

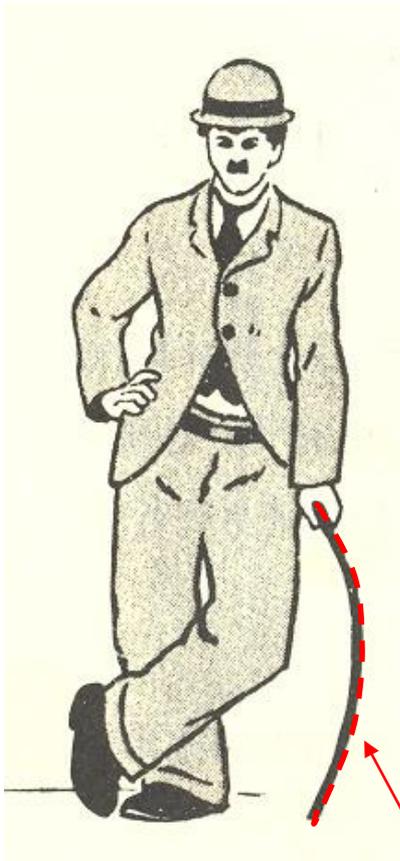
# 강골조 안정론의 기초 (column and frame stability: an overview)

서울대 건축학과 이철호

한국시설안전공단 (건축분야)

# 1. 기둥재의 좌굴 (column or axial stability)

## 1.1 서론



세장 (slender) 압축재의 좌굴에 의한 하자 사례

“강구조의 설계(시공): 첫째도 좌굴(stability), 둘째도 좌굴 (stability)....”

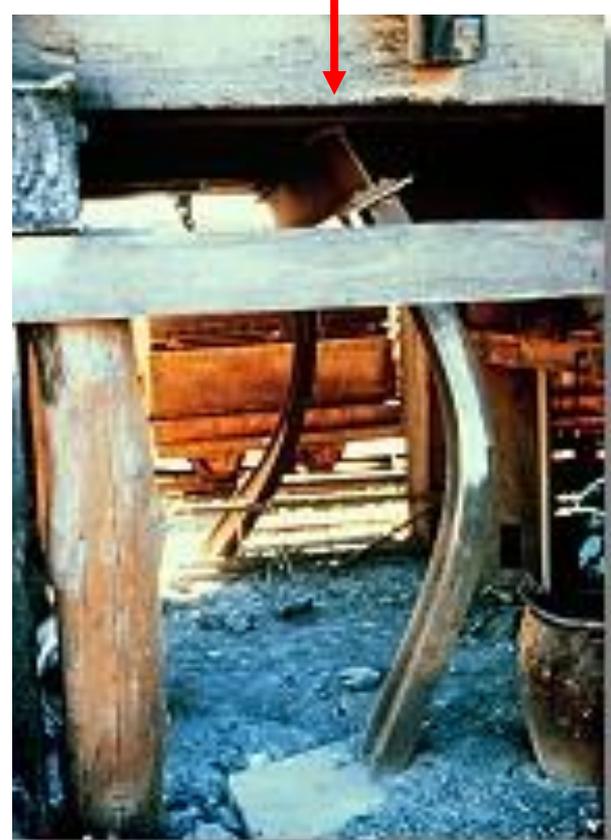


: 좌굴에 의한 스트럿(strut)의 붕괴 사례 (횡지지 부실에 따른 붕괴?)

“Weight (gravity loading): 하강하려는 속성,  
가장 쉬운 경로를 택함 (law of nature)”



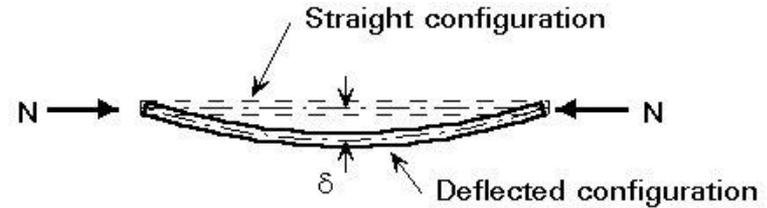
“좌굴(buckling) 문제가 없음  
(stocky column, 단주)”



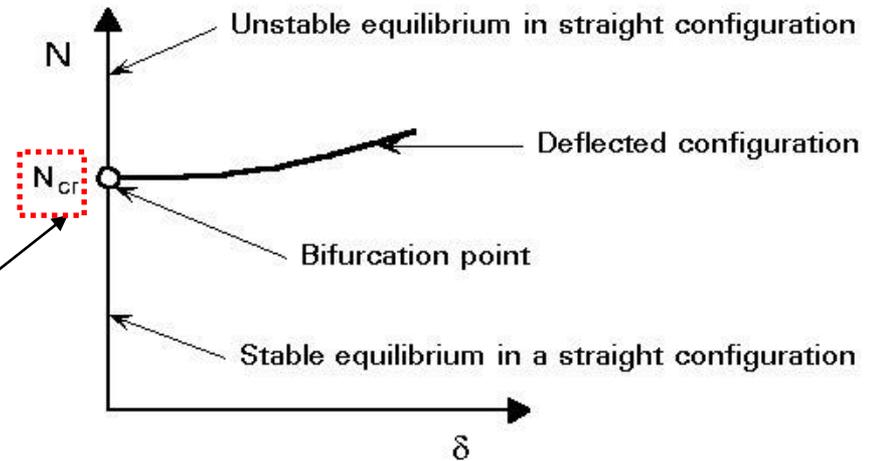
**Intermediate or slender column,  
중간주 또는 장주(세장기둥)**

“좌굴(buckling) 때문에 구조재료가 갖고  
있는 전항복강도를 활용치 못함”

## “평형상태의 종류”



(a) Simply supported column



(b) Axial force VS deflection relationship

좌굴하중 또는 임계하중 (buckling or critical load)의 산정:

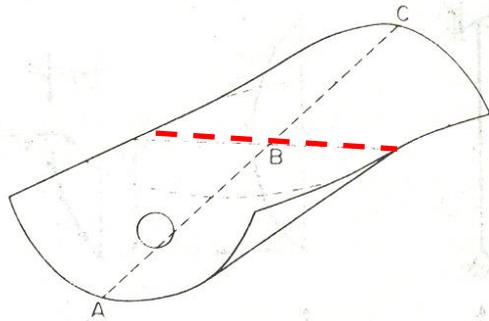
\* 수학적이고 복잡, 미분방정식으로 표시되는 평형조건식을 풀어서 산정 가능 (a perplexing subject)

\* “안정한 평형”과 “불안정한 평형”의 분기점이 되는 압축력의 크기

$P < P_{cr}$  (stable EQ)

$P > P_{cr}$  (unstable EQ)

Equilibrium types



: Stability surface



“미소횡력”  
을 제거하면  
원형 회복

P

Point A



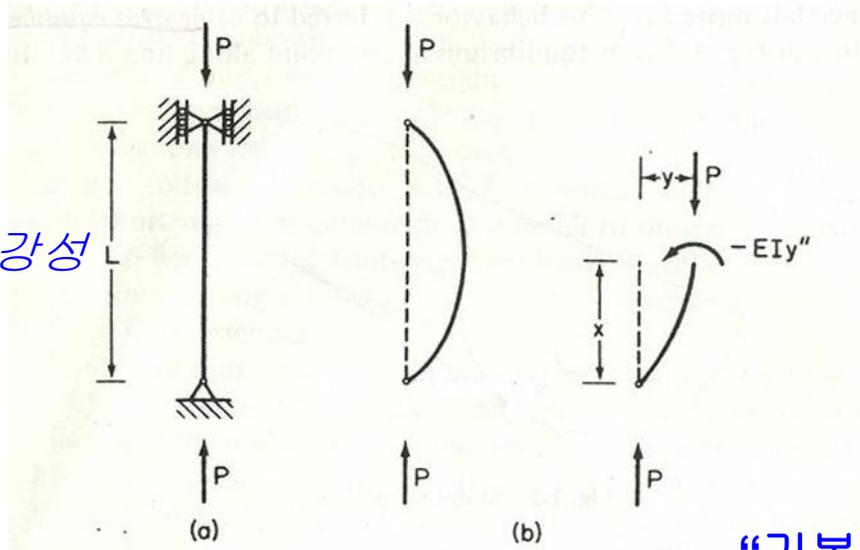
“미소횡력”을  
가하는 순간  
대변형에 이  
은 붕괴로 이  
어짐

P

Point C

# Euler (1744) 좌굴하중: 롤러-힌지 지지조건 of “perfect column”의 좌굴하중 (탄성안정론의 초석)

$EI =$  휨강성



$$EIy'' + Py = 0; \quad y'' + k^2y = 0$$

$$\text{where } k^2 = \frac{P}{EI}$$

$$y = A \sin(kx) + B \cos(kx)$$

(boundary conditions;  $y(0) = 0, y(L) = 0$ )

$$y = A \sin\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}L\right) = 0; \quad \sqrt{\frac{P}{EI}}L = \pi; \quad P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

“기본적으로 탄성 장주(slender column)에 적용 (재료의 항복강도에 무관함에 유의)”

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} = \text{Euler buckling load} = P_e$$

“ $L =$  좌굴발생시의 변곡점간 거리와 동일”

