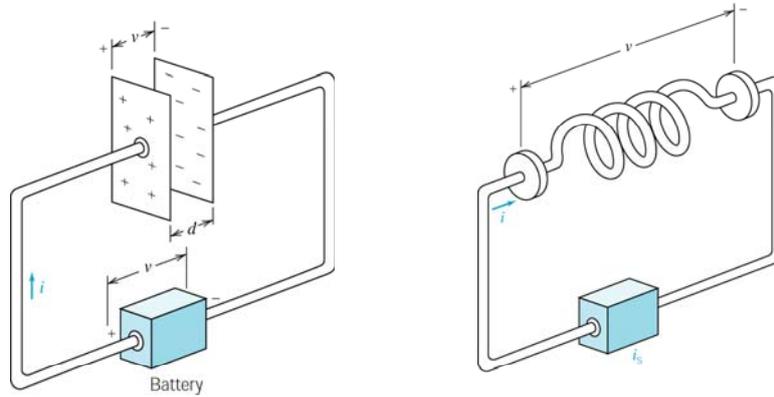


Electric Energy Storage Devices



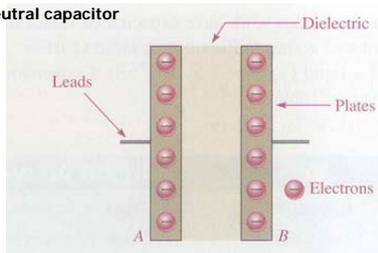
- Capacitor와 inductor는 전기적인 에너지를 저장하는 소자.
- 캐패시터는 전하를 축적하여 에너지를 저장.
- 인덕터는 자속을 축적하여 에너지를 저장.

Circuit Theory I

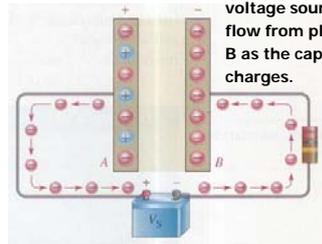
Lecture 7-1

Charging of Capacitors

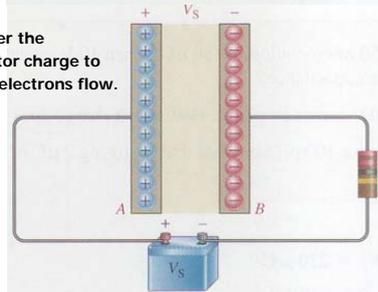
(a) Neutral capacitor



(b) When connected to a voltage source, electrons flow from plate A to plate B as the capacitor charges.



(c) After the capacitor charge to V_S , no electrons flow.



(d) Ideally, the capacitor retains charge when disconnected from the voltage source.

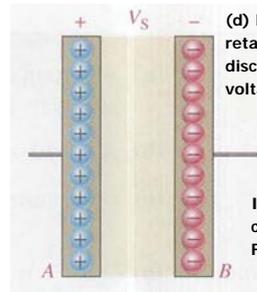


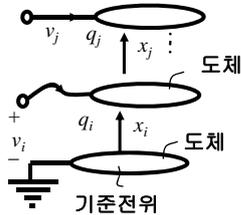
Illustration of a capacitor storing charge.
Floyd 책 375쪽 그림 9.2

Circuit Theory I

Lecture 7-2

Capacitance

- Capacitance는 전하와 전압과의 관계를 정해주는 계수.



$$C_{ij} = \frac{q_i}{v_j} \text{ (이때 } v_j \text{ 외의 전압은 영)}$$

$n+1$ 개의 도체가 있고 기준 도체에 대해서 각 도체가 v_j 의 전압을 갖고 있다. C_{ij} 는 j 번째 도체에 전압이 v_j 로 가해질 때 i 번째 도체에 생기는 전하가 q_i 이며, 이 관계를 나타내고 있다.

따라서, i 번째 도체에 생기는 총 전하는 $q_i = \sum_{j=1}^n C_{ij} v_j$ 가 된다.

전하는 전압과 위치의 함수로 쓸 수 있어서 $q(v, x)$ 가 된다.

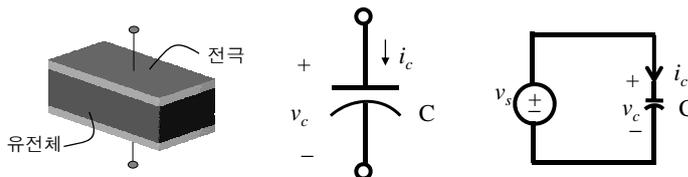
전류 i 는 $i = \frac{dq}{dt} = \frac{\partial q}{\partial v} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t}$ 가 되고,

전극간 물질이 전기적으로 선형이라면 $q = C(x)v$ 이어서

$$i = C(x) \frac{dv}{dt} + v \frac{dC(x)}{dx} \frac{dx}{dt} \text{ (제 2항은 속도 전류, 회로이론에서는 영) .}$$

Displacement Current and Capacitor Current

- Capacitor의 구조는 전극 사이에 절연 물질(유전체, 誘電體)을 끼워 넣는 구조이다.
- 앞에서 구한 전류는 Capacitor에 흐르는 전류이다. 그러면 절연체를 통해서 전류가 흐르는 이유는 무엇인가?
- Ampere의 둘레 법칙 $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_f + \frac{\partial(\epsilon_0 \vec{E})}{\partial t}$
- 전류에 의해 자계가 생긴다는 법칙인데, 좌변 제 1항은 전하에 의한 전류를 의미하고, 제 2항이 변위 전류를 의미한다. (제 2항은 Maxwell이 주창).
- 전계가 시간적으로 변하면 그것이 전류가 된다는 것이다.
- 회로에서 v_s 가 직류 전원이면 전류는 영이다. v_s 가 예를 들어 시간적으로 변하는 교류 전원이면 전류는 영이 아니다.



Capacitor Current

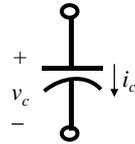
- 전극 간에 흐르는 전류는 일반적으로 두 개 항의 합으로 정의된다.

$$i = C(x) \frac{dv}{dt} + v \frac{dC(x)}{dx} \frac{dx}{dt}$$

- 제 2항은 전극이 움직여서 전극 사이의 거리가 시간적으로 변하거나 전극의 형상이 변하기 때문에 발생하는 항이다. 전자기계에서는 이런 일이 벌어진다.
- 회로 이론에서 다루는 Capacitor는 전극이 고정되어 있으므로 제 2항은 항상 영이다.

$$i_c = C \frac{dv_c}{dt} \quad C: \text{상수(Farads)}$$

- Capacitor에 흐르는 전류 i_c 는 Capacitor 양단에 걸리는 전압의 양에서 음으로 흐른다고 부호를 취한다.
- 또한 i_c 의 방향은 v_c 의 부호에 따라 바뀌는 것이 아니라 v_c 의 시간 변화율의 부호에 따라 바뀐다.



$$dv_c = \frac{1}{C} i_c dt, \quad v_c(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i_c dt + v(t_0)$$

$v(t_0)$ 는 초기 ($t=t_0$) 에 Capacitor에 걸린 전압이다.

Stored Energy

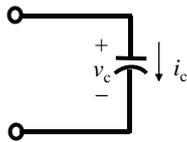
- Capacitor는 전하의 형태로 에너지를 저장하기도 하고 방출하기도 한다.

$$p = v \cdot i = v \cdot C \frac{dv}{dt}$$

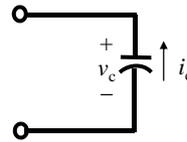
$$dW = Cv dv, \quad W = \frac{1}{2} Cv^2$$

- 에너지의 흐름

Capacitor 전류가 v_c 에 관계 없이 v_c 의 시간 변화율의 부호에 따라 방향이 바뀌므로 에너지가 소자로 들어가기도 하고 나가기도 한다.

