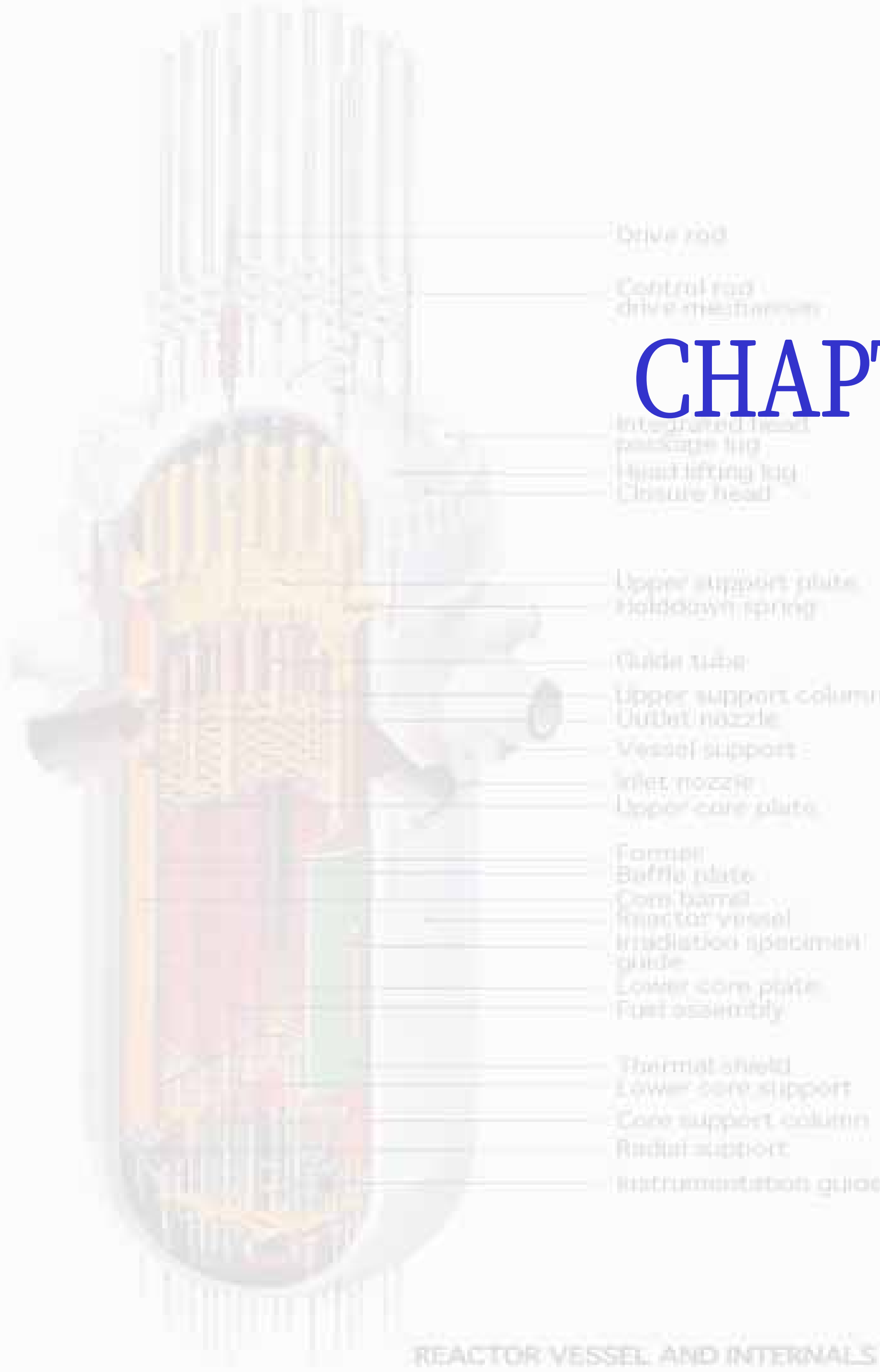
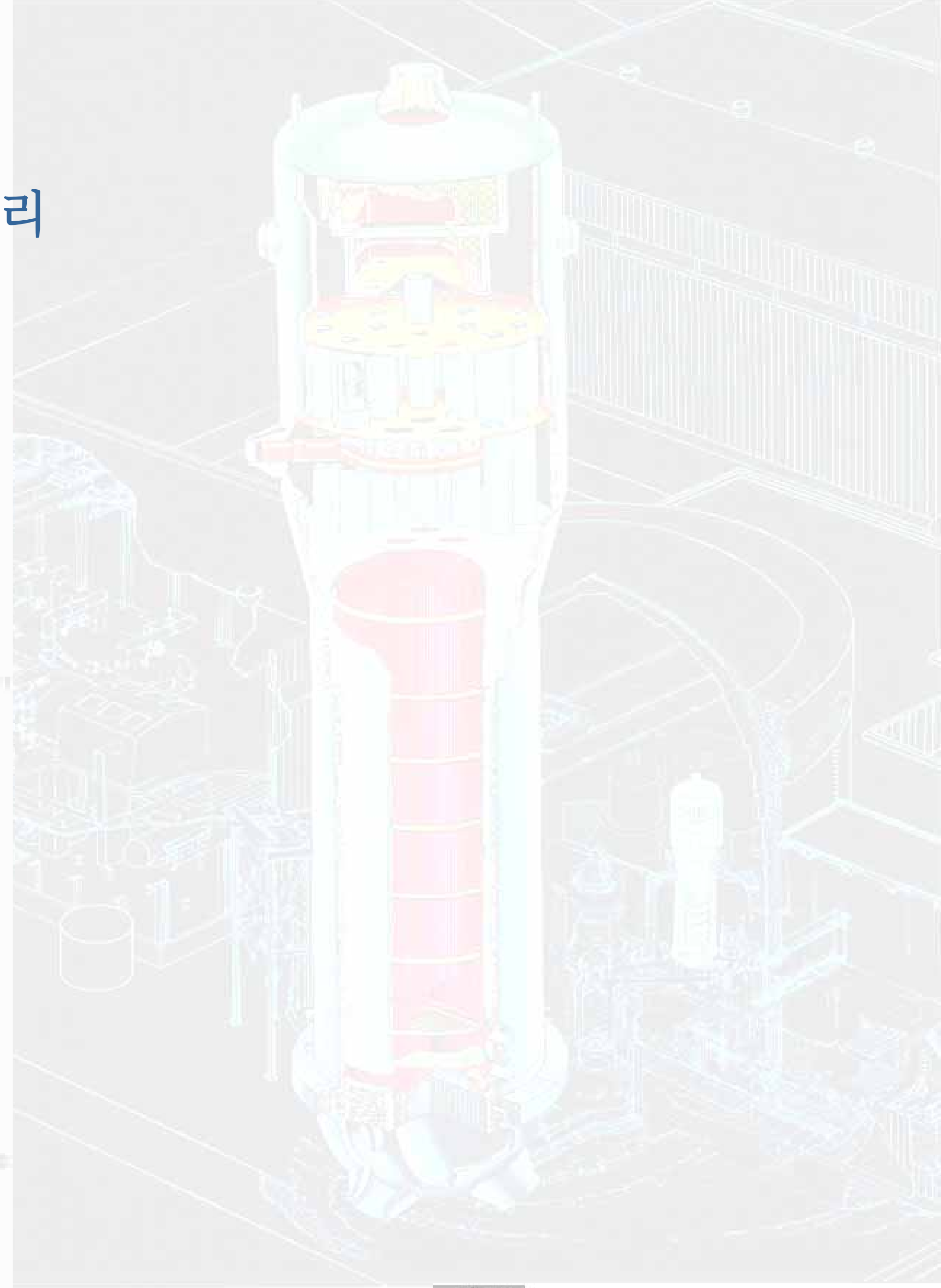


