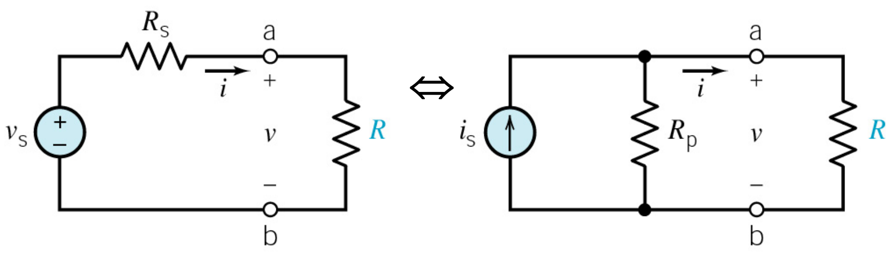
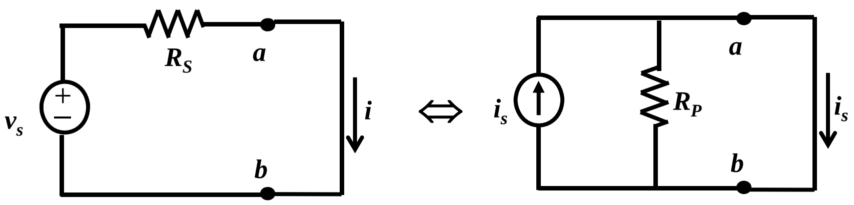
Source Transformations



(a) (b)

- **Nonideal voltage source** 나 **nonideal current source** 를 그림과 같이 등가회로로 표현한다.
- ***R*** 을 **ab**단자에 연결해도 같은 단자 전압 및 전류를 유지.

Source Transformations – R_s and R_p



– R_L을 ab단자에 연결해도 같은 단자 전압 및 전류를 유지해야 하므로,
극단적인 예로 short circuit 와 open circuit 가 연결된 경우를 생각하자.

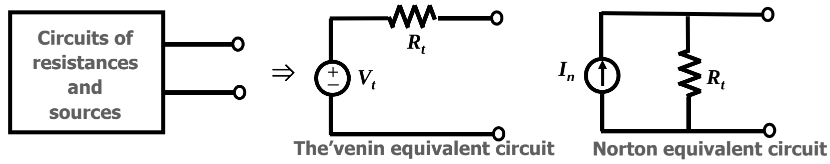
For open circuit, ab 단자 사이의 전압 $v = v_s = i_s R_p$

For short circuit, ab 단자 사이의 전류 $i = \dfrac{v_s}{R_s} = i_s$ $\therefore R_s = R_p$

종속 전원인 경우에도 **source transformation**은 마찬가지로 가능하다.
단, 이 경우에는 변환에 의해 종속 전원의 제어 변수가 변화하지 않아야 한다. **=>** 예제

Thévenin and Norton Equivalent Circuits for Networks

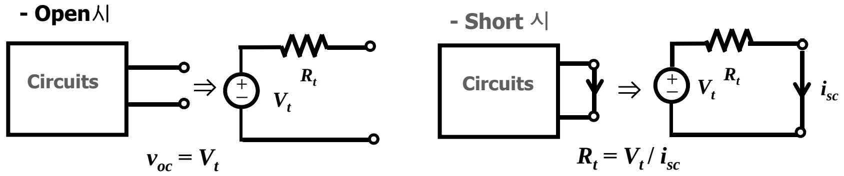
– 복잡한 회로를 단순화시킨 등가 회로화 하여 해석.



- 저항 회로만이 아니라 모든 선형 회로 소자로 이루어진 회로는 등가화가 가능**.**

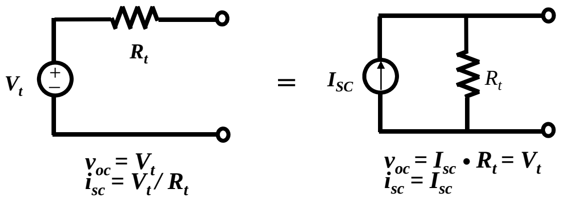
- Open시

- Short 시

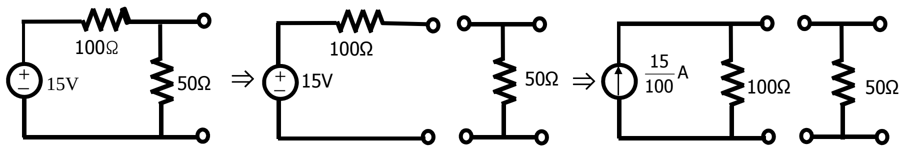


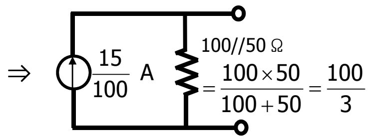
- Open과 **short** 상태로 V_t와 R_t를 알 수 있다**.**

