

1. 서론

1.1 개요

교량이나 건물과 같은 여러 구조물의 계획, 설계, 시공 및 유지관리를 행함에 있어, 많은 인자 또는 요소들은 불확실성(uncertainty)을 갖고 있다. 불확실성이란 완전히 정해진 또는 알려진 값을 갖고 있지 않다는 것을 의미한다. 예를 들어 교량에 작용하는 차량하중, 풍하중, 지진하중 등과 콘크리트의 압축강도, 철근의 인장강도, 강재의 항복응력, 부재의 길이 또는 지간 등등 거의 모든 값들에 대해 실제의 값들을 아는 것은 불가능하며, 실제의 값들은 설계시나 시공시에 사용되는 값, 즉 설계기준이나 시방서에 정의되어 있는 값들과는 다르게 된다. 이러한 불확실성의 원인은 크게 두 가지, 자연적인 원인과 인위적인 원인으로 구분될 수 있다. 자연적인 원인은 주로 하중이나 재료특성의 원인 등이고, 인위적인 원인은 설계시의 가정, 근사화, 계산오차, 인간의 실수 등이다.

이러한 불확실성에 근거하여 국가나 사회는 사회기반시설, 즉 교량이나 건물과 같은 구조물을 대해 합리적인 수준의 안전도를 기대하고 있다. 인간은 이미 과거의 경험으로부터 불확실성의 존재를 인지하고 있었으므로 이러한 불확실성을 극복하기 위하여 많은 노력을 하여왔다. 기원전 1750년 메소포타미아 지방에서 사용되었던 함무라비법전에서도 교량이나 건물의 안전도를 요구하였는데, 예를 들어 교량이나 건물의 붕괴 시에는 그 피해에 따라 상응하는 처벌을 건설자들에게 가한다는 것이다. 근세에 들어 수학과 과학이 발전하기 전까지는 주로 과거의 붕괴되지 않은 구조물을 그대로 답습하거나, Trial and Error의 방법으로 불확실성을 극복하고자 하였다. 19세기 들어 자연의 법칙이 수학과 물리에 의해 이해되고 재료의 성질이 정의되면서 구조물의 안전도 또는 불확실성의 문제를 수학적으로 해결하기 위한 연구가 수행되었다. Mayer(1926), Streletzki(1947) 등은 하중이나 강도 등의 변수가 불확실성을 갖고 있는 확률변수(random variable)이며, 0이 아닌 파괴확률이 존재한다는 것을 발표하였다. 이 이론은 1950년대에 Freudenthal(1947, 1956)에 의해 더 욱 발전되어 현재의 신뢰도 이론(reliability theory)의 기초가 되었다. 현재 신뢰도 이론은 새로운 구조물(시설물)의 합리적인 설계, 기존 구조물(시설물)의 평가 및 설계 기준(code, specification)의 개발 등에 응용되고 있다.

본 서에서는 신뢰도이론의 기본 개념 및 이론과 신뢰도에 근거한 설계기준, 특히 하중 저항계수설계법(Load and Resistance Factor Design, LRFD)에 대한 소개 및 실교량의 신뢰도분석 예제 등을 다루고 있다. 신뢰도 이론을 사용하면 구조물의 안전도에 대한 합리적, 객관적인 결과를 얻을 수 있으며, 이를 통해 구조물 안전도의 적절한 수준을 제시할 수 있게 된다. 또한 적절한 안전도의 수준을 보장하기 위하여 설계기준에서 어떻게 해야 하는가에 대한 답을 줄 수 있다.

1.2 기본개념

이 절에서는 신뢰도이론의 소개에 앞서서 몇 가지 중요한 기본 개념 및 용어에 대해 설명하고자 한다.

1절의 개요에서도 설명된 바와 같이 국가나 사회는 구조물에 대해 적정 수준 이상의 안전도를 요구하고 있다. 여기서 '안전도' (safety)라는 용어는 SIA 160(1989)에 의해 다음과 같이 정의되고 있다.

"Adequate safety with respect to a hazard is ensured provided that the hazard is under control by appropriate measures or the risk is limited to an acceptable value. Absolute safety is not achievable."

위의 정의에서 보듯이, 안전도라는 용어는 정성적인(qualitative) 의미로 사용되며, 또한 구조물 자체의 안전보다는 오히려 그 구조물에 관계되어 있는 사람들의 안전을 목표로 하고 있는 것이다. 그 구조물에 관계되어 있는 사람들은 그 구조물의 사용자나, 건설자 또는 인근의 다른 사람들을 포함할 것이다. 따라서, 아무도 없는 지역에 있는 빈 건물의 붕괴는 안전도에 관계된 문제가 아니라고 할 수 있다.

한편, 신뢰도(reliability)는 주어진 조건하에서, 주어진 기간 동안 구조물이 그 의도하고 있는 기능을 수행할 확률로 정의된다. 다른 정의로, 규정된 기간 동안 설계목적을 달성할 능력 또는 규정된 기간 동안 한계상태에 도달하지 않을 확률이라 할 수 있다. P_F 를 파괴확률(probability of failure)라 하면

$$\text{신뢰도}(reliability) \quad r = 1 - P_F \quad (1.1)$$

이 될 것이다. 신뢰도는 정의된 바와 같이 측정할 수 있는 확률이며, 안전도와 달리 정량적인 값이 된다.

위험도(risk)는 위험요소의 크기를 나타내는 정량적인 값이다. 위험도는 손상사건(E)이 일어날 확률, p_f 에 손상의 평균기대값 $E[D]$ (사망자의 수 또는 피해액의 단위)를 곱한 값으로 정의된다.

$$\text{위험도}(risk) \quad R = p_f E[D] \quad (1.2)$$

안전도에 대한 정의에서 절대적으로 안전한 구조물이 있을 수 없다라는 것은 불확실성(uncertainty) 때문이다. 모든 공학 분야에서 planning, modeling, analysis, design, operation, evaluation을 수행하는데 있어 이상화된 가정이나 조건을 사용한다. 여기에 여러 가지 불확실성이 존재하며, 이러한 불확실성은 대개 자연적인 (inherent) 것이며 피할 수 없기 때문에 절대적으로 안전한 구조물, 파괴확률이 0인 구조물이 없다는 것이다. 사실 신뢰도해석은 불확실성을 정량적으로 (또는 확률적으로) 계산하려는 것으로 말할 수도 있다. 불확실성은 크게 두 가지 종류로 나누어지는데, 하나는 자연적인 불확실성(natural

causes)이다. 주로 하중(활하중, 풍하중, 지진 등등)의 비예측성, 강도의 자연적 변화 등이 주요인이다. 또 한 가지는 인위적인 불확실성(human causes)인데, 주로 설계의 가정, 계산오차, 기타 여러 가지 실수 등등 인간의 실수(human error)에 의한 것이다. Matousek(1976)의 연구에 의하면 구조물이 손상 또는 파괴된 800개의 경우에 대한 원인 조사 결과, 75%가 인간의 실수에 의해 일어난 것으로 보고되고 있다. 그러나 구조물의 안전도 또는 신뢰도를 결정하는데 있어 Human error가 매우 중요함에도 불구하고 아직 이를 다루는 해석적인 방법이 미비하여 이에 대한 연구가 절실한 실정이다.

여러 가지 불확실성으로 인해 구조물의 안전에 관계된 많은 물리량 또는 값들은 예측할 수 없는 값 또는 무작위(random)적인 값을 갖게 된다. 예를 들어 콘크리트 공시체의 압축강도는 시험을 하기 전까지는 그 실제값을 예측할 수 없다. 그러나 예측할 수 없다고 해서 완전히 무작위적이진 않다. 여러 개의 공시체를 시험하면, 어떤 값들은 다른 값보다 더 자주 발생한다. 이러한 변수의 통계적 특성을 나타내기 위해 그림을 이용하거나 또는 특성을 나타내는 숫자를 사용하게 된다. 대표적으로 이용되는 그림으로 Stem-and-Leaf Display, Histogram, Frequency Diagram 등이 있다. 통계적 숫자로는 평균(average, mean), 표준편차(standard deviation), 등등이 있다.