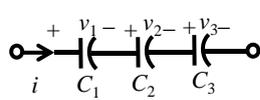


$p = v_c i_c$: positive
에너지를 Capacitor에 저장



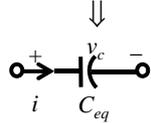
$p = v_c i = v_c (-i_c)$: negative
에너지를 Capacitor로부터 방출

Capacitances in Series and Parallel



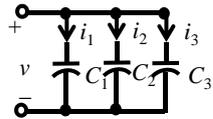
$v = v_1 + v_2 + v_3$, 직렬이므로 전류는 모두 같음.

$$i = C_1 \frac{dv_1}{dt} = C_2 \frac{dv_2}{dt} = C_3 \frac{dv_3}{dt}$$



등가 회로에서 $i = C_{eq} \frac{dv_c}{dt} = C_{eq} \frac{d(v_1 + v_2 + v_3)}{dt} = C_{eq} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) i$

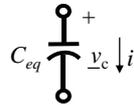
$$\therefore \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$



$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

병렬이므로 전압이 모두 같음.

$$i = C_1 \frac{dv}{dt} + C_2 \frac{dv}{dt} + C_3 \frac{dv}{dt} = (C_1 + C_2 + C_3) \frac{dv}{dt}$$



등가회로에서 $i = C_{eq} \frac{dv_c}{dt} = (C_1 + C_2 + C_3) \frac{dv}{dt}$

$$\therefore C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$

Circuit Theory I

Lecture 7-7

Relative Permittivity and Dielectric Strength

- 마주 보는 두 전극 사이의 정전 용량
- 전극 사이 유전체의 유전율에 영향을 받음.

$$C = \epsilon \frac{A}{d} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

Relative permittivity (dielectric constant) of various dielectrics.

Boylestad 책 381쪽 표 10.1

| Dielectric | ϵ_r (Average Values) |
|-------------------------------------|-------------------------------|
| Vacuum | 1.0 |
| Air | 1.0006 |
| Teflon | 2.0 |
| Paper, paraffined | 2.5 |
| Rubber | 3.0 |
| Transformer oil | 4.0 |
| Mica | 5.0 |
| Porcelain | 6.0 |
| Bakelite | 7.0 |
| Glass | 7.5 |
| Distilled water | 80.0 |
| Barium-strontium titanite (ceramic) | 7500.0 |

- Dielectric strength.

- 유전체는 전기적인 응력에 견딜 수 있는 한계가 있음.

- 파괴 전압이라고도 함.

- 1 mil = 1/1000 in = 0.0254 mm

Table 10.2 Dielectric strength of some dielectric materials
Boylestad 책 382쪽 표 10.2

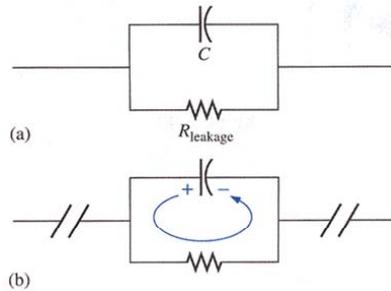
| Dielectric | Dielectric Strength (Average Value), in | |
|-------------------------------------|---|------------------|
| | Volts/Mil | (ϵ_r) |
| Air | 75 | (1.0006) |
| Barium-strontium titanite (ceramic) | 75 | (7500) |
| Porcelain | 200 | (6.0) |
| Transformer oil | 400 | (4.0) |
| Bakelite | 400 | (7.0) |
| Rubber | 700 | (3.0) |
| Paper, paraffined | 1300 | (2.5) |
| Teflon | 1500 | (2.0) |
| Glass | 3000 | (7.5) |
| Mica | 5000 | (5.0) |

Circuit Theory I

Lecture 7-8

Leakage Current

- 파괴 전압에 다다를 때까지 자유 전자의 흐름은 없다고 가정한다.
- 실제로는 유전체 내의 불순물이나 유전체 내의 힘의 의하여 파괴전압에 이르기 전에도 자유 전자는 존재한다.
- 전극 간에 전압이 걸리면 자유 전자는 흐른다.
- 이것은 누설 전류를 야기한다.
- 이 누설 전류는 아주 작아서 대부분의 응용에서는 무시한다.
- 대부분 그림과 같이 100 MΩ의 저항을 병렬로 연결한 모델링을 한다.
- Electrolytic type capacitor의 경우, 누설 전류는 꽤 크다.
- 충전된 캐패시터가 충전 회로로부터 연결이 끊어지면 전극 간 전류의 흐름으로 인해 수초 동안 방전한다.

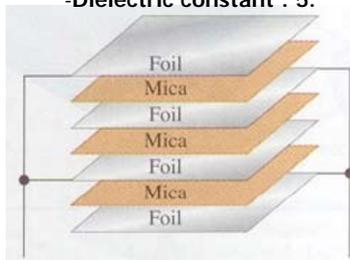
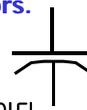


Demonstrating the effect of the leakage current
Boylestad 책 383쪽 그림 10.9

Fixed Capacitors – Mica

- Mica, ceramic, electrolytic, tantalum and polyester film capacitors.

- Mica : 온도 변화의 스트레스에 강하고, 고 전압 응용에 적합.
- 누설 전류는 아주 작다 ($R_{leakage}$ 는 약 1000 MΩ).
- Mica capacitors 는 대개 수 pF 에서 200 pF 까지 쓰이고, 전압은 100 V 정도이다.
- Temperature coefficient : -20 ppm/°C ~ +100 ppm/°C
- Dielectric constant : 5.



(a) Stacked layer arrangement



(b) Layers are pressed together and encapsulated.

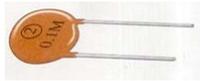


Construction of a typical radial-lead mica capacitor
Floyd 책 381쪽 그림 9.8

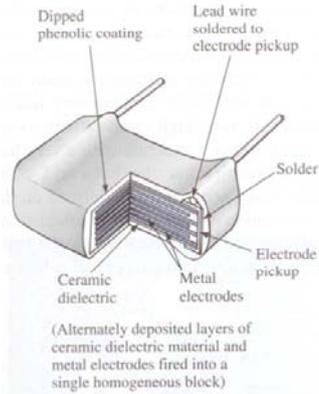
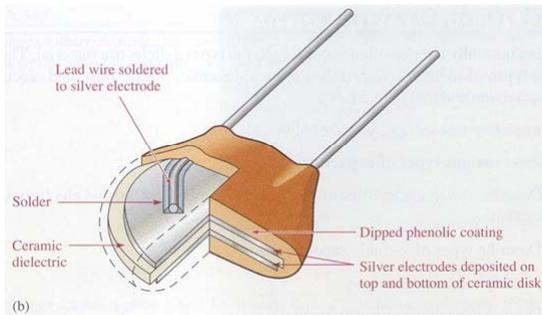
Mica capacitors
(Courtesy of Custom Electronics Inc.)
Boylestad 책 384쪽 그림 10.11

Fixed Capacitors – Ceramic Capacitors (I)

- 아래의 그림과 같이 두 가지 형태가 있다.
- 누설 전류는 아주 작고 ($R_{leakage}$ 는 약 $1000\text{ M}\Omega$), 직류와 교류 회로에 사용한다.
- 대개 수 pF 에서 $2,000\text{ pF}$ 까지 쓰이고, 전압은 $5,000\text{ V}$ 정도이다.



