"upload & OHP"

교과서 16.6.57절 보충자료

耐震設計用 Spectrum이 지니고 있는 Non-Stationary Stochastic特性을 近似的으로 算定하는 方法에 관한 研究

Approximate Non-Stationary Stochastic Characterization of Seismic Design Spectrum

李 喆 鎬*
Lee, Chul Ho
鄭 日 榮**
Chung, Il Young

Abstract

An approximate and simple method for spectrum-compatible nonstationary ground motion is proposed in this paper based on equivalent stationary analysis. The approximate relationship between design spectrum and power spectrum of compatible ground motion is obtained in explicit form. The proposed method is applied to estimate power spectrum of nonstationary ground motion which is compatible to seismic design spectrum of Korea, thereby enlightening some stochastic properties implied in seismic design spectrum. The appropriateness of the method is evaluated by numerical simulation. The sample time histories needed for simulation study are generated in an efficient way using FFT(Fast Fourier Transform) technique.

1. 序論

耐震設計는 一般的으로 耐震設計用 Spectrum에 의하여 遂行되어왔으며 等價 靜的解析이나 Square Root of Sum of Squares(앞으로는 SRSS로 略記함)의 方法으로 構造物 應答의 最大値를 設計用 Spectrum에서 算出할 수 있다. 그러나 構造物의 Mode 사이의 振動數가 서로 接近하여 SRSS法이 適切하지 않거나 原子力 發電所의 重要機器에서와 같이 Floor Response Spectrum이 要求되는 경우와 또한 重疊의 原理를 適用할 수 없는 非線型解析의 경우에는 設計用 Spectrum과 符合되는 地震動(Spectrum Compatible Ground Motion)의 Time history를 구하는 方法들이 提示되여 왔다.[1)-5)] 本 研究에서는 設計用 Spectrum을 Non-Stationary Stochastic Model과 近似的으로 符合시키는 實用的이면서도 簡便한 方法을 提示하고자 한다. 다만 地震動 $X(t)$는 Stationary Process $X_0(t)$에다 Envelope Function $\psi(t)$를 곱하여 얻어지는 Evolutionary Power Process이며 주어진 設計用 Spectrum은 1自由度 振動系의 平均 極値應答(Mean Extreme Response)으로

* 正會員, 慶南大 專任講師
** 副會長, 서울大 敎授, 工博

把握한다. 그리고 이 方式을 우리나라 耐震設計用 Spectrum에 適用하여 Stochastic特性을 算出하고 Simulation에 의하여 그 타당성을 檢討하고자 한다.

2. 旣存의 Spectrum Compatible Motion 算出法

旣存의 硏究는 實際의 地震觀測에서 얻은 地震加速度 記錄을 反復修正으로 Target Spectrum과 一致시키는 漸近法과 Random Vibration Theory 에 의하여 Target Spectrum과 一致되는 地震動의 Power Spectrum를 찾아내는 두가지 方法이 있다. 假令 類似한 應答 Spectrum을 부여할 수 있는 Time history를 選定하여도 이들의 대한 Multi-Degree of Freedom System(앞으로 MDOF라고 略記함)의 應答이 크게 差異가 생길 수 있으므로 地震動을 定義하는데 있어서의 不確定 要因을 보다 適切하게 다루게되는 后者의 方法이 合理的인것으로 判斷된다. 한편 前者의 경우로서 Spectrum Supressing or Raising Technique[1]나 Undamped Velocity Spectrum과 Fourier Amplitude Spectrum 相互間의 定性的 對應關係를 利用하는 方法[2]을 列擧할 수 있다. Random Vibration Theory에 根據하는 方法[3)-5)]의 경우에는 地震動을 Gaussian Stationary Process로 假定하고 1自由度 振動系의 應答에서의 極値(Extreme Value of Response)와 Target Spectrum을 같이 놓으므로서 Power Spectrum를 決定할 수 있다. 特히 Kaul[6]은 Target Spectrum에 대한 超過確率(Exceedance Probability)에 基準을 두고 Power Spectrum를 구할 수 있게 提案하여 많은 程度의 保守性(Degree of Conservativeness)을 갖는 Power Spectrum을 얻을 수 있다. 그러나 上述한 方法은 地震動의 Strong Phase 區間에서의 Stationarity를 前提로 하였고 初期의 上昇區間과 末期의 減衰區間에서의 Non-Stationarity를 考慮치 않고 있다.

3. Evolutionary Power Process와 Target Spectrum 間의 近似式 誘導

Evolutionary Power와 Target Spectrum사이의 關係를 Explicit Relationship으로 誘導하는 過程에서 實用上 簡便하고 正確한 Equivalent Stationary 解法[6]을 採擇하여 Simulation으로 檢討하였다.

$$\ddot{Y}(t)+2\xi_0\dot{Y}(t)+\omega_0^2\ Y(t)=-X(t) \qquad (1)$$

$$S_X(\omega,\ t)=\psi^2(t)\ S_{X0}(\omega) \qquad (2)$$

다만 $Y(t)$: 相對 變位

ξ_0 : 系의 臨界 減衰比

ω_0 : 固有 振動數

$S_X(\omega,\ t)$: $X(t)$의 Evolutionary Power Spectrum

$S_{X0}(\omega)$: Stationary Process $X_0(t)$의 Power Spectrum

(1)式은 Support motion을 받는 1自由度 振動系의 運動方程式이다. 여기서 $Y(t)$의 極値 $Y_m=|Y(t)|_{max}$의 數學的 期待値(Mathematical Expectation) $E(Y_m)$은 (3)式 및 (4)式에서 구한다.

$$E(Y_m)=\sigma_Y\times\ [(2\ \log(\omega_0\ T_e/\pi))^{1/2} +0.5772/(2\ \log(\omega_0\ T_e/\pi))^{1/2}] =\sigma_Y\times[\text{Peak Factor}] \qquad (3)$$

$$\sigma_Y=[\frac{\pi\ S_{X0}(\omega_0)}{2\xi_0\omega_0^3}\ ]^{1/2} [1-\frac{1}{2\xi_0\omega_0\ T_e}[1-EXP(-2\xi_0\omega_0\ T_e)]]^{1/2} =[\frac{\pi\ S_{X0}(\omega_0)}{2\xi_0\omega_0^3}\ ]^{1/2} [\text{Reduction Factor}] \qquad (4)$$

다만 T_e : Equivalent duration으로서 $X(t)$의 最大 Mean Square의 50%를 超過하는 Time duration

σ_Y : $Y(t)$의 Transient Root Mean Square의 T_e동안의 Time average

(3)式은 T_e동안의 Local Maxima의 數爻($\omega_0\ T_e/\pi$)가 充分히 클수록 正確히 가까워지며 極端的인 경우 構造物의 周期가 매우 길어져서 ω_0의 값이

대단히 작아지면 ($\omega_0\ T_e/\pi$)의 값이 1로 收斂하여 物理的인 意味를 상실하게 된다.