## 2. 유효좌굴길이계수 (K factor)

- 지점조건이다를 경우, Euler기둥과 이론을 일반화하는데 유용한 개념 : 기둥내 등가 변곡점 간 거리로 이해 가능

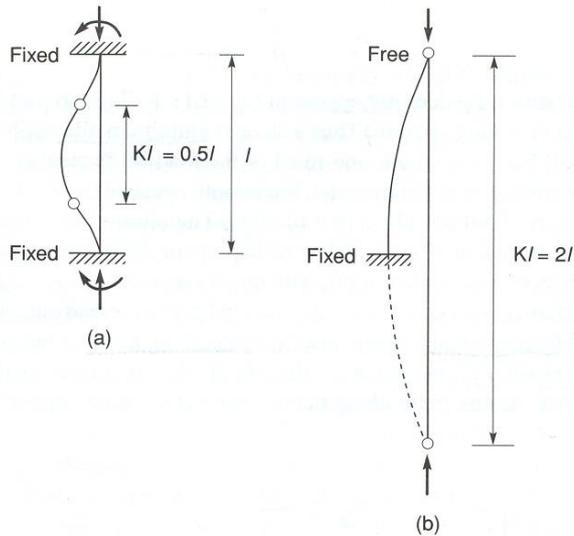


TABLE 4.1 Effective Length Factors K for Centrally Loaded Columns with Various Idealized End Conditions

Buckled shape of column is shown by dashed line.	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	
Theoretical K value	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0	
Recommended K value when ideal conditions are approximated	0.65	0.80	1.2	1.0	2.10	2.0	
End-condition code	   	Rotation fixed Translation fixed	Rotation free Translation fixed	Rotation fixed Translation free	Rotation free Translation free	Rotation fixed Translation free	Rotation free Translation free

$$P_{cr} (\text{좌굴하중}) = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} = \frac{1}{K^2} \frac{\pi^2 EI}{L^2} = \frac{P_e}{K^2}$$

“Euler parabola”

$$F_{cr} (\text{좌굴응력도}) = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI / A}{(KL)^2} = \frac{\pi^2 E(r^2)}{(KL)^2} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} = \frac{\pi^2 E}{(\text{유효세장비})^2}$$

“독립된 기둥”을 대상으로 하는 것처럼 보이는 Table 4.1의 경우도 골조 내의 보가 기둥에 가하는 구속도 및 골조의 횡지지 여부를 잘 파악하여 응용하면 매우 유용한 수단이 될 수 있음 (Judgmental method)

“Massive” beam of trussed frame (가령 단층공장 건물)

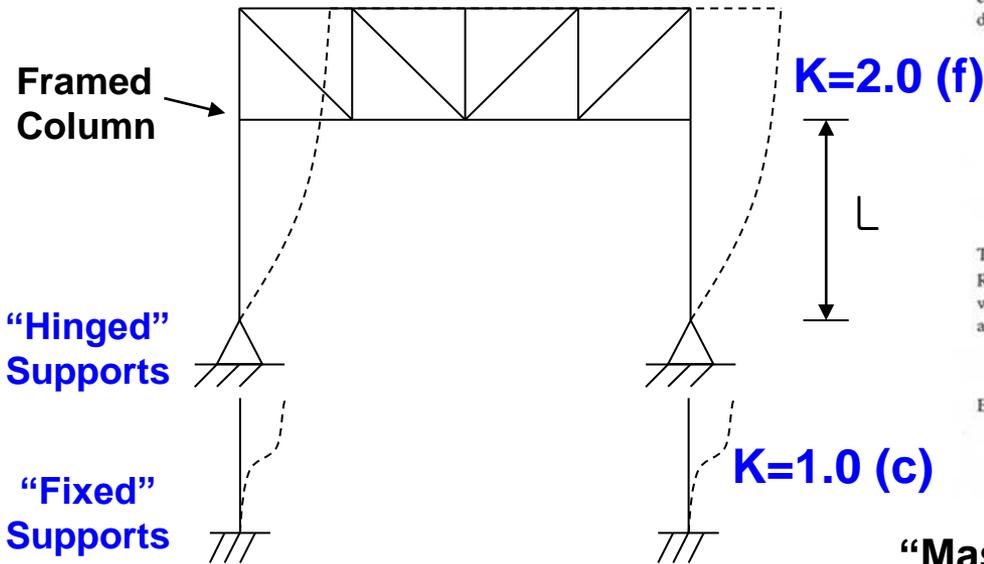
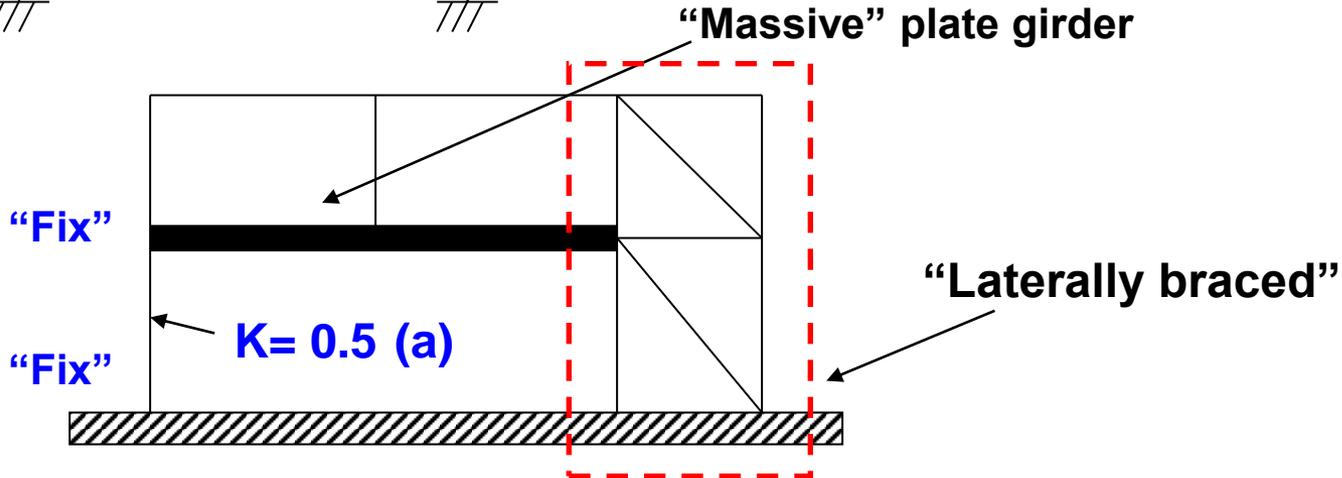


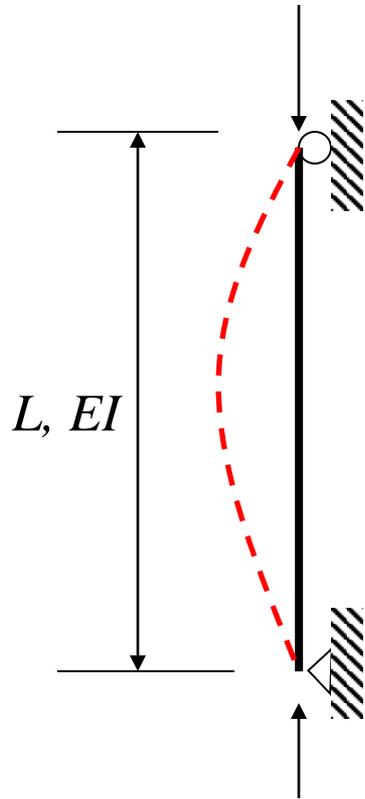
TABLE 4.1 Effective Length Factors  $K$  for Centrally Loaded Columns with Various Idealized End Conditions

Buckled shape of column is shown by dashed line.	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Theoretical $K$ value	0.5	0.7	1.0	1.0	2.0	2.0
Recommended $K$ value when ideal conditions are approximated	0.65	0.80	1.2	1.0	2.10	2.0
End-condition code	Rotation fixed	Rotation free	Rotation fixed	Rotation fixed	Rotation free	Rotation free
	Translation fixed	Translation fixed	Translation free	Translation free	Translation free	Translation free

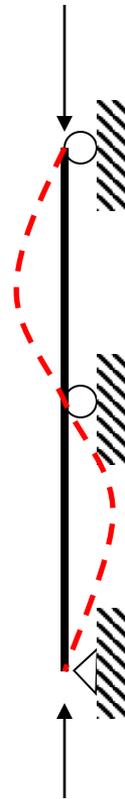


## Effect of “Intermediate Bracing”

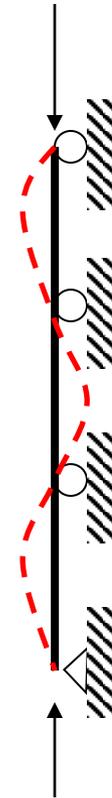
(고차의 좌굴모드를 강제하여 유효좌굴길이를 줄이는 것으로 볼 수 있음,  
가령 흠막이 버팀대의 횡지지부재의 역할)



$$P_{cr} = P_e = \frac{\pi^2 EI}{(1.0L)^2}$$



$$P_{cr} = P_e = \frac{\pi^2 EI}{(0.5L)^2} = 4 \times P_e \leq P_y = AF_y$$

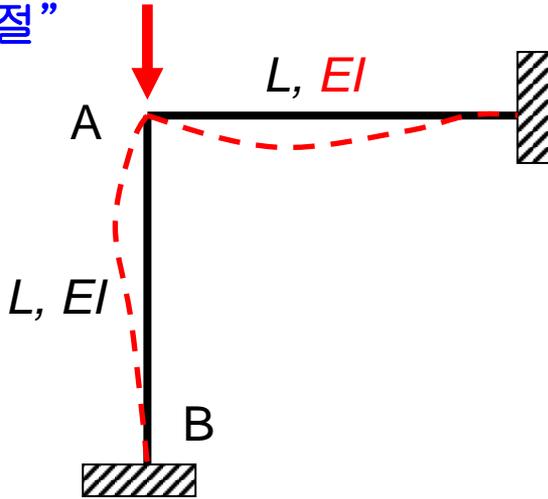


$$P_{cr} = P_e = \frac{\pi^2 EI}{(0.33L)^2} = 9 \times P_e \leq P_y = AF_y$$

연접된 보의 휨강성의 좌굴하중에 대한 영향:

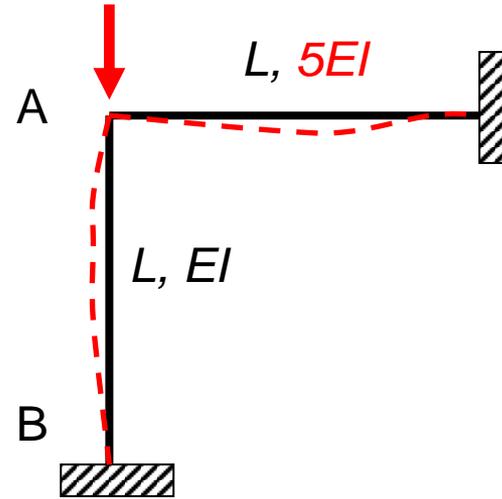
(뒤에서 언급하는 **alignment chart**를 이용해 확인가능)

절점 A: “강절”



$$G_A = 0.50, G_B = 0; K = 0.59$$

$$P_{cr} = \frac{P_e}{K^2} = \frac{P_e}{0.59^2} = 2.87 P_e$$



$$G_A = 0.1, G_B = 0; K = 0.52$$

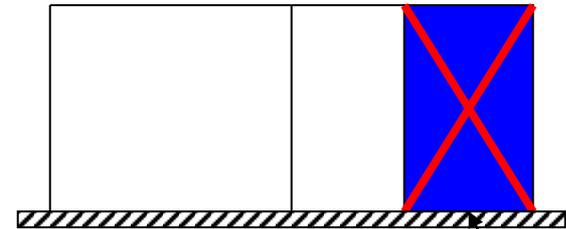
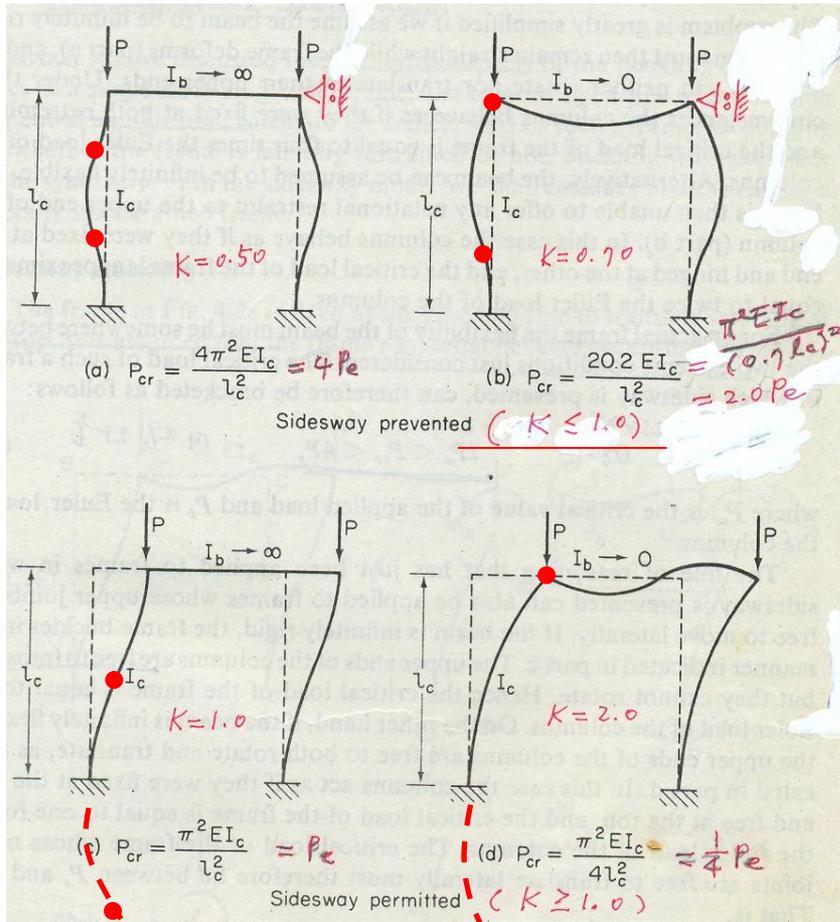
$$P_{cr} = \frac{P_e}{K^2} = \frac{P_e}{0.52^2} = 3.70 P_e$$

“좌굴내력이 약 30% 증대됨”

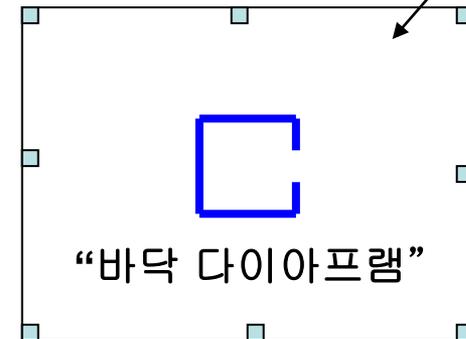
“골조를 구성하는 기둥의 좌굴내력은, 기둥 자신의 구조적 특성 뿐만 아니라, 연접 보 부재의 휨강성에 영향을 받음을 알 수 있음 (곧 **System Problem**임)”

### 3. 가새골조 대 비가새골조 (Braced vs. Unbraced frames)

좌굴시 골조 전체의 횡변위가 수반되는가의 여부



“가새골조: 골조의 sidesway 변형을 방지할 수 있는 안정한 벽체나 가새가 존재할 때”



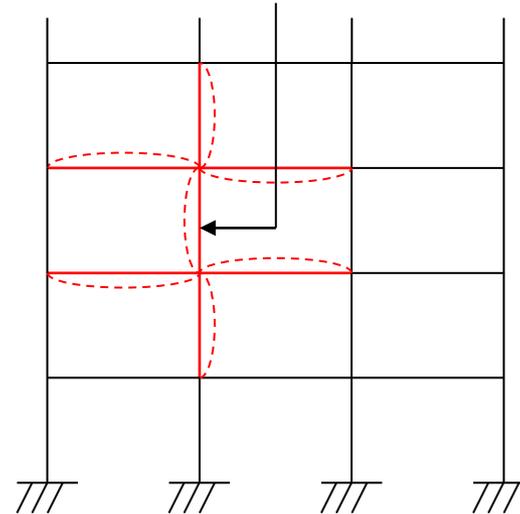
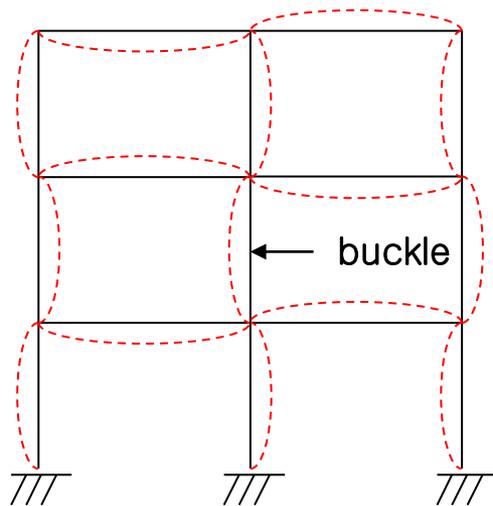
: Braced Frame의 예

“동바리의 대각선 가새”

## 4. 모멘트골조의 K Factor

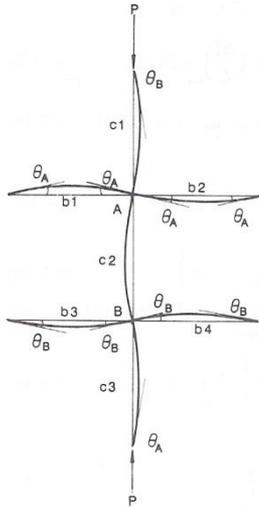
- 골조의 경우 모든 부재가 상호작용을 하므로 골조시스템 전체에 대한 고유치해석 (eigenvalue analysis)에 의해 K값을 구해야 원칙이나, 계산노력의 과다로 실용성이 없음
- 대상기둥에 가장 큰 영향을 미치는 인접 보 및 기둥으로 구성된 부분골조 해석(slope-deflection analysis)에 의해 K값을 구하는 방법이 전통적으로 실무에서 사용하는 방법임 (Nomograph or alignment chart method)

Subframe Buckling Analysis에 근거  
(not Entire Frame)