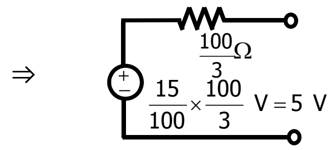
Thévenin and Norton Equivalents



Example (Source Transformation)







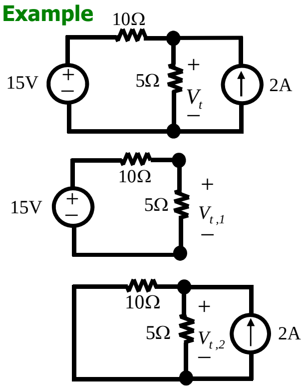
Superposition Principle

- Linear system의 특성 : superposition

$$y = ax_1 + bx_2$$

- 회로에 있어서는 한 개 이상의 indep. source가 있으면 각각의 indep. source의 해(응답)를 합한 것은 전체 source 의 해(응답)와 같다. 단, 전력에는 적용되지 않는다.

Example



우선 전류원을 **deactivate , 전류 = 0 . => open.**

그러면 $V_{t,1} = 15 \times 5/(10+5) = 5$ V

다음에 전압원을 **deactivate,** 전압 **= 0 . => short.**

$V_{t,2} = 5 \times$ (5Ω에 흐르는 전류)

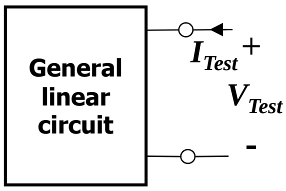
5 Ω과 **10 Ω**에 흐르는 전류의 합은 **2 A**이고, 비율은 **10 : 5**로 나뉘어서 흐른다.

5 Ω에 흐르는 전류 $= 2 \times 10/(10+5) = 4/3$ A

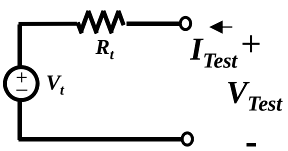
따라서, $V_{t,2} = 5 \times 4/3 = 20/3$

그러므로, $V_t = V_{t,1} + V_{t,2} = 5 + \dfrac{20}{3} = 11\dfrac{2}{3}$ V **=>** 예제

Thévenin Equivalent Circuit를 구하는 방법 독립 전원과 종속 전원을 가리지 않음



- 회로에 독립 전원과 종속 전원이같이 있는 경우 또는 독립전원만 있는 경우**,** 종속 전원만 있는 경우 등 모든 경우에 사용할 수 있는 방법**.**



The'venin equivalent circuit

$$\frac{V_{Test} - V_t}{R_t} = I_{Test}$$

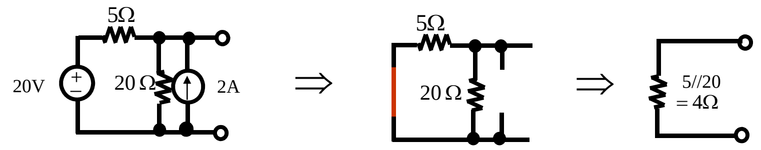
$$\therefore\ V_{Test} = R_t I_{Test} + V_t$$

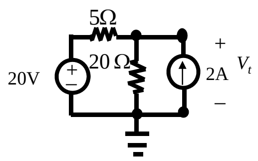
=> 예제

Thévenin Equivalent Circuit를 구하는 방법
독립 전원만 있는 경우

독립전원만을 갖고 있는 회로

- V_t : **Open circuit**로 구함
- R_t : 독립 전압원 → **short**, 독립 전류원 → **open**으로 놓고, 두 단자 사이의 등가 저항을 구한다. 즉, 전원을 **deactivate** 시킨다.



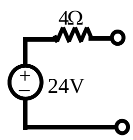


KCL

$$\frac{V_t-20}{5}+\frac{V_t}{20}+(-2)=0$$

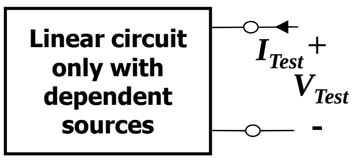
$$4(V_t-20)+V_t-40=0$$

$$V_t=24\,\mathrm{V}$$

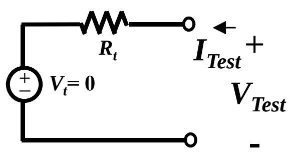


=> 예제

Thévenin Equivalent Circuit를 구하는 방법
종속 전원만 갖는 경우



- 회로에 종속 전원만 있는 경우.
- 개방시 단자 간 전압이 영이므로 **The'venin** 등가회로의 전원 전압은 영이 된다.