(4)式에서 入力 地震動의 Strong Motion Duration 이 짧고 系의 Damping이 작으며 構造物이 柔軟하게 되면(즉, T_e, ξ_0, ω_0의 값이 작아지면) Non-Stationarity Effect로 因하여 σ_Y의 값이 相當히 작아진다. (3)式 및 (4)式은 Poisson Crossing, Small Damping 및 ω_0近傍에서의 Local White의 近似를 包含하고 있다. 이때 Mean Absolute Accelesation Spectrum(앞으로는 MAAS라 略記함)은 다음 (5)式에 의하여 구한다.

$$\mathrm{MAAS}=\omega_0^2\ E(Y_m) \tag{5}$$

(3)式 및 (4)式을 代入하고 Design Spectrum $S_a(\omega_0)$를 (5)式과 같다고 놓으면 (6)式을 얻게된다.

$$S_{Y0}(\omega_0)=\frac{(2\xi_0/\pi\omega_0)\ S_a^2(\omega_0)}{(\text{Peak Factor})^2\ (\text{Reduction Factor})^2} \tag{6}$$

4. 耐震設計用 Spectrum에의 適用

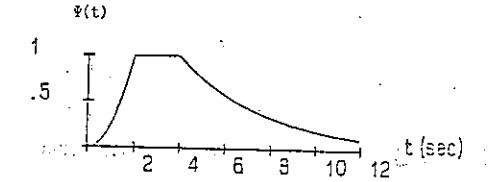
(2)式의 Envelope함수 $\psi(t)$를 Fig.1와 같이 採擇하였을때의[8] Equivalent Duration T_e는 (7)式과 같다.

$$T_e=3.6\ (\text{sec}) \tag{7}$$

(1) Power Spectrum의 算定

우리나라 耐震設計 基準[9]에 의거하여 等價靜的 解析를 할때의 Base Shear V는 (8)式에서 얻게된다.

$$V=[(AISC)/R]\ W \tag{8}$$



0***<t<2***:(t/2)², 2***<t<4***:1.0, 4***<t:EXP(-.268(t-4))

FIG.1 ENVELOPE FUNCTION $\psi(t)$

다만 A : 地域係數
I : 重要度 係數
C : 動的 係數
S : 地盤 係數
R : 反應 修正 係數
W : 建物의 重量

(8)式의 ($AICS$)에 重力加速度 g를 곱한것은 Elastic Response Spectrum에 相當하며 R은 延性構造物의 Energy·消散能力을 反映하는 同時에 Elastic Response Spectrum를 適切한 設計用 Base Shear로 維持되도록 低減시키는 役割을 한다. 地震地域 II (A=0.12)의 Elastic Response Spectrum $S_a(T=2\pi/\omega_0)$는 (9)式과 같다.

$$S_a(T=2\pi/\omega_0)/(I\times g)$$
$$=A\times C\times S=0.12(C\times S) \tag{9}$$

다만 $C=1/(1.2\times T^{1/2})\leq 1.5$

$C\times S\leq 1.75$

Fig.2는 (9)式에서 0.1Sec 以上의 短周期領域을 Zero period에서 線型으로 增加하도록 修正하여[10] 圖示한 것이다.

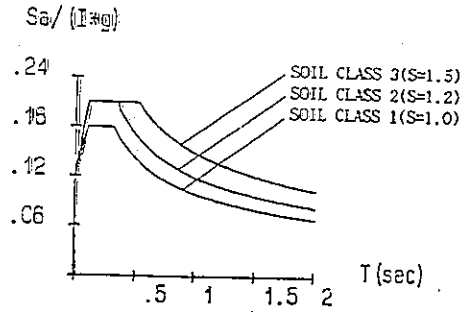


FIG.2 ELASTIC SPECTRUM OF SEISMIC ZONE 2

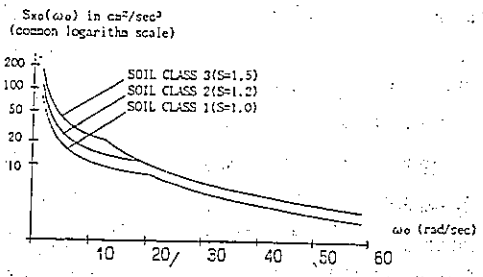


FIG.3 ESTIMATED POWER SPECTRA OF SEISMIC ZONE 2 (I=1.0, ξ_0=5%)

Fig.3은 (6)式, (7)式 및 (9)式에서 $I=1$, $\xi_0=5$ %인 경우에 관하여 구한 Power Spectrum $S_{X0}(\omega_0)$를 圖示한 것이며 여기서 注目할만한 것은 $S_{X0}(\omega_0)$가 極値를 갖지않고 構造物의 振動周期가 커지는 경우 即 ω_0의 값이 작을수록 $S_{X0}(\omega_0)$는 大幅 增加한다. 이것은 設計用 Spectrum이 長周期 領域에서 $1/T^{1/2}$인 函數形으로 變化하므로 이 領域에서는 (6)式의 分子는 常數가 되고 (6)式은 ω_0에 대하여 單調 減少函數로 表示되는데 Kaul[4]의 方式을 適用할때도 같은 傾向을 나타낸다. Fig.1의 Envelope은 典型的인 Short Duration Earthquake 이며 地震動의 作用時間에 比하여 震動周期가 큰 構造物은 Stationary State에 未達하기 때문에 短周期 構造物에 比해 應答이 대단히 작아진다. 이와같은 Non-Stationary Effect에 의한 長周期 構造物의 작은 應答値가 設計用 Sectrum과 一致하기 위해서는 ω_0의 값이 작은 長周期 領域에서는 큰 Power를 가지게 된다.

(2) Fast Fouries Transform에 의한 Sample 發生과 그에 관한 檢討

(2)式의 Power Spectrum을 갖는 Ramdom Process 의 Sample $X(t)$는 (10)式에서 구할 수 있다. (10)式에서 Time Duration이 길고 重疊하는 調和函數의 項이 많을 때에는 各 Time Step마다 (10)式를 反復하여 計算하여야 하므로 作業量이 많아져서 非効率的이다.

$$X(t)=\psi(t)\times\sum(4\times S_{X0}(i\times\triangle\omega)\times\triangle\omega)^{1/2}\times S_{in}(i\times\triangle\omega\times t+\varphi_i) \qquad (10)$$

다만 φ_i : Random Phase Angle

$\times SIN(i\times\triangle\omega\times t+\varphi_i)$

그러나 Fast FourierTransform(앞으로는 FFT로 略記함)을 利用하면[11, 12, 13] 훨씬 効果的으로 計算할 수 있다. Fig.4는 本 硏究에서 施行된 計算過程을 要略한 것이다.