CHAPTER 5-1

U.C.Lee

목 차

➢ CHAPTER 5. 열출력과 원자로 물리



1. 원자로 열출력

➢ 원자로 열출력

- 단위시간 단위체적당 핵분열 반응의 수

$$\Sigma_f(\vec{r})\phi(\vec{r})$$

- 단위체적 단위시간당 생성되는 열에너지

$$P(\vec{r}) = \kappa\Sigma_f(\vec{r})\phi(\vec{r}) \qquad \boxed{5.1}$$

κ =핵분열당 발생하는 열에너지

  - $P(\vec{r})$는 원자로 내 어떤 지점 r에서의 출력 밀도의 해당

- 원자로 열출력

$$P = \int_{V_R} P(\vec{r})\,dV = \kappa\int_{V_R}\Sigma_f(\vec{r})\phi(\vec{r})\,dV \qquad \boxed{5.2}$$

V_R=노심 영역

1. 원자로 열출력

- $\Sigma_f(\vec{r})$(핵분열단면적)의 결정

$$\Sigma_f(\vec{r}) = N_f(\vec{r})\,\sigma_f$$

  - 핵분열성 원자핵의 수밀도 $N_f(\vec{r})$ 의 결정
    - 핵분열성 물질을 노심 내에 배치한 모형에 따라 결정되는 수임
  - σ_f 의 결정
    - 핵분열성물질의 핵종이 정해지면 그 값을 알 수 있음

