda'$	$W_m'(i, x) = \int_0^i \lambda(i', x)\, di'$

$\boxed{\lambda(i,x) = L(x)i}$ 이라는 선형성이 유지되면

에너지	수반 에너지
$W_m(\lambda, x) = \int_0^\lambda \lambda' / L(x)\, d\lambda' = \frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{L(x)}$	$W_m'(i, x) = \int_0^i L(x) i'\, di' = \frac{1}{2} L(x) i^2$
$f^e = -\frac{\partial W_m}{\partial x} = \frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{(L(x))^2}\frac{\partial L(x)}{\partial x}$	$f^e = \frac{\partial W_m'}{\partial x} = \frac{1}{2} i^2 \frac{\partial L(x)}{\partial x}$

에너지와 수반 에너지의 관계 -자계(4)





자기 회로를 이용하면 mmf와 릴럭턴스로 자속을 표현할 수 있다.
R_c는 코어의 릴럭턴스이다.

$$\Phi = \frac{NI}{\Re_c + 2y/\mu_0 S}$$

$$\lambda = \mathrm{N}\Phi = \frac{N^2 I}{\Re_c + 2y/\mu_0 S}$$

$$L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{N^2}{\Re_c + 2y/\mu_0 S}$$

$$W_m = \frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{L(y)} = \frac{1}{2}\Phi^2 (\Re_c + 2y/\mu_0 S)$$

$$W_m' = \frac{1}{2}L(y)I^2 = \frac{1}{2}\frac{N^2 I^2}{\Re_c + 2y/\mu_0 S}$$

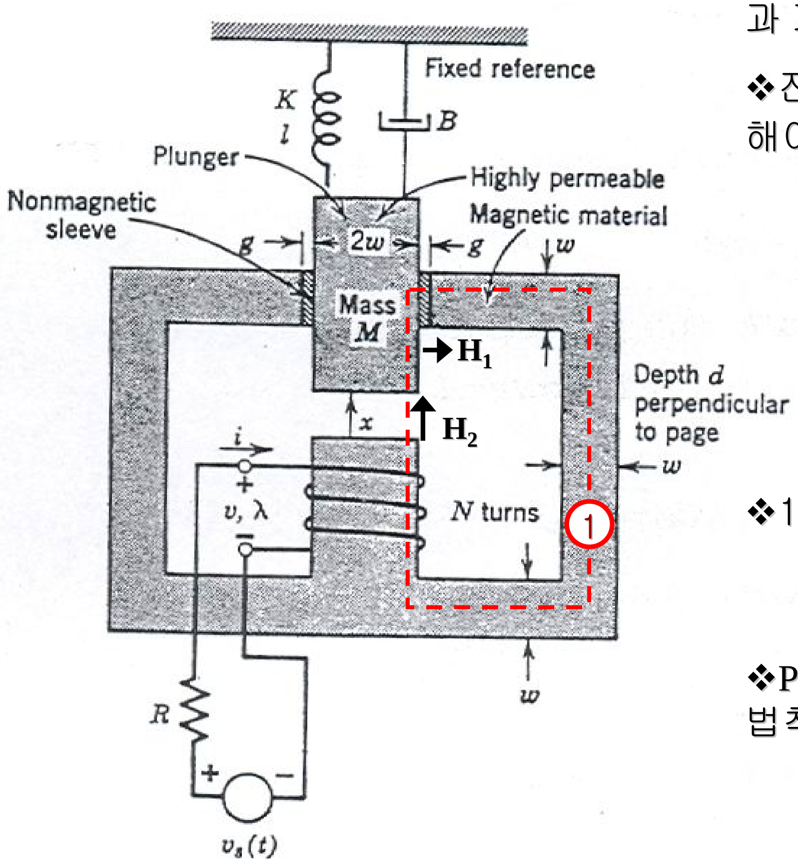
$$F = -\frac{\partial W_m}{\partial y} = -\Phi^2/\mu_0 S$$

$$F = \frac{\partial W_m'}{\partial y} = -\frac{1}{\mu_0 S}\frac{N^2 I^2}{(\Re_c + 2y/\mu_0 S)^2}$$

$$= -\Phi^2/\mu_0 S$$

10. 에너지 변환 이론과 운동 방정식

운동 방정식 – Magnetic plunger system (1)



❖그림에서와 같은 magnetic field system에서의 전기 단자쌍과 기계 단자상에서의 관계를 알아보도록 하겠다.