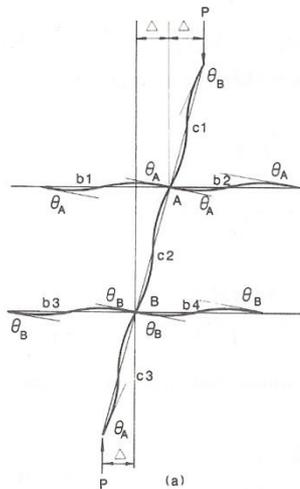


“<그림4-1> 다음에 삽입”

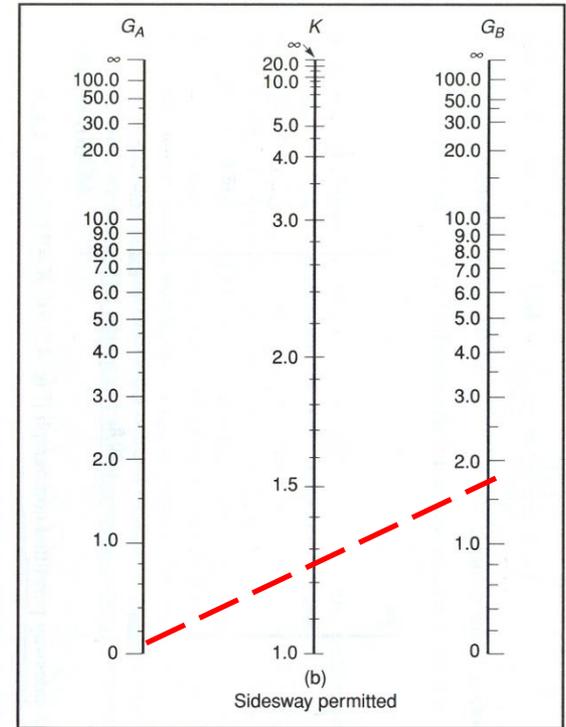
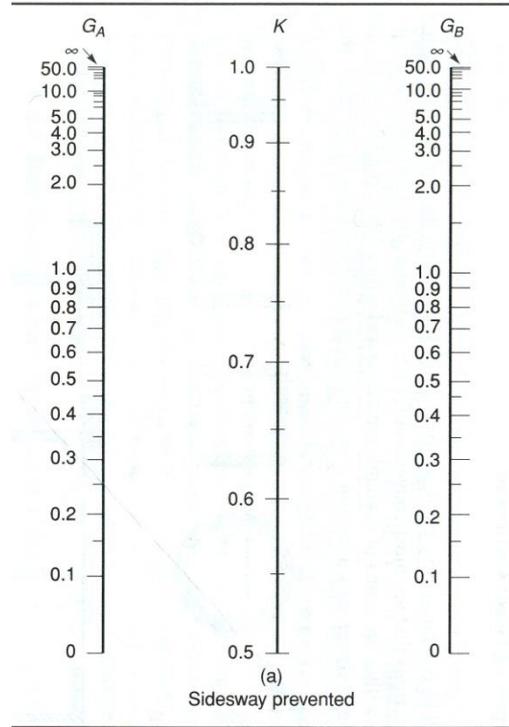
# Nomograph or alignment chart



“Braced” frame model  
(sidesway prevented)



“Unbraced” frame model  
(sidesway permitted)



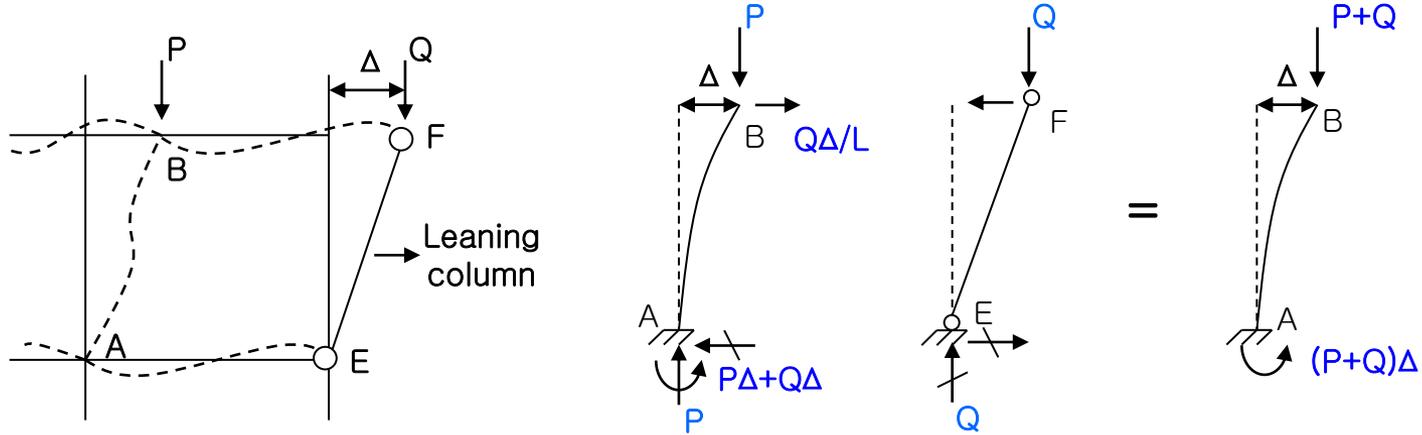
\* 보 타단힌지: 보강성 1.5 배, 보 타단고정: 보강성 2.0 배로 보정요

$$G_{A,B} = \frac{\sum \left( \frac{EI}{L} \right)_{column}}{\sum \left( \frac{EI}{L} \right)_{beam}} = \frac{\text{(절점과 연결된 기둥강비의 합)}}{\text{(절점과 연결된 보강비의 합)}}$$

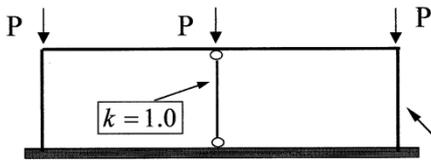
- 1) 절대강비가 아니라 “상대강비”가 중요
- 2) 보가 상대적으로 기둥에 비해 강(stiff)할수록, G값은 작아지므로 기둥의 유효좌굴길이는 줄어듦 (좌굴에 대한 저항력 증대되는 효과)

# 의지기둥 (Leaning column)

- **Leaning column (의지기둥)**: 양단 힌지인 기둥으로서 수직 하중만 지지할 수 있고, 횡력에 대한 저항력은 **zero**인 기둥 (철골구조가 도입된 이래 항상 존재한 것으로 여겨지는 의지기둥은 골조의 안정성에 악영향을 주므로 적절히 설계 및 시공에서 대비해야, **통상의 동바리**)



골조에 Sidesway  $\Delta$  가 발생했을 때의 Configuration



$$k'_i = \sqrt{N} k_i = \sqrt{\frac{3P}{2P}} \times k_i$$

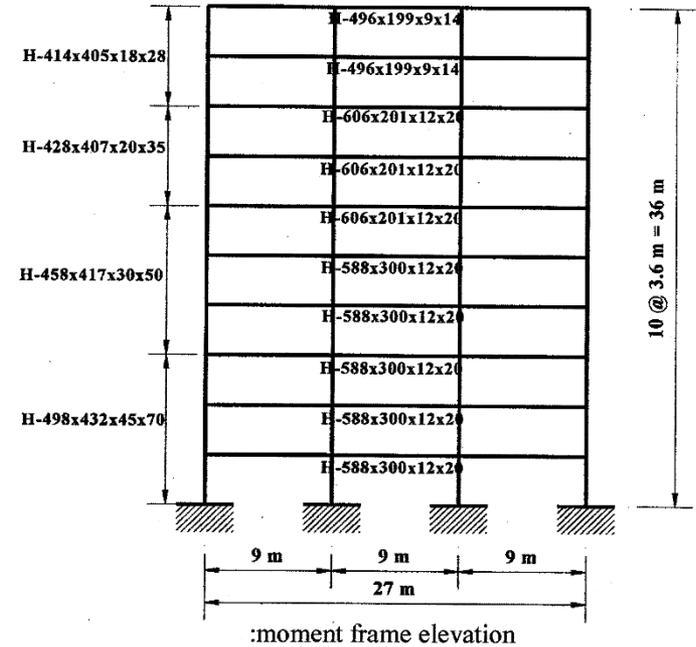
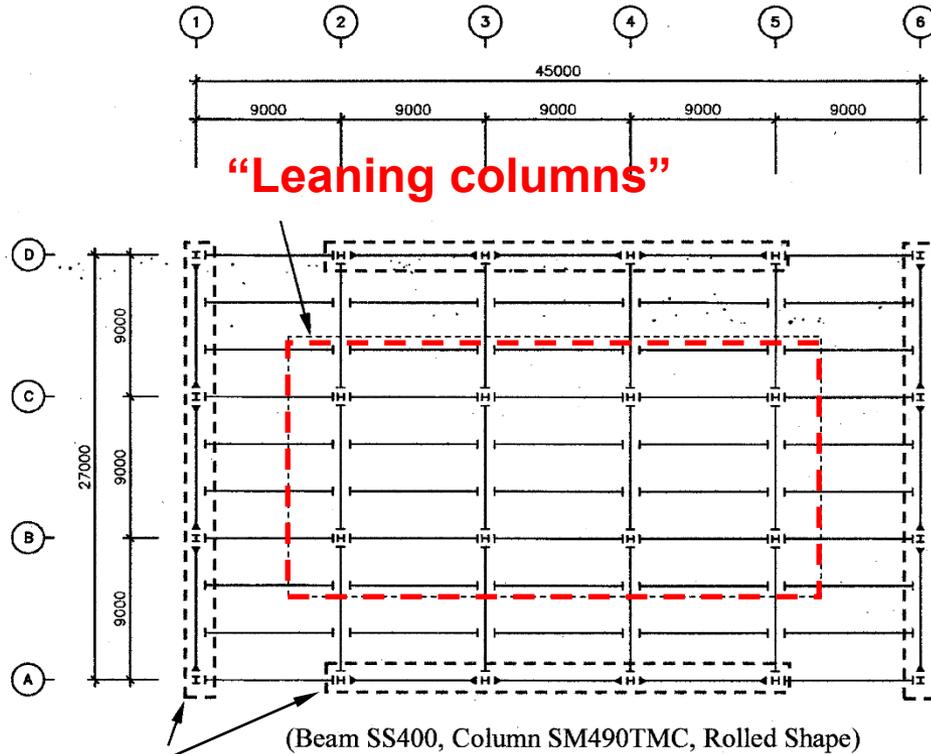
기둥 EF가 평형조건에 있기 위해서는 횡력 ( $Q\Delta/L$ )에 의해 지지되어야 한다. 따라서 기둥 AB가 좌굴했을 때, 이 기둥이 Beam에 작용하는 모멘트는  $(P\Delta+Q\Delta)$ 가 된다. 이것은 독립된 기둥으로서의 AB기둥이  $(P+Q)$ 축력에 의해 좌굴된 경우와 동등하다. 즉, 기둥 AB는 P만 받고 있지만  $(P+Q)$ 에 대하여 설계되어야 한다.