이와 같이 예측할 수 없는 값을 갖는 변수를 무작위 변수 또는 확률변수(random variable)라 한다. 확률변수란 변수들이 동일한 값을 갖지 않으며 각 변수의 값에는 그 값을 가질 확률이 존재하는 변수를 의미한다. 구조물에 작용하는 하중이나 부재의 강도는 확률변수이다. 즉, 설계에 사용되는 하중(공칭하중)의 크기는 실제 구조물이 받게 될 하중과 다를 수 있으며, 부재의 강도 역시 설계에서 계산된 강도와 다른 값을 가질 수 있다. 그러므로 절대로 파괴 안 되는(파괴확률이 0인) 구조물을 만드는 것은 불가능하다. 이러한 무작위성(불확실성)을 다루기 위하여 확률 및 통계의 개념과 방법이 필요하게 되며, 신뢰도 해석은 여기서부터 비롯되었다고 볼 수 있다. 앞의 신뢰도의 정의에서 언급되었듯이, 신뢰도는 확률이기 때문에 신뢰도를 계산하기 위해서는 확률에 대한 지식이 필수적이다. 확률은 여러 가지 방법에 의해 정의될 수 있는데, 고전적인 확률의 정의 (임의의 사건이 일어난 횟수를 전체 가능한 사건의 수로 나눈 값), 상대빈도에 의한 정의 (같은 조건하에서 어떠한 사건이 일어나는 상대빈도), 주관적인 정의 (임의의 사건이 일어나는 것에 대한 확신의 정도), 또는 공리에 의한 정의 등이 있다. 확률은 주로 실험 결과의 해석에 응용되고 의사 결정(decision making)과 설계(design)에 필수적인 기본적 정보를 제공하기도 한다. 확률에 대한 자세한 설명은 이미 수많은 문헌(Hines, 2003)에서 설명되고 있으므로 본 서에서는 생략하기로 한다.

2. 신뢰도 이론

2.1 개요

신뢰도 이론(reliability theory)은 이미 다양한 분야에서 활용되어 왔으며, 토목공학을 비롯하여 전자, 기계, 조선 등의 분야에서 제품이나 구조물의 안전에 관계된 분석에 사용되고 있다. 1.2절에서 설명된 바와 같이 제품이나 구조물의 안전도 또는 신뢰도는 제품이나 구조물의 의도된 기능을 발휘하는 것이며, 만약 더 이상 그 기능을 발휘하지 못하고 기능을 상실하게 되면 파괴되었다고 할 수 있다. 형광등이 더 이상 밝지 않거나, TV가 켜지지 않거나 켜지더라고 화면이 볼 수 없는 상태가 되는 것 등이 파괴라 할 수 있다. 구조물의 경우에는 응력이 하용응력을 넘을 때, 좌굴이 발생할 때, 처짐이 하용치를 넘을 때, 진동이 심할 때 등이 파괴라 할 수 있다. 즉, 파괴(failure)는 구조물이 그 기능을 상실하는 것으로 정의 내릴 수 있다.

파괴와 비파괴(안전)의 경계를 한계상태(limit states)라 한다. 한계상태는 크게 두 가지로 구분된다. 보의 파괴, 강재 거더의 플랜지 좌굴, 볼트의 전단파괴, 콘크리트의 압축파괴 등 부재나 어떤 요소의 강도에 관계된 한계상태를 강도한계상태(ultimate(strength) limit states, ULS)라 한다. 균열, 처짐, 진동 등 사용성에 관계된 한계상태는 사용한계상태(serviceability limit states, SLS)라 한다. AASHTO LRFD(2004)에서는 위의 한계상태 외에 피로한계상태와 극한한계상태(extreme event limit state)를 정의하기도 한다. 한계상태는 파괴 형태(failure mode)에 관계되어 있고, 구조물에는 여러 가지 파괴 형태가 존재하며 각 파괴형태를 유발하는 하중의 종류 및 그 조합이 다르므로 한계상태는 곧 하중조합을 결정한다고 할 수 있다. 한계상태에 관계된 하중조합에 대해서는 뒤에서 다시 설명하기로 한다.

신뢰도는 앞 절에서 정의된 대로 “일정기간에 각각의 지정된 한계상태에 도달하지 않을 확률”이라 할 수 있으며 신뢰도 해석이란 구조물에 가해지는 하중, 구조물의 재료, 구조해석, 기타 등등의 여러 변수가 갖는 불확실성을 확률과 통계의 이론을 사용하여 구조물의 신뢰도를 구하는 것이라 할 수 있다. 또한 구조물의 설계란 구조물의 신뢰도를 계산하여 이를 적정수준 이상으로 확보하도록 하는 것이다. 여기서 구조물의 신뢰도는 파괴확률을 의미하지만 종종 파괴확률을 구하는 것이 어렵기 때문에 신뢰도를 나타내는 지수, 즉 신뢰도지수(reliability index)로 표현되기도 한다.

신뢰도 해석은 이용하는 자료의 정확도, 해석의 복잡성 등에 따라 4가지 단계(level)로 나누어진다. 1단계는 각각의 변수의 불확실성을 하나의 값(특성값)으로 표현하는 것이다. 예를 들어 교량의 차량활하중의 불확실성을 나타내는 값, 즉 활하중의 특성값은 2.15(현행 우리나라 도로교 설계기준의 하중 계수)라는 것이다. 보통 철근콘크리트 부재에 휨모멘트가 작용했을 때의 부재 강도의 특성값은 0.85라는 식이다. 2단계는 각각의 불확실성을 두 개의 특성값(대개는 평균과 변이계수)으로 표현하는 것이다. 예를 들어 어떤 하중은 확률적으로 평균이 90, 변이계수 0.1인 변수이며 이를 이용하여 신뢰도를 해석하는 단계이다.

3단계는 각각의 불확실변수(무작위변수, random variable)의 분포함수를 이용하여 파괴확률을 계산하는 단계이며, 4단계는 각 변수들의 상호분포함수, 경제성 등을 고려하는 것이다. 이중에서 현재 가장 보편적으로 사용되는 것이 2단계 해석방법으로 각 변수들의 평균 및 변이계수(또는 표준편차, 분산)를 사용하여 구조물의 신뢰도를 계산하는 것이다. 또한 LRFD(Load and Resistance Factor Design) 설계기준은 2단계 신뢰도해석을 이용하되 실무자가 쉽게 적용할 수 있도록 1단계의 부분안전계수 방법을 채택한 설계기준이라 할 수 있다.