A ceramic disc capacitors and its construction
Floyd 책 382쪽 그림 9.9

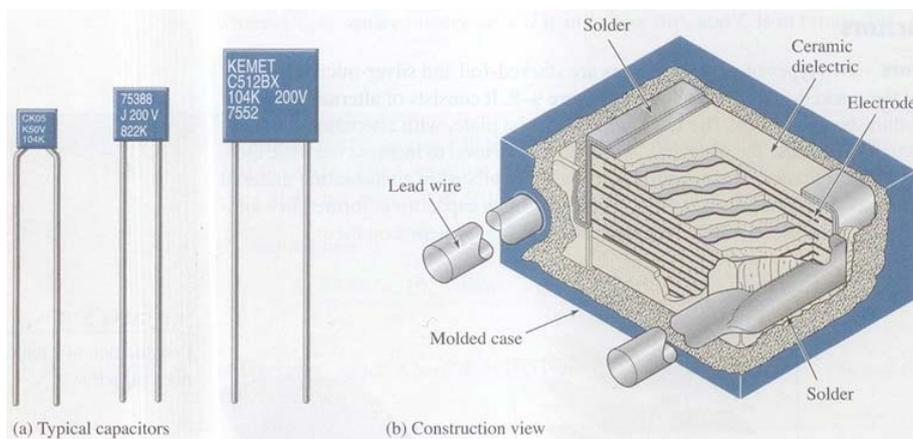


(Alternately deposited layers of ceramic dielectric material and metal electrodes fired into a single homogeneous block)
Multilayer, radial-lead ceramic capacitor
Boylestad 책 385쪽 그림 10.13

Circuit Theory I

Lecture 7-11

Fixed Capacitors – Ceramic Capacitors (II)



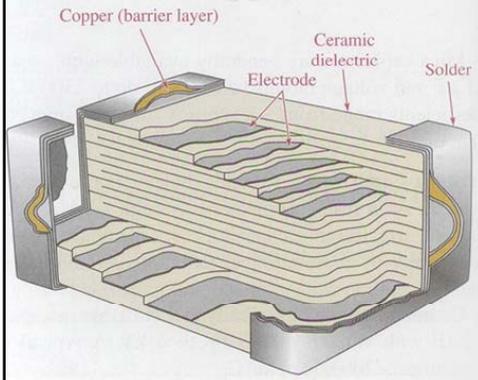
Examples of ceramic capacitors
Floyd 책 382쪽 그림 9.10

Circuit Theory I

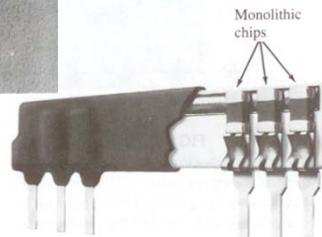
Lecture 7-12

Fixed Capacitors – Ceramic Capacitors (II)

- Monolithic (single-structure) chip capacitors as shown in Fig. (a).
- Microstrip (strip-line) circuitry as shown in Fig. (b)



Construction view of a typical ceramic chip used for surface mounting on printed circuit boards.
Floyd 책 382쪽 그림 9.11

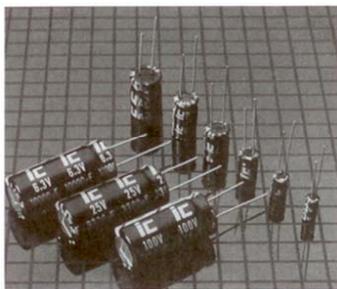


Monolithic chip capacitors (Courtesy of Vitramon, Inc.)
Boylestad 책 385쪽 그림 10.14

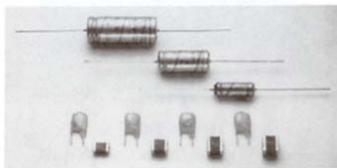
Circuit Theory I

Lecture 7-13

Fixed Capacitors – Electrolytic Capacitors (I)

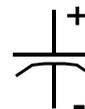


(a)



(b)

- 수 mF 에서 수천 mF 까지의 응용에 가장 많이 사용된다.
- 한 방향으로는 절연체이지만 다른 방향으로는 도전체.
- 주로 직류 응용에 사용되고, 짧은 시간 교류 응용에 사용된다.
- DC working voltage : 장시간 파괴되지 않고 인가될 수 있는 직류 전압.
- Surge voltage : 짧은 시간에 인가될 수 있는 최대 전압.
- 누설 전류는 아주 크고 ($R_{leakage}$ 는 약 $1\text{ M}\Omega$), 파괴전압은 낮다.
- 대개 수 μF 에서 수천 μF 까지 쓰이고, 동작 전압은 500 V 정도이다.



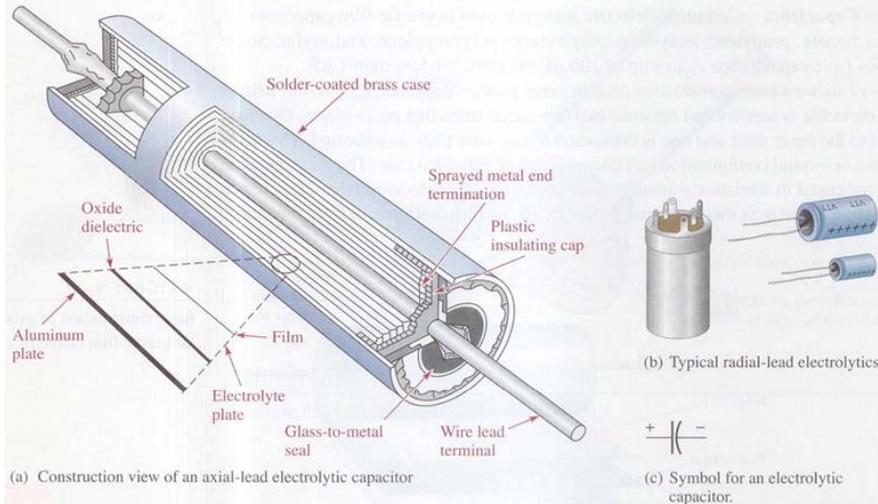
Electrolytic capacitors:

- (a) Radial lead with extended endurance rating of 2000 h at 85 °C. Capacitance range: 0.1-15,000 μF with a voltage range of 6.3 to 250 WV dc (Courtesy of Illinois Capacitor, Inc.)
- (b) Solid aluminum electrolytic capacitors available on axial, resin-dipped, and surface-mount configurations to withstand harsh environmental conditions (Courtesy of Philips Components, Inc.)
Boylestad 책 386쪽 그림 10.15

Circuit Theory I

Lecture 7-14

Fixed Capacitors – Electrolytic Capacitors (II)



Examples of electrolytic capacitors
Floyd 책 384쪽, 그림 9.14

Circuit Theory I

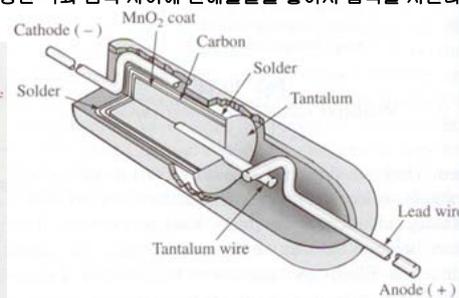
Lecture 7-15

Fixed Capacitors – Tantalum Capacitors

- 두 가지 형태 : solid 와 wet-slug.
- 고 순도 tantalum powder를 사각형 또는 원통형으로 다져 넣는다.
- 양극은 lead wire를 구조물에 밀어 넣는다.
- 구조물은 진공 상태에서 고온 소결(고온에서 굽는 것) 하여서 다공성(多孔性)으로 만든다.
- 다공성이 되면 부피당 표면적이 넓어진다.
- 산 용액에 담그면 얇은 산화망간(MnO_2) 막이 다공성 물질 위에 형성된다.
- solid tantalum capacitor 를 만들기 위하여 산화망간 막과 음극 사이에 전해물질을 넣어서 접촉을 시킨다.
- 산 용액(wet acid)을 넣으면 wet-slug tantalum capacitor 가 된다.