⇨ 따라서 열출력을 알기 위해서는 중성자속을 예측해야함

- 따라서 본 장은 중성자 속 분포를 예측하기 위한 이론을 공부

2. 1군 근사 중성자 확산 방정식

- 원자로내의 중성자는 핵분열에 의해 생성, 감속 누설 및 다음의 핵분열을 위한 흡수의 과정을 반복함

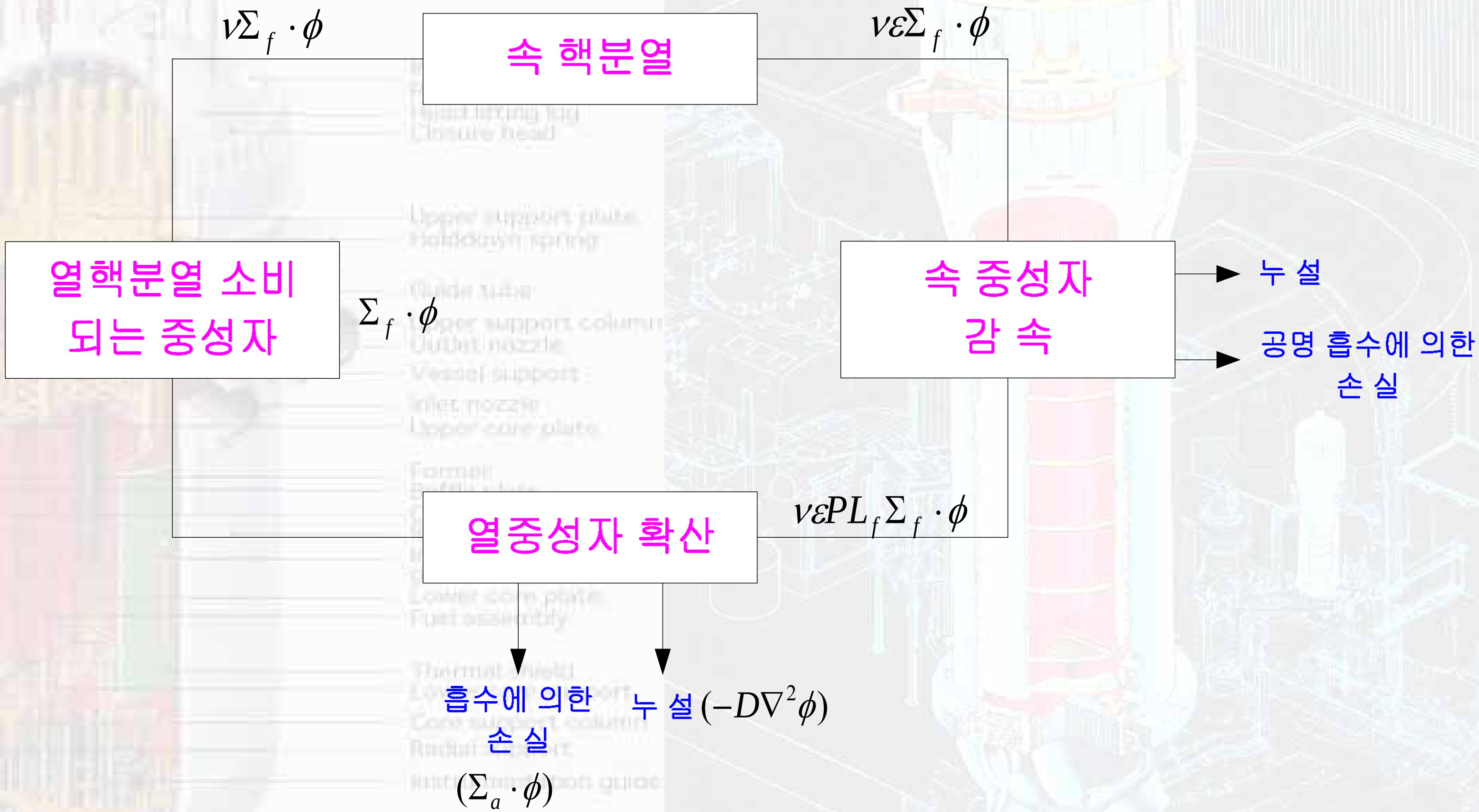


그림 5.1 노심내 중성자의 거동

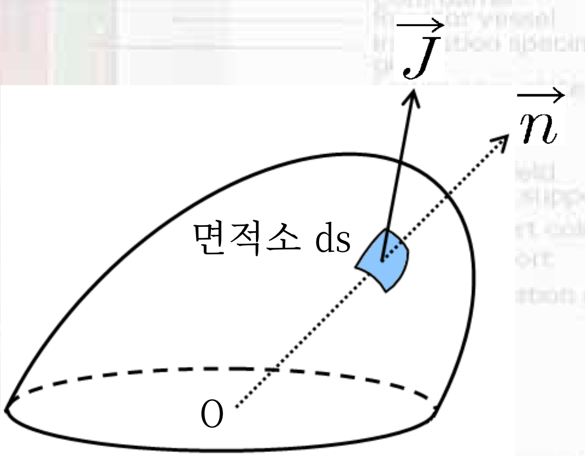
2. 1군 근사 중성자 확산 방정식

- 원자로 내 중성자는 그림 5.1과 같은 거동에 따라 움직이게 됨
  - 따라서 원자로가 정상상태를 유지하려면, 다음과 같은 평형식의 성립이 필요함

누설에 의한 중성자 손실율 (I) + 흡수에 의한 중성자 손실율 (II)

= 핵분열에 의한 중성자 생성율 (III) **5.3**

- 중성자 평형식의 수식화



중성자류 : 노심의 어느 한 지점 $\vec{r}$ 에 놓인 어떤 면을 수직으로 단위면적, 단위시간당 지나가는 중성자의 총수

2. 1군 근사 중성자 확산 방정식

- 따라서 면적소 dS를 통하여 단위시간당 원자로 밖으로 새어나가는 중성자 총수는,

$$\vec{J}\cdot\vec{n}\,dS$$ 이고

- 이로 인해 누설에 의한 중성자 손실율은,

$$(I) = \int_{S_R} \vec{J}\cdot\vec{n}\,dS = \int_{V_R} \nabla\cdot\vec{J}\,dV \qquad 5.4$$

S_R=원자로 표면

Divergence 정리에 의해

- 한편 중성자류는 중성자 수밀도가 큰 곳에서 중성자 수밀도가 작은 곳으로 생겨나는데, 이를 Fick's law로 표현하면,

$$\vec{J}(\vec{r}) = -D\nabla\phi(\vec{r}) \qquad 5.5$$

D=확산계수

2. 1군 근사 중성자 확산 방정식

- 따라서 식 (5.5)를 식 (5.4)에 대입하면, 원자로 표면을 통과하여 단위 시간당 원자로 밖으로 새어나가는 열 중성자 총수는,

$$(I) = -\int_{V_R} \nabla \cdot D \nabla \phi(\vec{r}) dV \qquad \boxed{5.6}$$

- 흡수에 의한 중성자 손실율은,

$$(II) = \int_{V_R} \Sigma_a \phi(\vec{r}) dV \qquad \boxed{5.7}$$

- 또한 단위 시간당 생성되는 열중성자 생성율은,

$$(III) = \int_{V_R} \nu \varepsilon p L_f \Sigma_f \phi(\vec{r}) dV \qquad \boxed{5.8}$$

$\Sigma_f \phi(\vec{r})$ =시간당 핵분열 반응수
ν =핵분열당 생성되는 중성자수
ε =속핵분열률
p =공명흡수 도피확률
L_f =속중성자 비누설 확률

2. 1군 근사 중성자 확산 방정식

- 식 (5.6)~(5.8)을 중성자 평형식에 대입하면,

$$-\int_{V_R} \nabla \cdot D\nabla\phi(\vec{r})dV + \int_{V_R} \Sigma_a\phi(\vec{r})dV = \int_{V_R} \nu\varepsilon pL_f\Sigma_f\phi(\vec{r})dV \quad (5.9)$$

- 식 (5.9)는 다음과 같은 미분 방정식이 성립하면 성립,

$$-\nabla \cdot D\nabla\phi(\vec{r}) + \Sigma_a\phi(\vec{r}) = \nu\varepsilon pL_f\Sigma_f\phi(\vec{r}) \quad (5.10)$$

- 식(5.10)이 1군 근사 중성자 확산 방정식으로 불리며 이 식을 풀면 중성자속이 구해지고 따라서 열출력 밀도 분포와 원자로 열출력을 구할 수 있음