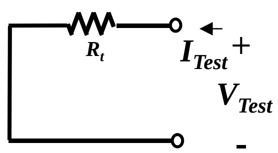


The'venin equivalent circuit

$$\frac{V_{Test}-V_t}{R_t}=I_{Test}$$

$$\therefore\ V_{Test}=R_t I_{Test}$$

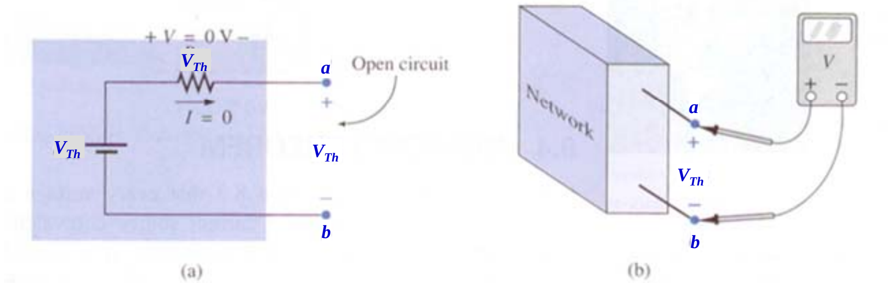
$$R_t=V_{Test}/I_{Test}$$



The'venin equivalent circuit

=> 예제

Experimental Procedures for Thévenin Equivalent Circuit (I)

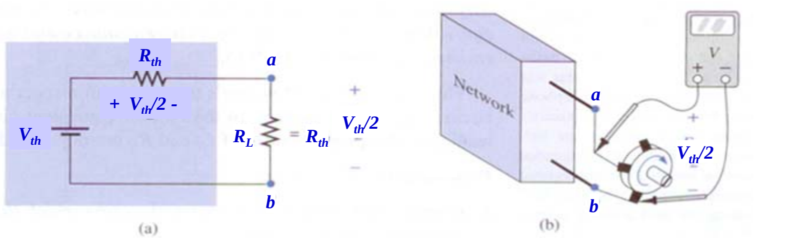


Determining V_{Th} experimentally
Boylestad 책 337쪽 그림 9.55

- **The'venin** 등가회로를 실험적으로 구할 수 있다.

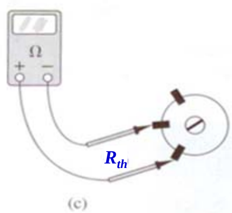
$$V_t(=V_{th}) = v_{OC} = v_{ab}$$

Experimental Procedures for Thévenin Equivalent Circuit (II)

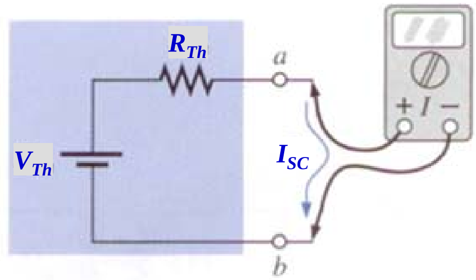


Determining R_{Th} experimentally
Boylestad 책 337쪽 그림 9.56

- 가변 저항을 연결하고 개방 시의 단자 전압의 ½ 이 되도록 가변 저항을 조정한다.
- 그런 후, 가변 저항의 값을 측정한다.
- 가변 저항의 값이 등가회로의 저항 값이다.



Experimental Procedures for Thévenin Equivalent Circuit (III)



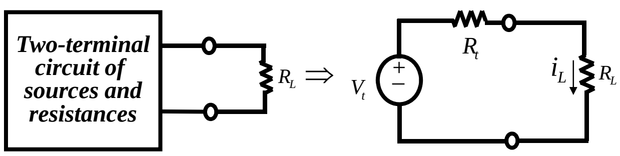
Measuring I_{sc}
Boylestad 책 338쪽 그림 9.57

- 개방시의 전압을 측정하고, 위와 같이 단락시의 전류를 측정한다.
- 아래의 관계에서 등가회로를 실험적으로 구할 수 있다.

$$I_{SC} = V_t (= V_{Th}) / R_t$$

Maximum Power Transfer

- 효율보다는 최대 전력 전달이 중요시 되는 시스템, 예를 들면, **radio receiver**와 같이 수신 안테나로부터 수신 신호를 최대한으로 얻어야 하는 시스템 등에서 사용.