Construction view of a typical "tear drop" shaped tantalum electrolytic capacitor
Floyd 책 383쪽 그림 9.12



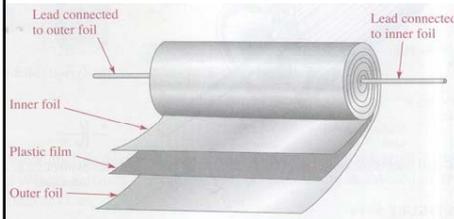
Tantalum capacitor (Courtesy of Union Carbide Corp.)
Boylestad 책 386쪽 그림 10.16

Circuit Theory I

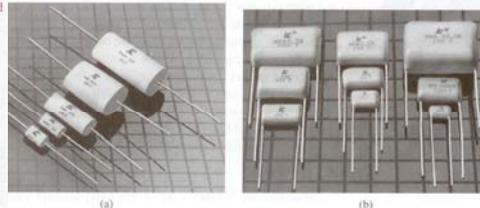
Lecture 7-16

Fixed Capacitors – Polyester-film Capacitors

- 두 금속 막이 절연물(예를 들면, Mylar®)로 분리되어 있다.
- 크기가 크면 정전용량이나 동작 전압은 겉에 data를 인쇄한다.
- 그러나, 크기가 작으면 color coding 을 한다.
- 검은 띠(band)가 바깥 쪽 금속 막에 연결된 lead 가까운 쪽에 인쇄되어 있다.
- 이 띠에 가까운 lead 가 낮은 전압에 연결되어야 한다.
- 누설 전류는 아주 작고 ($R_{leakage}$ 는 약 1000 M Ω), 직류와 교류 회로에 사용한다.
- Axial lead variety 는 0.1 μF 에서 18 μF 까지 사용되고, 동작 전압은 630 V 까지 이다.
- Radial lead variety 는 0.01 μF 에서 10 μF 까지 사용되고, 동작 전압은 1,000 V 까지



Basic construction of axial-lead tubular plastic-film dielectric capacitors
Floyd 책 383쪽 그림 9.12

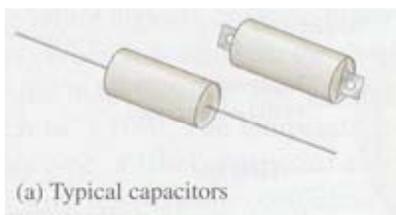


Polyester-film capacitors: (a) axial lead; (b) radial lead (Courtesy of Illinois Capacitor, Inc.)
Boylestad 책 387쪽 그림 10.18

Circuit Theory I

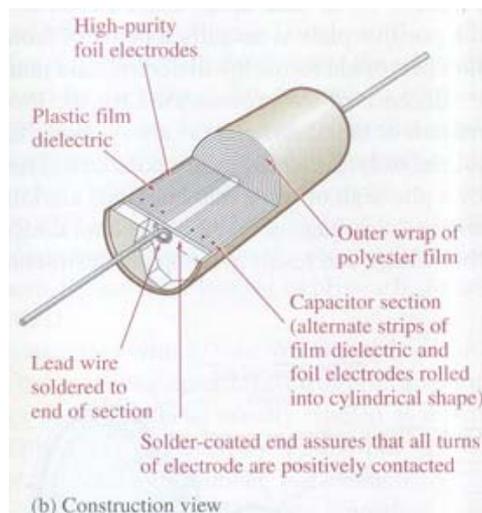
Lecture 7-17

Examples - Plastic-film Capacitors



(a) Typical capacitors

Examples of plastic-film capacitors
Floyd 책 383쪽 그림 9.13



(b) Construction view

Circuit Theory I

Lecture 7-18

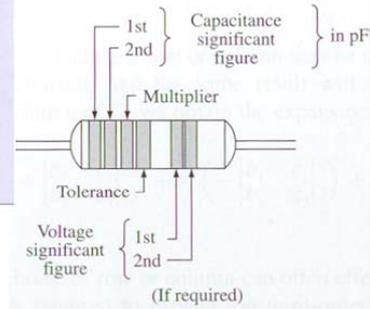
Color Coding of Molded Tubular Capacitors (pF)

Color coding of molded tubular capacitors (picofarads)

Boylestad 책 1206쪽 Appendix D

| Color | Significant Figure | Decimal Multiplier | Tolerance ±% |
|--------|--------------------|--------------------|--------------|
| Black | 0 | 1 | 20 |
| Brown | 1 | 10 | — |
| Red | 2 | 100 | — |
| Orange | 3 | 1000 | 30 |
| Yellow | 4 | 10,000 | 40 |
| Green | 5 | 10 ⁵ | 5 |
| Blue | 6 | 10 ⁶ | — |
| Violet | 7 | — | — |
| Gray | 8 | — | — |
| White | 9 | — | 10 |

Note: Voltage rating is identified by a single-digit number for ratings up to 900V and a two-digit number above 900V. Two zeros follow the voltage figure.



Boylestad 책 1206쪽 Appendix D Fig. D.1

Circuit Theory I

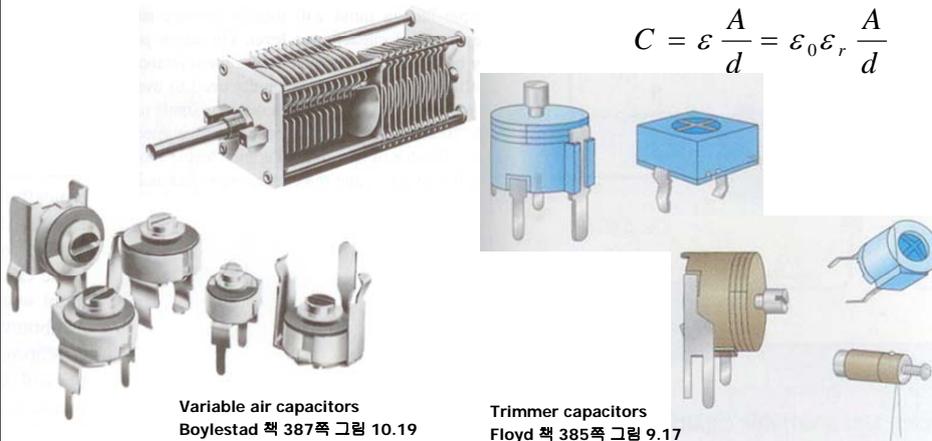
Lecture 7-19

Variable Capacitors

- 절연물이 공기이다. 대개 300 pF 이하.
- 그림 (a)는 마주 보는 전극 면적을 달리하는 형태이다.
- 그림 (b)는 마주 보는 전극 간 거리를 달리하는 형태이다.



$$C = \epsilon \frac{A}{d} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$



Variable air capacitors
Boylestad 책 387쪽 그림 10.19

Trimmer capacitors
Floyd 책 385쪽 그림 9.17

Circuit Theory I

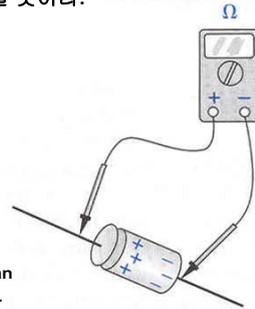
Lecture 7-20

Measurement and Testing

- Capacitance meter 로 극성을 고려하여 측정한다.
- 유전체가 열화 되었는지(특히, 종이나 electrolytic capacitors)의 여부는 저항계로 측정한다.
- 유전체가 파괴되었으면 절연성이 나빠져서 저항이 작아진다.
- 완전히 방전을 시킨 후 저항계를 캐패시터의 양단에 대어서 측정한다.
- 극성이 있는 캐패시터의 경우, 극성을 고려하여 연결한다.
- 절연이 파괴되었다면 0 Ω에서 수백 Ω정도의 저항을 보일 것이다.