“또는 nomograph에서 얻어진 K값을 위처럼 할증시킨 다음 P만을 지지하도록 설계해도 동일한 효과가 있음”

**Example** : 의지기둥의 안정성에 미치는 영향을 파악기 위한 개념적 모델

# “Perimeter” moment frame

(향후 사용이 증가될 것으로 사료됨: 고비용 용접접합부 감소  
절감, 2, 3, or 4-way moment connection 회피 가능)

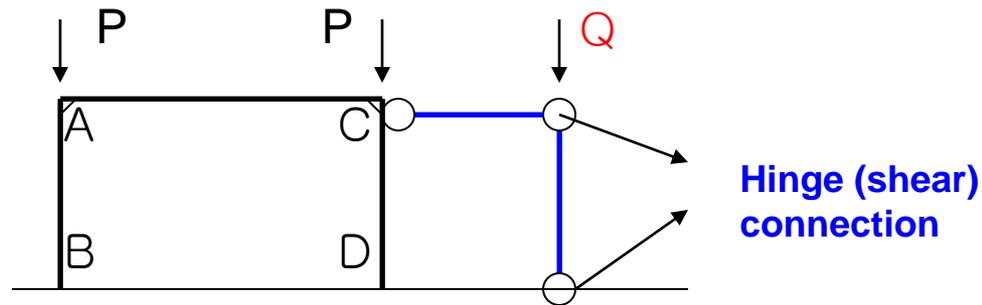


## “Perimeter” moment frames

- 1) 고비용의 용접 모멘트 접합부의 개수는 줄어들지만 보 및 기둥사이즈 및 접합부가 **massive**해 짐 (용접성에 불리, 부정정도 하락)
- 2) 설계에서 의지기둥의 존재를 적절히 반영해야

$$K_{Lean} = \sqrt{\frac{\sum_{\text{all columns in the story}} P}{\sum_{\text{moment frame columns}} P}} \times K_{Nomograph}$$

# 증축시 도입되는 의지기둥의 Destablizing Effect

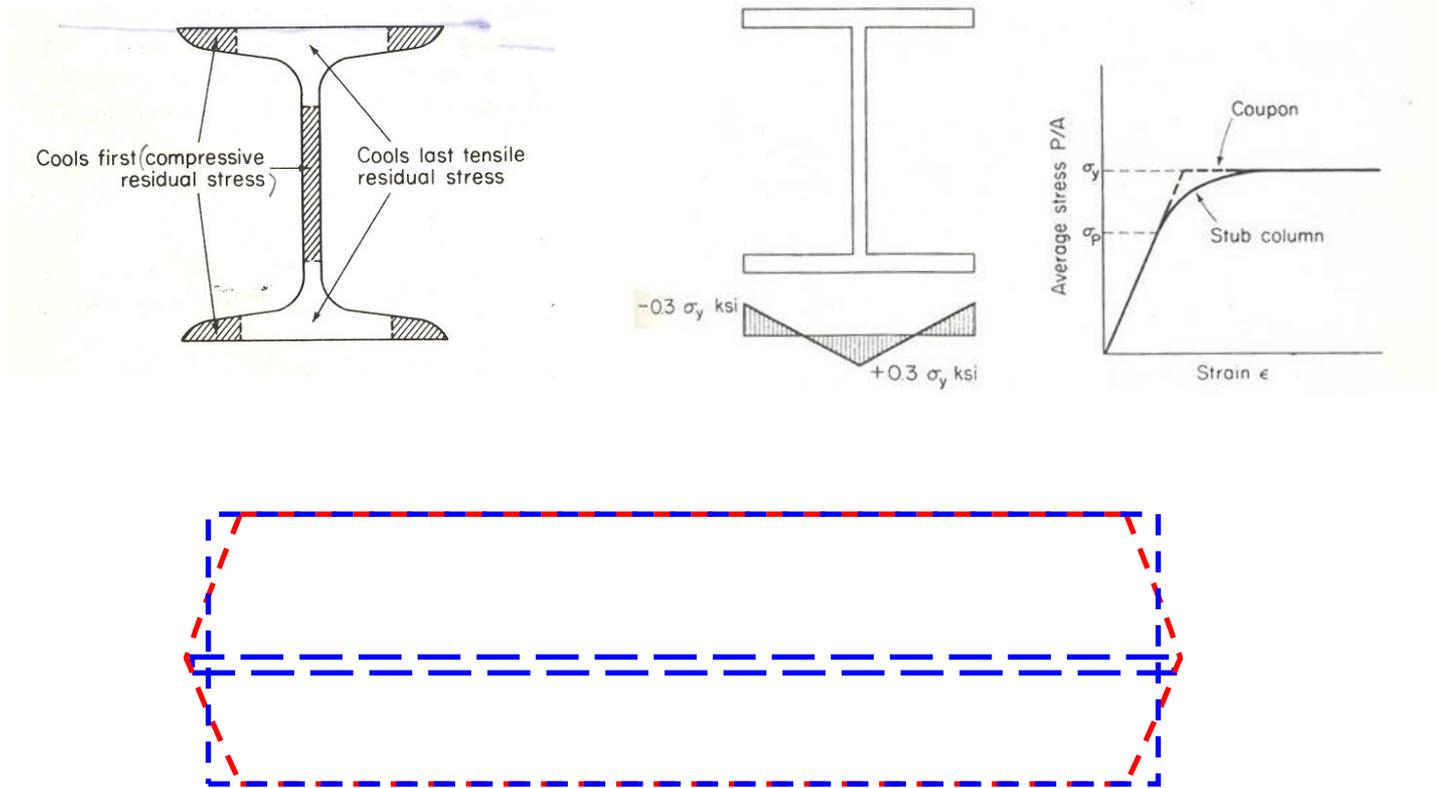


“증축부”가 골조 전체의 안정성에 악영향을 줄 수가 있음.

“기존 구조물의 기둥 AB 및 CD는 위와 같은 증축시 도합  $(2P + Q)$ 의 하중을 지지할 수 있는 내하력을 보유하고 있는지 검토되어야 타당”

# 5. Euler “탄성” 좌굴이론의 보정 (Column Curve) (잔류응력, 초기불안정에 따른 중간주/단주의 “비탄성” 좌굴거동을 반영해야)

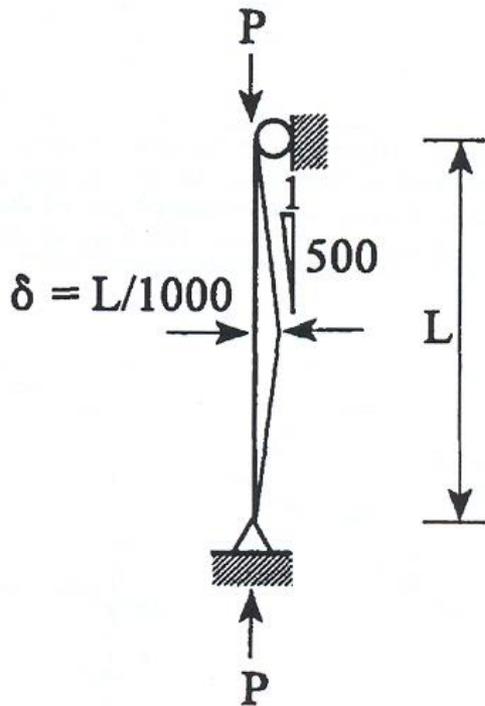
- 잔류응력 (residual stress)