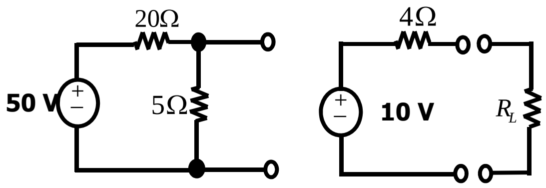
R_L에서의 **power** $\quad p = R_L i_L^2 = R_L \left(\frac{V_t}{R_t + R_L}\right)^2$

R_L에서의 **power**를 최대로 하는 R_L $\quad \frac{dp}{dR_L} = V_t^2 \frac{d}{dR_L}\left\{\frac{R_L}{(R_t + R_L)^2}\right\} = 0 \Rightarrow \boxed{R_L = R_t}$

그 때의 **power** $\quad \boxed{p_{\max} = \frac{1}{4}\frac{V_t^2}{R_L}}$

Maximum Power Transfer (Example)

Example. 두 단자로 전달되는 최대 전력은 **?**



우선 이 회로를 **Thévenin** 등가회로로 변환

$$V_t = 50 \cdot 5/(20+5) = 10\,\text{V} \quad R_t = 20 // 5 = 4\,\Omega$$

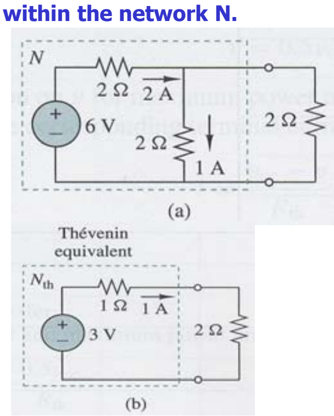
R_L은 **4 Ω** 일 때 최대 전력이 전달

$$p_{\max} = R_L \left(\frac{V_t}{R_t + R_L} \right)^2 = 4 \cdot \left(\frac{10}{4+4} \right)^2 = 6.25\,\text{W}$$

=> 예제

Power in Equivalent Circuits

The The'venin equivalent cannot be used to calculate power consumption within the network N.



Compute the power loss within the actual N and within it's The'venin equivalent.

Within N,

$$P_N = 2 \times 2^2 + 1 \times 2 = 10\,\text{W}$$

Within N_{th},

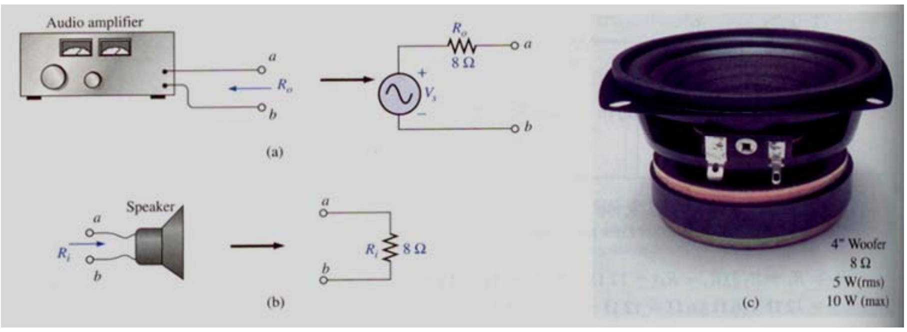
$$P_{N_{th}} = 1 \times 1 = 1\,\text{W}$$

Clearly, $P_N \neq P_{N_{th}}$

- The The'venin equivalent is not in general representative of power relationships within the network.

- The The'venin equivalent simply maintains terminal *i-v* relationships.

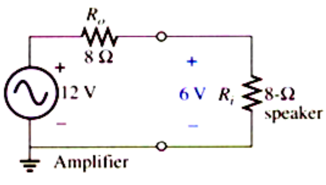
Applications – Speaker System (I)



Component of a speaker system:
(a) amplifier; (b) speaker; (c) commercially
Boylestad 책 358쪽 그림 9.111

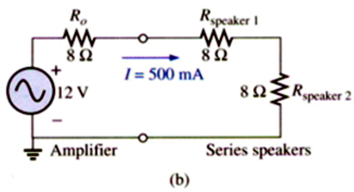
- **Audio amp** 는 출력 임피던스(저항)을 갖고 있고,
- **Speaker** 도 내부 임피던스(저항)을 갖고 있다.
- 그림 **(b)** 는 표준 **8** Ω 스피커이고, 그림 **(c)** 는 **8** Ω **woofer** 를 보이고 있다.

Applications – Speaker System (II)



- **8** Ω 스피커의 최대 출력은 **6²/8=4.5 W** 이다.

Speaker connections:
(a) single unit; (b) in series; (c) in parallel
Boylestad 책 358쪽 그림 9.112

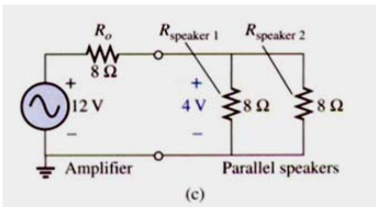


- **8** Ω 스피커를 두 개를 접속하여 얻을 수 있는 출력은 얼마일까?

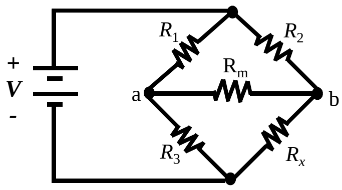
- 직렬로 연결한 경우가 **(b)** 이며, 스피커 각각의 출력은 최대 출력은 **4²/8=2 W** 이고, 합이 **4 W**이다.