❑ 1군 근사 중성자 확산 방정식의 해

- 외부 경계 조건
  - 경계조건은 경계면 밖의 물질의 유무에 따라 다름 , 만약 경계면 밖이 진공이라면,

$$\phi(\hat{r}_s) = 0 \quad (5.11)$$

$\hat{r}_s$ = 외삽 경계면

2. 1군 근사 중성자 확산 방정식

- 외삽경계면,

$$\hat{r}_s = \vec{r}_s + d \quad \boxed{5.12}$$

$\vec{r}_s$ = 실제 경계면
d = 외삽거리

- 외삽거리 d는,

$$d = 0.71\lambda_{tr} \quad \boxed{5.13}$$

λ_{tr} = 평균 수송 자유행정(transport mean free path)

- 평균 수송 자유행정(λ_{tr}) 과 확산계수 D와는,

$$D = \frac{1}{3}\lambda_{tr} \quad \boxed{5.14}$$

의 관계를 가지며 흔히 다음과 같은 중성자 단면적으로 표시됨

$$\lambda_{tr} = \left[\frac{1}{\Sigma_{tr}} \quad \frac{1}{\Sigma_s \cdot (1 - \overline{\mu_0})} \right. \quad \boxed{5.15}$$

2. 1군 근사 중성자 확산 방정식

- 내부 경계조건(연속 조건)
  - 원자로가 여러가지 다른 매질로 구성되어 있을 경우 서로 다른 매질의 접촉면에서는 다음과 같은 내부 경계조건이 성립

$$\phi_A(r_i) = \phi_B(r_i) \qquad 5.16a$$

$$-D_A \frac{\partial \phi_A(r_i)}{\partial \eta} = -D_B \frac{\partial \phi_B(r_i)}{\partial \eta} \qquad 5.16b$$

r_i = 내부 경계면
$\frac{\partial}{\partial \eta}$ = 경계면에 수직인 방향의 미분
A, B = 서로 다른 두 매질

- 식 (5.10)에서 D, Σ_a, Σ_f 등은 일반적으로 위치 함수임
  ⇨ 균질로의 경우 원자로의 구성 물질이 노심 위치에 관계없이 동일하기 때문에 D, Σ_a, Σ_f 은 위치에 무관한 함수가 됨

2. 1군 근사 중성자 확산 방정식

- 따라서 균질로의 경우 식 (5.10)의 첫 항은,

$$-\nabla \cdot D\nabla\phi = -D\nabla^2\phi$$ 로 되며,

- 이에 따라 식 (5.10)은,

$$-D \cdot \nabla^2\phi(\vec{r}) + \Sigma_a\phi(\vec{r}) = \nu\varepsilon pL_f\Sigma_f\phi(\vec{r}) \qquad 5.17$$

- 식 (5.17)을 재정리 하면 다음과 같이 나타낼 수도 있음.

$$\nabla^2\phi(\vec{r}) + \frac{\nu\varepsilon pL_f\Sigma_f - \Sigma_a}{D}\phi(\vec{r}) = 0 \qquad 5.18a$$

혹은

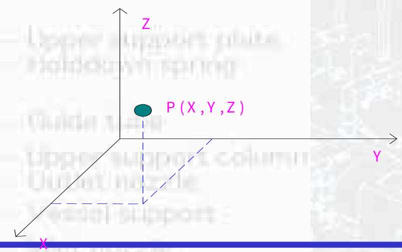
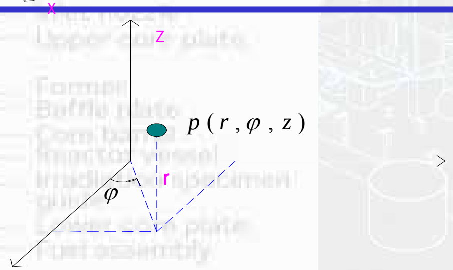
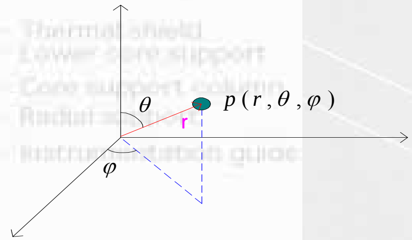
$$\nabla^2\phi(\vec{r}) + B^2\phi(\vec{r}) = 0 \qquad 5.18b$$

$$B^2 = \frac{\nu\varepsilon pL_f\Sigma_f - \Sigma_a}{D} \qquad 5.19$$

2. 1군 근사 중성자 확산 방정식

❑ 참 고

- 식 (5.17)에서 ∇^2 은 라플라시안(Laplacian)으로 불리는 미분 연산자로서 이는 좌표계에 따라 달리 표현됨
  - 표 5.1은 라플라시안 연산자를 좌표계별로 표시한 것임

좌 표 계	표 시	라플라시안 (∇^2)
직 각 좌 표 계		$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2}{\partial Z^2}$
원통형 좌표계		$\nabla^2 = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial Z^2}$
구형 좌표계		$\nabla^2 = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\sin\frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2}\frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$