Digital reading capacitance meter.
(Courtesy of BK PRECISION,
Maxtec International Corp.)
Floyd 책 385쪽 그림 9.18



Checking the dielectric of an
electrolytic capacitor.
Boylestad 책 388쪽 그림 10.21

Circuit Theory I

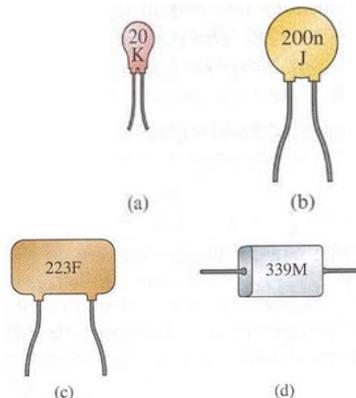
Lecture 7-21

Standard Values and Marking Schemes

- 표준 값은 저항과 같은 값을 사용한다.
- 0.1 μF, 0.15 μF, 0.22 μF, 0.22 μF, 0.47 μF, 0.68 μF 등 표준 값을 사용한다.

Marking Schemes

- 정전용량 값과 허용 오차, 필요하다면 최대 동작 전압을 기입한다.
- 캐패시터의 크기가 정전 용량 값을 의미한다.
- 작은 것은 pF 단위이고, 큰 것은 μF 단위를 쓴다.
- 큰 것(μF 단위)에는 보통 겉 면에 허용오차와 최대 동작전압도 같이 기입한다.
- 작은 것은 pF 단위로 기입이 되어 있고, 영문으로 허용오차를 표시한다.
- M : ± 20, K : ± 10, J : ± 5, F : ± 1 %.
- 20 K : 20 pF ± 10 %, 200 nJ : 200 nF ± 5 %.
- 앞의 두 자리 숫자는 크기를, 세번째 자리의 숫자는 10의 제곱수를 의미한다(8 : 0.01, 9 : 0.1 을 의미).
- 223 F : 22 × 10³ pF ± 1 %, 339 M : 33 × 0.1 pF ± 20 %.



Various marking schemes for small capacitors.
Boylestad 책 389쪽 그림 10.23

Circuit Theory I

Lecture 7-22

Summary of Capacitive Elements (I)

Type: Miniature Axial Electrolytic
Typical Values: 0.1 μF to 15,000 μF
Typical Voltage Range: 5 V to 450 V
Capacitor tolerance: $\pm 20\%$
Applications: Polarized, used in DC power supplies, bypass filters, DC blocking.



Type: Silver Mica
Typical Value: 10 pF to 0.001 μF
Typical Voltage Range: 50 V to 500 V
Capacitor tolerance: $\pm 5\%$
Applications: Non-polarized, used in oscillators, in circuits that require a stable component over a range of temperatures and voltages.



Type: Miniature Radial Electrolyte
Typical Values: 0.1 μF to 15,000 μF
Typical Voltage Range: 5 V to 450 V
Capacitor tolerance: $\pm 20\%$
Applications: Polarized, used in DC power supplies, bypass filters, DC blocking.



Type: Mylar Paper
Typical Value: 0.001 μF to 0.68 μF
Typical Voltage Range: 50 V to 600 V
Capacitor tolerance: $\pm 22\%$
Applications: Non-polarized, used in all types of circuits, moisture resistant.



Type: Ceramic Disc
Typical Values: 10 pF to 0.047 μF
Typical Voltage Range: 100 V to 6 kV
Capacitor tolerance: $\pm 5\%$, $\pm 10\%$
Applications: Non-polarized, NPO type, stable for a wide range of temperatures. Used in oscillators, noise filters, circuit coupling, tank circuits.



Type: AC/DC Motor Run
Typical Value: 0.25 μF to 1200 μF
Typical Voltage Range: 240 V to 660 V
Capacitor tolerance: $\pm 10\%$
Applications: Non-polarized, used in motor run-start, high-intensity lighting supplies, AC noise filtering.



Boylestad 책 389쪽 그림 10.22

Circuit Theory I

Lecture 7-23

Summary of Capacitive Elements (II)

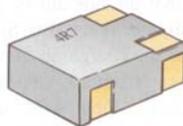
Type: Dipped Tantalum (solid and wet)
Typical Values: 0.047 μF to 470 μF
Typical Voltage Range: 6.3 V to 50 V
Capacitor tolerance: $\pm 10\%$, $\pm 20\%$
Applications: Polarized, low leakage current, used in power supplies, high frequency noise filters, bypass filter.



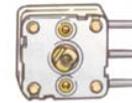
Type: Trimmer Variable
Typical Value: 1.5 pF to 600 pF
Typical Voltage Range: 5 V to 100 V
Capacitor tolerance: $\pm 10\%$
Applications: Non-polarized, used in oscillators, tuning circuits, AC filters.



Type: Surface Mount Type (SMT)
Typical Values: 10 pF to 10 μF
Typical Voltage Range: 6.3 V to 16 V
Capacitor tolerance: $\pm 10\%$
Applications: Polarized and non-polarized, used in all types of circuits, requires a minimum amount of PC board real estate.



Type: Tuning variable
Typical Value: 10 pF to 600 pF
Typical Voltage Range: 5 V to 100 V
Capacitor tolerance: $\pm 10\%$
Applications: Non-polarized, used in oscillators, radio tuning circuit.



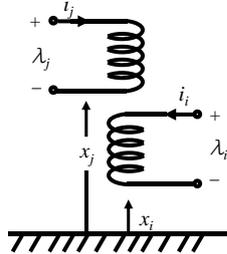
Boylestad 책 389쪽 그림 10.22

Circuit Theory I

Lecture 7-24

Inductance

- Inductance는 전류와 쇠교 자속과의 관계를 정해주는 계수.



$$L_{ij} = \frac{\lambda_i}{i_j} \quad (\text{이때 } i_j\text{-외의 전류는 영})$$

n개의 코일이 있고, 각 코일에 전류 i_j 가 흐른다. L_{ij} 는 j 번째 코일에 전류 i_j 가 흐를 때 i 번째 코일 단자에 생기는 자속(쇠교 자속)이 λ_i 이며, 이 관계를 나타내고 있다.

따라서, i 번째 코일에 생기는 총 쇠교 자속은 $\lambda_i = \sum_{j=1}^n L_{ij} i_j$ 가 된다.

쇠교 자속은 전류와 위치의 함수로 쓸 수 있어서 $\lambda = \lambda(i, x)$ 가 된다.