2.2 확률변수와 한계상태함수

2.2.1 확률변수

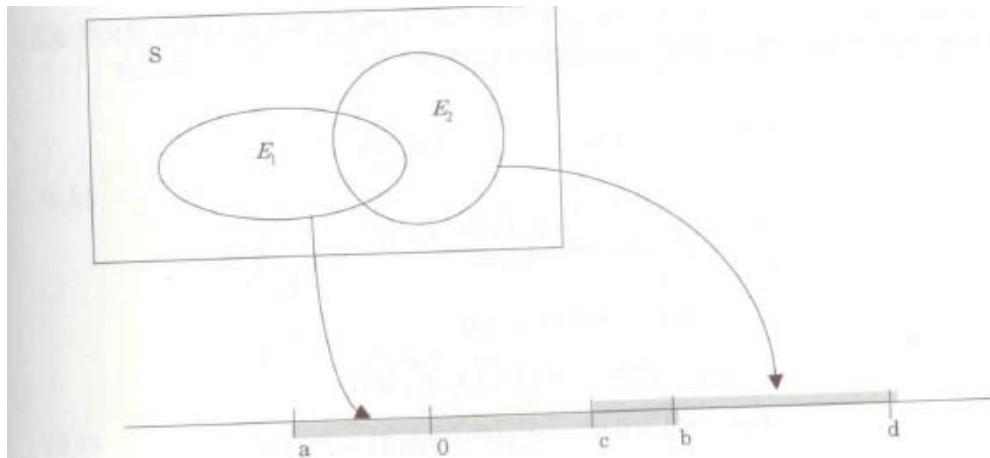
확률변수는 동일한 조건하에서 실행한 동일한 실험의 결과가 항상 동일한 값을 갖지 않고 대표 값을 중심으로 이산성을 나타내는 변수 또는 표본공간에서 어떠한 규칙에 따라 또는 사상에 의해 정의되는 변수를 의미한다. 예를 들어 주사위를 굴려 나오는 수는 1, 2, 3, 4, 5 또는 6이 나올 수 있으며, 각각의 수가 나올 확률은 주사위가 아주 정확하게 가공되었다는 조건하에서 1/6이다. 콘크리트 공시체를 시험하여 얻은 압축강도 역시 그 결과가 항상 동일하지 않고 이산성을 나타내며, 여러 개를 시험하면 통계적 특성을 나타내게 된다. 이러한 변수들이 확률변수이다.

확률변수는 크게 이산확률변수(discrete random variable)와 연속확률변수(continuous random variable)로 구분된다. 이산확률변수는 확률변수의 값이, 즉 표본공간이 유한개의 요소로 이루어진 변수 또는 셀 수 있는 무한한 요소로 이루어진 변수를 의미한다. 주사위 던지기, 신호등에 정차하여 좌회전을 기다리는 차량의 수 등등이 이산확률변수의 예이다. 연속확률변수는 임의의 구간 내에서 어떤 값도 가능한 변수를 의미한다. 콘크리트 압축강도, 강재의 항복강도, 차량의 차두간격 등이 그 예이다. 확률변수는 표본공간에서 정의한 확률의 개념을 실선상으로 확장시킨다(그림 2.1). 이때 확률변수의 값에 관계되는 확률의 값을 그림으로 표현한 것이 확률밀도함수(probability density function), 확률질량함수(probability mass function), 누적분포함수(cumulative distribution function) 등이다. 이산확률변수에 대한 확률질량함수는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\text{probability mass function } P_X(x) = P_r[X = x] \quad (2.1)$$

연속확률변수에 대한 확률밀도함수(probability density function). $f_X(x)$ 는 식(2.2) 및 그림 2.2와 같다.

각 확률변수의 값에 대한 확률은 양의 값을 가지며, 연속확률변수의 경우, 임의의 값 c 에 대해 $P_r[X = c] = 0$ 이라 할 수 있다. 또 임의의 값 a, b 에 대해 ($a < b$) 다음 식이 성립한다.



$$\begin{aligned}
 E_1 &= (a < X \leq b) & E_2 &= (c < X \leq d) \\
 E_1 \cap E_2 &= (c < X \leq b) & \overline{E_1 \cup E_2} &= (x \leq a) \cup (x > d)
 \end{aligned}$$

그림 2.1 확률변수와 표본공간

$$\begin{aligned}
 P_r[a \leq x \leq b] &= \int_a^b f_X(x)dx \quad : \text{area} \\
 f_X(x) &\geq 0 \quad \text{for all } x
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

$$P_r[a \leq x \leq b] = P_r[a < x \leq b] = P_r[a \leq x < b] = P_r[a < x < b] \tag{2.3}$$

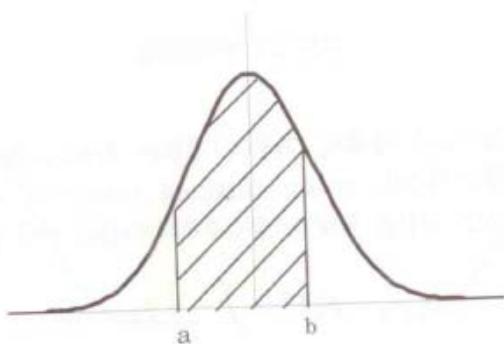


그림 2.2 확률밀도함수

누적분포함수, $F_X(x)$ 는 식(2.4) 및 그림 2.3 왼쪽 그림의 빗금친 부분의 면적과 같으며 오른쪽 그림과 같은 모양을 갖는다. 또한 식(2.5)를 만족시킨다.

$$F_X(x) = P_r[X \leq x] = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt \quad (2.4)$$

또는 $f_X(x) = \frac{d}{dx} F_X(x) = F_X'(x)$

$$\begin{aligned} 0.0 &\leq F_X(x) \leq 1.0 \\ x_1 &\leq x_2 \quad \text{이면} \quad F_X(x_1) \leq F_X(x_2) \\ F_X(-\infty) &= 0.0, \quad F_X(\infty) = 1.0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\Pr[a \leq X \leq b] = F_X(b) - F_X(a) = \int_a^b f_X(t) dt$$

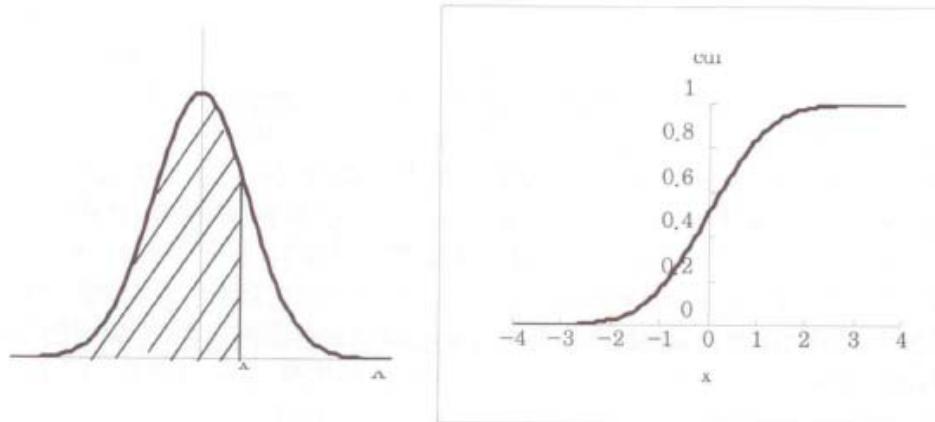


그림 2.3 누적분포함수

사실상 확률변수에 대한 모든 통계적, 확률적 정보는 확률밀도함수 (또는 확률질량함수)에 포함되어 있다. 즉, 평균(기대값, mean, expected value)이나 분산(variance), 표준편차(standard deviation) 같은 값들은 확률밀도함수로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\text{평균 } \mu_X = E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned}
\text{분산 } \sigma_X^2 &= E[(X - \mu_X)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_X)^2 f(x) dx \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} (x^2 - 2x\mu_X + \mu_X^2) f(x) dx \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_X(x) dx - 2\mu_X \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx + \mu_X^2 \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx \quad (2.7) \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_X(x) dx - \mu_X^2 \\
&= E[X^2] - (E[X])^2
\end{aligned}$$

$\int_{-\infty}^{\infty} x^n f_X(x) dx$ 를 X 의 n 차 모멘트라 하는데, 위의 식에서 보인 바와 같이 평균은 1차 모멘트, 분산은 2차모멘트로부터 구할 수 있다.