❖전기회로는 키르히호프의 전압 법칙이나 전류 법칙을 만족해야 하며 기계회로는 뉴튼의 제 2법칙을 만족해야 한다.

❖가정

(1) 자기 회로에서 철심의 투자율은 아주 크다.

(2) g<<w, x<<2w. 따라서 프린징 효과가 없다.

(3) 누설 자속이 없다.

(4) plunger는 x방향으로만 움직인다.

❖1번 라인을 따라 암페어 주회 법칙을 적용하면 다음과 같다.

$$H_1 g + H_2 x = Ni \qquad \textbf{(1)}$$

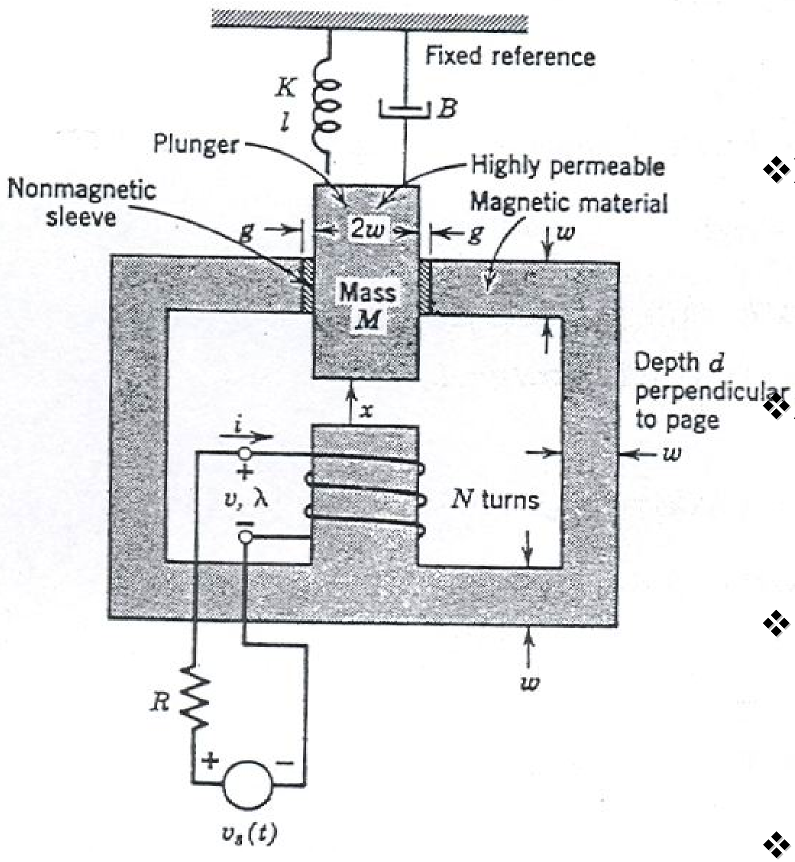
❖Plunger를 둘러싸는 임의의 폐표면을 생각하고 자속 보존의 법칙을 적용하면 다음과 같다.

$$\mu_0 H_1 (2wd) - \mu_0 H_2 (2wd) = 0 \qquad \textbf{(2)}$$

❖식(1)과 (2)를 결합하면

$$H_1 = H_2 = \frac{Ni}{g+x} \qquad \textbf{(3)}$$

운동 방정식 – Magnetic plunger system (2)



❖따라서 plunger 밑면을 통과하는 자속은 다음과 같다.