3. 균질로의 열출력 분포

- 3.1 평판형 원자로
  - 그림 5.2와 같이 두께 a의 평판형 원자로를 고려해 봄

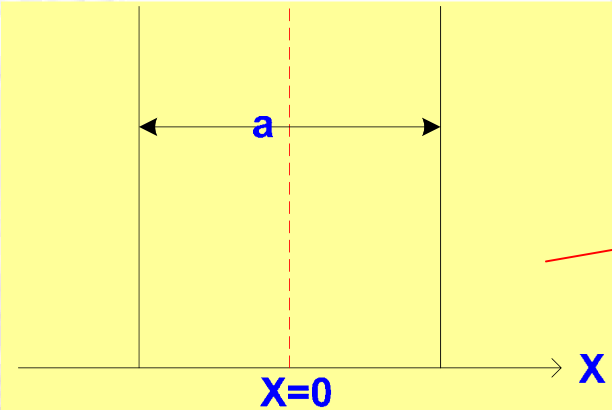


그림 5.2 평판형 원자로 모형

X 방향으로만 유한크기
Y 와 Z 방향으로는 무한크기
이므로 원자로 내부의
중성자 공간분포는
단순히 X만의 함수임

- 따라서 식 (5.18)의 확산 방정식은 다음과 같음

$$\frac{d\phi(\vec{r})}{dX^2} + B^2\phi(\vec{r}) = 0 \qquad \boxed{5.20}$$

3. 균질로의 열출력 분포

- 식 (5.20)의 일반해는,

$$\phi(x) = A\cos Bx + C\sin Bx \qquad \boxed{5.21}$$

- A와 C를 구해보면,
  - 평판형 원자로는 x=0을 중심으로 좌우 대칭이므로,

$\phi(x) = \phi(-x)$ 이 성립하고 이를 식 (5.21)에 적용하면

$2C\sin Bx = 0$ 이고 따라서 상수 C=0임

  - 또한 원자로 경계면에서의 경계 조건 즉,

$\phi(\pm\frac{\hat{a}}{2}) = 0$ 을 식 (5.21)에 적용하면

$$\phi(\pm\frac{\hat{a}}{2}) = A\cdot\cos B(\pm\frac{\hat{a}}{2}) = 0 \qquad \boxed{5.22}$$

단, $\hat{a} = a + 2d$

3. 균질로의 열출력 분포

식 (5.22)에서 상수 A는 제로가 될 수 없으므로,

$$\cos B(\pm\frac{\hat{a}}{2}) = 0$$ 이고 이에 따라,

$$\frac{B\hat{a}}{2} = \frac{n\pi}{2} \quad \text{혹은} \quad B_n = \frac{n\pi}{\hat{a}} \quad (n = 1,3,5,7\cdots\cdots) \qquad 5.23$$

- 따라서 식 (5.18)에서 n은 $1,3,5,7\cdots\cdots$ 와 같은 홀수의 정수임
- $B_1, B_3, \cdots\cdots$ 등과 같은 값을 식 (5.20)을 만족하는 고유치(Eigenvalue)
- 이에 대응하는 $\varphi_n(x) = \cos B_n x \ (n = 1,3,5\cdots\cdots)$ 를 고유함수(Eigenfunction)이라고 함

- 따라서 식 (5.20)을 만족하는 해는 무한개가 있을 수 있으나 정상상태에서의 중성자속에 대해 상세히 분석해보면, B_3이상에 해당하는 중성자속은 시간이 경과함에 따라 사라지고 B_1 에 해당하는 것만 남게 됨

- 따라서 B_3 이상에 해당하는 모든 중성자속 분포형태를 무시하면 (5.20)식을 만족시키는 고유치는 B_1 만 남게 됨

3. 균질로의 열출력 분포

- 이때, $B_1^2 = (\frac{\pi}{\hat{a}})^2$ 이 되고

  이를 일차원 평판형 구조의 기하학적 곡률 (B_g^2)이라 부름

- 즉 $B_g^2 = B_1^2 = (\frac{\pi}{\hat{a}})^2$ 5.24

- 또한 고유치 B_1 에 대응하는 중성자의 공간분포(또는 분포형태)는,

$$\phi(x) = A \cdot \cos Bx = A \cdot \cos \frac{\pi x}{\hat{a}}$$ 5.25

- 이를 그림으로 나타내면 평판형 균질로에서 중성자속 공간분포는 그림 5.3과 같음

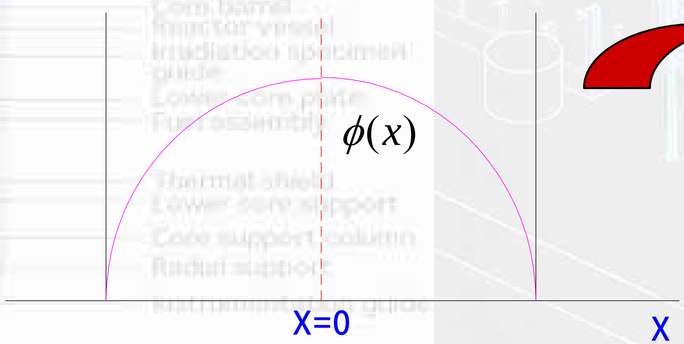


그림 5.3 일차원 평판형 원자로의 중성자속 공간분포

다음과 같은 중성자 분포를 가지는 이유는 원자로의 가장자리에 가까운 위치에 있는 중성자는 핵분열에 기여하는 확률보다 원자로 바깥으로 누설될 확률이 원자로 내부의 중성자 훨씬 크기 때문임

3. 균질로의 열출력 분포

- 식 (5.25)는 상수 A를 포함하고 있는데 이는 원자로의 총 열출력의 크기에 의해서 결정됨

- 원자로 열출력은 원자로심 전역에서 일어나는 핵분열수에 비례하게 되며 식 (5.2)에 의해 다음과 같이 구해짐

$$P = \int_{-a/2}^{a/2} P(x)dx \qquad (5.26)$$

단, $P(x) = \kappa \varepsilon \Sigma_f \phi(x)$

- 외삽거리를 무시하고 (d=0) 식 (5.26)을 적분하면 A의 값을 다음과 같이 구할 수 있음

$$A = \frac{\pi P}{2a\kappa\varepsilon\Sigma_f} \qquad (5.27)$$

3. 균질로의 열출력 분포

❑ 첨두 출력 인자

- 식 (5.25)와 같이 중성자 분포가 cosine 형상을 갖게 되면 원자로심 내 출력 또한 같은 분포를 가짐
  - 출력이 평탄하지 않으면 핵연료가 고르게 연소되지 않음