확률변수의 분포 중에 널리 알려져 있고 가장 자주 사용되는 특별한 분포가 있는데 그 것은 정규분포(Normal or Gaussian distribution)라 하는 것이다. 정규분포의 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad -\infty < x < \infty \quad (2.6)$$

이 함수는 두 개의 모수(parameters) μ , σ 를 포함하고 있는데 μ 는 변수 X 의 평균, σ 는 표준편차를 나타낸다. 정규분포의 확률밀도함수와 누적분포함수는 그림 2.4와 같다. 평균을 중심으로 대칭이며 따라서 평균값에 대한 누적분포함수의 값은 0.5가 된다. 그림 2.5와 같이 표준편차의 크기에 따라 평균을 중심으로 이산성이 달라지게 된다. 정규분포 중에 평균이 0이고 표준편차가 1인 분포를 표준정규분포라 한다.

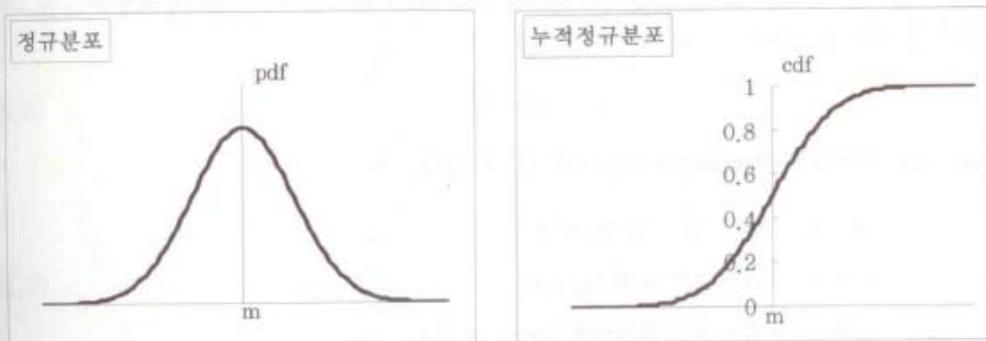


그림 2.4 정규분포의 확률밀도함수와 누적분포함수

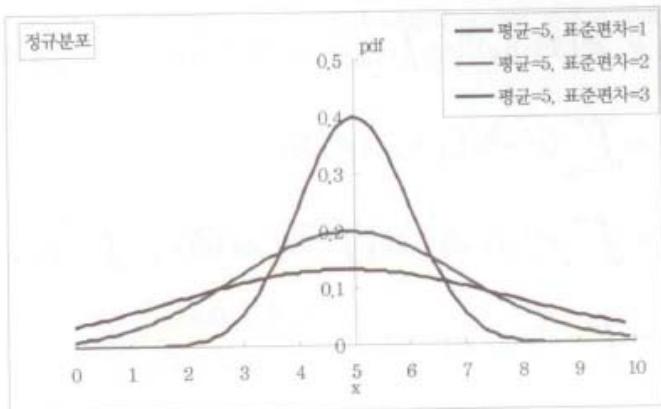


그림 2.5 표준편차에 따른 정규분포의 확률밀도함수

2.2.2 한계상태함수와 파괴확률

한계상태함수(limit state function)란 한계상태를 규정하는 함수이다. 즉, 한계상태는 파괴와 비파괴의 경계상태이기 때문에 한계상태함수가 양일 때가 안전한 상태, 음일 때가 파괴의 상태, 0일 때가 한계상태이다. 즉,

$$\begin{aligned} g(X_1, X_2, \dots, X_n) &> 0 : \text{안전(safe)} \\ g(X_1, X_2, \dots, X_n) &< 0 : \text{파괴(failure)} \\ g(X_1, X_2, \dots, X_n) &= 0 : \text{한계상태 (limit state)} \end{aligned} \quad (2.7)$$

또한 파괴의 형태는 다양하기 때문에 각각의 파괴형태에 대하여, 즉 각기 다른 한계상태마다 다른 한계상태함수가 존재하게 된다. 여기서 한계상태함수의 변수들, $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ 은 확률변수로, 고정하중이나 풍하중, 활하중, 시간, 유효높이, 콘크리트 압축강도, 강재의 항복 강도 등등이 될 수 있다. 예를 들어 구조물 또는 구조부재의 강도를 검토하는 경우, Q 를 부재에 작용하는 총하중 효과, R 을 그 부재의 저항 또는 강도라 하면 한계상태함수 g 는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$q = R - Q \quad (2.8)$$

여기서 g 는 안전도여유(safety margin)라 할 수 있다.

$$\begin{aligned} g > 0 \rightarrow R > Q : \text{안전(safe)} \\ g < 0 \rightarrow R < Q : \text{파괴(failure)} \\ g = 0 \rightarrow R = Q : \text{한계상태 (limit state)} \end{aligned} \quad (2.9)$$

부재의 강도나 하중을 좀 더 자세히 표현하면 다음과 같은 한계상태함수가 정의될 수 있다.

$$\begin{aligned} g &= F_y Z_x - Q \\ g &= F_y Z_x - D - L - W - E \end{aligned} \quad (2.10)$$

한계상태함수는 그 변수들이 위에서 정의한 확률변수들이므로 확률변수함수가 된다.

한계상태함수가 갖는 의미를 알아보기 위해 그림 2.6과 같은 변수의 공간을 정의하자. 그림에서 $R = Q$ 인 선의 위 영역은 안전한 영역, 아래의 영역은 파괴의 영역이 된다. 여기에 R 과 Q 의 결합확률밀도함수를 같이 도시하면 그림 2.7과 같이 된다. 결합확률밀도함수란 R 이 임의의 값을 가짐과 동시에 Q 가 임의의 값을 가질 확률을 나타내는 함수로 그림에서는 등고선의 형태로 도시되어 있다. 따라서 파괴될 확률은 파괴의 영역내에 있는, 즉 한계상태함수의 아래의 영역에 존재하는 결합확률밀도함수의 체적이라 할 수 있다.

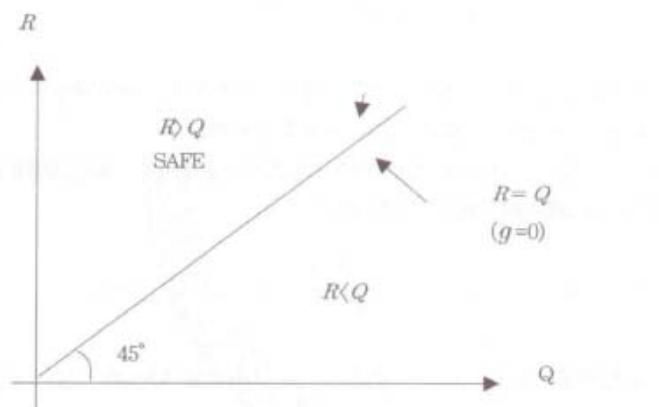


그림 2.6 변수의 공간

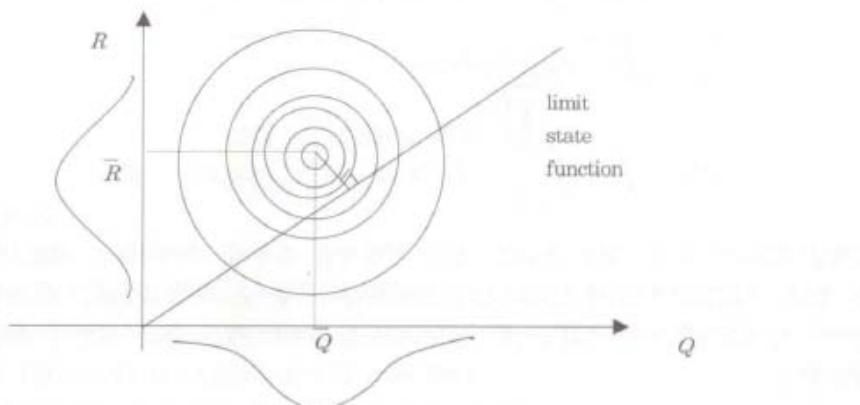


그림 2.7 변수의 공간과 확률밀도함수

이를 좀더 확실히 하기 위해 2차원적으로 확률밀도함수를 도시하면 그림 2.8과 같다. 그림에서 R 이 R_i 의 값을 갖는다면 Q 가 R_i 의 값보다 큰 값을 갖는 경우 파괴가 될 것이다. 또는 Q 가 Q_i 의 값을 가질 때 R 이 Q_i 보다 작은 값을 갖는 경우 파괴가 될 것이다. 따라서 파괴확률, P_F 은 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\begin{aligned}
 P_F &= \sum_i P_r(R = R_i \text{ and } Q > R_i) \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} f_R(x)(1 - F_Q(x)) dx \\
 &= 1 - \int_{-\infty}^{\infty} f_R(x) F_Q(x) dx \\
 &= \sum_i P_r(Q = Q_i \text{ and } R < Q_i) \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} f_Q(x) F_R(x) dx
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