Wide Band Excitation에 대한 1自由度 振動系의 應答은 主로 系의 Half Power Band Width $2\xi_0\omega_0$內에 包含된 周波數 成分의 영향을 받는 것을 알 수 있다. Fig.4의 計算過程에 의한 Sample 에서 Pseudo Spectral Acceleration(앞으로 PSA라고 略記함)를 數値積分으로 구할때 上述한

$\omega_a=(1-\zeta)\omega_n$
$\omega_b=(1+\zeta)\omega_n$) ∴ HPBW $=2\zeta\omega_n$

1) SEP UP INITIAL PARAMETRES
- DURATION OF MOTION(T_1=12 SEC)
- FUNDAMENTAL CIRCULAR FREQ.($\omega_1=2\pi/T_1$ =0.5236 RAD/SEC)
- CUT-OFF FREQ.(f_c=10 HZ)
- NUMBER OF DATA POINTS(SHANON'S SAMPLING THEOREM) $N_{min}>=T_1/(1/2f_c)=240$; $LET\ N=256=2^8$

2) READ POWER SPECTRUM $S_X(\omega)$

3) CALCULATE COMPLEX AMPLITUDE $C_X(k)$ FROM POWER SPECTRUM $S_{X0}(\omega)$ (PARSEVAL'S THEOREM IN DISCRETE CASE)

$C_X(0)=0$(ZERO MEAN)
$C_X(k)=(S_{X0}(k\omega_1)\omega_1)^{1/2}$, $k=1, 2, \cdots, N/2$

4) GENERATE RANDOM PHASE ANGLE φ_K (CENTRAL LIMIT THEOREM WARRANTS GAUSSIAN) $\varphi_K=arg(C_X(k))$, $k=1, 2, \cdots, N/2$

5) CALCULATE COMPLETE COMPLEX SERIES USING EVEN OR ODD PROPERTY

$C_X(N/2+i)=C_X^*(N/2-i)$, $i=1, 2, \cdots, N/2$
(* : COMPLEX CONJUGATE)

6) INVERSE FOURIER TRANSFORM OF $C_X(k)$ FOR TIME SERIES $x(m)$ USING FFT

7) MULTIFLY TIME SRIES $x(m)$ BY ENVELOPE FUNCTION $\psi(t)$

8) SAVE $x(m)$ AND CALCULATE MAX. VALUE OF TIME SERIES AND TIME OF OCCURRENCE

FIG.4 PROCEDURES FOR SAMPLE GENERATION

事項을 考慮하고 (11)式에서 Frequency Interval를 정하였다. (11)式에서 計算間隙을 定하면 近接周波數의 Band Width의 重疊되므로 近接 震動系의 應答의 差異가 크지않아 應答 Spectrum에 包含할 수 있는 Hidden Spike를 避할 수 있다.[11] 周波數를 對數尺度로 取하였을때 Uniform Interval 이 되며 本 硏究에서는 f=0.25, 20Hz (4Sec~0.05Sec)區間에서 46地点을 指定하여 計算하였다.

$$f_n=f_{start}\times(1+2\xi_0)^n$$
$$=f_{start}(1+2\times0.05)^n \qquad (11)$$

← 이 식의 유도과정 보충자료 수집

Fig.5는 10個의 各 地盤別 Sample에 대한 PSA의 값을 圖示한 것이다. 地盤別 1, 2 및 3에 대한 最大 地盤 加速度의 平均値는 各各 0.084 g, 0.102 g, 및 0.120 g 이다. Fig.6은 10個 Sample에 대한 PSA의 平均値인 $(PSA)_{mean}$과 Target

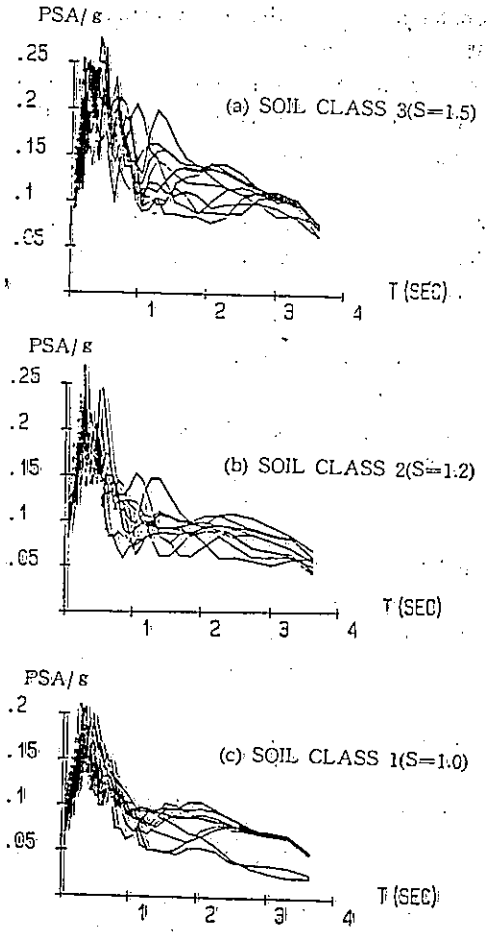


FIG.5 PSA DUE TO 10 SAMPLES

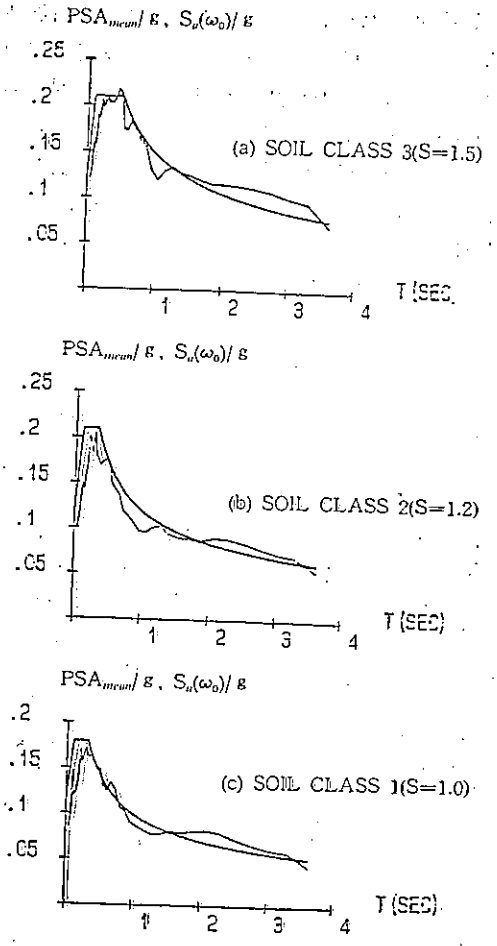


FIG.6 PSA_{mean} DUE TO 10 SAMPLES VS. TARGET SPECTRUM

Spectrum 를 同時에 나타낸 것이다. Fig.6에서 알 수 있듯이 一般 建築構造物의 耐震設計에서 關聯되는 0.1Sec 以上의 周期領域에서 Target Spectrum과 Simulation에서 구한 $(PSA)_{mean}$의 값은 部分的으로 差異는 있으나 大體的으로 Target Spectrum에 近接하고 있다. 基本周期 2Sec以上의 周期領域에서는 本 硏究에서 구한 값이 약간 保存的인 結果를 나타내지만 Target Spectrum와의 差異는 最大 0.02 g (20Gal)를 超越하지 않는다. Simulation의 結果를 잘 符合시키려면 (12)式과 같이 補正할 수 있다. (6)式에서 다음과 같은 (12)式을 얻을 수 있다.

$$S_{X0}(\omega_0)_{corrected} = S_{X0}(\omega_0) \times [S_a(\omega_0)_{target}/(PSA)_{mean}]^2 \qquad (12)$$

5. 結論

本 硏究는 Equivalent Stationary 解析法에 따라 Target Spectrum과 符合되는 Non-Stationary 地震動의 Power Spectrum을 簡便하게 구할 수 있는 近似式을 提案하였다. 이 方法을 우리나라 耐震設計用 Spectrum에 適用하여 各 地盤別 Power Spectrum를 計算한 后 Simulation에 의하여 檢討한바 Fig.6에서 알 수 있듯이 全般的으로 万足스러운 結果를 얻게 되었다. Simulation를 위한 Sample의 抽出은 FFT를 利用하는 効率的인 方式에 따랐으며(Fig.4) PSA를 作成할 때의 Frequency Interval은 Hidden Spike를 避할 수 있게 考慮하여 정하였다. 耐震設計用 Spectrum