전압 v 는 $v = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{\partial \lambda}{\partial i} \frac{di}{dt} + \frac{\partial \lambda}{\partial x} \frac{dx}{dt}$ 가 되고

코일간 물질이 전기적으로 선형이라면 $\lambda = L(x)i$ 이어서

$$v = L(x) \frac{di}{dt} + i \frac{dL(x)}{dx} \frac{dx}{dt} \quad (\text{제 2항은 속도 전압, 회로 이론에서는 영}).$$

Inductor Voltage (I)

- Inductor의 구조는 도체를 감아 놓고 그 가운데에 자성 물질을 넣어 놓은 구조이다.
- 앞에서 구한 전압은 Inductor에 걸리는 (생기는) 전압이다. 그러면, 저항도 없는 도체의 양단에 전압이 발생하는 이유는 무엇인가?

- Faraday의 전자 유도 법칙 $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

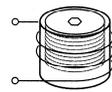
- 자계의 시간적인 변화가 전압을 발생시키는 것을 의미한다.

- 회로에서 v_s 가 직류 전원이라면 v_L 은 영이다.

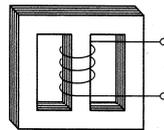
v_s 가 시간적으로 변하는 교류 전원이라면 v_L 은 영이 아니다.



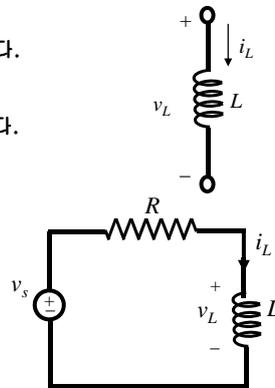
(a) Toroidal inductor



(b) Coil with an iron-oxide slug that can be screwed in or out to adjust the inductance



(c) Inductor with a laminated iron core



Inductor Voltage (II)

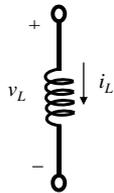
- 코일의 양단에 발생하는 전압은 일반적으로 두 개의 항의 합으로 정의된다.

$$v = L(x) \frac{di}{dt} + i \frac{dL(x)}{dx} \frac{dx}{dt}$$

- 제 2항은 코일이 움직여서 각 코일 사이의 거리가 시간적으로 변하거나 코일의 형상이 변하기 때문에 발생하는 항이다. 전기 기계에서는 이런 일이 벌어진다.
- 회로 이론에서 다루는 Inductor는 코일이 고정되어 있으므로 제 2항은 항상 영이다.

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \quad L : \text{상수 (H)}$$

- Inductor에 흐르는 전류 i 는 Inductor 양단에 걸리는 전압의 양에서 음으로 흐른다고 부호를 취한다.



- 또한 v_L 의 방향은 i_L 의 부호에 따라 바뀌는 것이 아니라 i_L 의 시간 변화율의 부호에 따라 바뀐다.

$$- di_L = \frac{1}{L} v_L dt, \quad i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v_L dt + i(t_0)$$

$i(t_0)$ 는 초기 ($t = t_0$) 에 Inductor에 흐르는 전류이다.

Stored Energy

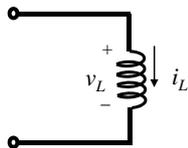
- Inductor는 자속의 형태로 에너지를 저장하기도 하고 방출하기도 한다.

$$p = vi = L \frac{di}{dt} i$$

$$dW = Lidi, \quad W = \frac{1}{2} Li^2$$

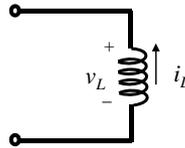
- 에너지의 흐름

Inductor 전압이 i_L 의 부호에 관계없이 i_L 의 시간 변화율의 부호에 따라 방향이 바뀌므로 에너지가 소자로 들어가기도 하고 나가기도 한다.



$$p = v_L i_L : \text{positive}$$

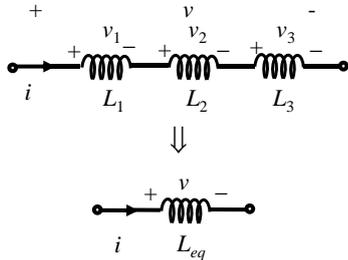
에너지를 Inductor에 저장



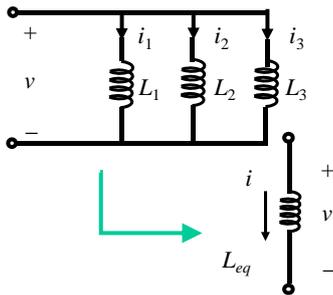
$$p = v_L i = v_L (-i_L) : \text{negative}$$

에너지를 Inductor로부터 방출

Inductances in Series and Parallel



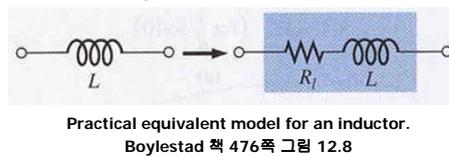
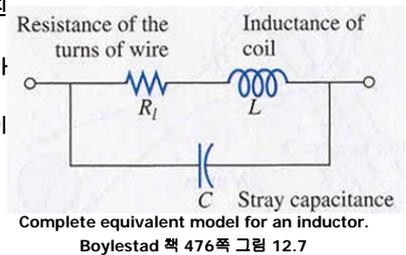
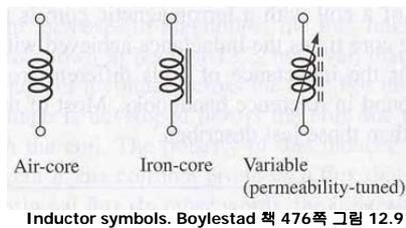
$v = v_1 + v_2 + v_3$ 직렬이므로 전류는 모두 같음.
 등가 회로에서 $v_1 = L_1 \frac{di}{dt}$, $v_2 = L_2 \frac{di}{dt}$, $v_3 = L_3 \frac{di}{dt}$
 $v = L_{eq} \frac{di}{dt} = (L_1 + L_2 + L_3) \frac{di}{dt}$
 $\therefore L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3$



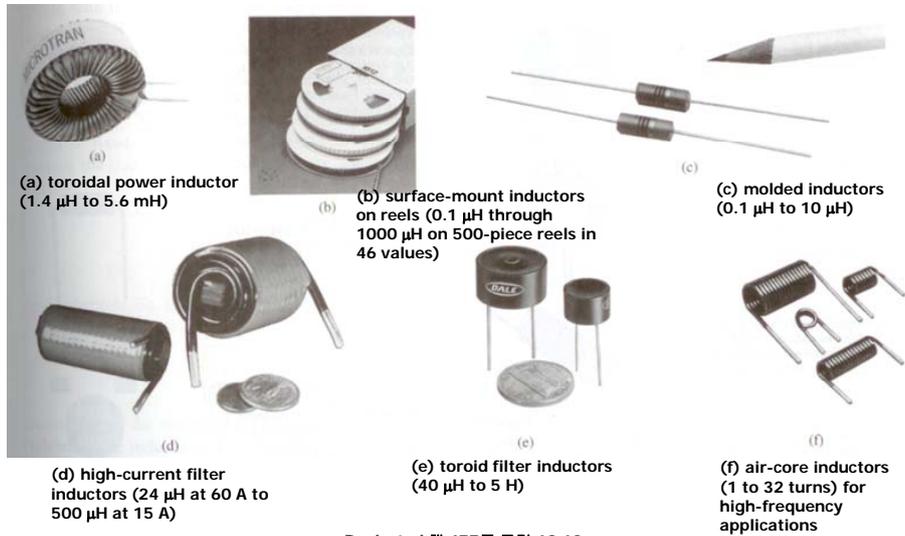
$i = i_1 + i_2 + i_3$ 병렬이므로 전압이 모두 같음.
 $v = L_1 \frac{di_1}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt} = L_3 \frac{di_3}{dt}$
 $\frac{di}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} + \frac{di_3}{dt} = \left(\frac{v}{L_1} + \frac{v}{L_2} + \frac{v}{L_3}\right)$
 등가 회로에서 $v = L_{eq} \frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{v}{L_{eq}} \therefore \frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}$