그러나 식(2.11)과 같은 경우, 실제 적분이 매우 어려우며, 파괴확률이 매우 적은 값이기 때문에 실제 파괴확률을 계산하는 것은 매우 어려운 일이다.

비선형함수의 경우에도 그림 2.9와 같이 파괴의 영역에서 결합확률밀도함수에 대한 적분이 필요하게 된다. 파괴확률은 다음 식과 같다.

$$P_F = P_r[R - Q < 0] = \int \int_{q > r} f_{R,Q}(r,q) dr dq \tag{2.12}$$

만일, R 과 Q 가 독립이면, $f_{R,Q}(r,q) = f_R(r)f_Q(q)$ 이므로 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 P_F &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{q>r} f_R(r) \cdot f_Q(q) dr dq \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{q>r} f_R(r) dr \right] f_Q(q) dq \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} F_R(r) f_Q(q) dq
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

g?

$$P_F = \int \cdots \int_{g(X) \leq 0} f_X(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \cdots dx_n \tag{2.14}$$

한계상태함수가 여러 개의 변수를 갖는 일반적인 경우에 파괴확률은 식(2.14)으로 표현될 수 있다. 식(2.11)에서 식(2.14)까지의 파괴확률의 계산은 확률밀도함수 또는 결합확률밀도함수의 한계상태함수의 파괴영역에 대한 적분을 수행하여야 하며 일반적으로 계산하기 불가능하다.

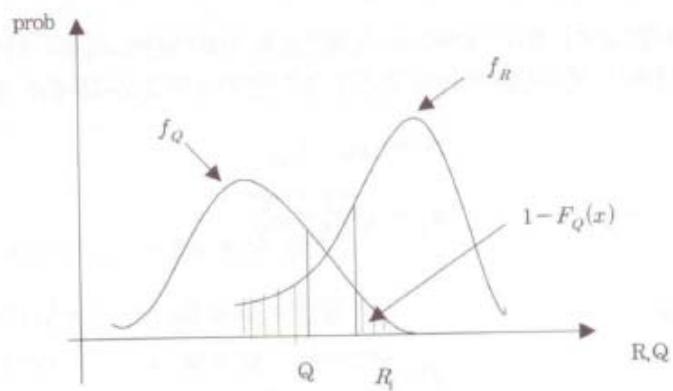


그림 2.8 R 과 Q 의 확률밀도함수

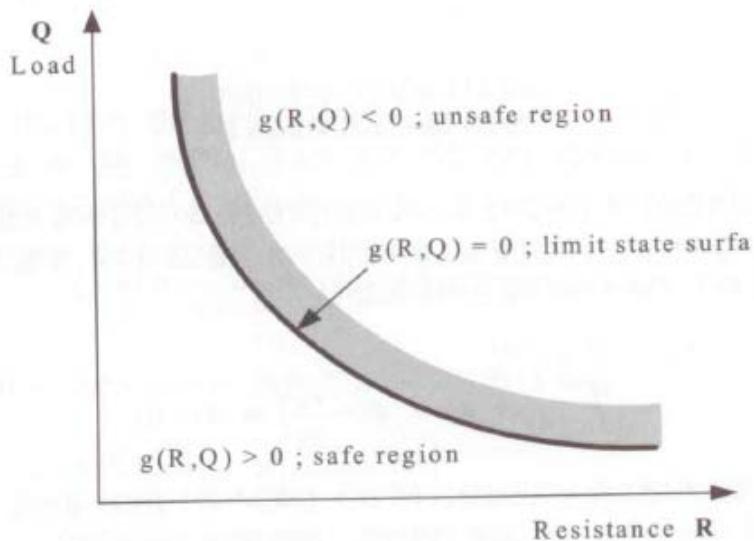


그림 2.9 비선형의 한계상태함수

2.3 신뢰도지수

위에서 언급한 대로 식(2.11)~식(2.14)의 파괴확률을 계산하기 어렵기 때문에 신뢰도, 즉 파괴확률을 구하기 보다는 신뢰도를 나타내는 다른 값 또는 지수(index)를 계산하고자 하였는데 이것이 신뢰도지수(reliability index)라 하는 것이다.

한계상태함수의 특별한 경우로 식(2.8)과 같이 한계상태함수가 부재저항(R)과 하중(Q)의 함수이며 각각이 정규분포이며 서로 독립적이다 라고 가정하자.

$$g = R - Q \quad (2.8)$$

부재저항(R)과 하중(Q)이 정규분포이므로 통계학률의 기본이론에 의하여 한계상태함수 g 도 정규분포가 된다. 따라서, 한계상태함수의 평균과 표준편차는 식(2.15)와 같게 된다.

$$\begin{aligned} \mu_g &= \mu_R - \mu_Q \\ \sigma_g &= \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Q^2} \end{aligned} \quad (2.15)$$

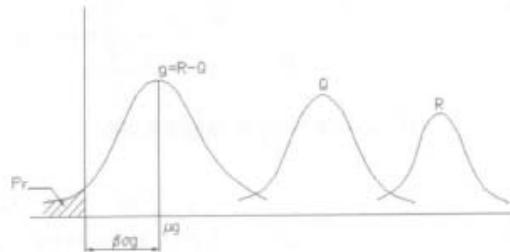


그림 2.10 하중(Q), 부재저항(R) 및 한계상태함수(g)의 확률밀도함수

하중(Q), 부재저항(R) 및 한계상태함수(g)의 확률밀도함수를 도시하면 그림 2.10과 같다. 이때 파괴학률은 그림에서 $g < 0$ 인 영역에서의 한계상태함수의 확률밀도함수의 면적(그림에서 빛금친 부분)과 같게 된다. 따라서 파괴학률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P_F &= P_r [g < 0] \\ &= \int_{-\infty}^0 f_g(x) dx = \Phi\left(-\frac{\mu_g}{\sigma_g}\right) = \Phi(-\beta) \end{aligned} \quad (2.16)$$

여기서 Φ 는 표준정규분포의 누적분포함수이며 β 는 신뢰도지수라 불리는 값이며, g 의 평균을 g 의 표준편차로 나눈 값이다. 식(2.15)를 이용하면, 신뢰도지수는 다음과 같다.

$$\beta = \frac{\mu_g}{\sigma_g} = \frac{1}{V_g} = \frac{\mu_R - \mu_Q}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Q^2}} \quad (2.17)$$

결국 신뢰도지수는 한계상태함수 g 의 평균이 y 축으로부터 표준편차의 몇 배만큼의 거리를 갖고 있는지를 나타내는 지수이며, 거리가 멀면 멀수록 빛금친 부분의 면적은 작아지므로 파괴학률은 작아지고, 신뢰도지수는 큰 값을 갖게 된다. 그림 2.10에서 신뢰도지수에 대한 식(2.17)과 같은 정의는 Cornell(1967)에 의해 최초로 정의되었으며 하중(Q), 부재저항(R)의 평균과 표준편차만을 이용하여 계산할 수 있으므로 Second Moment Formulation, 또는 2단계(Level II) 신뢰도 해석에 해당한다. 그러나, R 과 Q 가 어떤 분포함수를 갖는지에 대한 정보를 사용하지 않으면,

또한 R 과 Q 가 정규분포라는 가정하에 유도된 식이므로 정규분포일 경우에만 정해이며 그렇지 않을 경우에는 근사식이 된다. 이때 파괴확률은 식(2.16)에 의해 표준정규분포의 누적분포함수를 이용하여 구할 수 있으며 신뢰도지수와 파괴확률과의 관계는 표 2.1과 같다.