$$\phi = \mu_0 H_2 (2wd) = \frac{2wd\mu_0 Ni}{g+x} \qquad \textbf{(4)}$$

❖N턴 감긴 권선에 쇄교하는 자속은 다음과 같다.

$$\lambda = N\phi == \frac{2wd\mu_0 N^2 i}{g+x} \qquad \textbf{(5)}$$

❖λ는 $\lambda(i,x) = L(x)i$ 와 같은 선형 관계가 유지되므로

$$L(x) = \frac{2wd\mu_0 N^2}{g+x} \qquad \textbf{(6)}$$

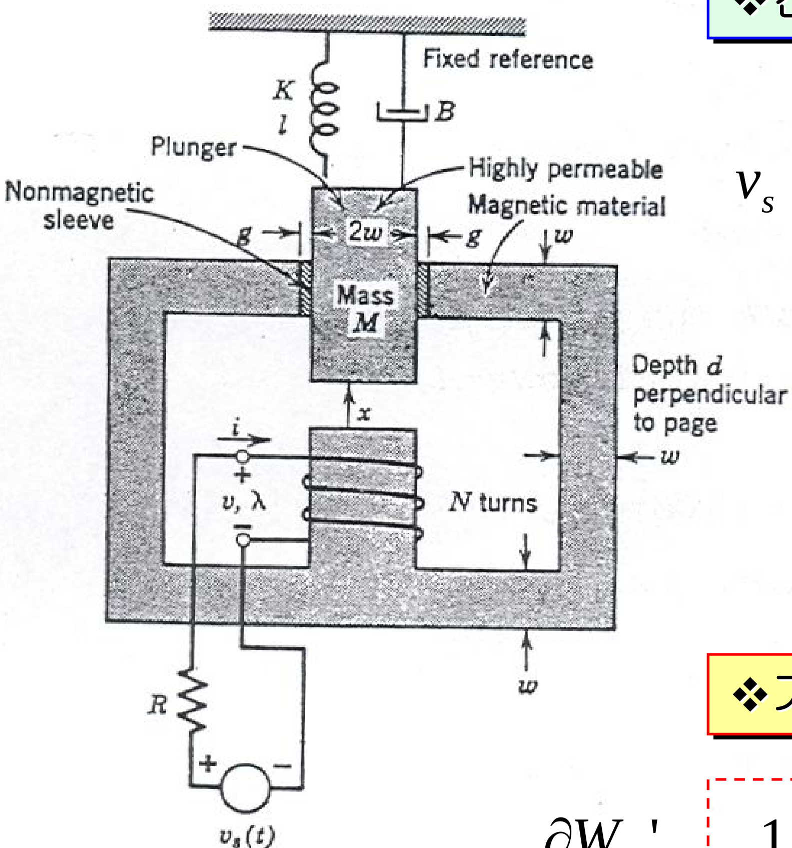
❖수반 에너지는 다음과 같다.

$$W_m' = \frac{1}{2}L(x)i^2 = \frac{1}{2}\frac{L_0 i^2}{1+x/g} \qquad \textbf{(7)}$$

❖따라서 plunger가 받는 힘은.

$$f^e = \frac{\partial W_m'}{\partial x} = -\frac{1}{2}\frac{L_0 i^2}{g(1+x/g)^2} \qquad \textbf{(8)}$$

운동 방정식 – Magnetic plunger system (3)



❖전기단자 쌍에서의 키르히호프 전압 방정식.

$$v_s = Ri + \frac{d\lambda}{dt} = Ri + \frac{\partial\lambda}{\partial i}\frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\partial\lambda}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t}$$

$$= Ri + \boxed{\frac{2wd\mu_0 N^2}{g+x}\frac{di}{dt}} \boxed{-\frac{2wd\mu_0 N^2 i}{(g+x)^2}\frac{dx}{dt}}$$