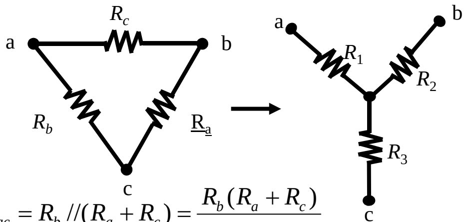
- 병렬로 연결한 경우가 **(c)** 이며, 스피커 각각의 출력은 최대 출력은 **4²/8=2 W** 이고, 합이 **4 W**이다.

-임의의 같은 저항을 갖는 스피커 두 개를 직렬 또는 병렬로 연결해서 최대 전력이 전달되도록 한다면 어떤 저항을 갖는 스피커를 사용해야 할까?



Delta-to-Wye Equivalent Circuits (I)





Delta : ac간의 저항 $$R_{ac} = R_b // (R_a + R_c) = \frac{R_b(R_a + R_c)}{R_a + R_b + R_c}$$

bc간의 저항 $$R_{bc} = R_a // (R_b + R_c) = \frac{R_a(R_b + R_c)}{R_a + R_b + R_c}$$

ab간의 저항 $$R_{ab} = R_c // (R_a + R_b) = \frac{R_c(R_a + R_b)}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_{ac} + R_{bc} + R_{ab} = \frac{2(R_aR_b + R_bR_c + R_cR_a)}{R_a + R_b + R_c}$$

Wye : $R_{ac} = R_1 + R_3, \quad R_{bc} = R_2 + R_3, \quad R_{ab} = R_1 + R_2$

$$R_1 + R_2 + R_3 = \frac{1}{2}(R_{ac} + R_{bc} + R_{ab}) = \frac{R_aR_b + R_bR_c + R_cR_a}{R_a + R_b + R_c} = S$$

Delta-to-Wye Equivalent Circuits (II)

- Delta to Wye

$$R_1 = S - (R_2 + R_3) = S - R_{bc} = \frac{R_aR_b + R_bR_c + R_cR_a}{R_a + R_b + R_c} - \frac{R_a(R_b + R_c)}{R_a + R_b + R_c} = \frac{R_bR_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = S - (R_3 + R_1) = S - R_{ac} = \frac{R_aR_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_3 = S - (R_1 + R_2) = S - R_{ab} = \frac{R_aR_b}{R_a + R_b + R_c}$$

- Wye to Delta

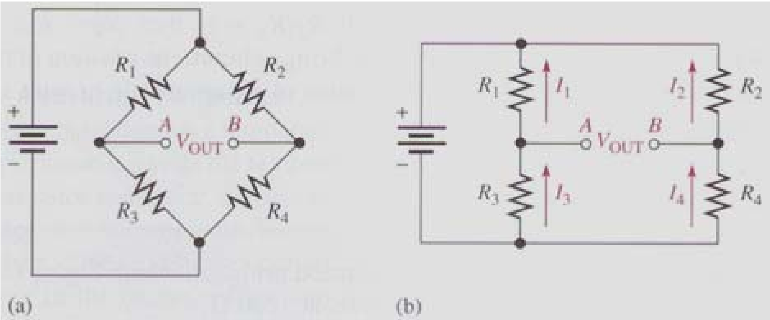
$$R_1R_a = \frac{R_aR_bR_c}{R_a + R_b + R_c} = R_2R_b = R_3R_c = T, \quad R_a = \frac{T}{R_1}, \quad R_b = \frac{T}{R_2}, \quad R_c = \frac{T}{R_3}$$

$$R_1R_a = T = \frac{T^3/(R_1R_2R_3)}{T(1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3)} = \frac{T^2}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1} = \frac{(R_1R_a)^2}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}$$

$$\therefore R_a = \frac{1}{R_1}(R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1), \quad R_b = \frac{1}{R_2}(R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1),$$

$$R_c = \frac{1}{R_3}(R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1)$$

Wheatstone Bridge



$$V_o = V_A - V_B = \frac{R_3}{R_1 + R_3} V_S - \frac{R_4}{R_2 + R_4} V_S$$

If $V_o = 0$ **V,** $\dfrac{R_3}{R_1 + R_3} V_S = \dfrac{R_4}{R_2 + R_4} V_S$

$$\therefore \frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4}$$

$$R_x = R_v \left(\frac{R_2}{R_4} \right)$$

Unknown resistor

Variable resistor

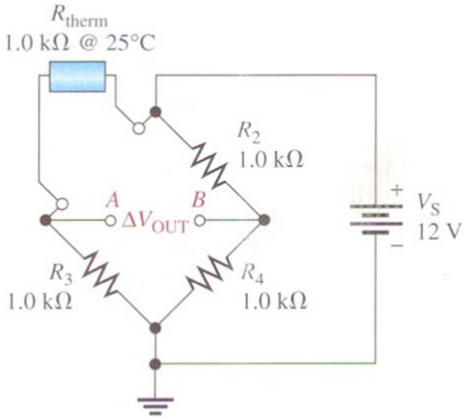
Scale factor

출력 전압이 영이 되도록 조정

Unbalanced Wheatstone Bridge

-측정하려는 물리량의 변화에 따라 저항이 선형적으로 변화할 때 사용.