: Uneven cooling and self-equilibrium of hot-rolled steel shapes

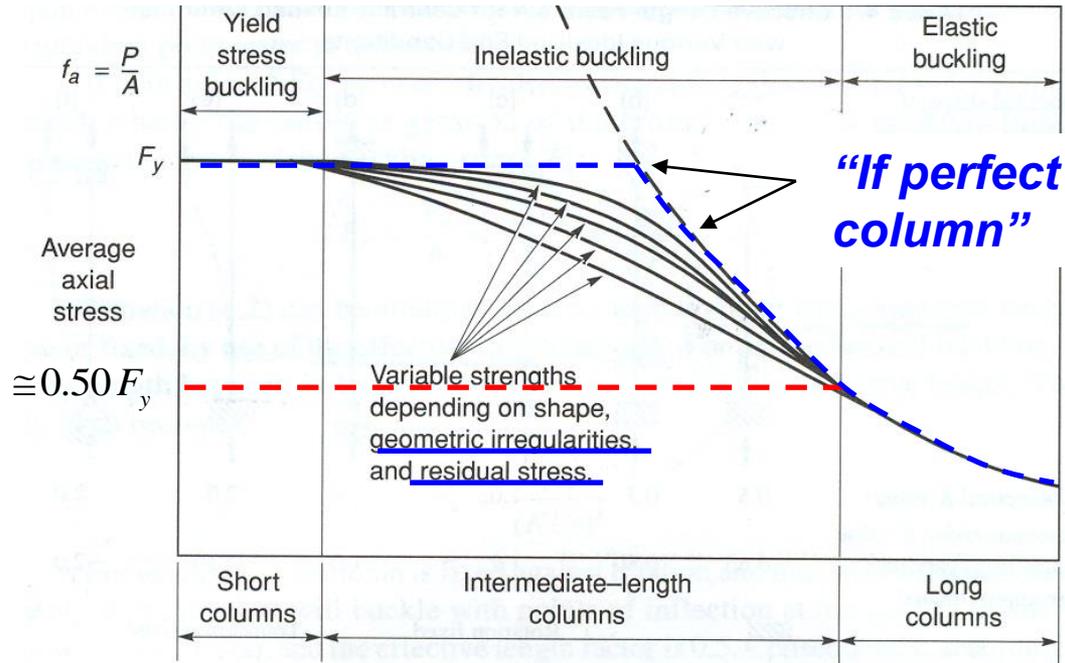
- 초기불완전 (initial imperfection):  
(real column = *imperfect column*)

- Geometric Imperfections: 1) out-of-straightness, and 2) out-of-plumbness



An initial crookedness of column (Eurocode) / a maximum fabrication tolerance (AISC)=  
“1/1000 times the column length”

# Column Curve for *Real* Column



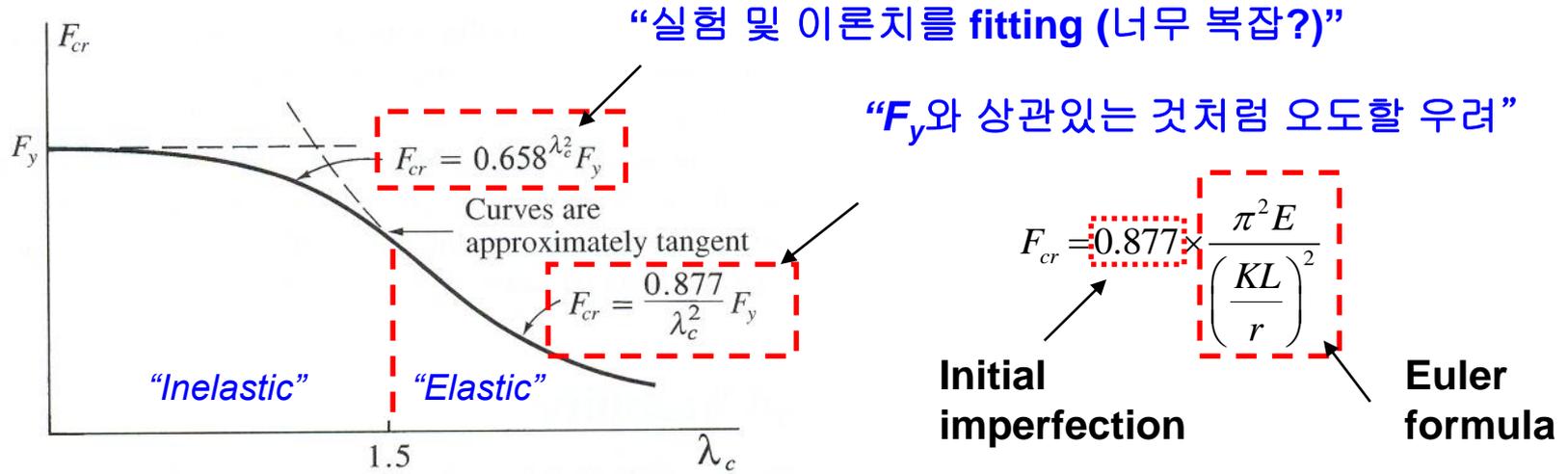
Slenderness ratio  $\left(\frac{l}{r}\right)$

$$\text{Effective slenderness ratio} = \frac{Kl}{r}$$

**Note:**

- 1) 대부분의 골조의 기둥은 “중간주”에 속함,
- 2) 대표적 Column Curve: CRC/SSRC/AISC-LRFD (국내 한계상태기준과 동일)

# AISC-LRFD (국내 한계상태기준) Column Curve (“단일 커브”로서 모든 단면형상의 기동강도를 산정, *liberal*)



$$\lambda_c (= \text{무차원세장비}) = \left( \frac{KL}{r} \right) \sqrt{\frac{F_y}{\pi^2 E}}$$

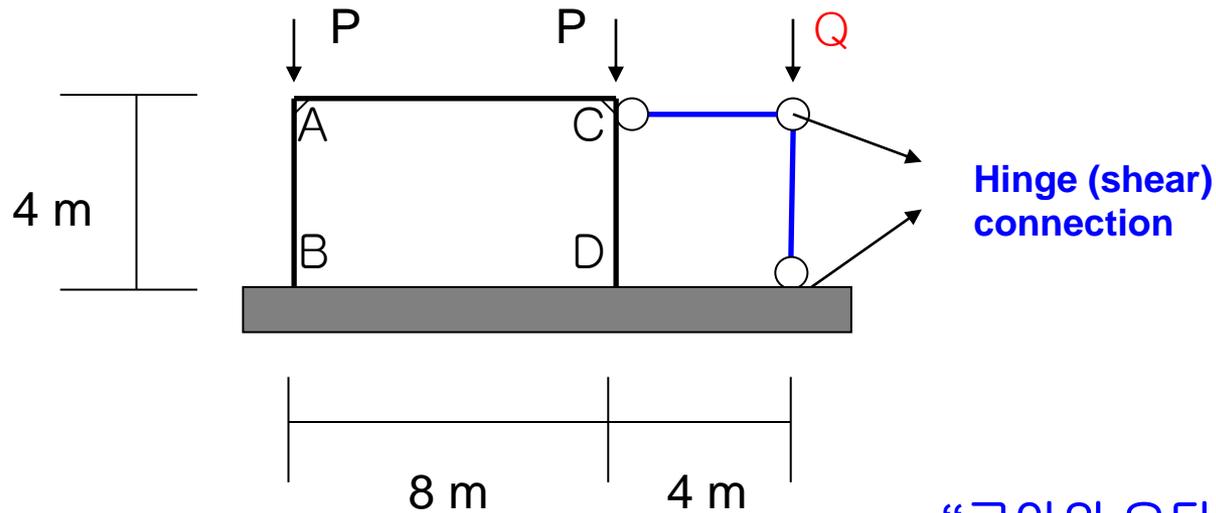
$$\left( \frac{KL}{r} \right) \sqrt{\frac{F_y}{\pi^2 E}} = 1.5$$

$$\left( \frac{KL}{r} \right) = 1.5 \times \sqrt{\frac{\pi^2 E}{F_y}} = 1.5 \times \sqrt{\frac{\pi^2 (2100)}{2.4(SS400) \text{ or } 3.3(SM490)}}$$

=139(SS400의 한계세장비)

=119(SM490의 한계세장비)

## 예제: 한계상태 설계기준에 의한 AD (CD) 기둥의 축강도 산정례



“교안의 오타 수정 요함  
(단위, 기호 등)”

\*산정조건

1. 면외방향 좌굴은 모두 횡지지됨 ( $K_y = 1.0$ )
2. 보, 기둥 모두 SS400 ( $F_y = 2.4 t/cm^2$ ,  $E = 2,100 t/cm^2$ )
3. 기둥 H-400X400X13X21 ( $I_x = 66,000 cm^4$ ,  $I_y = 22,400 cm^4$ ,  $i_x = 17.5 cm$ ,  $i_y = 10.1 cm$ )
4. 보 H-600X200X11X17 ( $I_x = 77,600 cm^4$ )

“교안의 오타 수정 요 (강비 산정시  
부재길이로 나누는 것 누락)”

*Solution :*

(1) *alignment chart*에 의한 "면내" 유효좌굴길이

$$G_B = \frac{66000/400}{\infty} = 0; G_A = \frac{66000/400}{77600/800} = 1.70; K_x \approx 1.25$$

*leaning column*을 고려한 보정,  $K'_x = K_x \times \sqrt{\frac{2P+P}{2P}} = 1.25 \times \sqrt{1.5} = 1.53$

(2) 면내/면외 세장비 비교에 의한 governing 좌굴모드 판정

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_x = \frac{1.53(400)}{17.5} = 35.0 \text{ versus } \left(\frac{KL}{r}\right)_y = \frac{1.0(400)}{10.1} = 39.6 (\text{governs})$$