은 $(1/T^{1/2})$인 函數形으로 構造物 周期의 增加에 따라 比較的 완만하게 減少하도록 設定되어서 符合되는 Power Spectrum의 長周期 領域에서의 極値(peak)는 Fig.3에서 알 수 있듯이 나타나지 않는다. Strong Motion Duration이 짧은 地震動이 豫想되어 長周期 構造物 應答의 Stationarity를 假定하는 것이 適切하지 않은 경우에 本 硏究의 方式을 簡便하게 이용할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

1. N.C. Tsai, "Spectrum-Compatible Motions for Design Purposes", J.Struct. Mech. Div., ASCE, Vol.98, No.EM2, April, pp345-356, 1972
2. M.K. Kaul, "Spectrum-Consistent Time History Generation", J.Struct. Mech. Div., ASCE, Vol.104, No.EM4, August, pp781-788, 1978
3) D.D. Pfaffinger, "Calculation of Power Spectra from Response Spectra", J.Struct. Mech. Div., ASCE, Vol.109, No.1, Februrary, pp357-372, 1983
4) M.K. Kaul, "Stochastic Characterization of Earthquakes through their Response Spectra", Earthquake eng. struct. dyn., Vol6., pp497-509, 1978
5) A.Guiffre, R.Giannini, and R.Masiani, "Seismic Reliability Analysis of Structures and Piping Systems in Nuclear Power Plants", 8th World Conference on Earthquake Engineering, Vol. VI, pp23-30, 1984
6) Y.K. Wen, "Stochastic Response Analysis of Multi-Degree of Freedom Structures", Earthquake eng. struct. dyn., Vol.7, pp181-191, 1979
7) N.C. Nigam, Introduction to Random Vibrations, The MIT Press, Cambridge, Massachusettes, 1983
8) 이철호, 정일영, "무작위 지진동이론에 의하 지진응답 spectrum 작성에 관한 연구", 대한건축학회 논문집, 제5권5호, pp161-168, 1989. 10
9) 김규석, 이동근, 건축물의 내진구조 및 방재기준에 관한 연구 : 제2편 제4장, 건설부, 1987
10) C.F. Neuss, B.F. Maison, and J.G. Bouwkamp, A Study of Computer Modeling Formulation and Special Procedures for Earthquake Response of Multistory Buildings, J.G. Bouwkamp, INC., Berkeley, California, 1983
11) A. Preumont, "The Generation of Spectrum Compatible Accelerograms for the Design of Nuclear Power Plants", Earthquake eng. struct. dyn., Vol.12, pp481-497, 1984
12) D.E. Newland, Random Vibration and Spectral Analysis, Longman Inc., New York, 1975
13) E.O. Bridgham, The Fast Fourier Transform, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1974

(接受 : 1990. 8. 14)

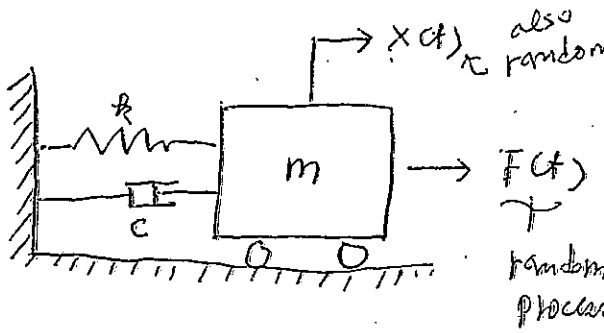
(보수)

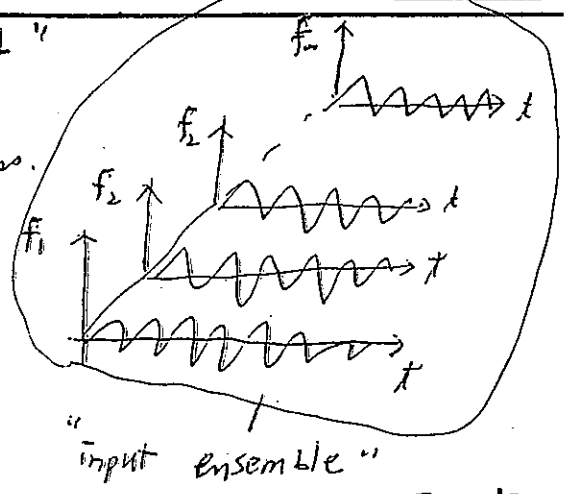
= Wide-band, narrow-band process, and Filter = ①

(교과서 6.4절, P.205 보충)

"* Recall the frequency domain method in Ch. 1"

Brief Summary of Random Vibration Theory





$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_1(t)$ ---(1) ; $\ddot{x} + 2\zeta\omega_0\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F(t)}{m} = F(t)$ ---(1)'

note : Ergodic process

note) stationary R.P. ← theory

input에 의해 설명

$E[F(t)] = 0$ ---(2) ← zero mean process

$R(\tau) = E[F(t)F(t+\tau)]$ ← autocorrelation function ---(3)

$R(\tau=0) = E[F^2]$ = mean square ---(4)

$\Phi(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)e^{-i\omega\tau}d\tau$ = power spectral density (psd) --(5)

$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega)e^{i\omega\tau}d\omega$ ---------(6)

Wiener-Khinchine relations

$\sigma^2 = R(0) = \underbrace{E[F(t)^2]}_{\text{mean square}} = \int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{\Phi(\omega)}_{\text{PSD}} d\omega$ ----(7)

(가정, the average energy per unit time = power

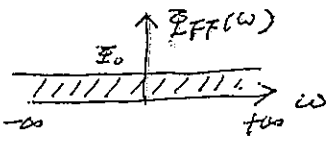
the spectral distribution of average energy per unit time

note) white noise ← $E[F(t)] = 0$, $R_{FF}(\tau) = 2\pi\Phi_0 \times \underbrace{\delta(\tau)}_{\text{delta function}}$

$\Phi_{FF}(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} 2\pi\Phi_0\,\delta(\tau)\,e^{-i\omega\tau}d\tau$

$= \frac{1}{2\pi} \times 2\pi\Phi_0 \times e^0 = \Phi_0$ ← extreme wide-band process

sampling property



$X(t) = \underbrace{\int_{t_0}^{t} h(t-\tau) \times F(\tau)d\tau}_{\text{convolution integral}}$ where $h(t-\tau) = \frac{e^{-\zeta\omega_0(t-\tau)}}{\omega_d}\sin\omega_d(t-\tau)$ ---(8)

$$R_{XX}(\tau) = E[X(t)\,X(t+\tau)]$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 e^{i\omega\tau}\, \Phi_{FF}(\omega)\, d\omega \quad \text{--- (9)}$$

$$R_{XX}(0) = E[X^2(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{|H(\omega)|^2 \times \Phi_{FF}(\omega)}_{\text{output psd}}\, d\omega \quad \text{--- (10)}$$