또 다른 특별한 경우로 부재저항(R)과 하중(Q)가 대수정규분포이며, 한계상태함수를 다음 식과 같이 정의할 수 있다.

$$g = R/Q \quad (2.18)$$

이 경우 안전과 파괴의 영역은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} g = R/Q > 1 &\rightarrow R > Q : \text{안전} \\ g = R/Q = 1 &\rightarrow R = Q : \text{한계상태} \\ g = R/Q < 1 &\rightarrow R < Q : \text{파괴} \end{aligned} \quad (2.19)$$

대수정규분포는 \log 를 취했을 때 정규분포가 되는 분포이다. 즉, 식(2.20)에서 Y 는 정규분포, X 는 대수정규분포가 된다.

$$Y = \ln X, \quad X = e^Y \quad (2.20)$$

대수정규분포는 식(2.20)의 관계식에서 보는 바와 같이 0 또는 음의 값이 될 수 없으며, 따라서 음수가 될 수 없는 물리량의 분포에 많이 이용 된다. 대수정규분포의 확률밀도함수와 누적분포함수는 식(2.21)과 식(2.22)와 같다.

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\xi x} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \lambda}{\xi}\right)^2\right] \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} F_X(x) &= \Pr[X \leq x] = \Pr[\ln X \leq \ln x] = \Pr[Y \leq y] \\ &= \Phi\left[\frac{y - \mu_Y}{\sigma_Y}\right] = \Phi\left[\frac{\ln x - \mu_{\ln X}}{\sigma_{\ln X}}\right] \quad (2.22) \\ f_X(x) &= \frac{d}{dx} F_X(x) = \phi\left(\frac{\ln x - \mu_{\ln X}}{\sigma_{\ln X}}\right) \frac{1}{x \sigma_{\ln X}} \end{aligned}$$

대수정규분포의 확률밀도함수에는 두 개의 모수, λ 와 ξ 가 있는데, λ 는 $\ln X$ 의 평균($\mu_{\ln X}$), ξ 는 $\ln X$ 의 표준편차($\sigma_{\ln X}$)와 같다. 대수정규분포의 평균은 식(2.23)과 같으며, 로그를 취한 정규분포의 평균과 표준편차와 식(2.24)와 같은 관계식이 성립한다.

$$\mu_X = E[X] = E[e^y] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \int_{-\infty}^{\infty} e^y e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{y - \lambda}{\sigma}\right)^2} dy \quad (2.23)$$

표 2.1 신뢰도지수와 파괴확률

P_F	β
0.5	0.00
10-1	1.28
10-2	2.33
10-3	3.10
10-4	3.72
10-5	4.20
10-6	4.75
10-7	5.19
10-8	5.62
10-9	5.99

$$\begin{aligned}\sigma_{\ln X}^2 &= \ln(V_X^2 + 1) \approx V_X^2, \quad \mu_{\ln X} = \ln \mu_X - \frac{1}{2} \sigma_{\ln X}^2 \approx \ln \mu_X \\ \mu_X &= \exp(\mu_{\ln X} + \frac{1}{2} \sigma_{\ln X}^2), \quad V_X^2 = \exp(\sigma_{\ln X}^2) - 1, \\ \sigma_X^2 &= \mu_X^2 \exp(\sigma_{\ln X}^2) - 1\end{aligned}\tag{2.24}$$

식(2.18)의 한계상태함수에 대수(log)를 취하면 식(2.25)과 같이 되는데, R , Q 가 대수정규분포이므로 $\ln R$ 과 $\ln Q$ 는 정규분포가 됨을 알 수 있다.

$$g^* = \ln R - \ln Q\tag{2.25}$$

따라서 신뢰도지수는 식(2.26)과 같으며, 여기서 식(2.24)의 관계식을 이용하면 식(2.27)과 같은 신뢰도지수의 또 다른 식을 구할 수 있다.

$$\beta = \frac{\mu_{\ln R} - \mu_{\ln Q}}{\sqrt{\sigma_{\ln R}^2 + \sigma_{\ln Q}^2}}\tag{2.26}$$

$$\beta = \frac{\ln \mu_R - \ln \mu_Q}{\sqrt{V_R^2 + V_Q^2}}\tag{2.27}$$

식(2.27)의 신뢰도지수는 R 과 Q 가 서로 독립적인 대수정규분포를 가지면 식(2.27)이 정해이며 그 외의 경우는 근사식이 된다.

결국 신뢰도지수는 식(2.17) 또는 식(2.27)로 계산되어지는데 R 과 Q 가 서로 독립인 정규분포이면 식(2.17), 대수정규분포이면 식(2.27)을 사용한다. 그러나 R 과 Q 의 확률분포는 고려되지 않는 단점이 있으며 두 개의 변수만 있는 경우 적용할 수 있다.

한계상태함수가 여러 개의 서로 독립적인 변수를 갖는 선형적인 함수를 갖는 경우에는

식(2.17)이나 식(2.27)을 사용할 수 없게 된다. 이 경우에는 한계상태함수가 식(2.28)과 같이 정의되며 이때의 신뢰도지수는 식(2.29)과 같다.

$$g(\vec{X}) = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + \cdots + a_n X_n \quad (2.28)$$

$$\beta = \frac{a_0 + \sum_i a_i \mu_{X_i}}{\sqrt{\sum_i (a_i \sigma_{X_i})^2}} \quad (2.29)$$

이 식에 의한 신뢰도지수의 계산예는 부록의 예제 1에 있다.

또한 한계상태함수가 독립적인 변수들의 비선형함수인 경우에는 식(2.30)과 같은 Taylor Series Expansion을 이용하여 비선형함수를 선형함수로 바꾼 후 식(2.29)를 사용할 수 있다.

$$Y = g(X_1, \dots, X_n) = g(X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*) + \sum_{i=1}^n (X_i - X_i^*) \frac{\partial g}{\partial X_i} \Big|_{X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*} \quad (2.30)$$

이때 Taylor전개를 하는 점($X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*$)는 각 변수의 평균으로 한다. 이러한 약산식을 First Order Approximation라 하며 이때의 신뢰도지수를 일계이차평균값신뢰도지수(First Order Second Moment Mean Value Reliability Index)라 한다. 부록의 예제 2에서 식(2.30)과 식(2.29)에 의한 신뢰도지수의 계산예를 볼 수 있다.

그러나 식(2.30) 및 식(2.29)에 의한 신뢰도지수는 같은 한계상태라도 한계상태함수의 정의에 따라 달라지며, Taylor전개를 하는 점에 따라서 다른 신뢰도 지수를 갖게 되는 단점(invariance problem)이 있다. 부록의 예제 3에서 이러한 단점을 확인할 수 있다.