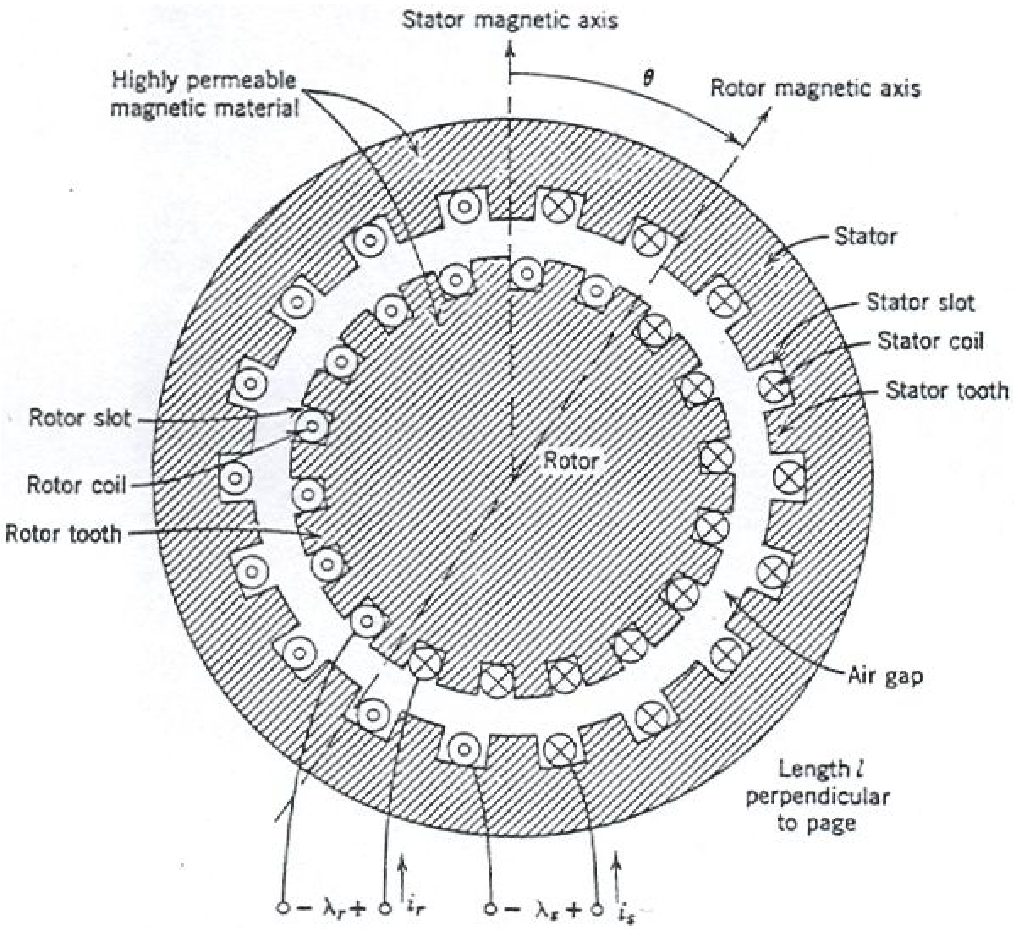
변압기 기전력
(Transformer EMF)

속도 기전력
(Speed EMF)