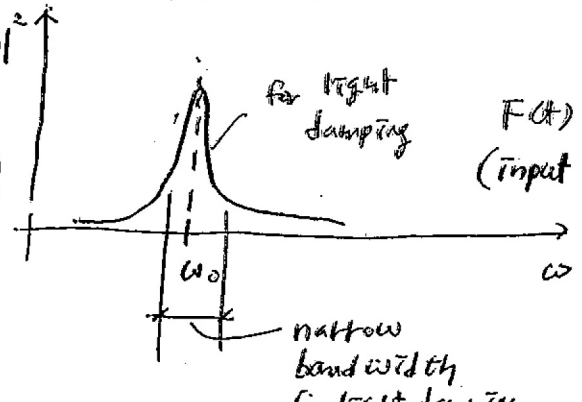
Recall : time domain (convolution) ↕ Freq. domain (multiplication)

$$\therefore\ \Phi_{XX}(\omega) = \underbrace{|H(\omega)|^2}_{\text{system filter}} \times \underbrace{\Phi_{FF}(\omega)}_{\text{input psd}} \quad \text{--- (11)}$$

R_d 식과 동일

$$\text{where } |H(\omega)|^2 = \frac{1}{(\omega_0^2-\omega^2)^2 + 4\zeta^2\omega^2\omega_0^2}$$

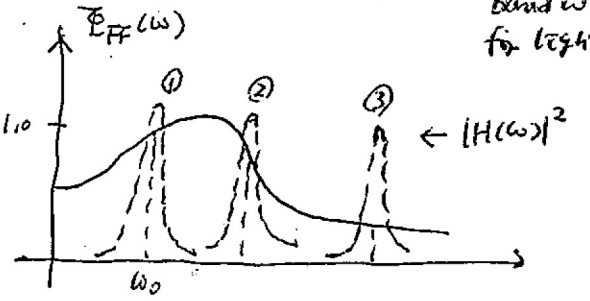
$$H(\omega) = \int_0^{\infty} h(u)\, e^{-i\omega u}\, du$$

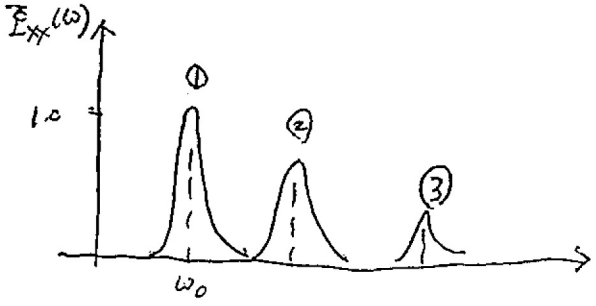


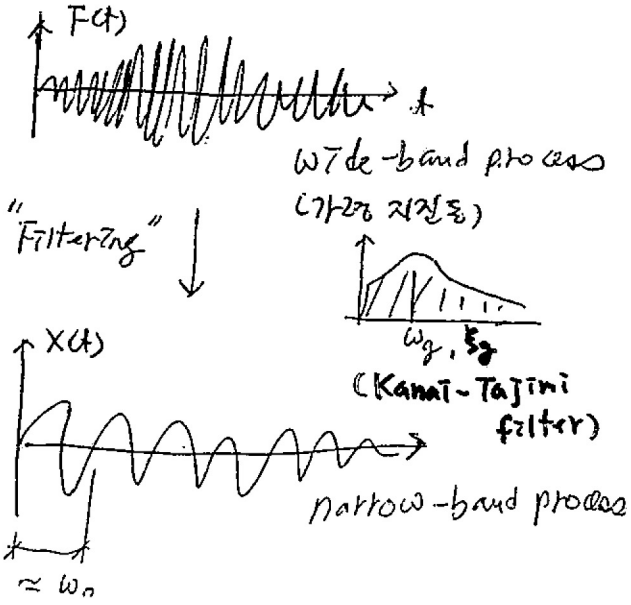
$F(t) \rightarrow \boxed{H(\omega)} \rightarrow X(t)$

(input) (output)

note)







"upload & OHP"

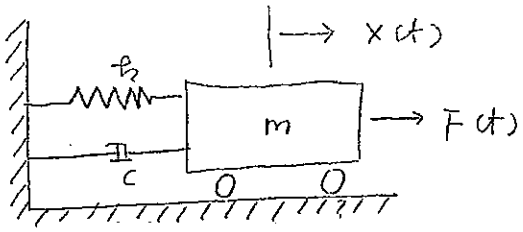
①

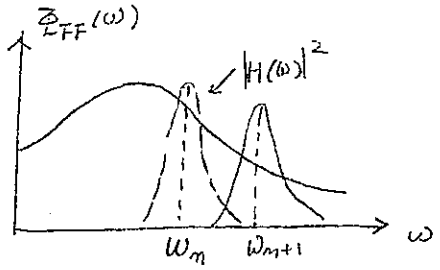
"응답 스펙트럼 작성에 있어 Hidden spike를 피하기 위한 합리적 주기간격 설정에 관하여"

교과서(6.6.5)절 보충

이철호 (1992 ?), 원전설계

Criterion : half-power band 폭이 중첩되도록 (인접진동계 간의) → light damping이 이 폭내에 대부분 에너지 집중





$E[F^2] = \int_0^\infty \Phi_{xx}(\omega)\,d\omega$

$$\Phi_{xx}(\omega) = |H(\omega)|^2 \times \Phi_{FF}(\omega) \quad \text{where} \quad |H(\omega)|^2 = \frac{1}{(\omega_n^2-\omega^2)^2 + 4\zeta^2\omega^2\omega_n^2}$$

If white noise input, $\Phi_{xx}(\omega) = |H(\omega)|^2 \times S_0$ or $\Phi_{FF}(\omega_0)$ for local white

$$\frac{d}{d\omega}|H(\omega)|^2 = \frac{(-1)\{2(\omega_n^2-\omega^2)(-2\omega) + 8\zeta^2\omega\omega_n^2\}}{[\qquad\qquad]^2} = 0 \;;$$

$\omega = \omega_n\sqrt{1-2\zeta^2}$ 에서 peak 값을 갖음.

($\omega \doteq \omega_n$ for light damping)

$$|H(\omega)|^2_{peak} \doteq |H(\omega=\omega_n)|^2 = \frac{1}{4\zeta^2\omega_n^4}$$