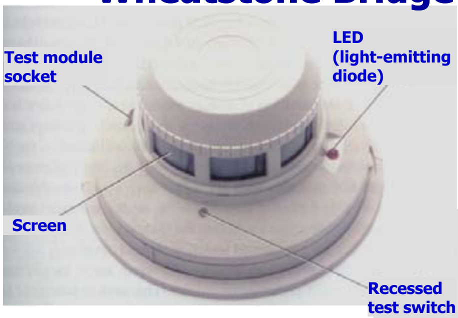
- 평형상태로부터의 편차가 측정하려는 물리량을 의미.



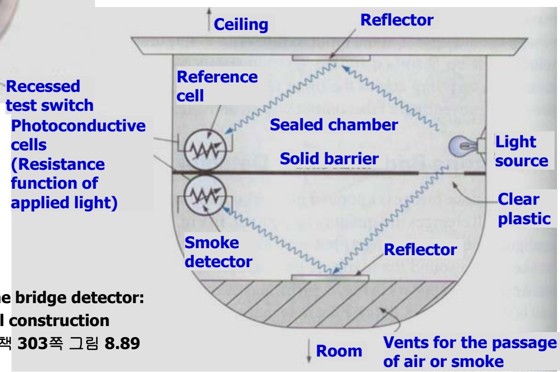
(예제)
섭씨 **25**도에서 **1.0 kΩ** 인 **thermistor** 가 있다. **50**도가 되면 **0.9 kΩ** 이다라고 가정하면 이 때 출력 전압은 몇 **V** 인가?

$$\begin{aligned} V_o &= V_A - V_B \\ &= \frac{1.0}{1.0 + 0.9} 12 - \frac{1.0}{1.0 + 1.0} 12 \\ &= 6.32 - 6.0 \\ &= 0.32 \text{ V} \end{aligned}$$

Wheatstone Bridge Smoke Detector (I)

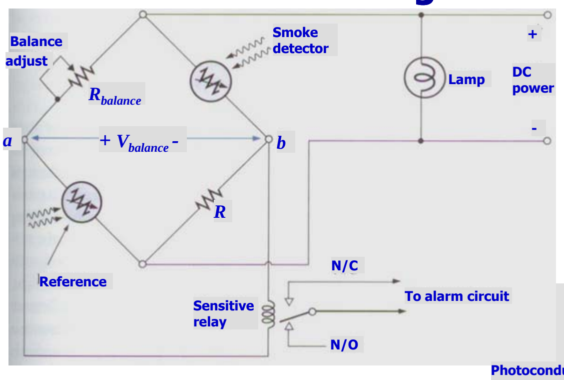


Wheatstone bridge detector:
(b) outside appearance
Boylestad 책 303쪽 그림 8.89

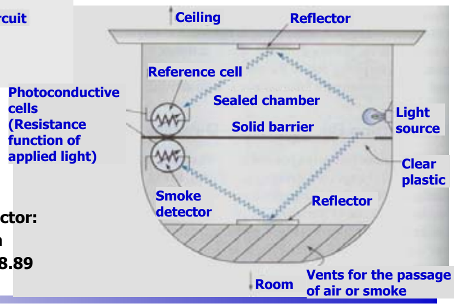


Wheatstone bridge detector:
(c) internal construction
Boylestad 책 303쪽 그림 8.89

Wheatstone Bridge Smoke Detector (II)

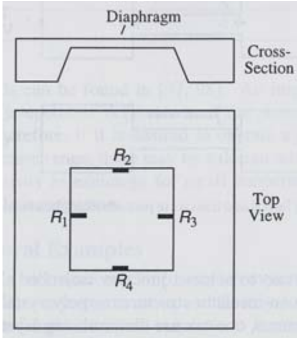


Wheatstone bridge detector:
(a) dc bridge configuration
Boylestad 책 303쪽 그림 8.89



Wheatstone bridge detector:
(c) internal construction
Boylestad 책 303쪽 그림 8.89

Silicon Pressure Sensors - Structural Examples (I)

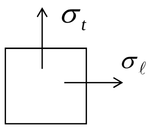


- All resistor axes are along one of the <110> directions.
- The longitudinal stress on R_1 and R_3 is the transverse stress at R_2 and R_4, and vice versa.
- If resistor R_1 experiences a longitudinal stress σ_l, it must simultaneously experience a transverse stress $\nu\,\sigma_l$ (ν is the Poisson ratio).
- The total change in resistance for R_1 would be

$$\frac{\Delta R_1}{R_1} = \pi_\ell \sigma_\ell + \pi_t \sigma_t = (\pi_\ell + \nu \pi_t)\sigma_\ell$$