- 따라서 핵연료는 열출력이 비교적 평탄하도록 배치되는데, 열출력의 평탄한 정도를 판별하는 기준으로 첨두 출력 인자를 사용함

$$\text{첨두 출력 인자} = \frac{\text{노심최대 출력치}}{\text{노심평균 출력치}} \qquad (5.28)$$

- 첨두 출력 인자를 구해보면,
  - 노심 평균 출력치 $\overline{P}$ 는

$$\overline{P} = \frac{P}{a} = \frac{1}{a}\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} P(x)dx = \frac{2\kappa\varepsilon\Sigma_f A}{\pi}\cdot\frac{\hat{a}}{a}\sin\frac{\pi a}{2\hat{a}} \qquad (5.29)$$

3. 균질로의 열출력 분포

- 최대 출력치는 노심 중앙 즉 x=0에서

$$P_{\max} = P(0) = \kappa \varepsilon \Sigma_f A \qquad \boxed{5.30}$$

- 따라서 첨두 출력인자를 P_f 로 표시하면,

$$P_f = \frac{\frac{\pi}{2} \cdot \frac{a}{\hat{a}}}{\sin \frac{\pi a}{2\hat{a}}} \qquad \boxed{5.31}$$

- 외삽거리를 무시하면,

$$P_f = \frac{\pi}{2} \cong 1.57 \qquad \boxed{5.32}$$

3. 균질로의 열출력 분포

➢ 3.2 직육면체 원자로

- ❑ 3차원 모든 방향에서 유한크기를 가지는 형태

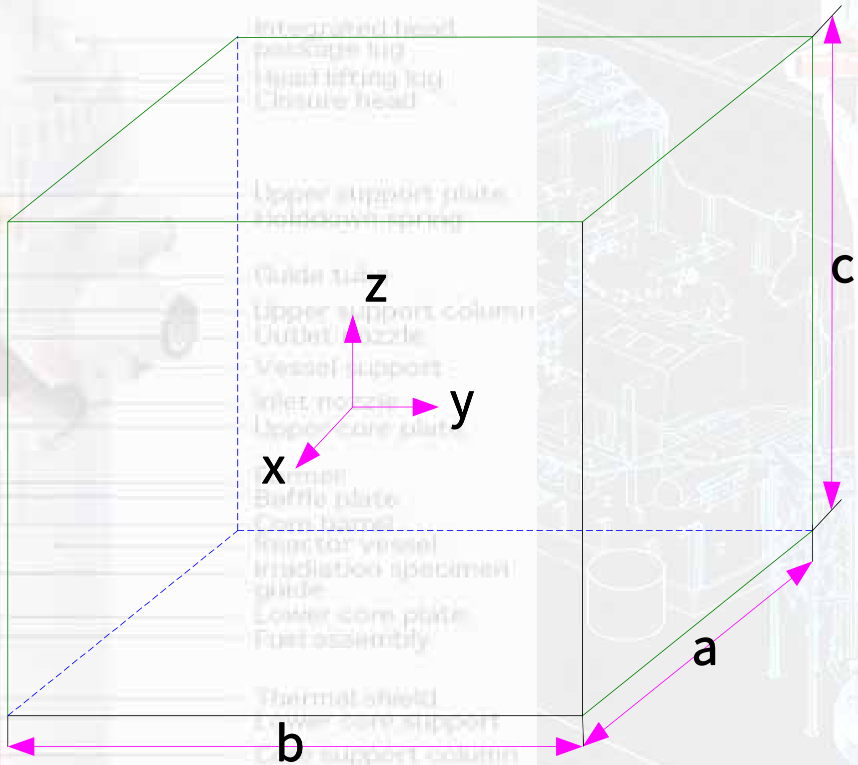


그림 5.4 육면체형 원자로 모형

3. 균질로의 열출력 분포

❑ 중성자 확산 방정식

- 원자로가 정상임계 상태를 유지하고 있을 경우 원자로 내부의 중성자거동은 다음과 같은 중성자 확산 방정식을 만족

$$\frac{\partial^2 \phi(x,y,z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi(x,y,z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi(x,y,z)}{\partial z^2} + B^2 \phi(x,y,z) = 0 \qquad \boxed{5.33}$$

- 중성자속 분포가 원자로 외부 경계면에서 만족하는 경계조건은,

$$\phi(\pm\frac{\hat{a}}{2}, y, z) = \phi(x, \pm\frac{\hat{b}}{2}, z) = \phi(x, y, \pm\frac{\hat{c}}{2}) = 0 \qquad \boxed{5.34}$$

단,

$$\hat{a} = a + 2d$$
$$\hat{b} = b + 2d$$
$$\hat{c} = c + 2d$$

$\boxed{5.35}$

3. 균질로의 열출력 분포

- 식 (5.33) 3차원 편미분 방정식을 변수분리법을 적용하여 풀어보면,
  - 중성자속을 다음과 같이 가정하면,

$$\phi(x,y,z) = X(x)Y(y)Z(z) \qquad \boxed{5.36}$$

  - (5.36)식을 (5.33)식에 대입한 후 그 결과를 다시 (5.36)식으로 나누면,

$$\frac{1}{X(x)}\frac{d^2X(x)}{dx^2} + \frac{1}{Y(y)}\frac{d^2Y(y)}{dy^2} + \frac{1}{Z(z)}\frac{d^2Z(z)}{dz^2} + B^2 = 0 \qquad \boxed{5.37}$$

  - (5.37)식의 처음 세 항은 각각 x,y,z 만의 함수이고 B는 상수이므로 처음 세 항의 합이 상수 B와 같아지기 위해서는 이들 항들 또한 상수이어야 함

3. 균질로의 열출력 분포

- 따라서 첫 세 항을,

$$\frac{1}{X(x)}\frac{d^2}{dx^2}X(x) = -\alpha^2$$

$$\frac{1}{Y(y)}\frac{d^2}{dy^2}Y(y) = -\beta^2$$

$$\frac{1}{Z(z)}\frac{d^2}{dz^2}Z(z) = -\gamma^2 \qquad \boxed{5.38}$$

- 이를 (5.37)식에 대입하면,

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = B^2 \qquad \boxed{5.39}$$

와 같은 관계가 성립함

3. 균질로의 열출력 분포

- 육면체형 원자로의 중심이 좌표계의 원점이므로 해는 원점을 중심으로 대칭형이 되고 (5.34)식의 경계 조건을 고려하면,

$$X(x) = A_1 \cos \alpha x$$

$$Y(y) = A_2 \cos \beta y$$

$$Z(z) = A_3 \cos \gamma z \qquad \boxed{5.40}$$

- 그리고,

$$\alpha = \frac{\pi}{\hat{a}}, \beta = \frac{\pi}{\hat{b}}, \gamma = \frac{\pi}{\hat{c}} \qquad \boxed{5.41}$$