Practical Equivalent

- 실제 인덕터는 저항과 캐패시터를 가지고 있는 모양으로 모델링된다.
- 그러나, 실제 응용에 있어서는 캐패시터를 무시한 등가모델을 사용한다 (그림 12.8).
- 그림에서 저항 R_l 은 유도성 회로 해석에 있어서 중요한 역할을 한다.
- 대부분의 응용에서 캐패시터는 이상적이라고 다루어도 꽤 정밀한 해석을 할 수 있다.
- 그러나, 인덕터의 저항은 고려해야 하고, 특히 공진 해석에 영향을 준다.
- R_l 은 수 Ω 에서 수백 Ω 정도 이고, 인덕터의 도체가 가늘고 길면, 저항 값이 커진다.
- 공기, 철심을 코어로 사용하기도 하고, 인덕터 값이 고정되어 있는 것과 변화하는 것이 있다.



Various Types of Inductors



Boylestad 책 477쪽 그림 12.10

Circuit Theory I

Lecture 7-31

Typical Areas of Application for Inductive Elements (I)

Type: Open Core Coil
Typical Values: 3 mH to 40 mH
Applications: Used in low-pass filter circuits. Found in speaker crossover networks.



Type: Toroid Coil
Typical Values: 1 mH to 30 mH
Applications: Used as a choke in AC power lines circuits to filter transient and reduce EMI interference. This coil is found in many electronic appliances.



Type: RF Chokes
Typical Values: 10 μH to 50 μH
Applications: Used in radio, television, and communication circuits. Found in AM, FM, and UHF circuits.



Type: Moiled Coils
Typical Values: 0.1 μH to 100 μH
Applications: Used in a wide variety of circuit such as oscillators, filters, pass-band filters, and others.



Boylestad 책 478쪽 그림 12.11

Testing

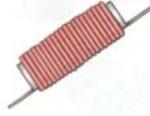
- 고장 : 권선 간의 short 와 과도한 전류, 과열, 경년 열화에 의한 open이 있다.
- Open 은 쉽게 저항계로 측정할 수 있다.
- Short 은 쉽사리 판독할 수 없다. 권선 간의 short 이라면 저항의 변화가 작기 때문이다.
- 원래의 저항 값과 측정 값을 비교해야 한다.
- 권선과 코아와의 short 이라면 둘 간의 저항을 측정한다.
- 인덕터 값은 LCR meter 로 측정한다.

Circuit Theory I

Lecture 7-32

Typical Areas of Application for Inductive Elements (II)

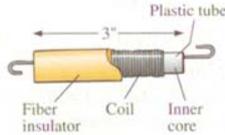
Type: Hash Choke Coil
Typical Values: 3 μH to 1 mH
Applications: Used in AC supply lines that deliver high currents.



Type: Surface Mounted Inductors
Typical Values: 0.01 μH to 100 μH
Applications: Found in many electronic circuits that require miniature components on multilayered PCB.



Type: Delay Line Coil
Typical Values: 10 μH to 50 μH
Applications: Used in color televisions to correct for timing differences between the color signal and black and white signal.



Type: Adjustable RF Coil
Typical Values: 1 μH to 100 μH
Applications: Variable inductor used in oscillators and various RF circuits such as CB transceivers, televisions, and radios.



Type: Common Mode Choke Coil
Typical Values: 0.6 mH to 50 mH
Applications: Used in AC line filters, switching power supplies, battery charges and other electronic equipment.



Boylestad 책 478쪽 그림 12.11

Standard Values

- 저항이나 캐패시터와 같이 표준 값(5, 10 %)을 사용한다.
- 0.1 μH , 0.12 μH , 0.15 μH , 0.18 μH , 0.22 μH , 0.27 μH , 0.33 μH , 0.39 μH , 0.47 μH , 0.56 μH , 0.68 μH , 0.82 μH and 1 mH 등.

Circuit Theory I

Lecture 7-33

Capacitance and Inductance in DC State

$$i_c = C \frac{dv_c}{dt} \quad , \quad v_L = L \frac{di_L}{dt}$$

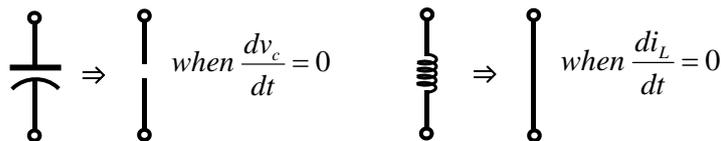
Capacitor 전압과 Inductor 전류가 시간적으로 변하지 않는다면

Capacitor 전류와 Inductor 전압은 각각 영이 된다.

$$i_c = 0 \quad \text{when} \quad \frac{dv_c}{dt} = 0$$

$$v_L = 0 \quad \text{when} \quad \frac{di_L}{dt} = 0$$

따라서, Capacitor는 개방으로, Inductor는 단락으로 표현된다.



Circuit Theory I

Lecture 7-34

Electrical Charges and Magnetic Flux

- Capacitor의 전하는 순간적으로 불연속적으로 커지거나 작아질 수 없다.
- 이것은 물리적으로 불가능하다.
- 따라서, 회로에서 스위칭을 하더라도 capacitor의 전하는 시간적으로 보존이 되어야 한다.

$$q(0^-) = q(0^+)$$

- 스위칭 시 capacitor의 값이 바뀌지 않는다면 capacitor간 전압이 연속이 되어야 한다.

$$q = Cv$$

$$\therefore v(0^-) = v(0^+)$$

- Inductor의 쇠교자속은 순간적으로 불연속적으로 커지거나 작아질 수 없다.
- 이것은 물리적으로 불가능하다.
- 따라서, 회로에서 스위칭을 하더라도 inductor의 쇠교자속은 시간적으로 보존이 되어야 한다.

$$\lambda(0^-) = \lambda(0^+)$$

- 스위칭 시 inductor의 값이 바뀌지 않는다면 inductor에 흐르는 전류가 연속이 되어야 한다.

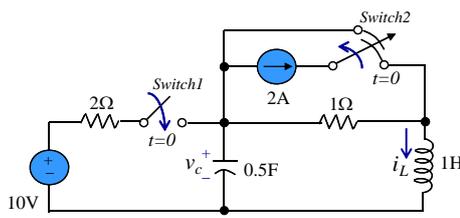
$$\lambda = Li$$

$$\therefore i(0^-) = i(0^+)$$

Circuit Theory I

Lecture 7-35

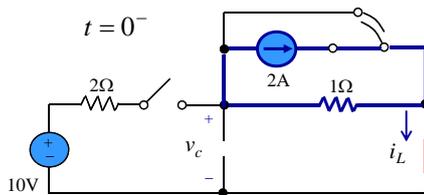
Initial Values of RLC Circuits (I)



왼쪽의 회로에서 다음 값을 구하라.

$$i_L(0^+), v_c(0^+), \frac{dv_c(0^+)}{dt}, \frac{di_L(0^+)}{dt}$$

가정: 오랜 시간 동안 스위치 1은 열려 있었고, 스위치 2는 아래 쪽으로 연결되어 있다. 그리고, $t=0$ 까지 정상상태가 유지되었다.