Half-power band width 유도과정에 불과

$$\frac{S_0}{(\omega_n^2-\omega^2)^2 + 4\zeta^2\omega^2\omega_n^2} = \frac{1}{2} \times \frac{S_0}{4\zeta^2\omega_n^4}$$

$$(\omega_n^2-\omega^2)^2 + 4\zeta^2\omega^2\omega_n^2 = 8\zeta^2\omega_n^4$$

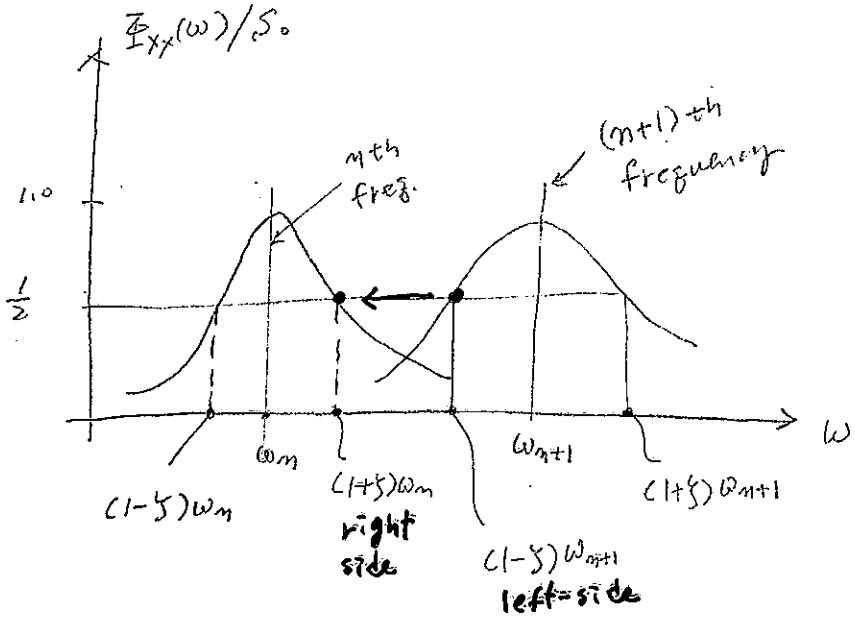
$$\omega^4 - 2\omega_n^2(1-2\zeta^2)\omega^2 + \omega_n^4(1-8\zeta^2) = 0$$

$$\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^4 - 2(1-2\zeta^2)\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 + (1-8\zeta^2) = 0$$

$$\therefore \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 = (1-2\zeta^2) \pm \sqrt{(1-2\zeta^2)^2-(1-8\zeta^2)}$$

$$= 1-\cancel{2\zeta^2} \pm 2\zeta \doteq 1 \pm 2\zeta, \quad \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right) = (1\pm 2\zeta)^{1/2} \doteq 1 \pm \zeta$$

higher order



Overlapping 조건

$$(1+\zeta)\omega_n = (1-\zeta)\omega_{n+1} \Rightarrow (1+\zeta)\times\frac{\omega_n}{2\pi} = (1-\zeta)\times\frac{\omega_{n+1}}{2\pi}$$

$$(1+\zeta)\times f_n = (1-\zeta)\times f_{n+1}$$

$$\frac{f_{n+1}}{f_n} = \frac{1+\zeta}{1-\zeta} = \frac{(1-\zeta)+2\zeta}{1-\zeta} = 1+\frac{2\zeta}{1-\zeta}$$

$$= 1+2\zeta(1-\zeta)^{-1}$$

$$\doteq 1+2\zeta(1+\zeta) = 1+2\zeta+\cancel{2\zeta^2}$$

$$\doteq 1+2\zeta$$

$$\therefore f_{n+1} = (1+2\zeta)f_n$$

f_0 : start frequency (Hz)

$$f_1 = (1+2\zeta)f_0 \;;\; f_2 = (1+2\zeta)f_1 = (1+2\zeta)^2 f_0 \;---$$

$$\therefore f_n = (1+2\zeta)^n \times f_0$$

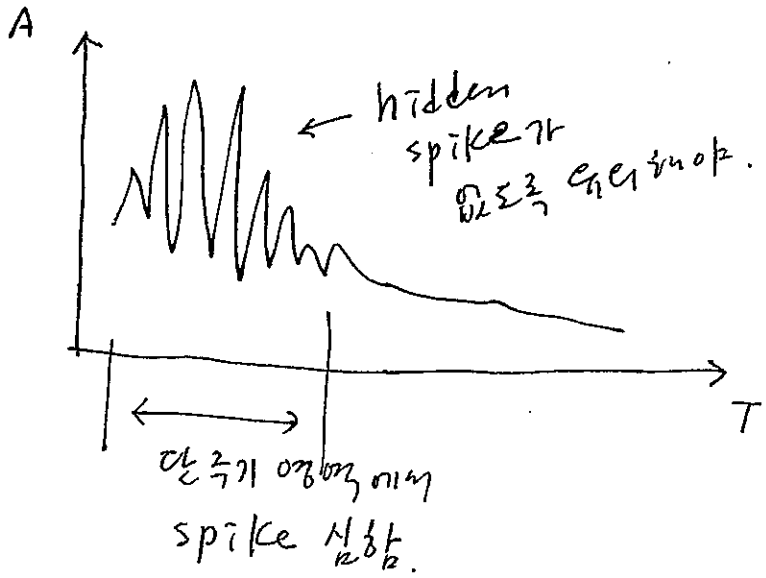
만일 $\zeta = 0.05$ 이고 $f_0 = 0.25$ Hz ($T_0 = 4.0$ sec) ~ $f_{end} = 10$ Hz ($T_{end} = 0.1$ sec) 사이에서 음향스펙트럼을 계산한다면

$$10 = (1+2\times0.05)^n \times 0.25$$

$$n = \frac{\ln(10/0.25)}{\ln(1.1)} = 38.7 \rightarrow$$ 40개의 data point 필요!

$$f_m = (1+2\times0.05)^m \times f_0 = (1.1)^m \times 0.25$$

m	f_m (Hz)	T_m (sec)	
0	0.25	4.00	감쇠기 영역은 spike 발생
1	0.275	3.64	
2	0.3025	3.30	
3	0.3328	3.00	
⋮		⋮	
37	8.50	0.118	"감쇠기 영역" ↓ closely spaced.
38	9.35	0.107	
39	10.29	0.097	
40	11.31	0.090	



HW # $\xi = 3\%$, $T_{limit} = 10\,sec$

"7장 보충자료: KBC/CBC 설계스펙트럼"

(교육해서 Newmark spectrum을 일반화!)

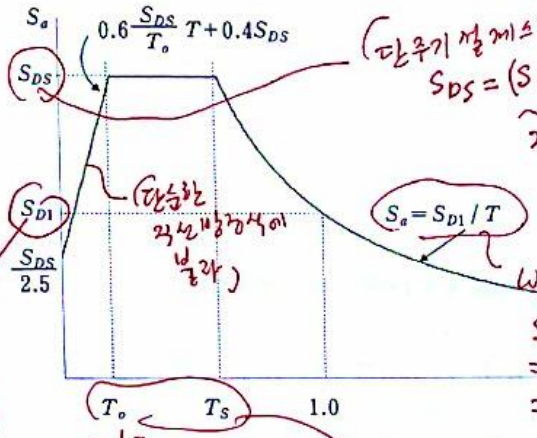
기준

여기서, T : 구조물의 고유주기(초)

$$T_o = 0.2S_{D1}/S_{DS} = \frac{1}{5}T_s$$

$$T_S = S_{D1}/S_{DS}$$

Newmark spectrum의 가속도증폭계수



(단순한 직선방정식에 불과)

(단주기 설계스펙트럼 가속도)

$S_{DS} = (S \times \frac{2}{3}) \times 2.5 \times F_a$

2500년의 2/3

보통암 지반에 대한 상대 증폭계수

When $T = T_s$,

$S_a(T=T_s) = S_{D1} \div (S_{D1}/S_{DS}) = S_{DS}$

$= \frac{1}{5}T_s$

[그림 0306.3.2] 설계스펙트럼가속도

Control period.