(3) 좌굴하중 산정

$$\lambda_c (= \text{무차원 세장비}) = \left(\frac{KL}{r}\right)_x \sqrt{\frac{F_y}{\pi^2 E}} = 39.6 \sqrt{\frac{2.4}{\pi^2 (2100)}} = 0.43 < 1.50 (\text{비탄성좌굴 영역})$$

$$F_{cr} = 0.658^{\lambda_c^2} F_y = 0.658^{0.43^2} F_y = 0.93 \times 2.4 = 2.2 (t/cm^2)$$

$$\therefore P_{cr} = P_n = AF_{cr} = (172)(2.2) = 378 (\text{ton});$$

$$P_u (\text{design strength}) = \phi P_{cr} = (0.85)(378) = 321 (\text{ton})$$

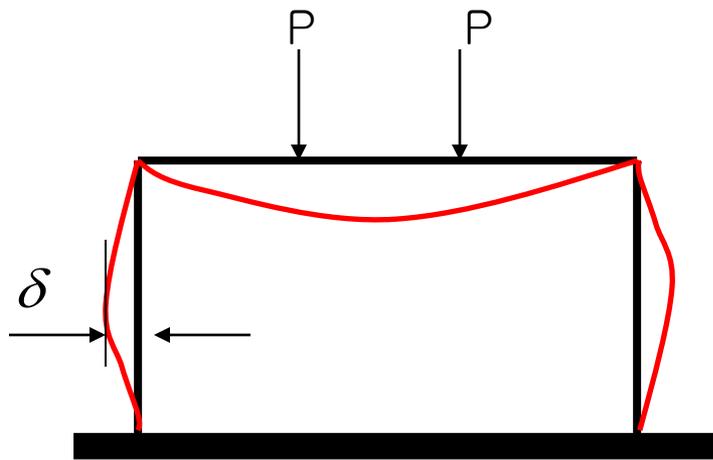
## **6. 골조의 안정성과 관련된 추가 문제들**

**6.1 Beam-column (p-delta effect) member  
(axial force plus moment)**

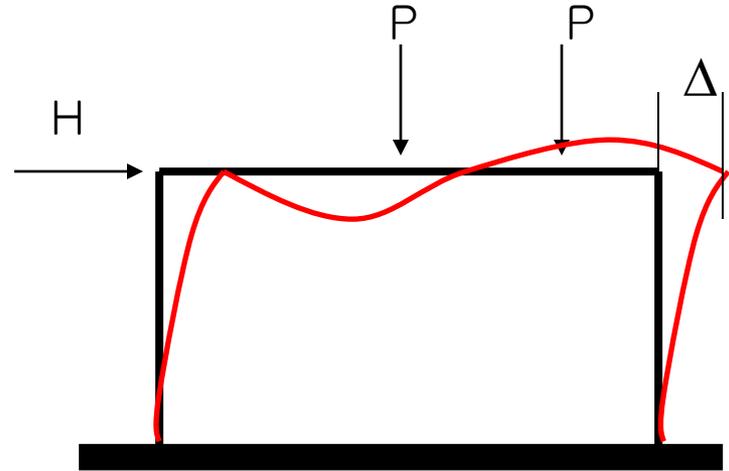
**6.2 Flexural-torsional (beam) stability and local  
buckling**

**6.3 Beam-Column Design Equation (P-M  
Interaction Curve)**

# 6.1 Beam-column member (p-delta or P-Delta effect) (통상 “모멘트 증폭계수”로 처리)

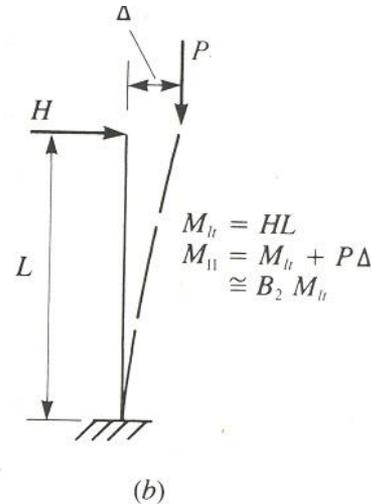
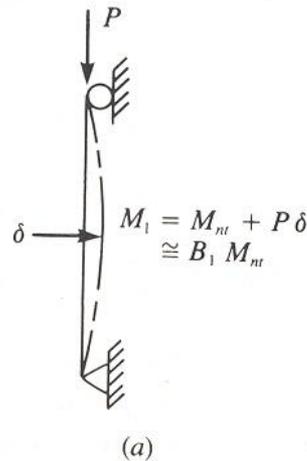


*P-δ effect (member effect)*



*P-Δ effect (frame effect)*

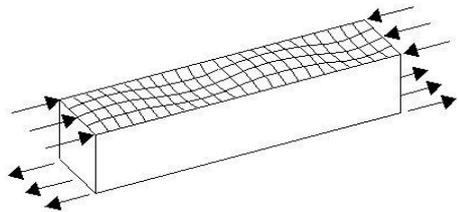
$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \frac{P}{P_{ek}}} \geq 1.0$$



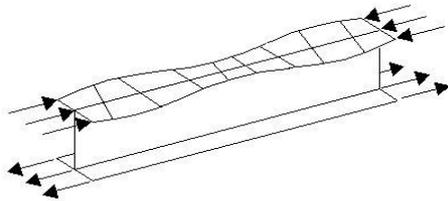
$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{\sum P}{\sum P_{ek}}} \geq 1.0$$

## 6.2 Flexural-torsional (beam) stability and local buckling

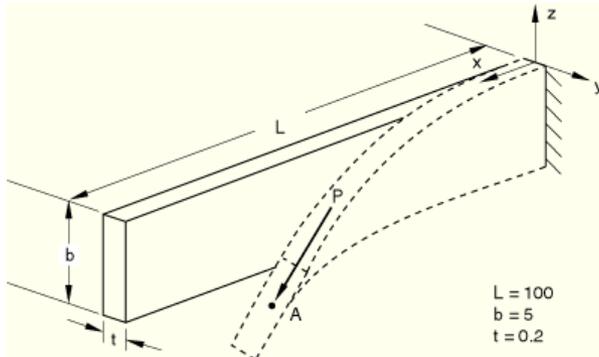
\* “Local” buckling:FLB (flange local buckling), WLB (web local buckling), 폭-두께 비 제한을 두어 대응 (“compact” section)



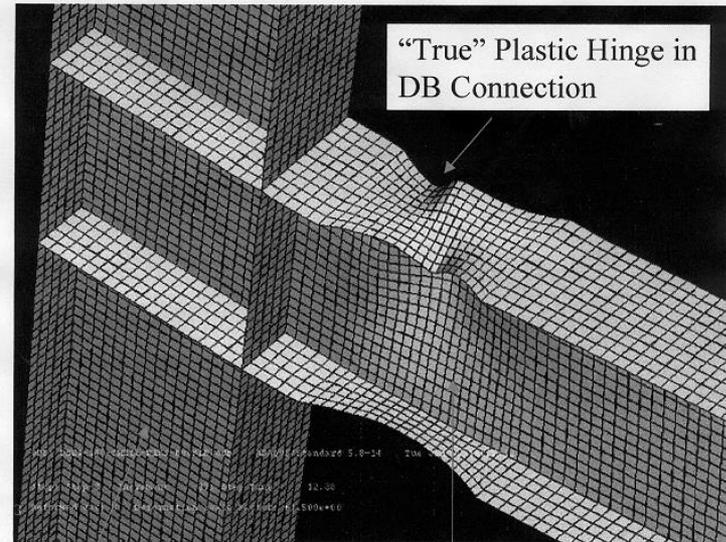
(a) Box girder



(b) Plate girder



Material and Geometric Nonlinear  
Postbuckling Analysis of Deep Column Specimen  
(SPECIMEN DEEP-140-T)

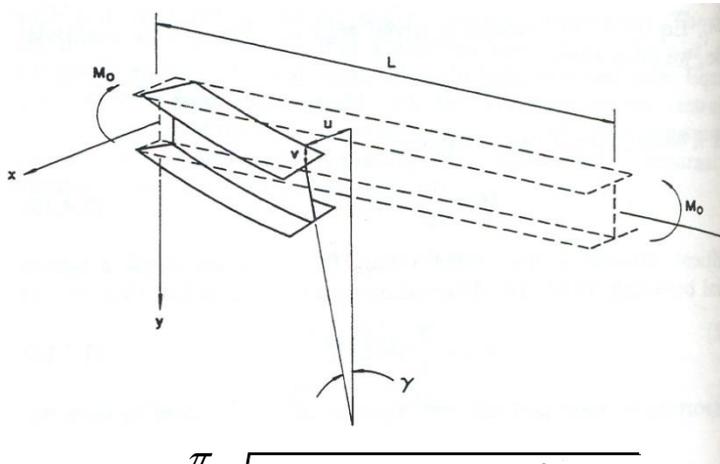


H-”588X300”X12X20

H-582X300X12X17

\* 횡비틀림좌굴: 횡지지거리가 충분히 짧아야 보의 전강도 발휘 가능, 특히 시공 중에 유의할 필요

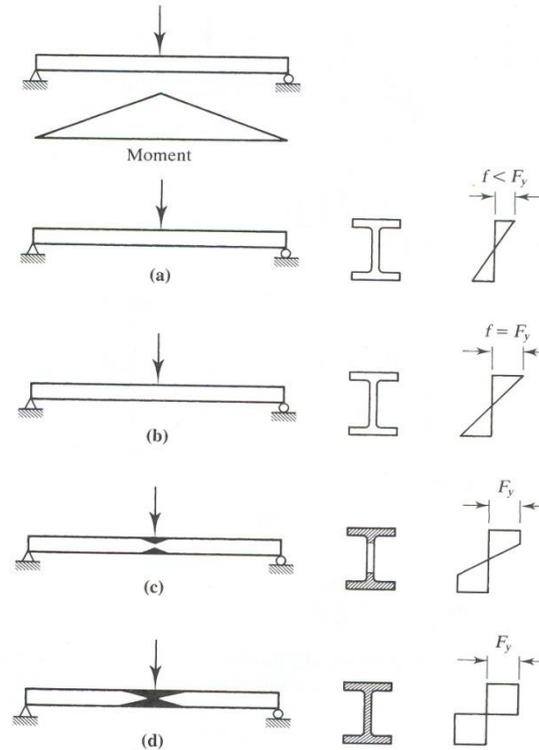
“강축힘을 받는 H형강 ( $I_x \gg I_y$ )”