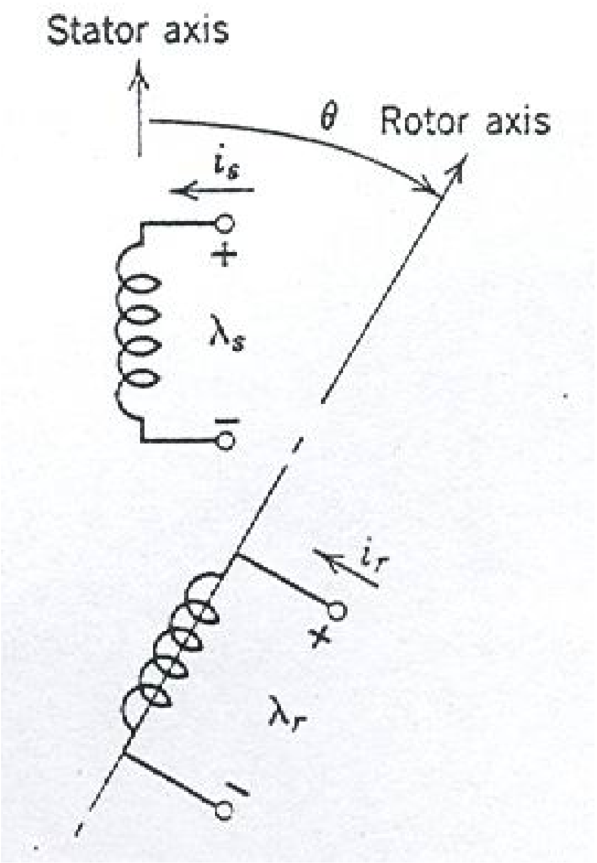
❖기계단자 쌍에서의 뉴튼의 제 2법칙.

$$f^e = \frac{\partial W_m'}{\partial x} = -\frac{1}{2}\frac{L_0 i^2}{g(1+x/g)^2} = M\frac{d^2x}{dt^2} + B\frac{dx}{dt} + K(x-l)$$

운동 방정식 – smooth-air-gap rotating machine (1)

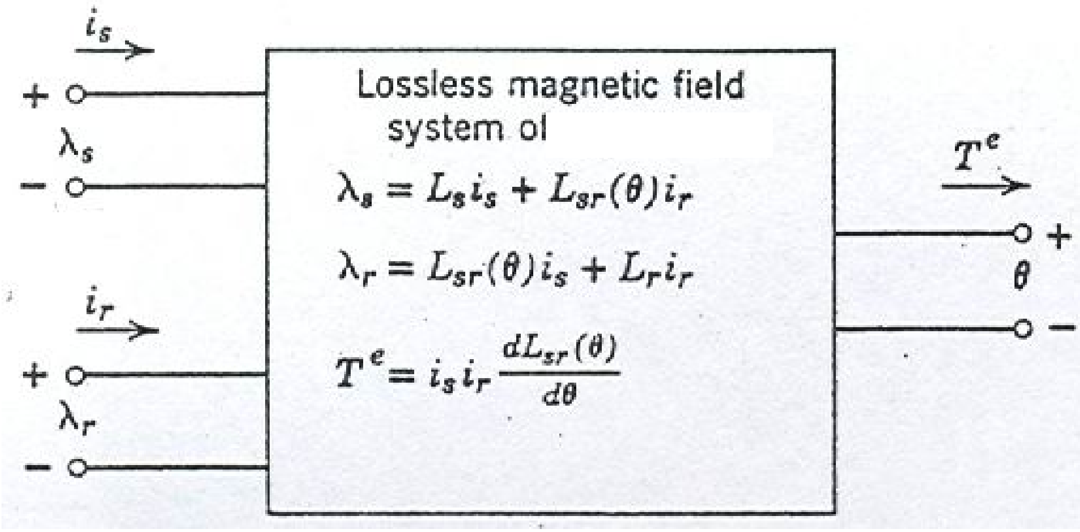


Geometry of smooth-air-gap machine showing distributed windings on stator and rotor of a single-phase machine.



Schematic representation of the inductors constituting the rotor and stator winding.

운동 방정식 – smooth-air-gap rotating machine (2)



❖균일 간극형 회전기는 2개의 전기단자쌍과 1개의 기계 단자쌍을 갖는 자계형 전기기계적 결합을 갖고 있다.

❖전기적인 선형성 즉, 고정자 및 회전자의 자성 재료가 포화되지 않는다고 가정한다.

❖따라서 인덕턴스를 θ의 함수로 표현할 수 있다.

❖균일 간극이기 때문에 자기 인덕턴스(self inductance)는 회전자의 위치에 관계없이 일정하다.