$S_{D1} = (S \times \frac{2}{3}) \times F_v$

1000년 지진

보통암 지반에 대한 속도영역 증폭계수

0306.4 지진하중의 산정

0306.4.1 일반사항

각 구조물은 그 용도와 시공할 지반상태를 감안하여 분류한 내진설계범주 중 하나에 속하게 되며, 그 속한 내진설계범주에 따라 허용 가능한 구조시스템, 높이와 비정형성에 대한 제한, 내진설계 대상부재, 횡력해석방법 등을 결정한다.

0306.4.2 건물의 내진등급과 중요도계수

각 구조물은 〈표 0306.4.1〉에서 건축물의 중요도에 따라 내진등급과 중요도계수를 결정한다. 2개 이상의 건물에 공유된 부분이나 하나의 구조물이 동일한 중요도에 속하지 않는 2개 혹은 그 이상의 용도로 사용할 때는 가장 높은 중요도를 사용하여야 한다. 건축물이 0306.8에 따라 구조적으로 분리된 2개 혹은 그 이상의 부분으로 구성되어 있는 경우에는 각 부분을 독자적으로 분류할 수 있다. 다만, 한 구조물에서 구조적으로 분리된 부분이 더 높은 중요도를 가진 다른 부분에 대해 접근로나 탈출로를 제공하거나 인

해설

이 기준을 비롯한 일반적인 설계기준에서 응답스펙트럼은 구조물의 고유진동주기에 따른 가속도의 변화로 정의한다.

Newmark 등의 연구자에 따르면 고유진동주기가 작은 영역에서는 진동주기에 관계없이 구조물의 스펙트럼가속도가 일정하게 나타나고, 고유진동주기가 좀더 큰 영역에서는 진동주기에 관계없이 구조물의 속도가 일정하게 나타나며, 고유진동주기가 매우 큰 영역에서는 구조물의 변위가 일정하게 나타난다. 이러한 연구결과를 근거로 하여 지진시 발생하는 구조물의 응답가속도를 평가하여 구조물고유주기의 함수로 나타낼 수 있다. [그림 0306.3.2]의 응답스펙트럼은 가속도가 일정한 구간 $T_0 \le T \le T_S$, 속도가 일정한 구간 $T > T_S$의 구조물에 발생하는 응답가속도를 나타내고 있다. S_{DS}는 가속도가 일정한 구간의 탄성반응스펙트럼(5% 감쇠 작용)을, S_{D1}는 속도가 일정한 구간의 탄성반응스펙트럼을 정의하기 위하여 사용된 값이다. 응답가속도는 속도의 $\frac{1}{T}$에 비례하므로 속도가 일정한 구간에서는 식(0306.3.4)에 나타난 바와 같이 응답가속도를 $\frac{1}{T}$의 함수로 정의한다.

약간 오류 → 최대 탄성 파수 에너지가 일정

속도가 일정하게 약간 이상한 표현

구조물의 가속도는 지반가속도로부터 증폭하여 정의하는데, 〈표 0306.3.3〉과 〈표 0306.3.4〉는 각각 가속도일정구간과 속도일정구간에 S_B 지반의 응답에 대한 증폭 정도를 나타내고 있다. 표에서 일반적으로 암반의 지반에서는 유효지반가속도보다 구조물의 가속도가 2.5배로 증폭한다고 알려져 있으며, 따라서 S_B 지반인 경우에는 S_{DS}를 2.5배로 증폭하였다.

Newmark 가속도증폭계수에 상당

0306.4.2 건물의 내진등급과 중요도계수

〈표 0306.4.1〉은 각 구조물의 중요도계수가 나타나 있다.

KBC2005와 비교하여 건물의 중요도는 제1장에 정의하였으며 다음의 사항을 변경하였다.

① 도시계획구역과 그 외 지역을 구분하지 않고 도시계획구역의 중요도로 통일하였다.

② 그동안 과도하다는 지적이 있었던 15층 이상의 아파트와 오피스텔의 중요도를 (특)등급에서 (1)등급으로 하향조정하였다.

"복사된 OHP" 준비요 (upload)
(pp. 1~5 : upload
p.5 : OHP)

Chapter 6 보충자료

note) p.225 (the usefulness of the four-way logarithmic plot)
↳ 3개의 독립된 D, V, A spectrum 만을 보아서는
Newmark의 통찰을 얻기가 어려웠을 것임
↑ Figure 6.6.2

↙ summary of ch. 6

EX) 특정 지역의 설계용 지진동 (가령 재래기 500년)의
최대지반가속도(PGA) = 0.40g로 평가되었다.
견고한 지반 (firm ground)의 '표준' ground motion
maxima ratio로(PGA = 1g ↔ PGV = 48 in/sec ↔ PGD = 36 in)
가정하고 5% damping, median (50 percentile) elastic
design spectrum을 작성하라. 단 "A versus Tn spectrum"을
linear scale로 그릴것.
(Figure 6.9.9와 같은 포맷으로 그릴것)

(Sol)

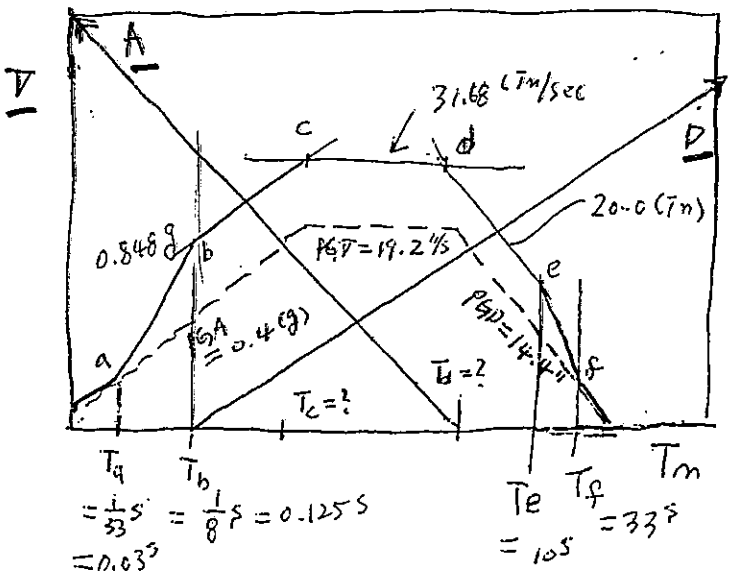
(i) Scale-down of ground motion maxima

PGA = 0.4(g) ; PGV = (0.4)(48) = 19.2 (in/s) ; PGD = (0.4)(36) = 14.4 (in)

(ii) Tripartite Response Spectrum on four-way log paper.

amplification
↓

A	2.12×0.40g = 0.848g
V	1.65×19.2 = 31.68 (in/s)
D	1.39×14.4 = 20.0 (in)



$\alpha_A = 2.12$
$\alpha_V = 1.65$
$\alpha_D = 1.39$
(Table 6.9.1)

(iii) "A versus T_m relationship" (T_m linear scale)

cd 구간 :

$$V = 31.68\ (T_m/sec) = \frac{A}{\omega_m}$$

$$A = 31.68 \times \omega_m = 31.68 \times \frac{2\pi}{T_m} = \frac{1}{T_m}\frac{(31.68 \times 2\pi)}{386}\ (T_m g's)$$

$$= \frac{0.515}{T_m}\ (g) \quad (0.61 \le T_m \le 3.96s)$$

T_c 산정 : $\frac{0.515}{T_c} = 0.848$; $T_c = \frac{0.515}{0.848} = 0.61\ (sec)$

de 구간 :