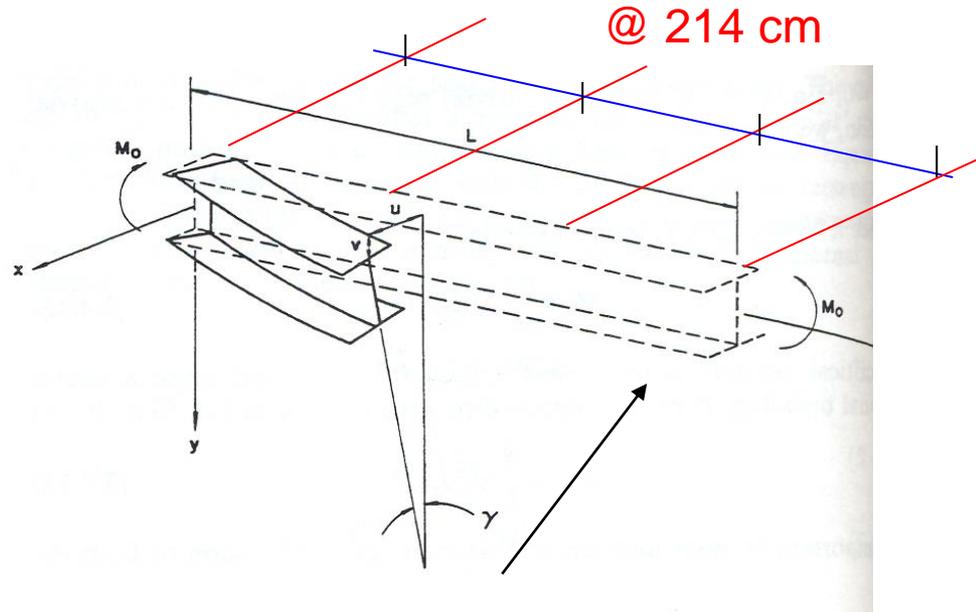
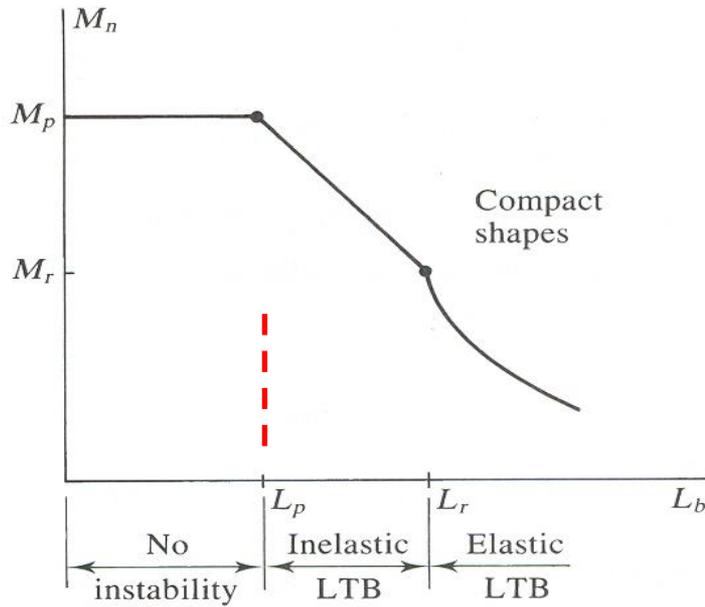
$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_y GJ + (\pi E / L)^2 I_y C_w}$$

: Lateral (Flexural) Torsional Buckling (LTB, *entire buckling*)

“횡비틀림좌굴에 영향을 미치는 인자들에 주목:  $L$  (횡지지거리),  $I_y$  (약축단면2차모멘트),  $GJ$  (비틀림 강성), etc.”



“FLB, WLB, LTB가 방지 되었을 때 소성모멘트  $M_p$ 에 도달 가능”



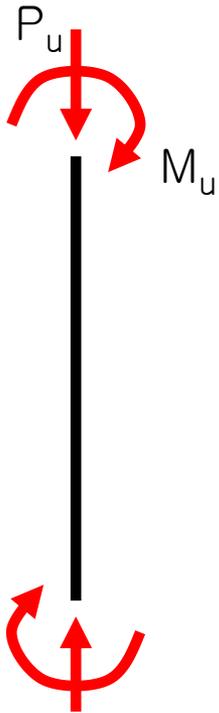
$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

가령  $H - 600 \times 200 \times 11 \times 17 (SS400)$ 의 경우

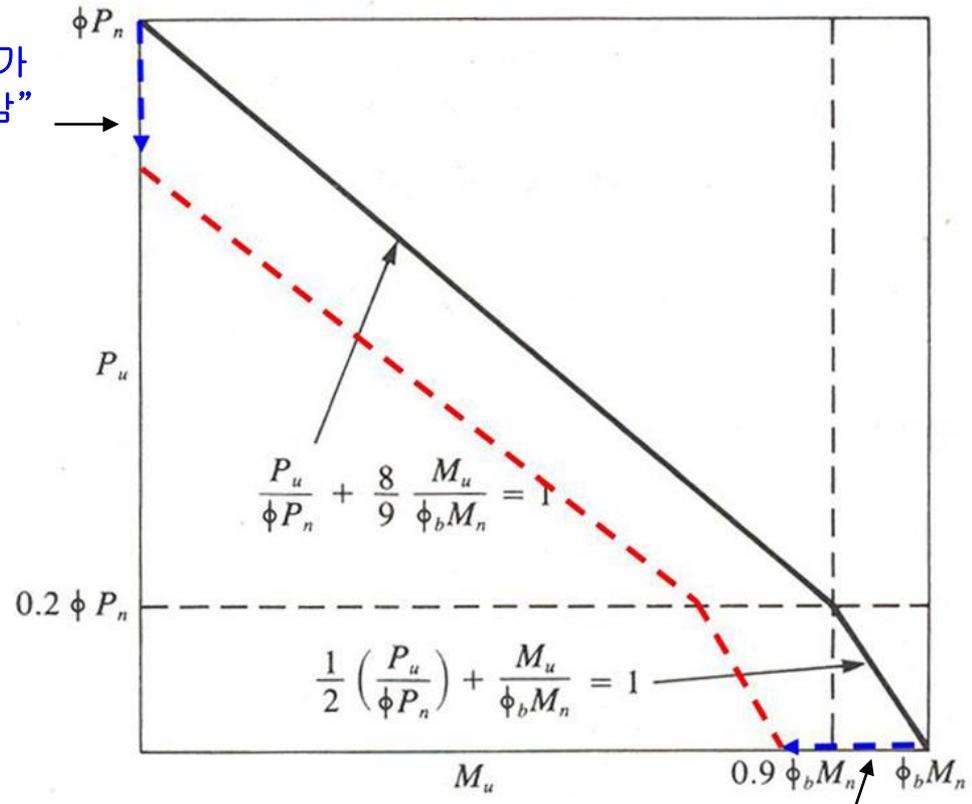
$$L_p = 1.76 r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1.76 (4.12 \text{ cm}) \sqrt{\frac{2100}{2.4}} = 214 \text{ cm}$$

“압축 플랜지”를 횡지지해야 의미가 있음  
(fundamentals of bracing)

## 6.3 Beam-Column Design Equation (P-M Interaction Curve)



“유효좌굴길이가 클수록 강도저감”  
(최대상한  $P_y$ )



“P, M: 모두 재축응력 유발  
(interaction 발생)”

“FLB, WLB, LTB를  
고려하여 강도저감”  
(최대상한  $M_p$ )

# 결 어

- 기둥은 비록 설계상 모멘트를 유발하는 외력이 존재치 않지만 초기불완전, 우연한 만곡, 또는 유발편심에 의해 실제로는 모멘트를 받을 수 있다. 현대의 강구조 설계규준은 이러한 강도감소 요인 것을 감안하여 설계용 **column curve**를 제시하고 있다.
- 구조물에서 압축력을 받는 부재의 치명적 붕괴사고는 여전히 많이 발생하고 있다. 이러한 측면에서 기둥부재의 역학적 거동을 잘 이해하는 것은 구조안전을 관리하는 구조기술자에게 필수적이라 할 수 있다.