임을 알 수 있음

- (5.40)식의 A_1, A_2, A_3 는 상수 이므로 이들의 곱도 상수이기에 이를 고려하여 식 (5.40)을 (5.36)식에 대입하면 직육면체 원자로 내부에서의 중성자 속 공간분포를 구할 수 있음

3. 균질로의 열출력 분포

- 따라서 중성자 속 공간분포는,

$$\phi(x,y,z) = A\cos\frac{\pi}{\hat{a}}x\cos\frac{\pi}{\hat{b}}y\cos\frac{\pi}{\hat{c}}z \quad \boxed{5.42}$$

단, A는 미정계수

- 또한 기하학적 곡률 B^2 은 (5.39)식과 (5.41)식에 따라,

$$B_g^2 = (\frac{\pi}{\hat{a}})^2 + (\frac{\pi}{\hat{b}})^2 + (\frac{\pi}{\hat{c}})^2 \quad \boxed{5.43}$$

- 식 (5.42)의 상수 A는 평판형 원자로 문제에서와 같은 방법으로 원자로 총출력으로부터 구할 수 있으며 다음과 같이 됨을 알 수 있음.

$$A = \frac{\pi^3 P}{8V\kappa\varepsilon\Sigma_f} \quad \boxed{5.44}$$

단, V=abc

3. 균질로의 열출력 분포

- (5.42)식의 중성자속 공간 분포를 살펴보면 평판형 원자로에서와 마찬가지로 내부 중심에서 큰 값을 가지며 가장자리로 갈수록 줄어드는 형태를 가짐
  - 원자로의 내부에서 핵분열로 생성된 중성자는 원자로 외부로 누설될 확률보다 계속해서 핵분열반응을 유발시킬 확률이 크지만 가장자리에서 생성된 중성자는 외부로 누설될 확률이 크기 때문에 핵분열 반응수가 줄어들어 상대적으로 공간분포가 낮아지기 때문임

3. 균질로의 열출력 분포

➢ 3.3 구형 원자로

- ❑ 반경 R의 구형 균질로에서의 중성자속 공간 분포를 결정해 봄
  - 중성자속은 중심에서 반경방향만의 함수로서 식(5.18b)는 다음과 같이 나타낼 수 있음

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial \phi(r)}{\partial r}\right)+B^2\phi(r)=0 \qquad \boxed{5.45}$$

  - 원자로 외부 경계면에서의 경계조건은,

$$\phi(\hat{R})=0 \qquad \boxed{5.46}$$

단, $\hat{R}=R+d$

- ❑ 식 (5.45)의 일반해
  - $\phi(r)=U(r)/r$ 로 놓으면 $U(r)$ 은,

$$\frac{d^2U(r)}{dr^2}+B^2U(r)=0 \qquad \boxed{5.47}$$

3. 균질로의 열출력 분포

- 해를 구하면,

$$U(r) = A\sin Br + C\cos Br \quad (5.48)$$

단, A 와 C는 미정계수

- 이에 따라,

$$\phi(r) = A\frac{\sin Br}{r} + C\frac{\cos Br}{r} \quad (5.49)$$

- 식 (5.49)의 둘째 항은 r=0가 됨에 따라 중성자속이 무한대가 되어 물리적 의미가 없으므로 C=0이 되어야 함

- 한편 경계조건 $\phi(\hat{R}) = 0$ 를 만족하기 위해서,

$$B_n = \frac{n\pi}{\hat{R}} \quad (5.50)$$

단, n은 홀수

3. 균질로의 열출력 분포

- 따라서 구형 원자로의 기하학적 곡률 B_g^2 는,

$$B_g^2 = \left(\frac{\pi}{\hat{R}}\right)^2 \qquad \boxed{5.51}$$

- 그리고 규형 균질로 내에서의 중성자속의 공간분포는 전과 마찬가지로 B_1 에 대응하는 고유함수로서,

$$\phi(r) = A\frac{\sin B_1 r}{r} = A\frac{\sin \frac{\pi r}{R}}{r} \qquad \boxed{5.52}$$