$\nu = 0.064$ in the [110] direction of (100) plane.

p-type

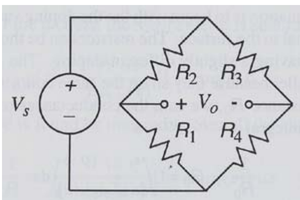


$$\pi_\ell = 71.8 \times 10^{-11}, \pi_t = -66.3 \times 10^{-11} \rightarrow \frac{\Delta R_1}{R_1} = 67.556 \times 10^{-11} \sigma_\ell$$

$$\frac{\Delta R_2}{R_2} = (-66.3 + 0.064 \times 71.8)\sigma_\ell = -61.704 \times 10^{-11} \sigma_\ell$$

From Microsystem Design

Silicon Pressure Sensors - Structural Examples (II)



- Wheatstone-bridge circuit

$$R_1 = R_3 = (1 + \alpha_1)R_o, \quad R_2 = R_4 = (1 - \alpha_2)R_o$$

- α_1 and α_2 represent the product of the effective piezoresistive coefficient and the stress.

$$V_o = \frac{R_1}{R_1 + R_2}V_S - \frac{R_4}{R_3 + R_4}V_S = \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}V_S \quad \because R_1 = R_3, R_2 = R_4$$

$$= \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2}V_S = \frac{(1 + \alpha_1) - (1 - \alpha_2)}{(1 + \alpha_1) + (1 - \alpha_2)} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2 + \alpha_1 - \alpha_2}$$

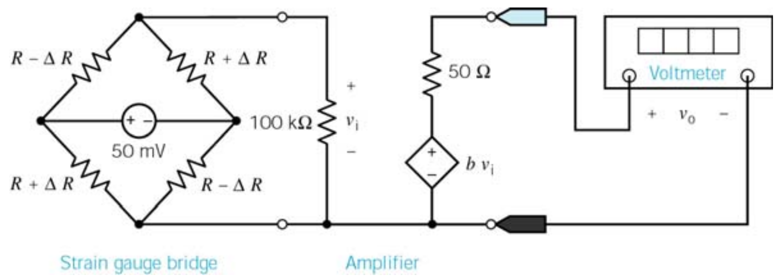
Therefore, $$\frac{V_o}{V_S} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2 + \alpha_1 - \alpha_2}$$

- Since α_1 and α_2 are typically small (on the order of 0.02 or less), and differ from each other by only 10 %, this bridge gives an optimally large output without a large nonlinearity.

From Microsystem Design

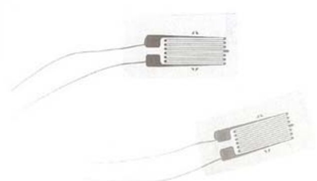
Strain Gauge Bridge

- **Strain gauge:** 힘으로부터 유발되는 기계적인 변위**(strain)**을 측정하는 변환기.
- 압저항 성질을 이용. 변위에 비례하는 저항의 변화를 발생.
- 네 개의 압저항으로 **Bridge** 회로를 구성하여 힘이나 압력센서를 구성한다.
- **Bridge** 회로의 출력 전압 v_i 는 작기 때문에 증폭하여 전압계로 읽는다.

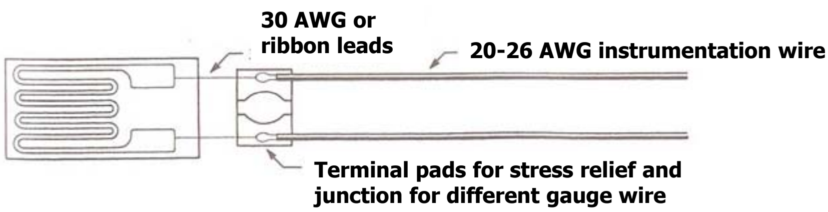


Resistive Strain Gauge

- **Stress** 를 받으면 저항이 변화
- **Strain gauge** 는 반도체 소자이며 비 선형적으로 저항이 변화.
- 응용 분야 : 지진 활동 감시기, 경보시스템, 교량 안전성 센서, 대형 발전기 안전 센서 등