❖결합계의 단자상 관계를 표현하면 다음과 같다.

$$\lambda_s = L_s\, i_s + L_{sr}(\theta)\, i_r$$

$$\lambda_r = L_r\, i_r + L_{sr}(\theta)\, i_s$$

$$W_m^{'} = \frac{1}{2} L_s i_s^2 + L_{sr}(\theta) i_s i_r + \frac{1}{2} L_r i_r^2$$

$$T^e = \frac{\partial W_m^{'}}{\partial x} = i_s i_r \frac{\partial L_{sr}(\theta)}{\partial \theta}$$

❖$L_{sr}(\theta)$는 다음식으로 표현된다.

$$L_{sr}(\theta) = M_1 \cos\theta + M_3 \cos 3\theta + M_5 \cos 5\theta + \ldots$$

❖이유

(1)Cosine 함수를 쓰는 이유는 θ에 대해서 대칭성이라는 점이다($L_{sr}(\theta)= L_{sr}(-\theta)$).

(2)홀수 고조파로 표현한 이유는 180도 회전한 경우 부호가 역전된다는 점이다 ($L_{sr}(\theta)= -L_{sr}(\pi+\theta)$).

운동 방정식 – smooth-air-gap rotating machine (3)

❖고조파항을 무시하고 기본 항만으로 상호 인덕턴스를 단순화 하면 쇄교자속과 토크는 다음과 같다.

$$\lambda_s = L_s i_s + M\ i_r \cos\theta$$

$$\lambda_r = M\ i_s \cos\theta + L_r i_r$$

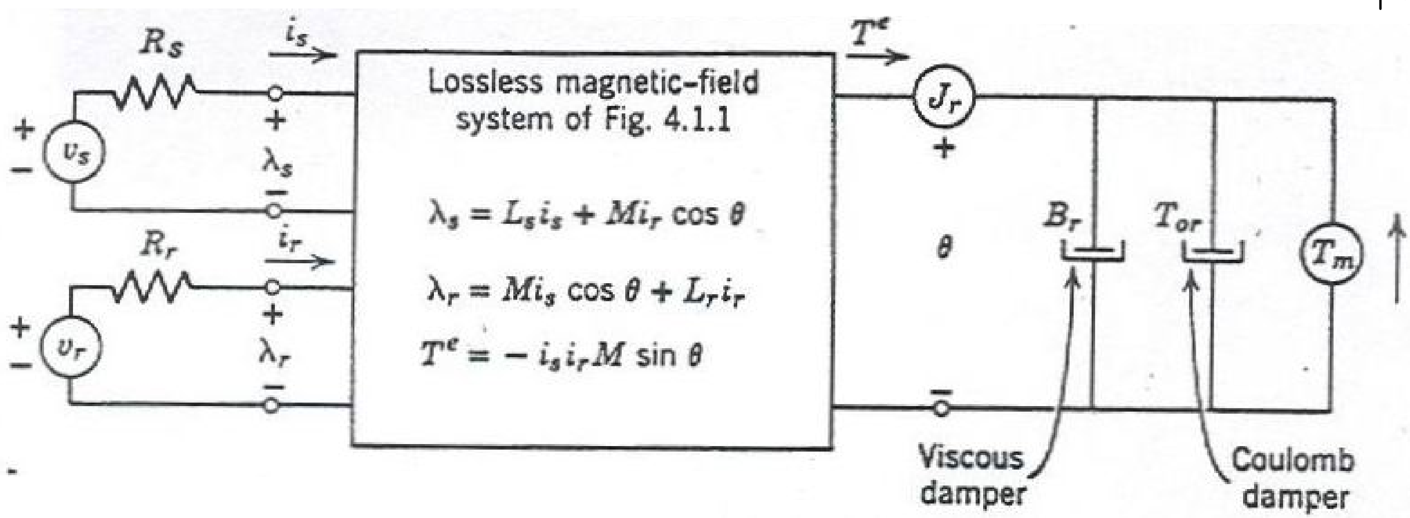
$$T^e = -i_s i_r M \sin\theta$$

❖전기계 방정식.