우선, $t=0$ 에서 Capacitor는 개방으로, Inductor는 단락으로 표현되므로 왼쪽의 회로가 된다. 따라서, 회로는 굵은 선과 같이 된다.

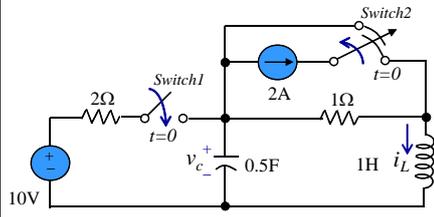
$i_L(0^-) = 0 = i_L(0^+)$ 이고, Capacitor 사이의 전압은 1Ω 저항 사이의 전압과 같다.

$$v_c(0^-) = -2\text{ V} = v_c(0^+)$$

Circuit Theory I

Lecture 7-36

Initial Values of RLC Circuits (II)



다음으로 $t=0^+$ 에서 스위치 1이 닫히고, 스위치 2가 위쪽으로 연결되면 왼쪽의 회로는 아래의 붉은 선과 같은 회로가 된다.

즉, 전류원으로는 회로가 구성되지 못한다.

또한, 앞에서 구한 조건에 의해서

$$v_c(0^-) = -2\text{V} = v_c(0^+) \text{ 이므로,}$$

2Ω 저항에는 12V 가 걸리고, 6A 가 흐른다.

$$i_L(0^-) = 0 = i_L(0^+) \text{ 이므로,}$$

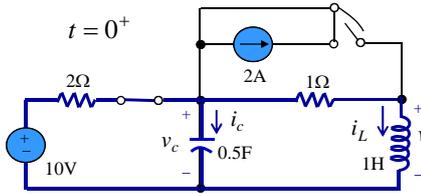
6A 는 모두 Capacitor로 흐른다.

$$i_c(0^+) = C \frac{dv_c(0^+)}{dt} = 6 \quad \frac{dv_c(0^+)}{dt} = \frac{6}{1/2} = 12\text{V/s}$$

$$i_L(0^-) = 0 = i_L(0^+) \text{ 이므로,}$$

1Ω 저항에는 전압강하가 없고, Capacitor의 전압이 Inductor에 모두 걸린다.

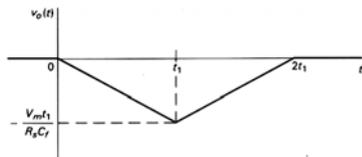
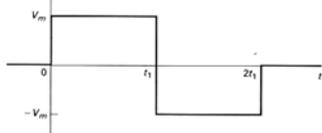
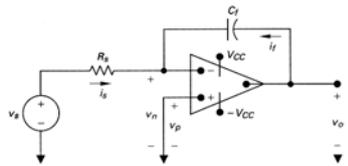
$$v_L(0^+) = L \frac{di_L(0^+)}{dt} = -2 \quad \frac{di_L(0^+)}{dt} = \frac{-2}{1} = -2\text{A/s}$$



Circuit Theory I

Lecture 7-37

Integrating Amplifier



입력을 적분하는 회로.

$$v_p = v_n = 0$$

Node a에서 KCL 적용.

$$\frac{0 - v_s}{R_s} + C_f \frac{d}{dt}(0 - v_o) = 0$$

$$\frac{dv_o}{dt} + \frac{v_s}{R_s C_f} = 0$$

$$v_o(t) = -\int_{t_0}^t \frac{v_s}{R_s C_f} dt' + v_o(t_0)$$

선형 동작 영역 안에서는 출력은 입력의 적분 값이 됨.

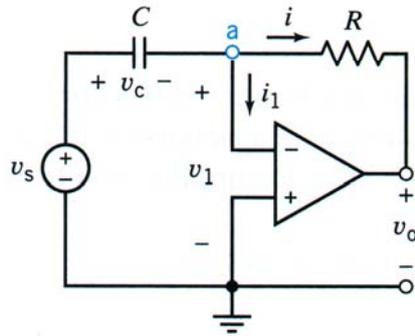
만약 $v_o(t_0) = 0$ 이면

$$v_o(t) = -\frac{1}{R_s C_f} \int_{t_0}^t v_s(t') dt'$$

Circuit Theory I

Lecture 7-38

Differentiating Amplifier



A differentiator implemented using an operational amplifier

입력을 미분하는 회로.

$$v_p = v_n = v_1 = 0$$

Node a에서 KCL 적용.

$$C \frac{d}{dt}(0 - v_s) + \frac{0 - v_o}{R} = 0$$

$$\frac{dv_s}{dt} + \frac{v_o}{RC} = 0$$

$$v_o(t) = -RC \frac{dv_s}{dt}$$

Circuit Theory I

Lecture 7-39

Integrator and Voltage-controlled Switch (I)

- 적분기와 전압제어 스위치를 설계.

$$v_o = K \cdot \int_{t_1}^{t_2} v_s(t) dt + v_o(t_1)$$

- 입력이 직류 전압이라면 아래와 같다.

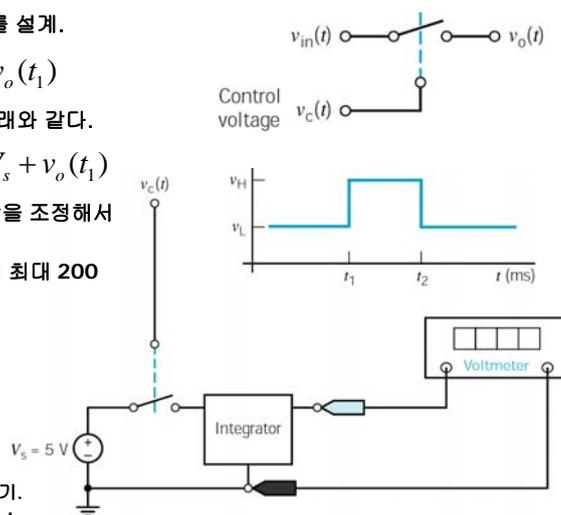
$$v_o(t_2) = K \cdot (t_2 - t_1) \cdot V_s + v_o(t_1)$$

- 전자적으로 스위치 제어전압을 조정해서 입력 전압을 제어.

- 시간 간격은 최소 5 ms 에서 최대 200 ms 까지 조절이 가능.

- 사용 가능한 부품

- (1) 표준 2% 저항
- (2) 1 μF, 0.2 μF, 0.1 μF capacitor.
- (3) Op amp.
- (4) + 15 V / - 15 V 전원.
- (5) 1 kΩ, 10 kΩ, 100 kΩ 가변 저항기.
- (6) voltage-controlled SPST switch.



Circuit Theory I

Lecture 7-40

Integrator and Voltage-controlled Switch (II)

- t_1 에서 출력 전압이 영이라고 가정.
- 최대 시간 간격일 때 10 V 가 출력이 되도록 설계.

$$v_o(t_2) = \frac{10 \text{ V}}{200 \text{ ms}}(t_2 - t_1)$$

- 입력 전압이 5 V 이므로 K 를 정할 수 있다.

$$K \cdot V_s = \frac{10 \text{ V}}{200 \text{ ms}} \Rightarrow K = 10 \frac{1}{\text{s}}$$

- Op amp 를 사용하여 적분기 설계.

$$v_o(t) = -\frac{1}{RC} \int_{t_1}^{t_2} v_s(t) dt = -10(t_2 - t_1) \cdot V_s$$

- 캐패시터를 1 μF 로 정한다.

$$\frac{1}{RC} = 10 \Rightarrow R = \frac{1}{10C} = 100 \text{ k}\Omega$$

$$v_o(t) = -50(t_2 - t_1) \text{ V}$$