- 상수 A는 원자로 열출력 P로 부터,

$$A = \frac{P}{4R^2 \kappa \varepsilon \Sigma_f} \qquad \boxed{5.53}$$

3. 균질로의 열출력 분포

➢ 3.4 원통형 원자로

❑ 그림 5.5와 같이 반경 R 및 높이 H의 원통형 균질로를 가정

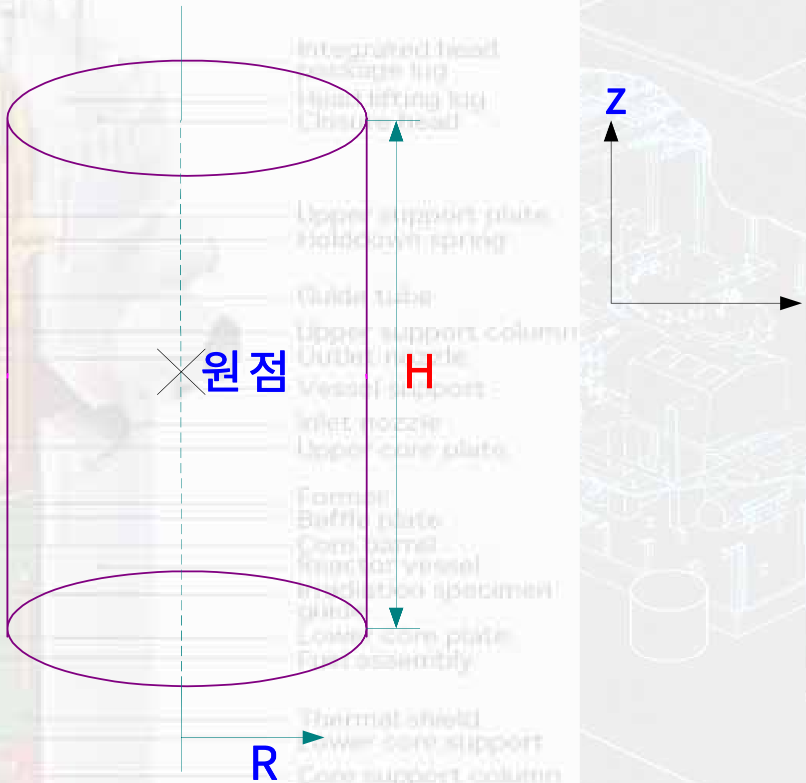


그림 5.5 반경 R, 높이 H의 원통형 원자로

실제 원자로
형태와 유사

3. 균질로의 열출력 분포

❑ 원통형 원자로는 다음과 같은 정상 상태 방정식을 만족

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial^2\phi(r,z)}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2\phi(r,z)}{\partial z^2}+B^2\phi(r,z)=0 \qquad \boxed{5.54}$$

❑ 중성자속 경계 조건

$$\phi(\hat{R},Z)=\phi(r,\pm\frac{\hat{H}}{2})=0 \qquad \boxed{5.55}$$

단, $\hat{R}=R+d$

$\hat{H}=H+2d$

❑ 정상 상태 방정식의 풀이

- 변수분리법을 응용

$$\phi(r,z)=R(r)\cdot Z(z) \qquad \boxed{5.56}$$

3. 균질로의 열출력 분포

- (5.56)식을 (5.54)식에 대입한 후 결과식을 (5.56)식으로 나누어 주면,

$$\frac{1}{rR(r)}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dR(r)}{dr}\right)+\frac{1}{Z(z)}\frac{d^2Z(z)}{dz^2}+B^2=0$$

- 직육면체형 원자로 문제와 같은 이유로 상기식의 처음 두 항은 상수이어야 하고 이들 상수의 합은 상수 B^2 와 같아지게 됨

$$\frac{1}{rR(r)}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dR(r)}{dr}\right)=-\alpha^2 \qquad \boxed{5.57a}$$

$$\frac{1}{Z(z)}\frac{d^2Z(z)}{dZ^2}=-\beta^2 \qquad \boxed{5.57b}$$

$$\alpha^2+\beta^2=B^2 \qquad \boxed{5.58}$$

3. 균질로의 열출력 분포

- (5.57a)는 Bessel 미분 방정식으로 그 일반해는 다음과 같이 주어짐

$$R(r) = AJ_0(\alpha r) + CY_0(\alpha r) \qquad \boxed{5.59}$$

  - 식 (5.59)에서 두 번째 항속의 $Y_0(\alpha r)$ 은 r=0일 때 무한대가 되므로 식 (5.57)의 해로서 부적당함 ⇨ 따라서 상수 C=0

- 따라서 $R(r)$ 은 $J_0(\alpha r)$ 에 비례하게 됨

- α 는 반경 반향의 경계조건 $AJ_0(\alpha \hat{r}) = 0$ 에 의해,

$$\alpha = \frac{2.405}{\hat{R}} \qquad \boxed{5.60}$$

- (5.57b)의 해는 평판형 균질로에서와 같이 구하면 다음과 같음

$$Z(z) = A' \cdot \cos\beta z = A' \cos\frac{\pi z}{\hat{H}} \qquad \boxed{5.61}$$

3. 균질로의 열출력 분포

- 따라서 정상 상태의 원통형 균질로에서의 중성자속 분포는,

$$\phi(r,z) = AJ_0\left(\frac{2.405}{\hat{R}}r\right)\cos\frac{\pi z}{\hat{H}} \qquad \boxed{5.62}$$

- 기하학적 곡률 B_g^2 는,

$$B_g^2 = \left(\frac{2.405}{\hat{R}}r\right)^2 + \left(\frac{\pi}{\hat{H}}\right)^2 \qquad \boxed{5.63}$$

- 그리고 식 (5.62)의 비례상수 A는 원자로의 열출력으로부터,

$$A = \frac{2.405\pi P}{4V\kappa\varepsilon\Sigma_f J_1(2.405)} = \frac{3.63P}{V\kappa\varepsilon\Sigma_f} \qquad \boxed{5.64}$$

3. 균질로의 열출력 분포

- 표 5.2는 서로 다른 형상의 균질로에 대한 기하학적 곡률(B_g^2)와 이들 원자로 내부에서의 중성자속 분포함수를 요약 정리한 것임

표 5.2 중성자속 공간분포와 기하학적 곡률

기하학적 형상	기하학적 곡률, B_g^2	중성자속 공간분포 함수
평판형 원자로	$(\frac{\pi}{a})^2$	$\phi_0 \cos(\frac{\pi}{a}x)$
육면체형 원자로	$(\frac{\pi}{a})^2 + (\frac{\pi}{b})^2 + (\frac{\pi}{c})^2$	$\phi_0 \cos(\frac{\pi}{a}x)\cos(\frac{\pi}{b}y)\cos(\frac{\pi}{c}z)$
구형 원자로	$(\frac{\pi}{R})^2$	$\frac{\phi_0}{r}\sin(\frac{\pi r}{R})$
유한크기 원통형 원자로	$(\frac{2.405}{\hat{R}}r)^2 + (\frac{\pi}{\hat{H}})^2$	$\phi_0 J_0(\frac{2.405}{\hat{R}}r)\cos\frac{\pi z}{\hat{H}}$

3. 균질로의 열출력 분포

- 그림 5.6은 중성자속의 공간 분포를 비교한 것임

그림 5.6 균질로에서의 중성자속 분포 비교