$$v_s = R_s i_s + \frac{\partial \lambda_s}{\partial t} \qquad v_r = R_r i_r + \frac{\partial \lambda_r}{\partial t}$$

❖기계계 방정식.

$$T_m + T^e = J_r \frac{d^2\theta}{dt^2} + B_r \frac{d\theta}{dt} + T_{0r} \frac{\frac{d\theta}{dt}}{\left|\frac{d\theta}{dt}\right|}$$



운동 방정식 – smooth-air-gap rotating machine (4)

❖본 교재의 주 목적은 전기적인 에너지를 기계적인 에너지로 또는 기계적인 에너지를 전기적인 에너지로 바꾸는 변환기를 해석하는데 있다. 따라서 이 변환이 시간적으로 평균해서 어떤 값을 가질 필요가 있다.

❖다시 말하면, 순시적으로 변환을 하더라도 한 주기 또는 일정 시간의 변환이 0이 된다면 변환기로서의 의미가 없게 된다.

❖지금부터는 평균적으로 power가 변환되는 조건, 즉 average power 변환 조건에 대해 알아보도록 하겠다.

❖앞 절의 균일 간극 회전기를 예로 하면, 이상적인 전원은 아래와 같이 주어지고, 회전각도 다음과 같이 일정한 각속도(정상상태이므로)로 회전한다고 하자.

$$i_s(t) = I_s \sin \omega_s t \qquad i_r(t) = I_r \sin \omega_r t \qquad \theta(t) = \omega_m t + \gamma$$

ω_s:고정자 전류의 각속도
ω_r:회전자 전류의 각속도
ω_m:회전자의 기계적 각속도
γ:고정자축과 회전자축이 이루는 각

❖순시적인 power는 다음과 같다.

$$P_m(t) = T^e \frac{d\theta}{dt} = T^e \omega_m \qquad T^e = i_s i_r \frac{\partial (M\cos\theta)}{\partial \theta} = -i_s i_r M \sin\theta$$

$$P_m(t) = -(I_s \sin \omega_s t)(I_r \sin \omega_r t)[M \sin(\omega_m t + \gamma)]\omega_m \qquad \textbf{(9)}$$

운동 방정식 – smooth-air-gap rotating machine (5)

❖삼각함수의 공식을 이용하면 식(9)는 다음과 같다.

$$P_m(t) = \frac{\omega_m}{4} I_s I_r M \{\sin(\omega_m t + \gamma + \omega_s t + \omega_r t) + \sin(\omega_m t + \gamma - \omega_s t - \omega_r t)$$
$$- \sin(\omega_m t + \gamma + \omega_s t - \omega_r t) - \sin(\omega_m t + \gamma - \omega_s t + \omega_r t)\}$$

❖위 식을 한 주기에 대해서 평균을 취하면 시간(t)의 함수가 아닌 항만이 0이 아니게 된다.

❖즉, $\omega_m = \pm\omega_s \pm \omega_r$ 이면 0이 아니게 되고 이것이 average power 변환 조건이다.

❖예

$\omega_m = -\omega_s + \omega_r$ 이면, $P_m(av) = \frac{\omega_m}{4} I_s I_r M \, \frac{1}{T}\int_0^T (-\sin\gamma) dt = -\frac{\omega_m}{4} I_s I_r M \sin\gamma$

$\omega_m = \omega_s + \omega_r$ 이면, $P_m(av) = \frac{\omega_m}{4} I_s I_r M \, \frac{1}{T}\int_0^T \sin\gamma \, dt = \frac{\omega_m}{4} I_s I_r M \sin\gamma$

❖**0이 아닌 average power를 얻기 위해서는 average power 변환 조건(** $\omega_m = \pm\omega_s \pm \omega_r$ **)을 만족해야 하고 sinγ가 0이 아니어야 한다.**