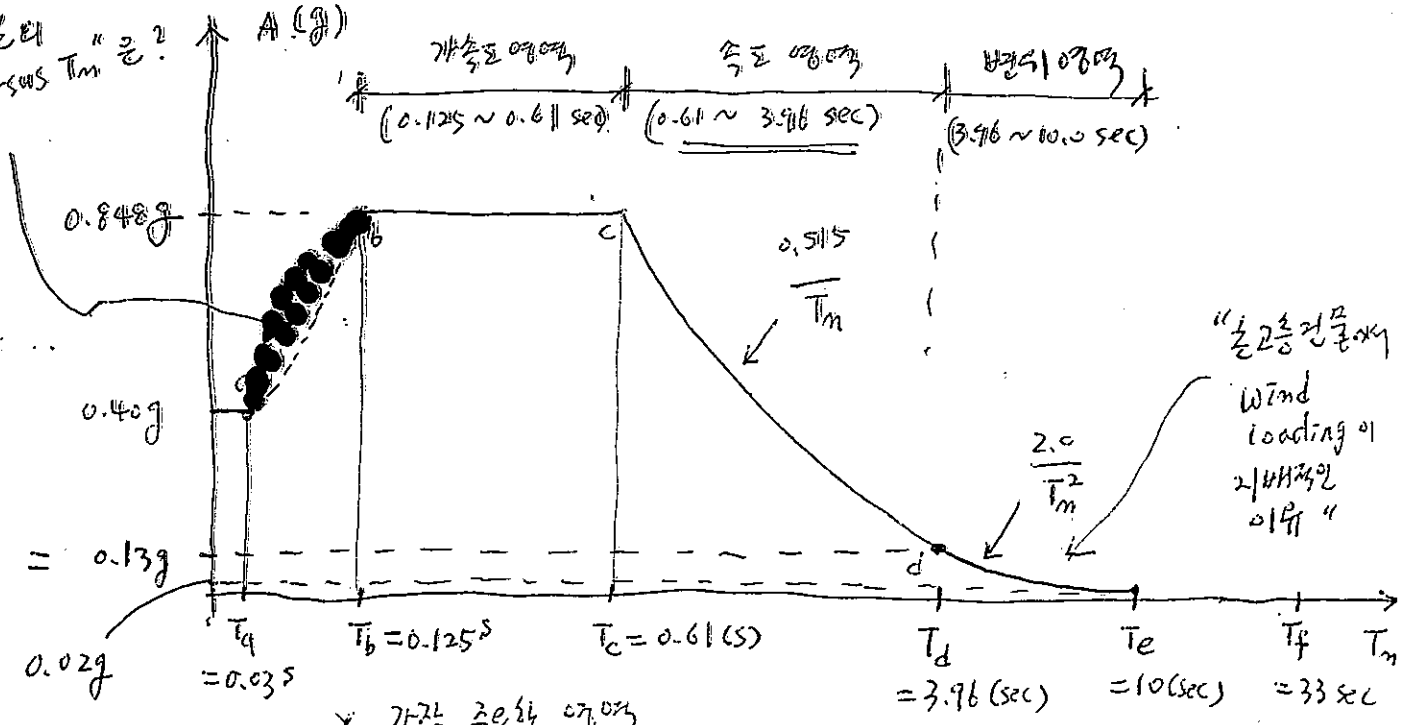
$$D = 20\ (T_m) = \frac{V}{\omega_m} = \frac{A}{(\omega_m)^2}$$

$$V = 20 \times \omega_m = 20 \times \frac{2\pi}{T_m} = \frac{125.6}{T_m}\ (T_m/sec)$$

$$A = 20 \times (\omega_m)^2 = 20 \times \frac{4\pi^2}{T_m^2} = \frac{1}{T_m^2}\frac{20(4\pi^2)}{386} = \frac{2.0}{T_m^2}\ (g)$$

T_d 산정 : $\frac{125.6}{T_d} = 31.68$; $T_d = \frac{125.6}{31.68} = 3.96\ (sec)$

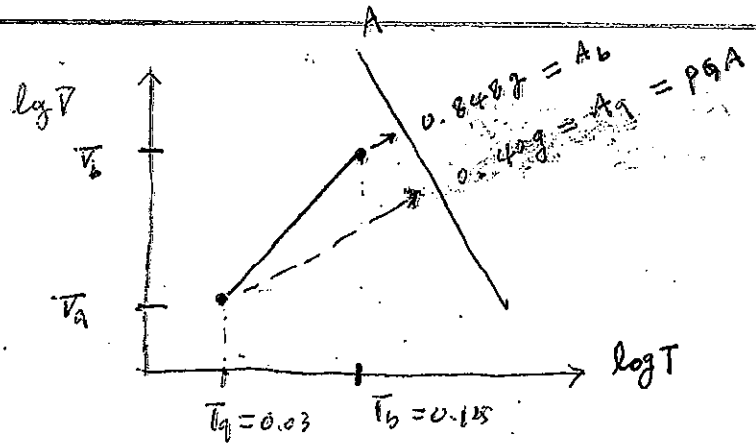
이 부분의 "A versus T_m" 곡선?



* 가장 중요한 영역
↳ 가속도-속도 영역 (b-c-d 구간)

★ (a, b) 또는 (e, f) 구간 에 T versus A 는?

No.



$$y = \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right)(x - x_1) + y_1$$

$$\log V = \left(\frac{\log V_b - \log V_a}{\log T_b - \log T_a}\right)(\log T - \log T_a) + \log V_a$$

$$V_b = \frac{A_b}{\omega_n} = \frac{T_b}{2\pi} \times A = \frac{0.125}{2\pi} \times 0.8487g = 6.51 \text{ (in/sec)}$$

386

$$V_a = \frac{0.03}{2\pi} \times 0.40g = 0.74 \text{ (in/sec)}$$

$$\log V = \left(\frac{\log V_b - \log V_a}{\log T_b - \log T_a}\right)(\log T - \log T_a) + \log V_a$$

$$= \frac{\log(V_b/V_a)}{\log(T_b/T_a)}(\log T - \log T_a) + \log V_a$$

$$= \frac{\log\left(\frac{6.51}{0.74}\right)}{\log\left(\frac{0.125}{0.03}\right)}(\log T - \log 0.03) + \log(0.74)$$

$$\log\left(\frac{V}{0.74}\right) = \frac{\log\left(\frac{6.51}{0.74}\right)}{\log\left(\frac{0.125}{0.03}\right)} \times \log\left(\frac{T}{0.03}\right)$$

1.52

$$\frac{V}{0.74} = \left(\frac{T}{0.03}\right)^{1.52}$$

$$A = V\left(\frac{2\pi}{T}\right) = (0.74)\left(\frac{T}{0.03}\right)^{1.52} \times \left(\frac{2\pi}{T}\right)$$

$$\therefore A = 2.48\, T^{0.52} \text{ (g)}$$

$(0.03 \le T \le 0.125 \text{ sec})$

$$A = 960.5 \times T^{0.52} = \frac{960.5}{386} \times T^{0.52} = 2.48\, T^{0.52}$$

HW Set #:

6.11, 6.14, 6.16, 6.23