2.4 Hasofer-Lind의 신뢰도지수

위의 invariance문제를 해결하기 위해 Hasofer와 Lind(Hasofer, 1974)는 한계상태함수의 Taylor Series 전개를 평균값이 아닌 Design Point에서 수행하도록 제안하였다. 이를 위해 다음과 같이 새로운 변수 r 과 q 를 도입하게 되는데, 이를 normalization 또는 reduced space라 부른다.

$$r = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R}, \quad q = \frac{Q - \mu_Q}{\sigma_Q} \quad (2.31)$$

식(2.31)에서 R 과 Q 를 구하여 식(2.8)의 한계상태함수에 대입하고 한계상태($g = 0$)에 대한 식을 구하면 다음과 같다.

3. 확률에 기초한 설계기준

3.1 개요

본 장에서는 확률 또는 신뢰도에 기초한 설계기준의 개념 및 개발이론에 대하여 설명되어 진다. 설계기준은 설계자가 설계를 수행할 때 반드시 만족시켜야하는 최소한의 안전도 수준을 규정하고 있다. 2장에서 설명된 대로 구조물의 안전도는 신뢰도해석에 의한 신뢰도지수 또는 파괴확률에 의해 정의되어지므로 설계기준은 신뢰도에 기초한 설계기준이 되어야 한다. 신뢰도에 기초한 설계기준은 2.1절에서 설명된 신뢰도해석의 여러 단계에 따라 4가지 단계로 구분될 수 있다.

1단계(Level 1)의 설계기준에서는 신뢰도가 안전계수들에 의해 도입되는데, 하중저항계수설계법(Load and Resistance Factor Design Method)이 대표적이다. 2단계(Level 2)는 구조물의 신뢰도지수를 목표신뢰도지수가 되도록 설계하는 기준이다. 3단계(Level 3)는 완전한 신뢰도해석에 의한 파괴확률을 적정한 파괴확률이하가 되도록 설계하는 단계이다. 4단계(Level 4)는 설계의 기준으로 비용을 포함한 총 예상기대비용을 최대화하도록 한 설계기준을 의미한다.

순수한 의미에서는 설계자가 신뢰도지수(β) 또는 파괴확률(P_f)을 계산하여 설계기준에서 요구하는 기준에 만족하는가를 검토하여야 하나, 이는 신뢰도해석에 대한 많은 지식이 요구되며, 좀더 많은 정확한 자료를 요구하고 있다. 이는 아직 현 시점에서 어렵기 때문에 현재는 신뢰도해석의 1단계에 해당되는 하중저항계수설계법을 주로 사용하고 있다. 현재 세계 각국의 주요 설계기준들이 이미 하중저항계수설계법을 적용하고 있는데, 대표적으로 미국의 철골구조 설계기준(AISC, 1986), Eurocode(1984), OHBDC(1991), AASHTO(1998) 등이 있다.

3.2 하중저항계수설계법

하중저항계수설계법은 확률에 기초한 한계상태 설계법으로 1단계의 설계기준에 해당한다. 이 설계법에서는 하중의 불확실성을 하중계수로, 저항의 불확실성을 저항계수로 표현하며, 일반적인 설계식은 다음과 같다.

$$\phi R_n \geq \sum \gamma_i Q_i \quad (3.1)$$

여기서, R_n 은 부재강도 또는 저항, Q_i 는 여러 하중, ϕ 는 저항계수, γ_i 는 하중계수들이다. 만약 하중이 고정하중과 활하중의 합이라고 하면, 즉, $Q = D + L$ 이면 식(3.1)은 다음과 같다.

$$\phi R_n \geq \gamma_D D_n + \gamma_L L_n \quad (3.2)$$

이 설계법은 설계식, 식(3.1) 또는 식(3.2)가 기존의 강도설계법과 유사하고 실무자들에게 친숙한 형식이어서 큰 어려움 없이 바로 설계에 적용할 수 있는 장점이 있다. 따라서 현재

전 세계의 대부분의 설계기준이 이 방식을 채택하고 있으며, 저항계수(ϕ)와 하중계수(γ_i)는 각 하중조합의 경우에 2단계 신뢰도해석에 의하여 적절하면서도 균일한 안전도를 확보할 수 있도록 결정된다.

3.2.1 하중 및 저항계수의 결정

식(3.1)의 설계식과 최소의 안전도 규정이라는 설계원칙에 따라 식(3.3)과 같은 등식이 성립하며, 이때 신뢰도지수의 목표치, 즉 목표신뢰도지수(target reliability index)를 β_T 라 하면, 식(2.17)은 식(3.4)와 같이 변환된다.

$$\phi R_n = Q = \Sigma \gamma_i Q_i \quad (3.3)$$

$$\mu_R = \mu_Q + \beta_T \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Q^2} = \lambda_R R_n = \frac{1}{\phi} \lambda_R \Sigma \gamma_i Q_i \quad (3.4)$$

여기서, λ_R 은 저항의 편심계수(bias factor)라 하는데, 저항의 평균값을 저항의 공칭값으로 나눈 값이다. 공칭값은 설계기준에서 정의된 기준값을 의미한다. 식(3.4)를 정리하면 저항계수는 다음과 같다.

$$\phi = \frac{\lambda_R \Sigma \gamma_i Q_i}{\mu_Q + \beta_T \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Q^2}} \quad (3.5)$$

이 식은 3개의 미지수(β_T , γ_i , ϕ)를 포함하고 있으며 이 식을 이용하여 하중계수 및 저항계수를 결정하기 위해서는 먼저 목표 신뢰도지수 β_T 를 결정하여야 한다.

목표 신뢰도지수는 구조물의 안정성과 경제성을 결정하는 가장 중요한 계수로, 주로 설계기준의 제정을 담당하는 위원회에서 경제, 사회적 측면과 기존 구조물의 안전성을 고려하여 결정한다. 목표신뢰도지수를 결정한 후에 저항계수와 하중계수를 결정하기 위해서 하나를 먼저 정하고 식(3.5)에 따라 나머지 하나를 결정하게 되는데, 저항계수를 먼저 결정한 후 하중계수를 구하게 되면 부재별로 다른 하중계수를 사용하게 되므로 불합리적이다. 따라서 하중계수를 먼저 구한 후 식(3.5)를 이용하여 저항계수를 나중에 계산하는 방법을 사용하다. 이 과정은 다음과 같이 진행될 수 있다.

- ① 하중계수가 곱해진 하중을 하중의 평균값에서 표준편차의 임의의 배수만큼 증가한 값으로 정한다. 즉,

$$\gamma_i Q_i = \mu_{Q_i} + n\sigma_{Q_i} = \mu_{Q_i} + n V_{Q_i} \mu_{Q_i} = \mu_{Q_i} (1 + n V_{Q_i}) \quad (3.6)$$

따라서, 하중계수는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\gamma_i = \frac{\mu_{Q_i}}{Q_i} (1 + n V_{Q_i}) = \lambda_{Q_i} (1 + n V_{Q_i}) \quad (3.7)$$

여기서, λ_{Q_i} 는 하중의 편심계수이다.

- ② 주어진 하중계수들을 이용하여 저항계수를 부재별, 하중별로 계산한다.
 - ③ 부재별, 하중별로 계산된 저항계수가 적정범위 내에 존재하는가를 확인하여 그렇지 않다면 새로운 하중계수를 선택하여 위의 과정을 다시 반복한다.
- 다음 절에서 미국 AASHTO LRFD설계기준(AASHTO, 1998)을 기준으로 하중 및 저항계수를 결정하는 과정을 설명한다.

3.2.2 AASHTO LRFD 설계기준의 하중 및 저항계수

먼저 기존의 설계기준으로 설계된 교량의 신뢰도를 해석하고 이미 LRFD를 도입한 캐나다의 온타리오주 교량설계기준(OHBDC, 1991)의 예를 참고로 하여 목표신뢰도지수를 3.5로 결정하였다. 하중계수 및 저항계수의 결정을 위하여 여러 연구결과를 토대로 표 3.1과 같은 하중의 통계치를 사용하였다.