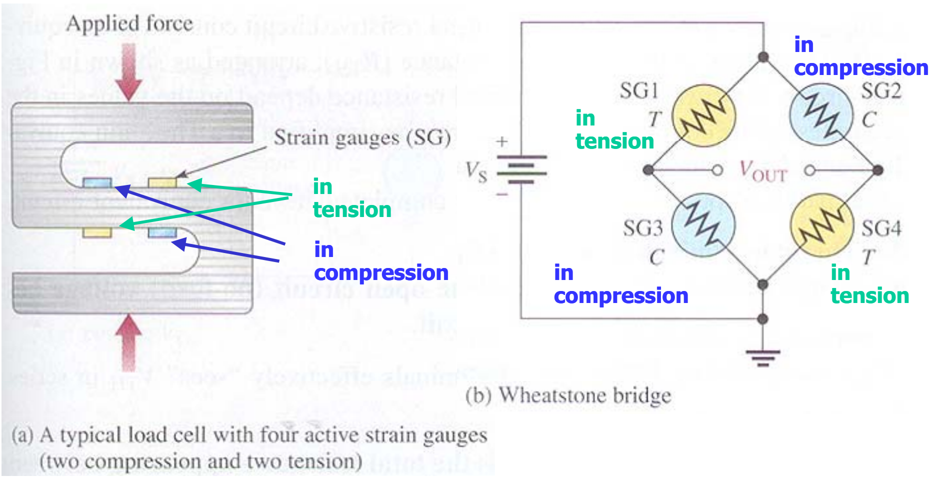
Model SGN- 4/12
12 terminal resistance
Overall length: 5.5 mm



Typical Installation

From Boylestad, 89 쪽

Load Cell

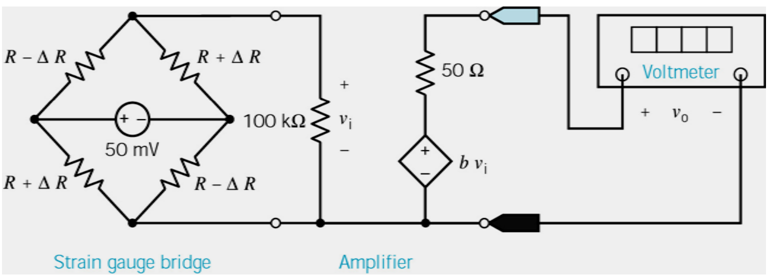


Floyd 책 239 쪽, 그림 6.40

Strain Gauge Bridge – Situation, Assumptions and Goals

- **R = 120 Ω when the strain is zero.**
- **-2 Ω ≤ ΔR ≤ 2 Ω**
- **-2 Ω ≤ ΔR ≤ 2 Ω 로 변할 때 v_o는 – 10 V 에서 10 V 로 변해야 한다.**
- **따라서, 다음과 같이 설계해야 한다.**

$$v_o = 5\frac{\mathrm{V}}{\Omega}\cdot \Delta R$$

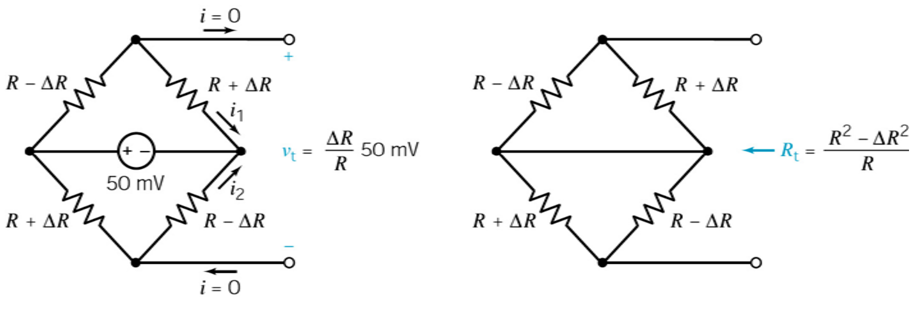


Strain Gauge Bridge – Plan

- **Bridge** 회로의 **The'venin** 등가회로를 구한다.
- 개방시의 전압과 등가 저항을 구한다.
- 개방시 전압 **:**

$$v_t = 50\ \text{mV}\ \frac{\Delta R}{R}$$

- 등가 저항 **:** $R >> \Delta R$ 이면 $R_t = R$.



(a) (b)

Strain Gauge Bridge – Solution

- **Bridge** 회로의 출력 전압 v_i 는 분압 회로에 의하여 구한다.

$$v_i = 50\ \text{mV}\ \frac{\Delta R}{R} \times \frac{100\ \text{k}\Omega}{100\ \text{k}\Omega + R_t} = 50\ \text{mV}\ \frac{\Delta R}{R} \times 0.9988\ = 0.4162\ \cdot \Delta R\ \text{mV}$$

- 전압계의 전압 $v_o = bv_i = b \cdot 0.4162\ \cdot \Delta R\ \text{mV}$

$$b \cdot 0.4162\ /1000\ = 5 \qquad \because\ v_o = 5\frac{\text{V}}{\Omega} \cdot \Delta R$$

$$b = 12{,}013$$

- 최종 설계 $v_o = 12{,}013 \times 0.4162\ /1000\ \cdot \Delta R = 4.9998\ \cdot \Delta R\ \text{V}$