표 3.1 하중의 통계적 특성

하중	편심계수($\lambda\lambda$)	변이계수(V)
고정하중 $D1$	1.03	0.10
고정하중 $D2$	1.00	0.25
고정하중 $D3$	1.00	0.25
활하중 L (충격하중 포함)	1.10 ~ 1.20	0.18

여기서, $D1$ 은 강재나 **프리스트레스트** 콘크리트 같은 공장제작 부재의 자중, $D2$ 는 현장타설 콘크리트 부재의 자중, $D3$ 는 아스팔트 같은 포장재의 자중이다. 이 통계치를 이용하여 여러 가지의 n 값에 대하여 식(3.7)의 하중계수를 계산하면 표 3.2와 같다.

표 3.2 고려된 하중계수들

하중	$n = 1.5$	$n = 2.0$	$n = 2.5$
$D1$	1.150	1.20	1.24
$D2$	1.200	1.25	1.30
$D3$	1.375	1.50	1.65
L	1.40~1.50	1.50~1.60	1.60~1.70

AASHTO에서는 n 값으로 2.0을 추천하였는데 이는 다음과 같이 계산될 수도 있다.

위의 식(3.4)에서 $\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Q^2}$ 을 $(\sigma_R + \sigma_Q)\alpha_{RQ}$ 로 가정하면 다음 식과 같이 된다.

$$\mu_R = \mu_Q + \beta_T \alpha_{RQ} (\sigma_R + \sigma_Q) \quad (3.8)$$

만약, 하중 Q 를 고정하중(D)과 활하중(L)만의 합으로만 가정하면, 다음 식이 성립하고,

$$\begin{aligned} \mu_Q &= \mu_D + \mu_L \\ \sigma_Q &= \sqrt{\sigma_D^2 + \sigma_L^2} \end{aligned} \quad (3.9)$$

식(3.8)은 다음과 같이 된다.

$$\mu_R = \mu_D + \mu_L + \beta_T \alpha_{RQ} (\sigma_R + \sqrt{\sigma_D^2 + \sigma_L^2}) \quad (3.10)$$

여기서 다시 $\sqrt{\sigma_D^2 + \sigma_L^2}$ 을 $(\sigma_D + \sigma_L)\alpha_{DL}$ 로 가정하면, 식(3.10)은 다음과 같이 된다.

$$\mu_R = \mu_D + \mu_L + \beta_T \alpha_{RQ} \sigma_R + \beta_T \alpha_{RQ} \alpha_{DL} (\sigma_D + \sigma_L) \quad (3.11)$$

이 식에 $\sigma_R = V_R \mu_R, \sigma_D = V_D \mu_D, \sigma_L = V_L \mu_L$ 를 대입하여 정리하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} (1 - \beta_T \alpha_{RQ} V_R) \mu_R &= (1 + \beta_T \alpha_{RQ} \alpha_{DL} V_D) \mu_D \\ &\quad + ((1 + \beta_T \alpha_{RQ} \alpha_{DL} V_L) \mu_L) \end{aligned} \quad (3.12)$$

식(3.12)와 식(3.2)를 비교하면, 다음과 같은 하중계수들의 식과 n 값을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \gamma_D &= (1 + \beta_T \alpha_{RQ} \alpha_{DL} V_D) \frac{\mu_D}{D_n} \\ \gamma_L &= (1 + \beta_T \alpha_{RQ} \alpha_{DL} V_L) \frac{\mu_L}{L_n} \\ n &= \beta_T \alpha_{RQ} \alpha_{DL} \end{aligned} \quad (3.13)$$

여기서 α_{RQ} 와 α_{DL} 은 위의 식의 전개의 가정으로부터 나온 상수로, 이 가정에서의 오차를 ε 라 하면

$$\sqrt{\sigma_D^2 + \sigma_L^2} = (\sigma_D + \sigma_L) \alpha_{DL} + \varepsilon \quad (3.14)$$

일반적인 교량에 대해, 다음의 값들을 가정하여, 오차가 최소가 되도록 α_{DL} 을 구하면 0.75의 값을 얻을 수 있다. 마찬가지 방법으로 α_{RQ} 의 값도 0.75가 된다.

$$\frac{\mu_D}{\mu_L} = 4, \quad V_D = 0.11, \quad V_L = 0.47 \sim 0.27 \text{ 로 가정}$$

β_T 를 3.5로 하면 $n = 3.5(0.75)(0.75) = 1.97$ 이 되므로, $n=2.0$ 의 추천은 바람직하다 할 수 있다. 결과적으로 AASHTO에서는 n 을 2.0으로 결정하였으며 설계의 편의를 위하여 $D1$ 과 $D2$ 에 대해서는 $\gamma=1.25$, $D3$ 에 대해서는 $\gamma=1.50$, L 에 대해서는 $\gamma=1.60$ 이나 더 안전여유를 두기 위해 $\gamma=1.75$ 로 결정하였다.

세 번째 단계는 신뢰성지수식에 의해 신뢰도지수가 목표 신뢰도지수에 가장 근접하도록 저항계수를 결정하는 것이다. 여기에 사용된 저항의 통계치는 표 3.3과 같다. 계산 결과, 저항계수는 표 3.4와 같이 결정되었다.

최종적으로 이상과 같은 하중 및 저항계수를 사용하여 여러 교량형식의 175개의 대상 교량에 적용하여 신뢰도지수를 계산하여 기존의 AASHTO의 신뢰도지수와 비교한 결과가 그림 3.1에 나타나 있다. 기존의 AASHTO의 신뢰도지수에 비하여 아주 균일한 신뢰도지수를 보임을 알 수 있다. 새로운 기준의 신뢰도 수준은 약 3.4~3.9정도이다. AASHTO LRFD(2004)에서 규정된 하중조합 및 계수는 표 3.5와 같다.

표 3.3 저항의 통계치

구조물 형태		편심계수($\lambda\lambda$)	변이계수(V)
비합성 강재거더	모멘트	1.12	0.100
	전단	1.14	0.105
합성 강재거더	모멘트	1.12	0.100
	전단	1.14	0.105
철근콘크리트 부재	모멘트	1.14	0.130
	전단(철근있음)	1.20	0.135
	전단(철근없음)	1.41	0.170
프리스트레스트 콘크리트부재	모멘트	1.05	0.075
	전단	1.15	0.140

표 3.4 결정된 저항계수

구조물 형태		저항계수
비합성 강재주형	모멘트	1.00
	전단	1.00
합성 강재주형	모멘트	1.00
	전단	1.00
철근콘크리트 부재	모멘트	0.90
	전단	0.90
프리스트레스트 콘크리트부재	모멘트	1.00
	전단	0.90

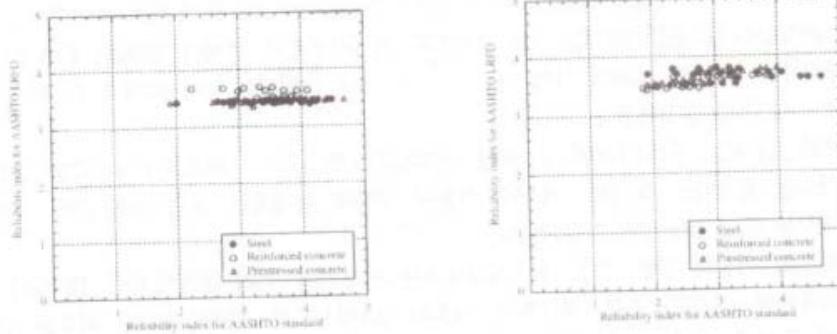


그림 3.1 AASHTO LRFD설계기준과 기존 AASHTO설계기준의 교량 신뢰도 비교(Nowak, 2000)

표 3-5 AASHTO LRFD(2004)설계기준의 하중조합 및 하중계수